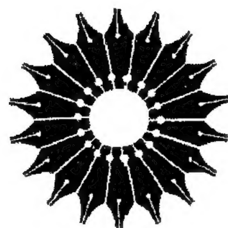


آشنایی با کیهان شناسی

جیانت ویشنو نارلیکار

ترجمهٔ منیژه رهبر



آشنایی با کیهان‌شناسی

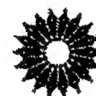
جیانت ویشنو نارلیکار

ترجمهٔ منیژه رهبر

مرکز نشر دانشگاهی

مرکز نشر دانشگاهی
۱۳۴۱

فیزیک
۱۳۹



An Introduction to Cosmology
Third Edition
Jayant Vishnu Narlikar
Cambridge University Press, 2002

آشنایی با کیهان‌شناسی
تألیف جیانت ویشنو نارلیکار
ترجمهٔ منیژه رهبر
طراح جلد: بهرام کاروسی راد
نمونه‌خوان: لیلا محسنی
حروفچینی و صفحه‌آرایی: زهرا صاعدفاضل، نادیا فرهاد توسکی
ناظر چاپ: خشایار نصیری‌منش
مرکز نشر دانشگاهی
چاپ اول ۱۳۸۸
تعداد ۱۰۰۰
لیتوگرافی، چاپ و صحافی: وسمه
۹۵۰۰ تومان

فهرست‌نویسی پیش از انتشار کتابخانهٔ ملی جمهوری اسلامی ایران

سرشناسه: نارلیکار، جایانت ویشنو، ۱۹۳۸ـم. Narlikar, Jayant Vishnu
عنوان و نام پدیدآور: آشنایی با کیهان‌شناسی/جیانت ویشنو نارلیکار؛ ترجمهٔ منیژه رهبر.
مشخصات نشر: تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۸.
مشخصات ظاهری: چهارده، ۶۴۲ص.
فروست: مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۳۴۱، فیزیک؛ ۱۳۹.
شابک: 978-964-01-1341-7
وضعیت فهرست‌نویسی: فیپا
یادداشت: عنوان اصلی: An introduction to cosmology, 3rd ed, 2002.
موضوع: کیهان‌شناسی
شناسه افزوده: رهبر، منیژه، ۱۳۲۴ـ ،مترجم
شناسه افزوده: مرکز نشر دانشگاهی
رده‌بندی کنگره: ۱۳۸۸ ۵آ ۲ن/QB۹۸۱
رده‌بندی دیویی: ۵۲۳/۱
شماره کتابشناسی ملی: ۱۸۶۴۳۳۶

بسم‌الله‌الرحمن‌الرحیم

فهرست

عنوان | صفحه

عنوان صفحه

عنوان | صفحه

عنوان | صفحه

عنوان | صفحه

عنوان صفحه

عنوان	صفحه

عنوان صفحه

مقدمه

این کتاب مهمی است که امیدوارم تمام کسانی که با فیزیک و کیهان‌شناسی سروکار دارند، آن را مطالعه کنند. ضمانت می‌کنم دانشجویانی که به‌طور منظم مثالهای بسیار عالی این کتاب را حل کنند، معلومات بسیاری در زمینهٔ نسبیت و کیهان‌شناسی به‌دست آورند. همچنین قول می‌دهم که متخصصان با تجربه نیز بسیاری از مطالب را شگفت‌انگیز و شادی‌آفرین بیابند.

این کتاب، با پشتوانهٔ سالها پژوهش تراز اول، شاهکاری از شفافیت است. جیانت نارلیکار[1]، از اولین روزهای تحصیل در دورهٔ تحصیلات تکمیلی، یک نویسنده و سخنران صریح بوده است. شگفتی سخنرانی نارلیکار در آن است که بفهمیم چگونه می‌تواند با آهنگی چنان آرام، مطالبی را با دقت و سرفرصت روی تختهٔ سیاه بنویسد، و در مدت یک ساعت مطالب قابل ملاحظه‌ای را شرح دهد. پاسخ این معما آن است که وی برخلاف اغلب ما هیچ وقتی را صرف پرداختن به مسائل نامربوط نمی‌کند، و این همان چیزی است که خوانندهٔ این کتاب از اولین صفحه تا آخر متوجه آن خواهد شد. باید به نویسنده، ناشر، و خواننده تبریک گفت.

من این مطلب را در هنگام چاپ اولین ویراست کتاب نوشتم. اکنون نیاز به هیچ تغییری نیست فقط باید چیزهایی را اضافه کرد. این تنها یک کتاب مهم نیست، بلکه با تفاوت قابل ملاحظه، بهترین کتاب است. حیف است که دانشجویان آن را نخوانند.

فرد هویل[2]

1. Jayant Narlikar

۲. سر فرد هویل اندکی پیش از انتشار این کتاب درگذشت.

پیشگفتار ویراست اول

روند کیهان‌شناسی جدید را پیشرفتهای نظری و رصدی هر دو هدایت کرده‌اند. رونق آن درواقع از سال ۱۹۱۷ زمانی آغاز شد که آلبرت اینشتین در مقاله‌ای به این کار جاه‌طلبانه پرداخت که عالم را به‌کمک یک مدل ریاضی ساده توصیف کند. پنج سال بعد الکساندر فریدمان[1] مدلهای عالم در حال انبساط را برمبنای مهبانگ بنا کرد. پس از این تحقیقات نظری کار پیشگامانهٔ ادوین هابل[2] و میلتون هیومیسون[3] صورت گرفت، که پایه‌های رصدی کیهان‌شناسی کنونی به‌شمار می‌آیند. در سال ۱۹۴۸ نظریهٔ حالت پایای هرمان بوندی[4]، توماس گلد[5]، و فرد هویل[6] اختلاف نظرهایی را به‌وجود آورد که به بسیاری از آزمونهای رصدی انجامید که برای رشد سلامت موضوع به‌عنوان شاخه‌ای از علوم ضروری بود. سپس در سال ۱۹۶۵ آرنو پنزیاس[7] و رابرت ویلسون[8] زمینهٔ ریزموج را کشف کردند، که نه تنها باعث تجدید حیات مفهوم مهبانگ داغی شد که جورج گاموف[9] دو دهه قبل مطرح کرده بود، بلکه پیش‌بینی‌های متهورانه دربارهٔ تاریخچهٔ اولیهٔ عالم را تشویق کرد.

نقطه‌های عطف بالا به نوشتن بسیاری از کتابهای عامه‌پسند دربارهٔ کیهان‌شناسی انجامیده‌اند. به‌ویژه، رشد علاقه‌مندی به مباحث نسبیت عام و کیهان‌شناسی در سالهای ۱۹۷۰ در تعدادی کتاب درسی کلاسیک بازتاب یافت که در اوایل دههٔ ۱۹۸۰ منتشر شدند. هدف کتاب فعلی آشنا کردن خواننده با وضعیت این موضوع در اوایل ۱۹۸۰ است. اما، رهیافت این کتاب با آنچه در بیشتر کتابهای این موضوع یافت می‌شود تفاوت دارد، و شاید باید بگویم که این تغییرات کدام‌اند و چرا وارد شده‌اند.

به‌عنوان مثال، معمولاً کیهان‌شناسی در پایان کتابهای درسی نسبیت عام آورده می‌شد، و اغلب

1. Alexander Friedmann 2. Edwin Hubble 3. Milton Humason
4. Hermann Bondi 5. Thomas Gold 6. Fred Hoyle 7. Arno Penzias
8. Robert Wilson 9. George Gamow

به‌جای اینکه سهم خود را داشته باشد بیشتر به‌صورت یک پیوست بود. شاید این دلیلی است که چرا کیهان‌شناسی از بقیهٔ نجوم، که واقعاً به آن تعلق دارد، جدا مانده است. منجمان تمایل دارند که کیهان‌شناسی را قلمرو متخصصان نسبیت عام در نظر بگیرند تا بسط منطقی نجوم برون کهکشانی. برای تصحیح این تمایل، اهمیت نسبی کیهان‌شناسی و نسبیت عام در این کتاب معکوس شده است. فصل ۲ نسبیت عام را بیشتر به‌عنوان ابزاری جهت مطالعهٔ کیهان‌شناسی ارائه می‌کند تا موضوعی که به‌خاطر خودش حائز اهمیت است. بنابراین متخصص نسبیت ممکن است با بسیاری از موضوعها روبه‌رو شود که با آنها به‌طور سطحی برخورد می‌کند یا اصلاً به آنها نمی‌پردازد. این فصل فقط به مطالبی می‌پردازد که برای شناخت ویژگیهای هندسی عالم در بزرگ مقیاس واقعاً ضروری هستند. این رهیافت را با این امیدواری اختیار کرده‌ام که برخورد ساده با نسبیت عام به اندازهٔ یک بررسی تمام‌عیار باعث ناراحتی تازه‌واردان نشود. متخصص نسبیت می‌تواند از این فصل رد شود و فقط برای آشنایی با نمادگذاری به آن رجوع کند.

فصول ۳ و ۴ مدلهای استاندارد کیهان‌شناسی را به‌صورت حل معادله‌های اینشتین مطرح می‌کنند. ابزارهایی که در فصل ۲ توسعه یافتند در اینجا به‌کار می‌روند، و خواننده متوجه می‌شود که روند امور از فصل ۲ راحت‌تر شده است.

فصول ۵، ۶ و ۷ به جنبه‌های فیزیکی کیهان‌شناسی استاندارد می‌پردازند. ایدهٔ گاموف دربارهٔ سنتز هسته‌های اولیه، ناآگاهی کنونی ما از چگونگی تشکیل کهکشان، ویژگیهای زمینهٔ ریزموج، و نقشی که فیزیک ذرات اخیراً در شناخت ما از عالم اولیه داشته است در اینجا بررسی می‌شود.

شاید اینجا مرحلهٔ مناسبی برای گذار به کیهان‌شناسی رصدی باشد. اما، حس کردم که خواننده باید گشت و گذاری در کیهان‌شناسی غیراستاندارد نیز داشته باشد. برخلاف آنچه امروزه بسیاری از متخصصان کیهان‌شناسی (متأسفانه) تبلیغ می‌کنند، این موضوع نه کتابی خاتمه‌یافته است، و نه کیهان‌شناسی استاندارد تنها پاسخ ممکن به منشأ و تکوین عالم. در بخش III این کتاب با مدلهای دیگر در این مورد آشنا می‌شوید.

گرچه برخی از خوانندگان ترجیح می‌دهند که یک آزمون رصدی را بلافاصله پس از پیش‌بینی نظری بررسی کنند، اما من رصدها را در آخرین قسمت کتاب آورده‌ام. این رهیافت ارزیابی کلی مدلهای مختلف را امکان‌پذیر ساخته است. بررسی کلی رصدهای کیهان‌شناختی نشان می‌دهد که چگونه روشهای بهتر و درک کاملتر خطاها و عدم قطعیتها اغلب به ارزیابی مجدد انجامیده است (یک مثال کلاسیک مقدار ثابت هابل است که هنوز مقدار آن قطعی نیست!). بنابراین به جزئیات بسیاری از رصدها نپرداخته‌ام، بلکه تأکید کرده‌ام که این رصدها چگونه انجام می‌گیرند و چشمه‌های

ممکن خطا کدام‌اند. در هر صورت پرداختن به جزئیات در یک کتاب درسی مقدماتی عاقلانه نیست.

به‌رغم پیشرفتهای قابل ملاحظه، کیهان‌شناسی هنوز موضوعی تمام نشده است. از جنبهٔ رصدی، پرتاب تلسکوپهای فضایی در اواسط دههٔ ۱۹۸۰ دیدگاه ما را از عالم دگرگون خواهد ساخت. به‌لحاظ نظری، نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs)، تا زمانی که کیهان‌شناسی کوانتومی به اندازهٔ کافی رشد نکند، با مسئله عالم اولیه دست به گریبان‌اند. کیهان‌شناسان هنوز باید مسائلی را درک کنند که وجود حیات در عالم به‌وجود می‌آورد. چگونه حیات به‌وجود آمد؟ این حیات منحصر به زمین است یا در سراسر عالم گسترش یافته است؟ یک کتاب درسی آینده ممکن است بخش اعظم مباحث خود را به بحث دربارهٔ سهم زیست‌شناسی در کیهان‌شناسی اختصاص دهد.

فرض کرده‌ام که خواننده با روشهای ریاضی استاندارد مانند معادله‌های دیفرانسیل، آنالیز برداری، سری فوریه و تبدیلها، حسابان تغییرات، و غیره آشنایی دارد. آشنایی با فیزیک مقدماتی از جمله مکانیک، الکترودینامیک مقدماتی، نظریهٔ الکترومغناطیس، ساختار اتمی، و دینامیک شاره‌ها نیز ضروری است. همین‌طور، معلومات اولیه دربارهٔ نجوم مقدماتی سودمند خواهد بود. این کتاب برای سالهای آخر دورهٔ کارشناسی، دانشجویان کارشناسی ارشد، مدرسان نجوم و کیهان‌شناسی مفید است.

کتاب دارای ۴۰۰ تمرین است، که ۸۰ درصد آنها سرشت محاسباتی دارند. بسیاری از آنها به درک بهتر آنچه توصیف شده است کمک می‌کنند. امیدوارم که آنها به هدف مورد نظرشان برسند.

از آرت بارتلت[1] برای تشویق به نوشتن کتاب سپاسگزارم. اظهار نظرهای باب گولد[2]، باب واگونر[3]، دیمتری میهالاس[4]، ریچارد بوئرز[5] و جف بربیج[6] کمک مهمی در هنگام آماده‌سازی دست‌نویس بود. سرانجام، این فرد هویل بود که در دورهٔ تحصیلات تکمیلی مرا با حوزهٔ مسحورکنندهٔ کیهان‌شناسی آشنا ساخت، و من به لحاظ موافقت با نوشتن مقدمه بر این کتاب مدیون او هستم.

من نوشتن کتاب را هنگامی آغاز کردم که در بخش ریاضیات کاربردی و نجوم در یونیورسیتی کالج کاردیف در ویلز بودم. از رئیس بخش، چاندرا ویکراماسینگه[7]، برای امکاناتی که در کاردیف در اختیارم گذاشت سپاسگزارم. ماشین‌نویسی سریع دست‌نویس را مرهون خانم سوزان بال و آقای پ. جوزف هستم. همین‌طور خوشحالم که از کمک بخش نقشه‌کشی و امکانات زیراکس انستیتوی تاتا برای تحقیقات بنیادی تشکر کنم.

جیانت نارلیکار
بمبئی، هندوستان

---

1. Art Bartlett 2. Bob Gould 3. Bob Wagoner 4. Dimitri Mihalas
5. Richard Bowers 6. Geoff Burbidge 7. Chandra Wickramasinghe

پیشگفتار ویراست دوم

خوشوقتم که ویراست دوم نسخهٔ تجدیدنظرشده آشنایی با کیهان‌شناسی به پایان رسیده است. انگیزه و قالب‌بندی این ویراست مانند قبل است، در نتیجه این پیشگفتار مورد مفصلتر ویراست قبلی را تکمیل می‌کند.

تغییرات اعمال‌شده در این ویراست بازتاب گستردهٔ تحولات کیهان‌شناسی در سالهای دههٔ ۱۹۸۰ مانند ورودیهای مربوط به فیزیک ذرات از جمله عالم تورمی، تلاشهای جدید در تشکیل ساختار، رصدهای اخیر در ساختار بزرگ مقیاس و حدود (حساستر) اصلاح‌شدهٔ شدت نوسانهای زمینهٔ ریزموج است. بخشهای رصدی به‌روز شده‌اند اگرچه هیچ کتاب درسی نمی‌تواند با پیشرفتهای سریع رصدهای کیهان‌شناختی همگام شود.

مقایسهٔ دو ویراست تغییر ترتیب مختصر و کارآمد ساختن فصلهای مربوط به کیهان‌شناسی‌های دیگر را نشان می‌دهد. فصل نهایی از ویراست قبلی نسبت به کیهان‌شناسی‌های استاندارد انتقادآمیزتر است. به‌نظر من، این کار برای تصحیح این برداشت ضروری است که مدل استاندارد مهبانگ عالم را چنان خوب توصیف می‌کند که به‌هیچ مدل تازه دیگری نیاز نیست.

از سیمون میتون[1] برای تشویق به تجدیدنظر کتاب جهت انتشارات دانشگاه کمبریج سپاسگزارم. از سانتوش خادیلکار[2] برای ماشین‌نویسی سریع و کمک به کارهای آروینید پارانیپیه[3] متشکرم، که امکان داد کار در چارچوب مورد نظر سیمون تکمیل شود. همچنین از منتقدانی که ویراست اول را بررسی کرده‌اند و اظهار نظرهای سازندهٔ آنها به آماده ساختن این نسخه تجدید نظر شده کمک کرد، ممنونم.

جیانت. وی. نارلیکار
مرکز بین دانشگاهی نجوم و اخترفیزیک
پون، هندوستان

1. Simon Mitton 2. Santosh Khadilkar 3. Arvind Paranjpye

پیشگفتار ویراست سوم

احساس نیاز به ویراست سوم این کتاب، معیار پیشرفتهای کیهان‌شناسی در دههٔ اخیر است. ویراست دوم درست در هنگامی منتشر شد که ماهوارهٔ COBE ناهمگنیهای کوچک مقیاس تابش زمینهٔ ریزموج را برای نخستین بار آشکار ساخت.گرچه یافته‌های COBE سبب آرامش‌خاطر نظریه‌پردازان مهبانگ شد که از نبود ظاهری دلیلی برای برهم‌کنش آغازین ماده و تابش (که هر سناریوی تشکیل ساختار بزرگ مقیاس ناگریز به آن نیاز دارد) ناراحت بودند، اما آنها به اصلاحات قابل ملاحظه‌ای در مدلهای موجود نیاز دارند. پس از COBE تعداد یافته‌های موجود در زمینه ناهمگنیها در مقیاسهای زاویه‌ای مختلف رشد قابل ملاحظه‌ای کرده است و در زمان تهیهٔ این ویراست، امکان توجه به یافته‌های BOOMERANG و MAXIMA به‌وجود آمد.

ویراست سوم به رصدهای ابرنواخترهای نوع I نیز می‌پردازد که در آن به رابطهٔ قدر_انتقال به سرخهای تاحدود ۰٫۸ دست یافته‌اند. همین‌طور داستان چگونگی تغییر تدریجی مدل تورمی و پذیرش نقش مهمتری را برای ثابت کیهان‌شناختی نقل می‌کند. بنابراین در فصلهای مربوط به کیهان‌شناسی رصدی تجدیدنظر و بسط قابل ملاحظه‌ای صورت گرفته است.

به لحاظ نظری، ایده‌های اصلی کیهان‌شناسی استاندارد اصولاً تغییری نکرده است. حملهٔ اصلی به مسئله شناخت تشکیل ساختار صورت گرفته است، که می‌توان آن را مشکلترین چالش کیهان‌شناسی مهبانگ دانست. آیا مادهٔ تاریک در تشکیل ساختارهای مرئی نقشی اساسی دارد؟ آیا مادهٔ تاریک دارای مؤلفهٔ غیرباریونی قابل ملاحظه است؟ آیا می‌توان مؤلفهٔ باریونی را با فراوانیهای مشاهده‌شدهٔ هسته‌های سبک، به‌ویژه دوتریم و لیتیم، سازگار ساخت؟ آیا مدلهای نظری می‌توانند با ستارگان بسیار پیری که اکنون مشاهده می‌شوند، همساز باشند؟ در زمان نوشتن این کتاب هیچ

پاسخ قطعی «آری» یا «نه» به این پرسشها وجود ندارد. فصل پایانی به بررسی انتقادی سناریوهای مهبانگ از دیدگاههای مختلف می پردازد و موضوعهای مربوط به دستاوردهای بعدی کیهان‌شناسی را مطرح می‌کند.

به‌واسطهٔ سرشت نسبتاً نامحدود این مطالب کتاب به مرور فصلهای ۸ و ۹ کتاب قبلی می‌پردازد و می‌کوشد به شناخت عالم از طریق ایده‌های مختلف بپردازد و بر ادعاهایی تمرکز کند که می‌توانند اکنون به‌خوبی با کیهان‌شناسی مهبانگ رقابت کنند. گرچه این کیهان‌شناسیهای رقیب نقش بارزی در هیچ برنامه درسی کنونی ندارند، اما به دانشجویان (و خوانندگان) شدیداً توصیه می‌کنم که این فصلها را بخوانند تا متوجه شوند که چگونه تعدادی از دانشمندان صاحب‌نام به‌اندازهٔ کافی از مدل استاندارد ناراحت شده‌اند که به فکر مدلهای دیگر بیفتند.

از سیمون میتون به‌خاطر اصرار متقاعدکننده برای نوشتن این ویراست سپاسگزارم. خوشحالم که از آروینید پارانیپیه برای کمک در به‌دست‌آوردن تصویرها و از پرم کومار[1] برای رسم تصاویر، که اغلب آنها در این ویراست جدید است، تشکر کنم. از کمک ویانکاتش ساماک[2] برای آماده کردن دست‌نویس به‌صورت آماده برای LATEX ممنونم.

جیانت ویشنو نارلیکار
مرکز بین‌دانشگاهی نجوم و اخترفیزیک
پون، هندوستان

1. Prem Kumar 2. Vyankatesh Samak



ساختار بزرگ مقیاس عالم

۱.۱ نجوم و کیهان‌شناسی

هیچ شاخه‌ای از علوم نمی‌تواند مدعی داشتن زمینه‌ای جالب توجه‌تر از کیهان‌شناسی شود، زیرا کیهان‌شناسی علم مطالعهٔ عالم است، و تعریف عالم همه‌چیز را دربر می‌گیرد. اگرچه، کیهان‌شناسی به‌خاطر درگیریهای عمیق معمولاً تخیل شاعران، فیلسوفان و متفکران دینی را برانگیخته است، اما رهیافت ما به موضوع از طریق علوم و نجوم خواهد بود. نجوم کار خود را با مطالعهٔ ویژگیهای سیارات و ستارگان آغاز کرد، و به‌تدریج گسترش یافت و به مرزهای دستگاه راه شیری رسید، که کهکشان مربوط به ماست. روشهای نجومی جدید موضوع را فراتر از کهکشان به‌اجسام دوردستی گسترش داده‌اند که نور آنها پس از بیلیونها سال به ما می‌رسد.

کیهان‌شناسی بیشتر به جهان فراکهکشانی می پردازد. این یک بررسی ساختار بزرگ مقیاس عالم است که تا فاصله‌های بیلیونها سال نوری گسترش می‌یابد ـــ مطالعهٔ کلی رفتار دینامیکی و فیزیکی بیلیونها کهکشان که در فاصله‌های وسیعی پراکنده شده‌اند و تحول این دستگاه عظیم در مدت چندبیلیون سال.

در نگاه اول شاید این بررسی کاری جاه‌طلبانه به‌نظر آید. آیا ابزارهای رصدی ما به اندازهٔ کافی خوب هستند تا اطلاعات علمی کافی دربارهٔ ساختار بزرگ مقیاس عالم را در اختیارمان بگذارند؟ آیا شناخت ما از قوانین طبیعت به اندازه‌کافی پیشرفته و پخته هست‌که این اطلاعات را تفسیرکند؟ می‌توان با اظهارنظری از اینشتین به پرسشها پاسخ داد: «غیرقابل درکترین چیز دربارهٔ عالم قابل فهم بودن آن است.» اگرچه روشهای مشاهدهٔ ماکامل نیستند و شناخت ما از قوانین فیزیکی هنوز جای پیشرفت بسیار دارد، اما اکنون در موقعیتی هستیم که از آنچه دربارهٔ عالم مشاهده می‌کنیم برداشتی داشته باشیم و می‌توان مطالعهٔ کیهان‌شناسی را به‌عنوان شاخه‌ای از علوم آغازکرد. یعنی ساختار بزرگ مقیاس عالم را دستگاهی فیزیکی درنظر می‌گیریم، که تابع قانونهای شناخته‌شدهٔ فیزیک است، و روال معمول علم را دنبال می‌کنیم، یعنی مشاهدهٔ جنبه‌های مربوط به این بررسی و سپس کوشش در جهت تفسیر آنها و پیش‌بینی‌هایی که بتوان آنها را با مشاهده‌های بیشتر آزمود. این موضوع کتاب را تشکیل می‌دهد.

با وجود این، موفقیت ما در تفسیر عالم از طریق مدلهای فیزیکی نباید باعث شود که متوجه عظمت و عمق پرسشهای بنیادی مطرح‌شده نشویم مدلها، در بهترین شرایط، فقط تقریب اولی از واقعیت را نشان می‌دهند، و می‌توانند کاملاً مبهم باشند.

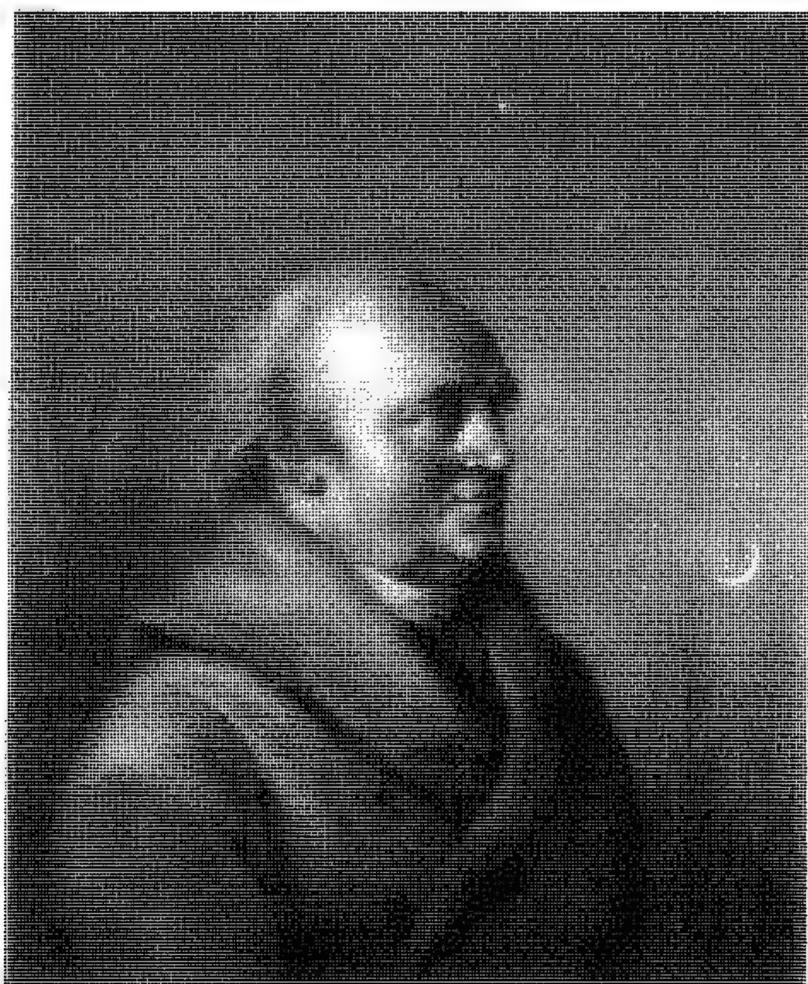
کار خود را با مرور مختصر بعضی از جنبه‌های عالم شروع می‌کنیم که به موضوع کیهان‌شناسی مربوط می‌شوند. با این همه، قبل از رسیدن به شناخت فعلی، مرور مختصر چگونگی رسیدن به این شناخت سازنده است. در آنچه پس از این خواهد آمد، و درواقع، در سراسر کتاب، از یکاهای طول، جرم، و زمان زیر استفاده می‌کنیم که در کیهان‌شناسی متداول‌اند.

- **طول** فیزیکدانها از متر (برای یکاهای SI) یا سانتی‌متر (برای یکاهای c.g.s) استفاده می‌کنند. اگرچه از این یکاها در به‌دست آوردن عبارتهای مربوط به فرمولهای فیزیکی استفاده می‌کنیم، اما آنها برای فاصله‌های کیهانی بسیارکوتاه‌اند. فیزیکدانها سال نوری را ترجیح می‌دهند، که فاصله‌ای است که نور در یک سال می پیماید ($۹{,}۴۶ \times ۱۰^{۱۷}\text{cm} \approx ۱۰^{۱۸}\text{cm}$)، در حالی که منجمان پارسک را ترجیح می‌دهند، یکایی که در تعیین فاصله‌های ستاره‌ای با استفاده از روش اختلاف منظر به‌صورت طبیعی مطرح می‌شود. یک پارسک طبق تعریف مسافتی است که وقتی از آن به صورت متقارن و در جهت عمود بنگریم با نصف قطر مدار زمین زاویه‌ای برابر با ۱ ثانیه کمانی تشکیل دهد. یکاهای بزرگتری که می‌توان با پارسک (pc) ساخت عبارت‌اند از، کیلوپارسک ($۱\ \text{kpc} = ۱۰^{۳}\ \text{pc}$)، مگاپارسک ($۱\ \text{Mpc} = ۱۰^{۶}\ \text{pc}$)، و گیگاپارسک ($۱\ \text{Gpc} = ۱۰^{۹}\ \text{pc}$).
- **زمان** یکای بنیادی زمان دورهٔ «ثانیه» است، ولی گاهی در کیهان‌شناسی به مقیاسهای زمانی بسیار طولانیتر نیاز داریم. یکای نوعی گیگاسال ($۱\text{Gyr} \equiv ۱۰^{۹}$ سال $\approx ۳ \times ۱۰^{۱۶}\text{s}$).

■ جرم فیزیکدانها از یکای «کیلوگرم» (یکاهای SI) یا گرم (یکاهای c.g.s) استفاده می‌کنند، ولی جرم اجسام نجومی را به بهترین وجه می‌توان برحسب یکای جرم برابر جرم خورشید $M_{\odot} \approx ۲ \times ۱۰^{۳۳}\mathrm{g}$ بیان کرد.

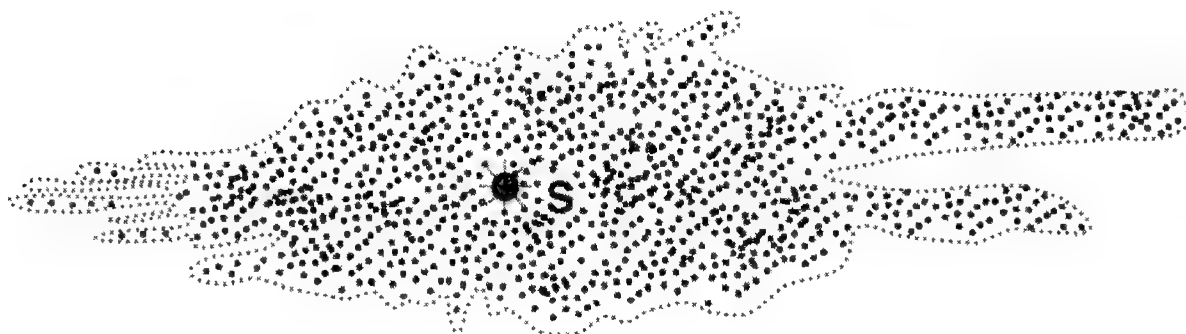
۲.۱ از هرشل تا هابل

در تاریخ نجوم، عصر ویلیام هرشل[1] (۱۸۲۲ـ۱۷۳۸) دورهٔ بارزی است که در آن مرزهای نجوم از منظومهٔ شمسی فراتر رفت، تا به ستارگان راه شیری بنگرد. اگرچه هرشل (نگاه کنید به شکل ۱.۱) بیشتر به خاطر کشف سیاهٔ اورانوس (اولین سیاره‌ای که در تاریخ ثبت‌شده کشف شده است) مشهور شد، اما مطالعهٔ او دربارهٔ ستارگان بود که اولین شناخت را از چگونگی راه شیری، یعنی توزیع ستارگان در یک قرص که همگی در اطراف خورشید توزیع شده بودند، به‌دست داد. این



شکل ۱.۱ ویلیام هرشل (۱۸۲۲ـ۱۷۳۸).

1. William Herschel



شکل ۲.۱ نقشه‌ای از راه شیری که ویلیام هرشل در سال ۱۷۸۸ تهیه کرد و خورشید (S) را در مرکز آن نشان می‌هد.

توزیع ستارگان در بزرگ مقیاس که اکنون به کهکشان معروف است، از هنگامی شروع شد که راه شیری کهکشان نامیده شد. شکل ۲.۱ نقشه‌ای از راه شیری را نشان می دهد که هرشل تهیه کرد. توجه کنید که خورشید در مرکز کهکشان قرار دارد.

تصویر هرشل با خورشید در مرکز کهکشان، تا شروع قرن نوزدهم تصویر پذیرفته شده بود. فاصله‌های ستارگان کهکشان را در ابتدا به روش مثلثاتی تعیین می‌کردند. متأسفانه دقت این روش در فاصله‌های بیش از pc ۱۰۰-۵۰ ~ از بین می‌رود. به‌علاوه، تکه‌های تاریک در راه شیری ناشی از نبود ستارگان نیست؛ بلکه به واسطهٔ جذب نور ستارگان در ذرات گردوغبار موجود در مسیرشان به‌وجود می‌آیند. تکه‌های تاریک سحابی مانند سحابی معروف کله‌اسبی(نگاه کنید به شکل ۳.۱) ناحیه‌های با تراکم گردوغبار را نشان می‌دهد. گردوغبار میان ستاره‌ای می‌تواند به چند صورت، مانند گرانیت، سیلیکاتها و هیدروژن جامد، وجود داشته باشد. تأثیر این گردوغبار کاهش شدت نور ستارگان دوردست کهکشان به واسطهٔ جذب و پراکندگی است. منجمان ابتدا در برآورد فاصله‌های ستاره‌ای در کهکشان مبالغه می‌کردند، زیرا تصحیح خاموشی میان ستاره‌ای را انجام نمی‌دادند. (بدون این تصحیح، کم نوری یک ستاره کاملاً به حساب فاصلهٔ آن از ما گذاشته می‌شد.) منجمان اولیه منطقه‌های تاریک را نیز به اشتباه «حفره‌ها» یا منطقه‌های تهی کهکشان در نظر می‌گرفتند.

روش قابل اعتمادتری که از ستارگان متغیر موسوم به قیفاوسی استفاده می‌کرد در سال ۱۹۱۲ به‌وجود آمد. هارلو شیپلی[1] از این روش برای اندازه‌گیری ستارگان دور دست کهکشان ما استفاده کرد و نشان داد که این کهکشان بسیار بزرگتر از چیزی است که قبلاً تصور می‌شد. تصویر تجدیدنظرشده از اندازهٔ کل کهکشان شامل تغییر مکان خورشید و سیارات آن از مقابل مرکز

1. Harlow Shapely

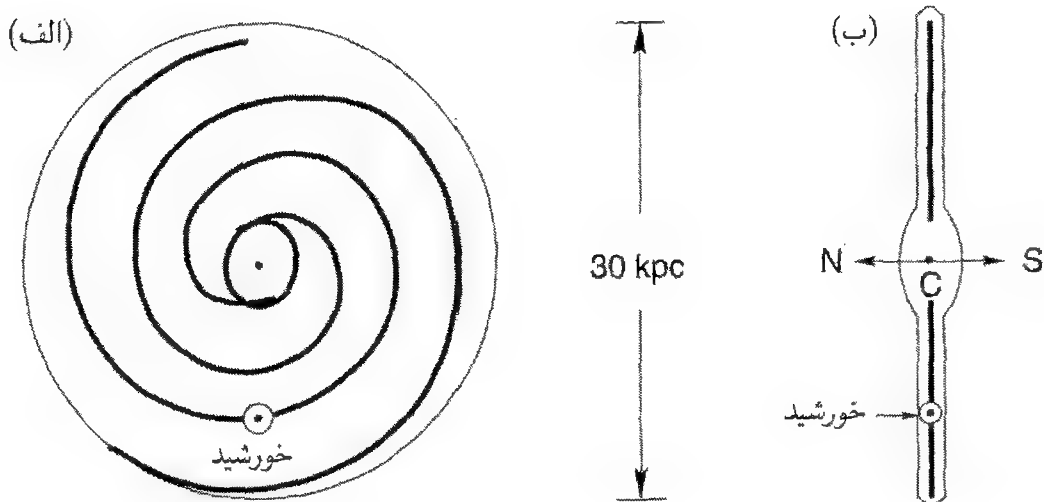


شکل ۳.۱ سحابی کله‌اسبی در صورت فلکی جبار. تصویر تاریک را گردوغبار میان ستاره‌ای به‌وجود آورده است. این عکس را دانش‌آموزان علاقه‌مند پون با استفاده‌از تلسکوپ ۱۴ اینچی رصدخانهٔ مونت ویلسون از طریق اینترنت گرفته‌اند.

کهکشان نیز می‌شد، البته پس از جر و بحثهای بسیار بین افرادی چون جی. سی. کپتین[1]، که گمان می‌کرد خورشید کم و بیش در مرکز کهکشانی (GC) است. و اقلیت کوچکی چون شیپلی، که در آن در فاصله‌ای دور از GC قرار می‌دادند. باید این واقعیت را به‌حساب آوریم، که برخلاف سایر کهکشانها، که از بیرون به آنها نگاه می‌کنیم، شکل و اندازهٔ راه شیری را باید از رصدهای داخلی تعیین کرد.

شکل ۴.۱ طرح کلی راه شیری را نشان می‌دهد که اکنون به آن پی برده‌اند. تصویر آن از روبه‌رو در شکل ۴.۱ (الف) و از پهلو در شکل ۴.۱ (ب) مشاهده می‌شود. تصویر از روبه‌رو ساختار مارپیچی کهکشان را نشان می‌دهد، در حالی که تصویر جانبی نشان می‌دهد که این کهکشان قرصی با یک برآمدگی در وسط است. این قرص را صفحهٔ کهکشانی نیز می‌نامند.

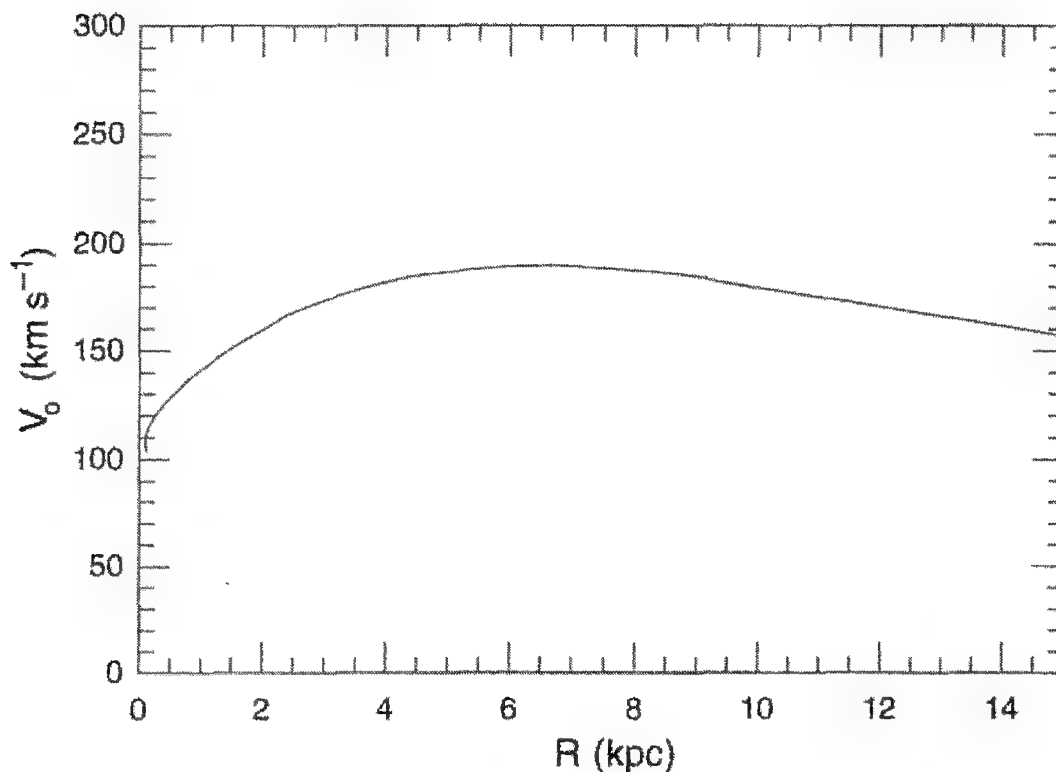
1. J. C. Kapteyn



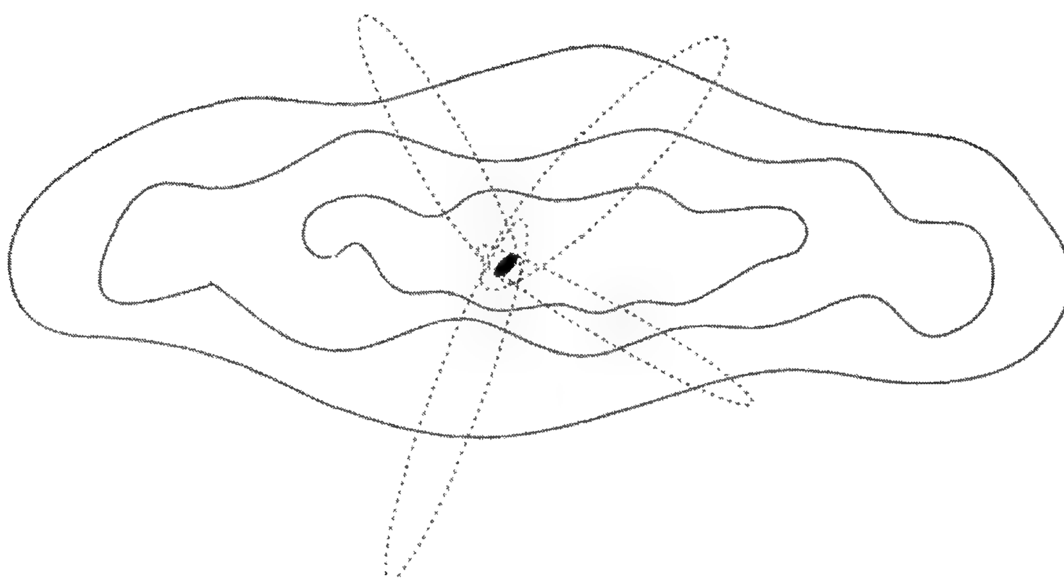
شکل ۴.۱ طرح کلی راه شیری در طرف چپ که (الف) از روبه‌رو به‌صورت یک دستگاه دایره‌ای با بازوهای مارپیچی و (ب) به‌طور جانبی به‌صورت قرصی با برآمدگی مرکزی مشاهده می‌شود. خورشید و سیارات آن در فاصلهٔ دوسوم از مرکز به‌طرف خارج قرار دارند. کهکشان دور محور مرکزی خود می‌چرخد، که N و S قطبهای شمال و جنوب کهکشانی هستند. C مرکز کهکشان است.

قطر قرص در حدود ۳۰ kpc و ضخامت آن تقریباً ۱ kpc برآورد شده است. خورشید، همراه با سیاراتش در فاصلهٔ تقریباً ۱۰ kpc از مرکز کهکشان قرار دارد. کهکشان دور محور قطبی خود می‌چرخد، اگرچه نه به‌صورت جسمی صلب. شکل ۵.۱ نشان‌می دهد که چگونه سرعت مداری دایره‌ای آن در فاصله‌های مختلف از GC تغییر می‌کند. مثلاً خورشید تقریباً در هر ۲۰۰ میلیون سال مدار کاملی را طی می‌کند. بسیاری از ستارگان دیگر هم مثل خورشید دور مرکز کهکشانی (GC) می‌چرخند، در حالی که برخی از ستارگان دیگر مدارهایی کاملاً خارج از مرکز دارند که آنها را از صفحهٔ کهکشانی خارج و به GC بسیار نزدیک می‌کند. (شکل ۶.۱ دو نوع مدار را نشان می‌دهد. (ستارگان نوع اول (مانند خورشید) با مدارهای دایره‌ای در قرص (که با خطهای پیوسته نشان داده شده‌اند) را ستارگان جمعیت-I، و ستارگان نوع دوم را ستارگان جمعیت-II می‌نامند. مدار آنها با خطهای نقطه‌چین در شکل ۶.۱ مشخص شده است. منجمان حتی از نسل قدیمیتری از ستارگان به نام ستارگان جمعیت-III نام می‌برند، که ظاهراً بسیار پرجرم بوده‌اند، و به‌واسطهٔ سوختن سریع، اکنون نابود شده‌اند.

جرم کهکشان ما تقریباً $1/4 \times 10^{11} M_\odot$ برآورد شده است که $2 \times 10^{33}\mathrm{g} \approx$ جرم خورشید $\equiv M_\odot$ (که یکای جرم مناسبی در نجوم است.) تخمین‌زده می‌شود که بیش از 10^{11} ستاره در کهکشان ما وجود دارد. اما، این فقط ستارگان نیستند که کهکشان را تشکیل می‌دهند. مسیرهای تاریک در شکل ۷.۱ نشان می‌دهند که مادهٔ پوشاننده‌ای نیز وجود دارد.



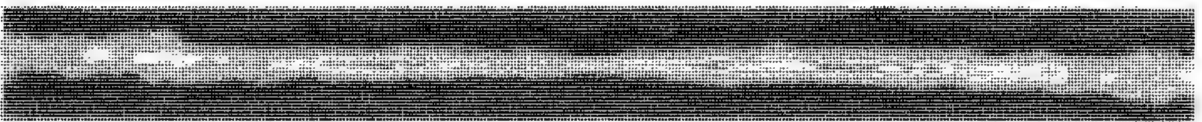
شکل ۵.۱ نموداری که مدلی از سرعت چرخشی کهکشان دور محور قطبی‌اش، یعنی در اطراف GC، را نشان می‌دهد که آشکارا قرص صلبی نیست که دور محورش می‌چرخد.



شکل ۶.۱ دو نوع مدار ستارگان جمعیت-I و جمعیت-II. ستارگان نوع اول (مانند خورشید، مانند مورد شکل ۵.۱) در مدارهای تقریباً دایره‌ای در قرص حرکت می‌کنند، در حالی که ستارگان نوع دوم در مدارهای با خروج از مرکز بزرگ وارد هاله شده و همین‌طور به‌GC بسیار نزدیک می‌شوند.



شکل ۷.۱ تصویر مرکبی از راه شیری که از اتصال عکسهایی به‌دست آمده‌است که در جهتهای مختلف گرفته شده‌اند. بخشهای روشن مربوط به ستارگان است، در حالی که مسیرهای تاریک جاهایی را نشان می‌دهد که گردوغبار در بین راه نور ستارگان را خاموش کرده است.

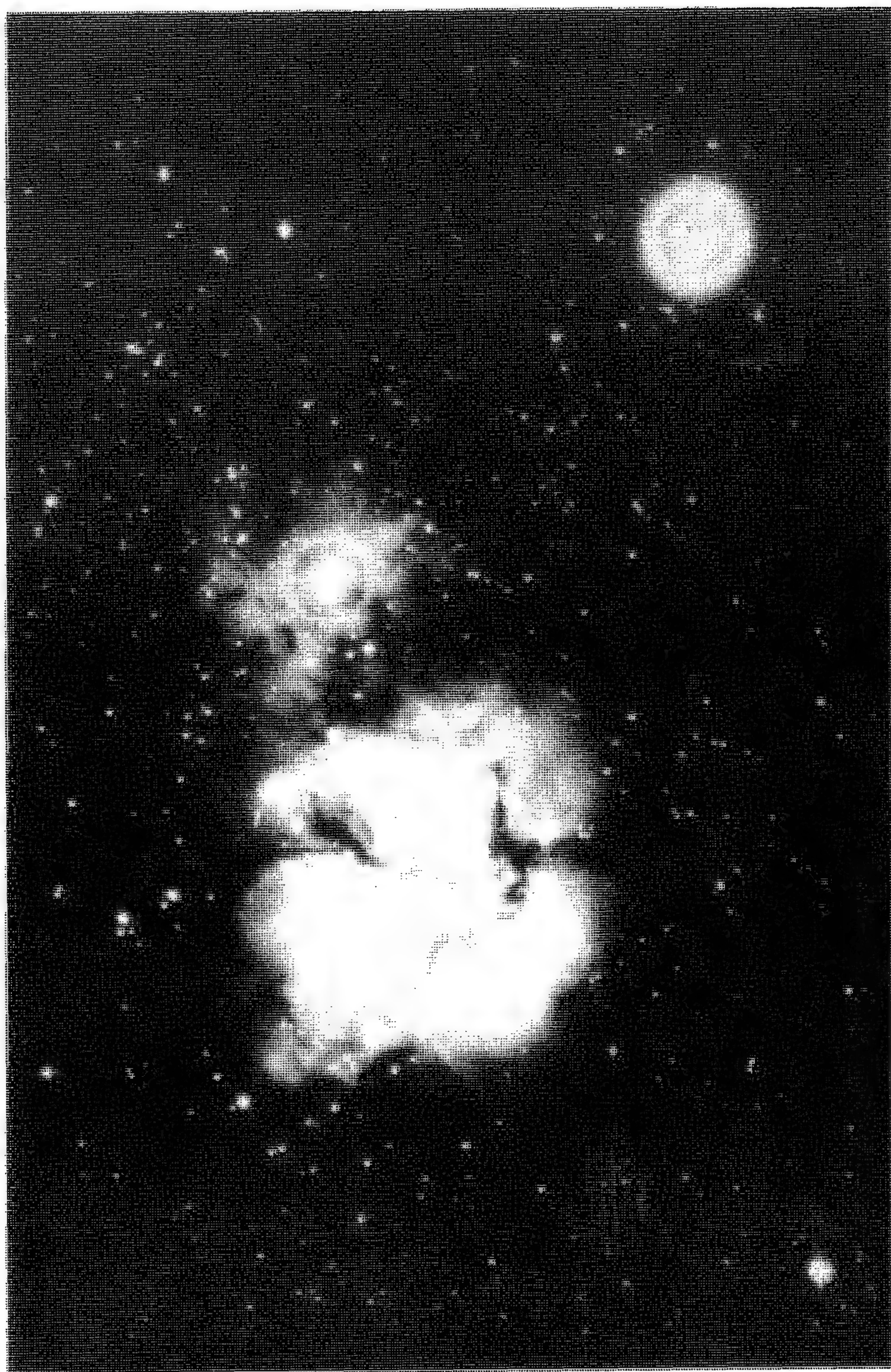


شکل ۸.۱ نقشهٔ راه شیری، با استفاده از اتم هیدروژن؛ یعنی با برجسته کردن منطقه‌های H-I.

خطهای جذبی در طیف ستارگان کهکشانی نشان می‌دهد که گازهای جذب‌کننده در محیط میان ستاره‌ای وجود دارند. گاز به شکلهای مختلف ــ اتمی و مولکولی، داغ و سرد ظاهر می‌شود. سحابیهای گسیلی در اطراف ستارگان از گازی ساخته شده‌اند که تابش فرابنفش ستارگان را جذب و آن را به‌صورت نور مرئی با رنگهای تماشایی تابش می‌کند. مناطق به اصطلاح H II منطقه‌های داغ نزدیک ستارگان و حاوی گاز هیدروژنی هستند که تابش فرابنفش ستارگان آن را یونیده کرده است. برعکس، مناطق H I منطقه‌های خنک حاوی هیدروژن اتمی هستند. رصدهای ۲۱ cm در نجوم رادیویی عمدتاً عامل آشکارسازی هیدروژن در کهکشان هستند. به‌علاوه، از سالهای ۱۹۶۰ مطالعات رادیویی و ریزموجی وجود مولکولهای پیچیده را در ابرهای گاز میان ستاره‌ای نمایان ساخته است. شکلهای ۸.۱ و ۹.۱ به‌ترتیب منطقه‌های H I و H II را نشان می‌دهند.

چند سال دیگر طول کشید تا منجمان متوجه اهمیت سرشت کهکشانی عالم شوند. در آغاز قرن بیستم این باور عمومی وجود داشت که همهٔ سحابیهای مِه‌آلود در داخل راه شیری قرار دارند. این ایدهٔ چند منجم را که سحابیها مانند راه شیری کهکشانهایی از ستارگان هستند مسخره می‌کردند یا نادیده می‌گرفتند. یک دلیل برای تردید در این مورد که آنها کهکشانهای دوردست هستند ادعای وان مانن[1] دربارهٔ ویژه حرکتهای آنها بود. از دید وان مانن سحابیهای مارپیچی چون M۳۳، M۸۱، M۱۰۱، NGC۴۰۵۱ ، NGC۴۷۳۶، اگر در واقع در فاصله‌های چندمیلیون سال نوری بودند. باید ویژه حرکتهایی به بزرگی $۱۵۰۰۰\ \mathrm{km\,s^{-۱}}$ داشته باشند. نظریه‌های دینامیکی این نوع حرکتهای بزرگ را با توجه به پایداری ساختارهای مارپیچی رد می‌کرد. با این همه، سایر رصادان نتوانستند اندازه‌گیریهای وان مانن را تکرار کنند و این ادعا به تدریج اعتبار خود را از دست داد.

1. van Maanen



شکل ۹.۱ یک نمونه از منطقهٔ H-II در کهکشان، سحابی تریفید.

جالب است توجه کنیم شیپلی که نقشی چنان بارز در شناخت ساختار و اندازهٔ راه شیری داشت، این دیدگاه محافظه‌کارانه را(که اکثریت با آن موافق بودند) اختیار کرد که همهٔ سحابیها بخشی از راه شیری هستند. در پایان دههٔ دوم قرن بیستم، جروبحث مشهوری دربارهٔ این موضوع بین شیپلی و کرتیس[1] درگرفت. همان طورکه زود معلوم شد، نظر شیپلی قابل دفاع نبود.

درسالهای ۱۹۲۰، هابل کشف کردکه برخی سحابیهای روشن که قبلاً بخشی ازکهکشان درنظر گرفته می‌شدند درواقع اجسام دوردستی هستند که بسیار فراتر از آن قرارگرفته‌اند. کشف هابل سرانجام این باور راکه تمام عالم قابل مشاهده در راه شیری، جزیره‌ای شناور در فضای نامتناهی قرار دارد به فراموشی سپرد. بعداً معلوم شد سحابیهایی راکه هابل ثابت کرده بود فراکهکشانی‌اند کهکشانهای مستقلی هستند. این ایده راکه کهکشان ما ممکن است یکی ازکهکشانهای بسیاری باشدکه عالم را پر کرده‌اند و همهٔ کهکشانها چون جزیره‌هایی در فضای بیکران (و در غیر این صورت تهی‌اند) هستند را امانوئل کانت[2] درقرن هجدهم پیشنهادکرده بود و از آن پس به «فرضیهٔ عالم جزیره‌ای» معروف شد.

امروز منجمان دیدگاه بسیار بهتری را دربارهٔ وسعت عالم فراکهکشانی دارند. در بخش بعد جنبه‌های کلی انواع مختلف کهکشانهای شناخته شده را بررسی می‌کنیم. در آنجا خواهیم دید که به نظر می‌رسد کهکشانها حاوی مادهٔ تاریکی باشند که به‌طور قابل ملاحظه‌ای تا فراتر از مرزهای مرئی آنها گسترش یافته است.

۳.۱ انواع کهکشان

ساختار مارپیچی کهکشان ما که در شکل ۴.۱(الف) نشان داده شده است را مشکل می‌توان با مشاهده تعیین‌کرد، زیرا ما از داخل به آن می‌نگریم. مشاهدهٔ این ساختار درکهکشانهای دیگر راحت‌تر است، مگر اینکه از پهلو به آنها نگاه کنیم. نزدیکترین کهکشان بزرگ به ما، به‌نام M۳۱ (برای معنی این برچسب به بخش ۷.۱ نگاه کنید)، در صورت فلکی امراةالمسلسله، دارای ساختار مارپیچی مشابه است (شکل ۱۰.۱). این نوع کهکشانها که کهکشانهای مارپیچی خوانده می‌شوند احتمالاً فراوانترین کهکشان از نوع درخشان هستند (شکلهای ۱۱.۱ و ۱۲.۱). مانند کهکشان ما آنها دارای حرکت دورانی، تخت و برجستگی در قسمت وسط و راههای تاریک از مادهٔ جذب‌کننده هستند.

در سال ۱۹۲۶ هابل انواع کهکشانها را به‌صورت زیر طبقه‌بندی کرد. انواع مختلف کهکشانهای مارپیچی Sa، Sb، Sc، و غیره نامیده شدند. دنباله برحسب اهمیت نزولی هستهٔ مرکزی یا برجستگی در مقایسه با قرص اطراف آن مرتب شده است (شکل ۱۳.۱). در امتداد دنباله، درخشندگی کره‌وار مرکزی کاهش می‌یابد و شل‌شدگی بازوهای مارپیچ بیشتر می‌شود. کهکشان ما و M۳۱ از

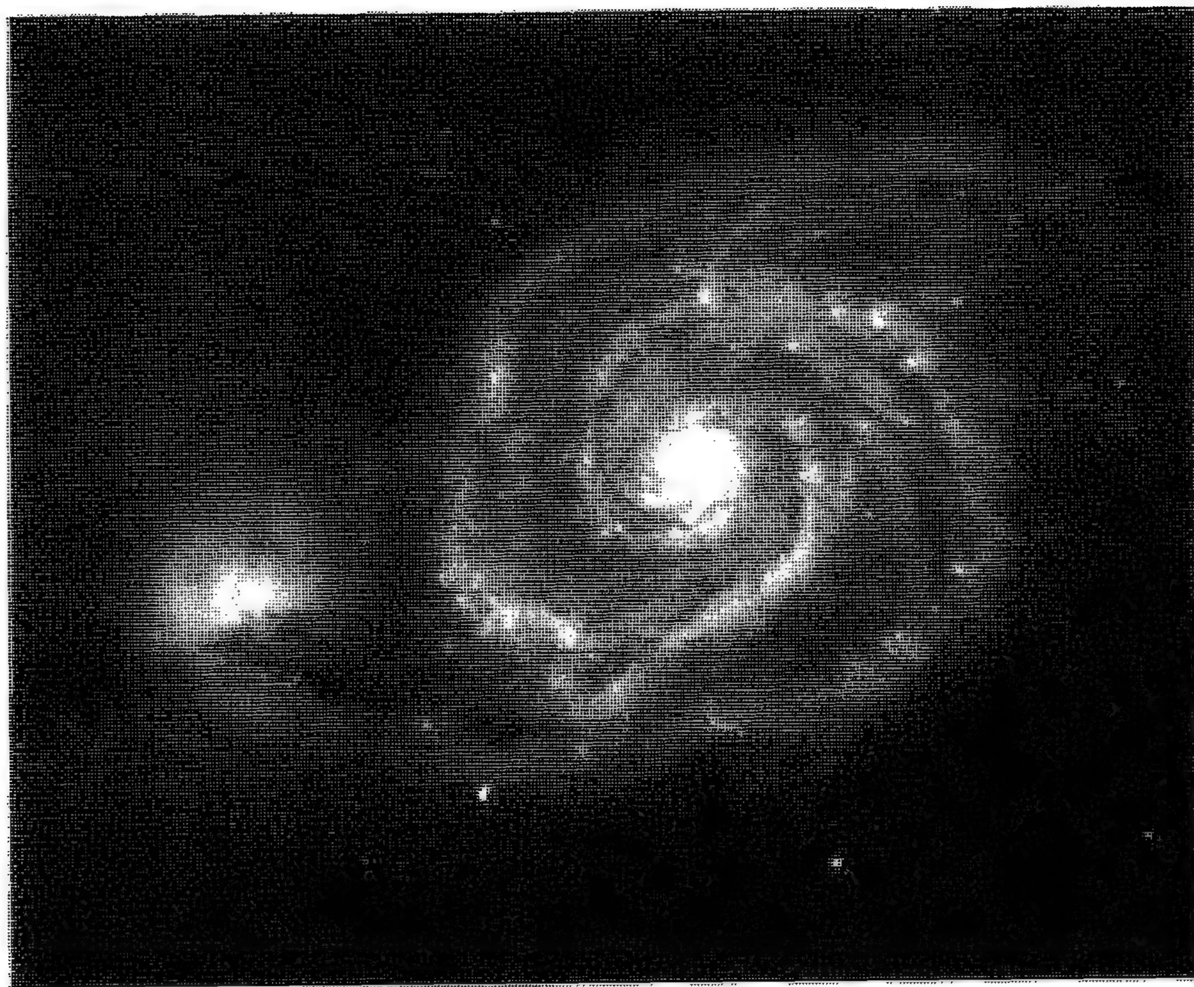
1. Curtis 2. Immanuel Kant



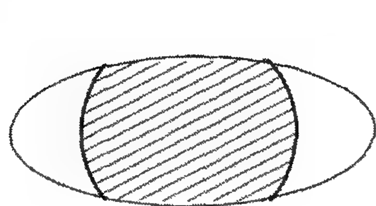
شکل ۱۰.۱ کهکشان بزرگ در صورت فلکی امراةالمسلسله، یک کهکشان مارپیچی نوع Sb.

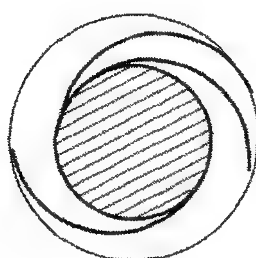


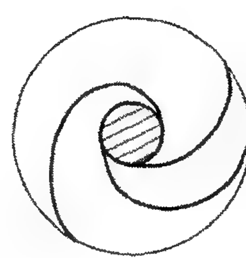
شکل ۱۱.۱ یک کهکشان نوع Sa، معروف به «کلاه مکزیکی».



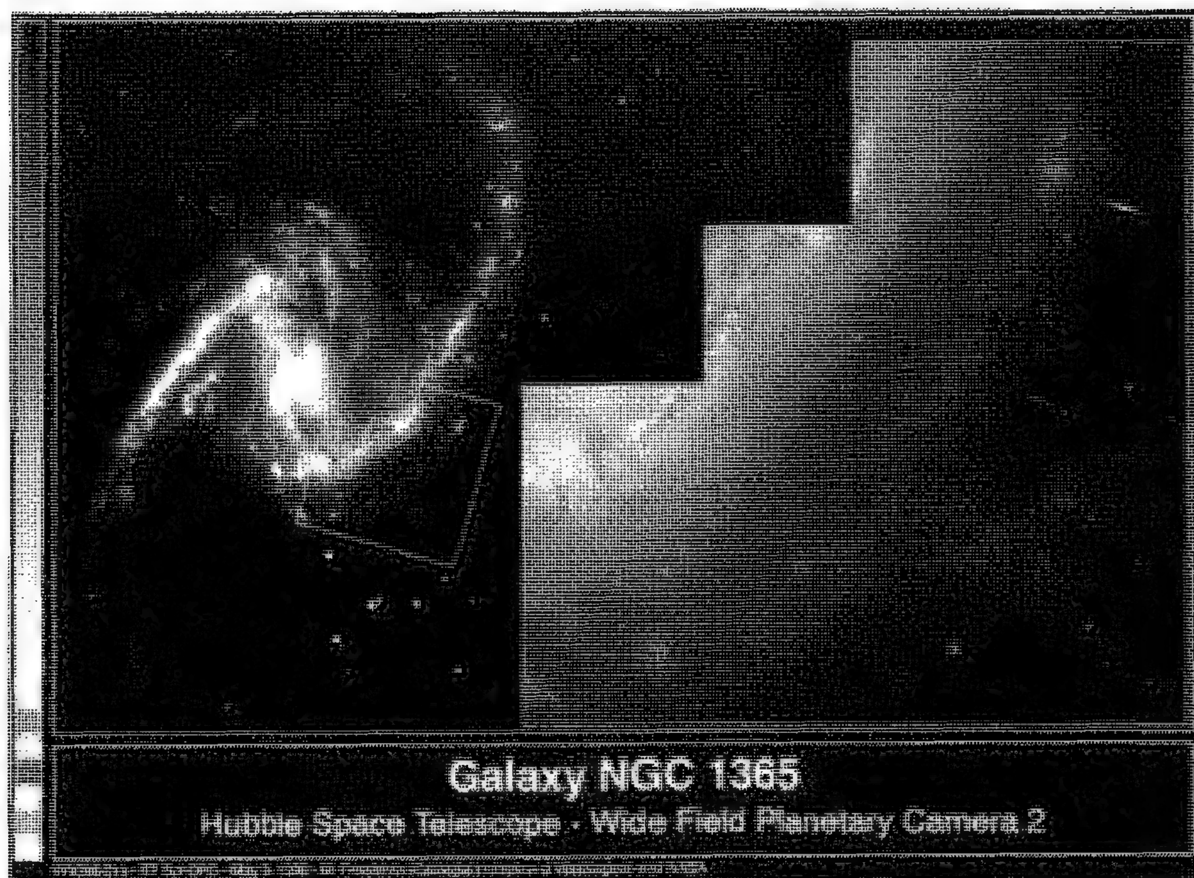
شکل ۱۲.۱ یک کهکشان نوع Sc، موسوم به «گرداب».







شکل ۱۳.۱ دنبالهٔ کهکشانهای مارپیچی. ناحیه هاشوردار هستهٔ کهکشان را نشان می‌دهد.



شکل ۱۴.۱ NGC ۱۳۶۵، مثالی از مارپیچی خط‌دار. تصویر با تلسکوپ فضایی هابل (HST)[1] با حمایت انستیتوی علمی تلسکوپ فضایی گرفته شده‌است که آن را با حمایت انستیتوی علمی تلسکوپ فضایی گرفته شده‌است که آن را انجمن دانشگاهها برای پژوهش در نجوم اداره می‌کند.

نوع Sb هستند. بعضی از مارپیچها دارای خطهایی در قسمت مرکزی هستند. این کهکشانها را مارپیچهای خط‌دار می‌نامند و به‌صورت SBa، SBb، و غیره طبقه‌بندی می‌شوند. تصاویر طرح‌وار این کهکشانها در شکل ۱۴.۱ نشان داده شده‌اند.

در حالی که در میان کهکشانهای درخشان تعداد مارپیچها از همه بیشتر است، اما، در بین تمام کهکشانها تعداد بیضویها از همه بیشتر است. این کهکشانها به شکل بیضیوارند، چرخش اندکی از خود نشان می‌دهند، و دارای مقدارکمی گاز و گردوغبارند (شکلهای ۱۵.۱ و ۱۶.۱). انواع مختلف کهکشانهای بیضوی را در دنبالهٔ E۰، E۱، . . .، E۷ قرار می‌دهند. این دنباله به‌ترتیب نمایه‌های تخت‌تری از کهکشانها را نشان می‌دهد، E۰ تقریباً کروی و E۷ به شکل عدسی تخت است. اگر a و b قطرهای کوچک و بزرگ بیضی باشند، n برای کهکشان En از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$n = ۱۰\,\frac{a-b}{a}. \qquad (۱.۱)$$

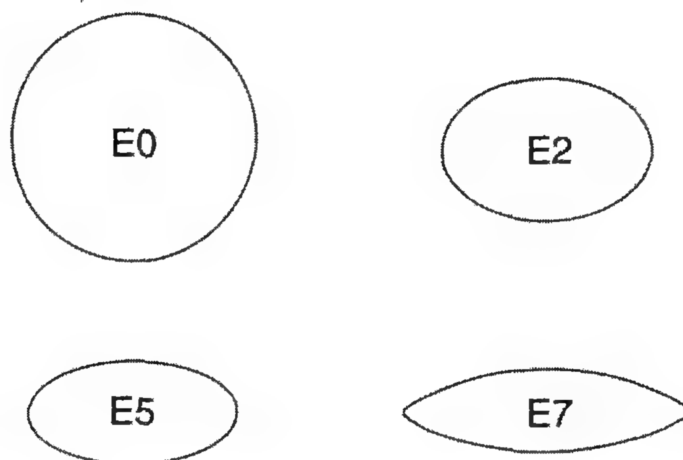
1. Hubble Space Telescope



شکل ۱۵.۱ کهکشان بیضوی نوع $E0$ در صورت فلکی سنبله، M۸۷. گمان می‌رود که هستهٔ آن حاوی جرم رمبیدهٔ از مرتبهٔ $5 \times 10^{9} M_{\odot}$ است.



شکل ۱۶.۱ کهکشان مارپیچی از نوع $E2$ در امراةالمسلسله، M۳۲.



شکل ۱۷.۱ دنبالهٔ کهکشانهای نوع بیضوی. تمام انواع بین E۰ و E۷ نشان داده نشده‌اند.

برخلاف تصویرهای ستارگان، که اغلب نقطه‌ای شکل‌اند، کهکشانها به‌صورت ابرهایی هستند که در بالا شرح داده شد، منجمان می‌توانند توزیع نور در یک کهکشان را با بهره‌گیری از وسایل حالت جامد مانند قطعهٔ بار جفت‌شده[1] (CCD) با دقت زیاد اندازه بگیرند. توزیع بار را معمولاً با خطهای همنور، یا پربندهای با شدت مساوی نشان می‌دهند. در بسیاری از کهکشانها، به‌ویژه بیضوی، افزایش حساسیت اندازه‌گیری نشان می‌دهد که مرز یک کهکشان کاملاً مشخص نیست؛ بلکه شدت نور از مرکز به‌طرف لبه به‌تدریج کم می‌شود. از این نظر منجمان معمولاً از شعاع هولمبرگ[2] استفاده می‌کنند که مربوط به همنوری است که در آن روشنایی سطحی به $۲۶٫۵ m_{\rm pg}$ (قدر عکاسی)[3] به‌ازای مربع قوس کمانی فرو می‌افتد، تا مرز نوری کهکشان را نشان دهند.

چندین دهه پس از کشف کهکشانها، گمان می‌رفت که آنها تا جایی امتداد یافته‌اند که قابل مشاهده‌اند. بنابراین شعاع هولمبرگ را پهنهٔ کهکشان نوعی در نظر می‌گرفتند. اما، در سالهای هفتاد مدارهای ابرهای هیدروژن خنثی که به دور کهکشانهای مارپیچی می‌گردند نشان داد که جرم آنها بسیار فراتر از جرم مرئی کهکشان است.

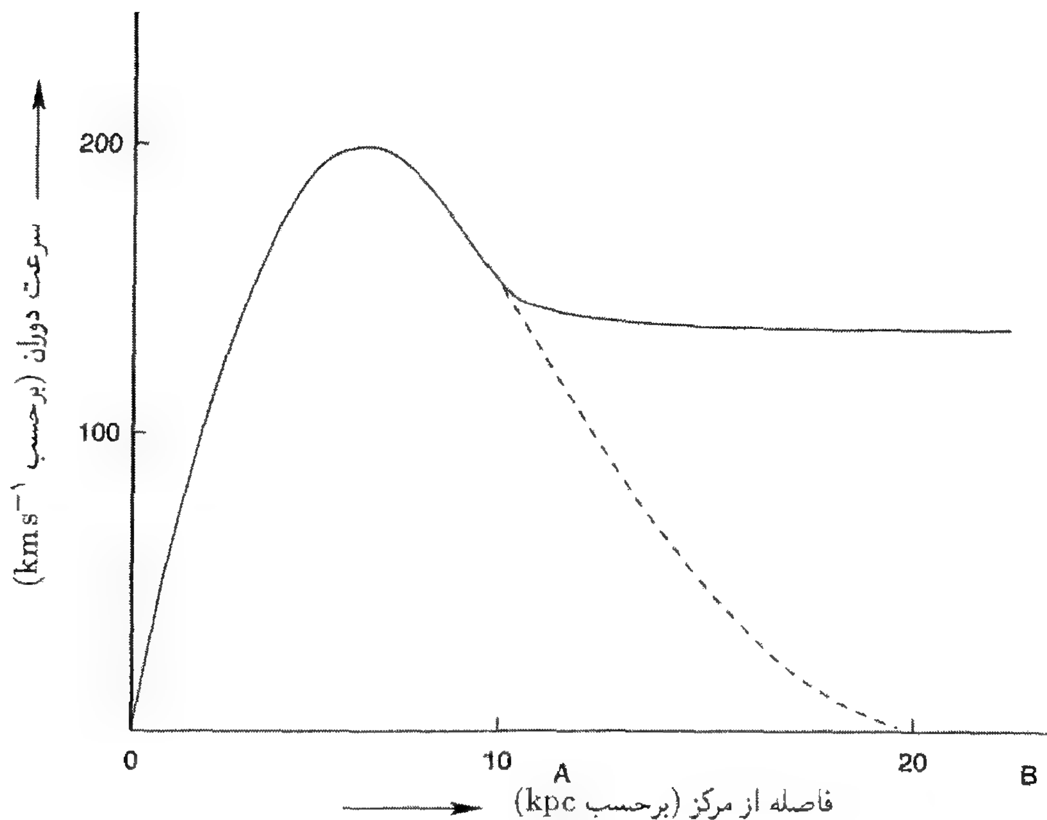
شکل ۱۸.۱ نمونه‌ای از منحنی دوران یک کهکشان مارپیچی را نشان می‌دهد. در فاصله r از مرکز Oی کهکشان، یک مدار کپلری دارای سرعت زیر خواهد بود

$$v = \left(\frac{GM(r)}{r}\right)^{۱/۲} \qquad (۲.۱)$$

که $M(r)$ جرم کهکشانی تا شعاع r از مرکز است. نقطهٔ A پهنهٔ مرئی کهکشان را نشان می‌دهد.

1. charge-coupled device 2. *Holmberg radius*

۳. قدر معیاری از روشنایی جسم سماوی است. برای جزئیات کمی به بخش ۶.۳ نگاه کنید.

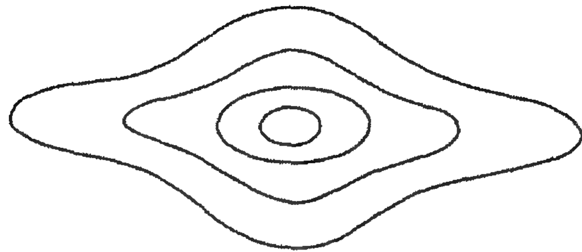


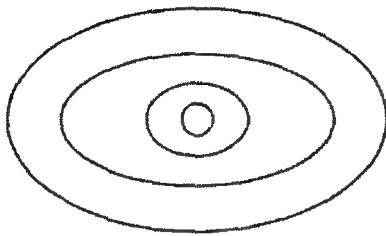
شکل ۱۸.۱ منحنی دوران یک کهکشان مارپیچی تا نقطهٔ B تخت است، که بسیار فراتر از پهنهٔ مرئی تا نقطهٔ A قرار دارد. منحنی خط‌چین نشان می‌دهد که اگر همهٔ جرم کهکشان در مرز مرئی آن قرار داشت، منحنی دوران چگونه به‌طرف پایین شیب پیدا می‌کرد.

اگر همهٔ جرم مرئی بود، $M(r)$ فراتر از A و v باید به $r^{-1/2}$ فرو می‌افتاد. درواقع، v تا نقطهٔ B، که فاصلهٔ آن از O دو تا سه برابر A است، کم و بیش ثابت می‌ماند.

اگر قانونهای نیوتونی گرانی و مکانیک معتبر باشند، باید نتیجه بگیریم که $M(r)$ در فراتر از A افزایش می‌یابد؛ به‌عبارت دیگر، مادهٔ نامرئی تا فاصلهٔ بسیار فراتر از شعاع مرئی کهکشان وجود دارد. این مادهٔ تاریک مسئله‌های بسیاری را برای نظریه‌های کیهان‌شناسی مطرح می‌کند که در بخشهای بعد به آن می‌پردازیم.

نوع دیگری از کهکشان، به‌نام S۰، حد فاصل کهکشانهای بیضوی و مارپیچی است (شکل ۱۹.۱). کهکشانهای S۰، مانند کهکشانهای بیضوی، گاز و گردوغبار مختصری دارند، در حالی که منحنیهای همنور آنها شبیه کهکشانهای مارپیچی است (شکل ۲۰.۱). این کهکشانها ممکن است براثر برخورد کهکشانهای مارپیچی و بیضوی تشکیل شده باشند. برخورد کهکشانها، به‌ویژه در خوشه‌های کهکشانی، چندان نامتعارف نیست. ستارگان در این برخوردها تقریباً سالم باقی می‌مانند، چون فاصلهٔ آنها از یکدیگر زیاد است، اما گاز و گردوغبار میان ستاره‌ای می‌تواند در فضای میان





شکل ۲۰.۱ همنورهای (پربندهای با روشنایی برابر) یک کهکشان S۰ بیشتر شبیه کهکشانهای مارپیچی (ب) است تا کهکشان بیضوی (الف).

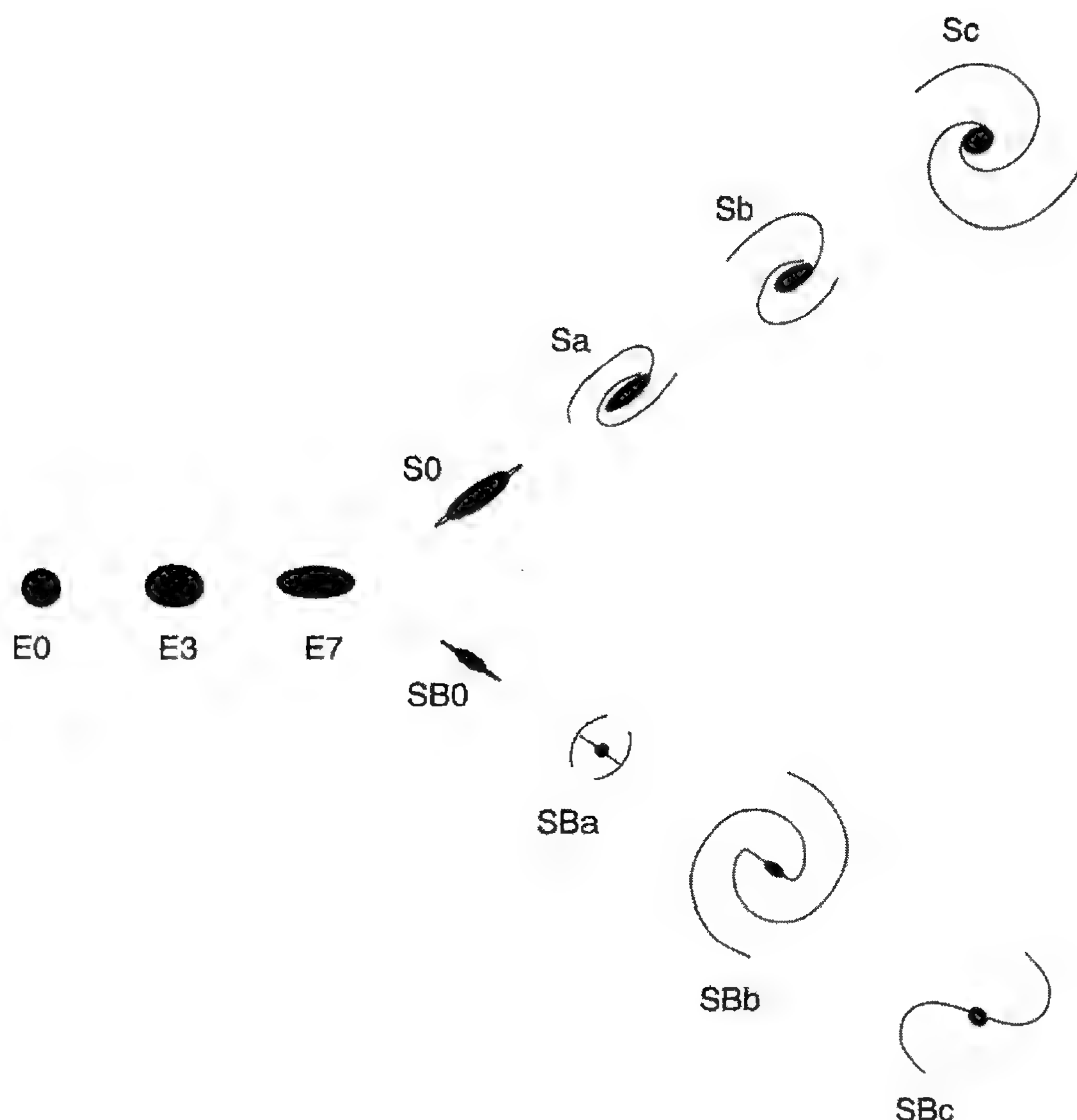
کهکشانی فوران کند. در این مورد منحنیهای همنور (ناشی از نور ستاره) دست‌نخورده باقی می‌مانند.

شکل ۲۱.۱ طبقه‌بندی نوک «دیاپازونی» هابل و دنبالهٔ کهکشانها را نشان می‌دهد. گرچه نوعی نظم در این تصویر وجود دارد، ولی هنوز نمی‌توانیم بگوییم که این نوعی دنبالهٔ تکاملی است، زیرا شناخت ما از تحول کهکشانها هنوز بسیار مختصر است.

علاوه بر کهکشانهایی که قبلاً گفتیم، انواع دیگری وجود دارند که به‌طور کلی به‌صورت «نامنظم» طبقه‌بندی می‌شوند. اما، برخی از انواع کهکشانهای این گروه به‌خاطر جنبه‌های خاص خود بارزند. به‌عنوان مثال، سیفرت[1] در سال ۱۹۴۳ گروهی از کهکشانها را مطالعه کرد که هستهٔ آنها بسیاری از مشخصات ستارگان مانند خطهای گسیلی پهن را داشت. (به‌عنوان یک قاعده طیفهای کهکشانها دارای خطهای جذبی ناشی از گاز میان کهکشانی هستند.) کهکشانهای سیفرت دارای مقدار زیادی گسیل فروسرخ نیز هستند؛ در برخی موارد روشنایی فروسرخ می‌تواند تا ۱۰۰ برابر روشنایی مرئی کهکشان ما باشد. (شکل ۲۳.۱). شباهت زیادی بین سیفرتها و گروه دیگری از اجسام نجومی موسوم به کرازارها (که در بخش ۵.۱ توصیف شده‌اند.) وجود دارد.

سوای این انواع ریخت‌شناختی، کهکشانها را می‌توان برحسب طیف و درخشندگی نیز طبقه‌بندی کرد. دبلیو. دبلیو. مورگان[2] طبقه‌بندی طیفی صوری، و ون دن برگ[3] رده‌های به‌اصطلاح درخشندگی را وارد کرد. در اینجا وارد جزئیات این رده‌بندی نمی‌شویم. امیدوارم، وقتی شناخت بیشتری از ساختار و تحول کهکشانها به‌دست آمد، این رده‌بندی بهتر فهمیده شود. در این بین، اینها را می‌توان شاخصهایی تجربی از فیزیک کهکشانی دانست، شاخصهایی که می‌تواند به شناخت بهتر آنها کمک کند، درست همان‌طور که رده‌بندی تجربی ستارگان به درک نهایی ساختار ستاره‌ای و تحول آنها انجامید.

1. Seyfert 2. W. W. Morgan 3. van den Bergh

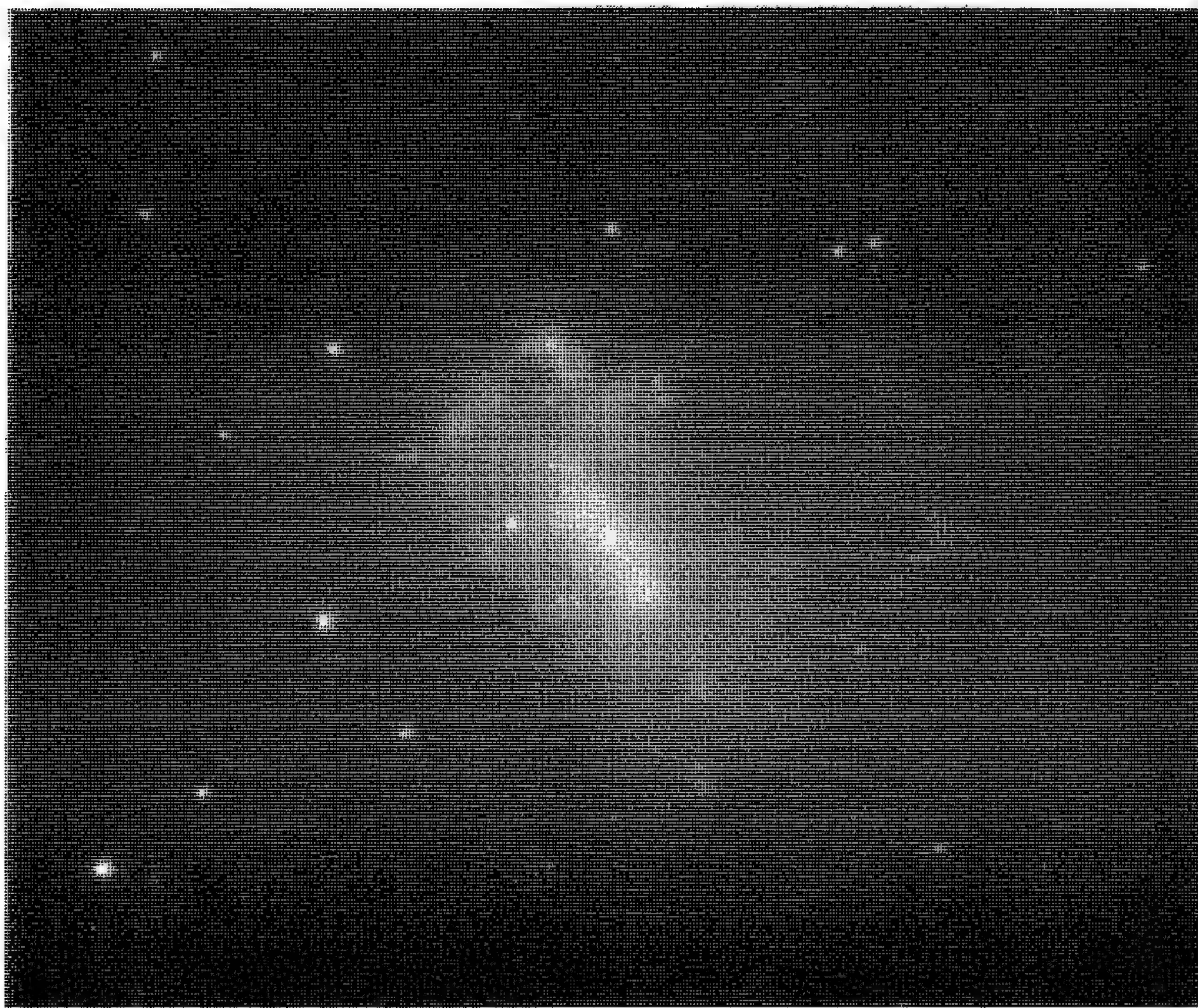


شکل ۲۱.۱ دنبالهٔ انواع کهکشان از نظر هابل.

۴.۱ چشمه‌های رادیویی

ابداع اخترشناسی رادیویی به کشف چشمه‌های گسیل رادیویی در بیرون از کهکشان انجامید. چنانکه در فصل ۱۰ خواهیم دید، این چشمه‌های رادیویی کاوه‌های توانمندی برای ساختار عالم هستند. اولین چشمهٔ رادیویی برون‌کهکشانی، دجاجهٔ A، را جِی. اس. هی[۱]، اس. جِی. پارسونز[۲] و جِی. دبلیو. فیلیپس[۳] در سال ۱۹۴۶ کشف کردند. وقتی دبلیو. باده[۴] و آر. مینکوفسکی[۵] در مونت ویلسون و رصدخانه پالومار توانستند محل چشمهٔ رادیویی را در آسمان به‌دقت مشخص کنند، متوجه شدند که محل چیزی را تعیین کردند که شبیه دو کهکشان برخوردکننده در مکان چشمهٔ

1. J. S. Hey 2. S. J. Parsons 3. J. W. Phillips 4. W. Baade
5. R. M. Minkowski

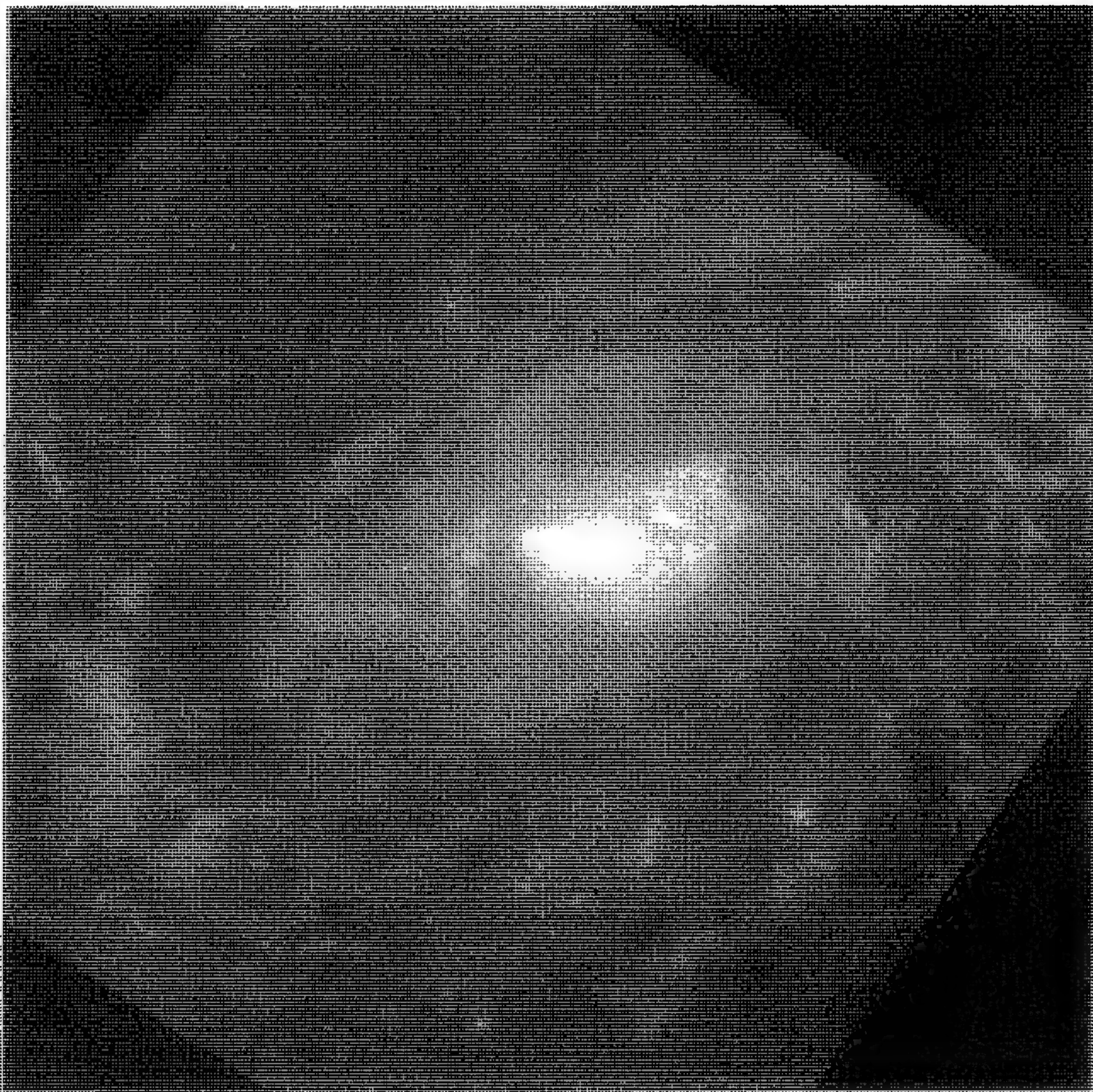


شکل ۲۲.۱ NGC ۴۴۴۹، یک کهکشان نامنظم.

رادیویی بود (شکل ۲۴.۱). این فرایند شناسایی محل چشمه رادیویی روی صفحهٔ عکاسی (یا بسیار نزدیک به آن) را شناسایی اپتیکی چشمهٔ رادیویی می‌نامند. کشف دجاجهٔ A به این دیدگاه اولیه انجامید که چشمه‌های رادیویی ناشی از برخورد کهکشانها هستند.

اما، سرانجام معلوم شد باده در این نتیجه‌گیری که شیء اپتیکی در محل دجاجهٔ A یک زوج کهکشان برخوردکننده‌اند دچار اشتباه شده است. در سالهای هفتاد مطالعهٔ ساختار چشمه‌های رادیویی با جزئیات دقیق امکان‌پذیر شد. (تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار بلند می‌تواند ساختارها را در مقیاس زاویه‌ای کمتر از یک هزارم ثانیهٔ کمانی آشکار سازد.) تصویر مربوط به دجاجهٔ A و اغلب چشمه‌های رادیویی برون‌کهکشانی در شکل ۲۵.۱ نشان داده شده است.

در اینجا دو لکهٔ گسیلنده امواج رادیویی داریم که در دو طرف بخش مرکزی قرارگرفته‌اند، که معمولاً در حوالی یا در دو طرف یک کهکشان یا کوازار است. تصور می‌شود که گسیل رادیویی



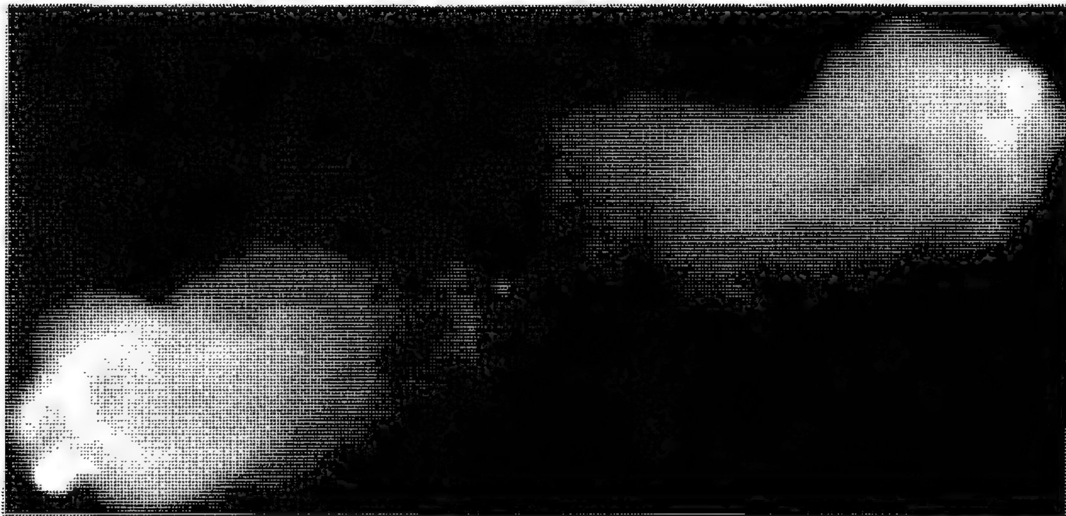
شکل ۲۳.۱ قسمت مرکزی کهکشان سیفرت NGC ۱۰۶۸ که با تلسکوپ فضایی هابل گرفته شده است.

از لکه‌ها براثر شتابگیری الکترونهای پرانرژی در میدانهای مغناطیسی محیط باشد، که به گسیل سیکلوترونی معروف است. خود این ذرات ممکن است براثر انفجار در قسمت مرکزی جسم شلیک شده باشند. چشمهٔ انفجار هنوز یک معماست. در سال ۱۹۶۳ اف. هویل و دبلیو. اِ. فاؤلر[1] پیشنهاد کردند که انرژی گرانشی جسم رمبنده ممکن است به‌گونه‌ای به‌انرژی جنبشی الکترون تبدیل شده باشد. در اواخر سالهای ۱۹۷۰ چند سناریو مطرح شد که در آنها یک سیاهچاله پرجرم با جرم تقریباً $10^8 M_\odot$ دخیل بود. همان‌طورکه جِی. بربیج در سال ۱۹۵۸ متذکر شد، یک ماشین انرژی پرتوان برای تولید مخازن 10^{58} تا 10^{62} ارگ در این چشمه‌های رادیویی ضروری است. انرژی پتانسیل دو کهکشان برخوردکننده بسیار کمتر از این مقدار است.

1. W. A. Fowler



شکل ۲۴.۱ چشمهٔ رادیویی دجاجهٔ A در اطراف جسم اپتیکی در مرکز تصویر قرار دارد.



شکل ۲۵.۱ نقشهٔ رادیویی دجاجهٔ A عادیترین نوع چشمهٔ رادیویی برون‌کهکشانی را نشان می‌دهد، که از دو لکهٔ گسیلنده امواج رادیویی تشکیل شده است که به‌صورت متقارن در دو طرف ناحیهٔ مرکزی قرار دارند. گمان می‌رود که ناحیهٔ مرکزی چشمهٔ فعالیتی باشد که ذرات سریعی را که در امتداد فورانها در حرکت‌اند تولید می‌کند. این فورانها با محیط میان کهکشانی برخورد می‌کنند و باعث گسیل رادیویی در لکه‌ها می‌شوند.

۵.۱ کوازارها

واژه کوازار شکل کوتاه‌شده نام کامل «چشمهٔ رادیویی شبه‌ستاره‌ای»[1] است. کوازارها را ابتدا در سال ۱۹۶۳ در نتیجه برنامه شناسایی اپتیکی کشف کردند. مکان رادیویی کوازار ۳C۲۷۳ (برای معنای این اعداد کاتولوگ به بخش ۷.۱ رجوع کنید) با استتار ماه به‌دقت تعیین شد.[2] شناسایی اپتیکی این شیء (شکل ۲۶.۱) و یک چشمهٔ رادیویی دیگر، ۳C۴۸، اجسام ستاره مانند با خطهای گسیلی را نمایان ساخت؛ و در ابتدا فرض شد که اینها ستارگان رادیویی درکهکشان هستند. بررسی دقیق طیف آنها نشان داد که طول موج خطهای گسیلی به‌شدت به سرخ منتقل شده است.

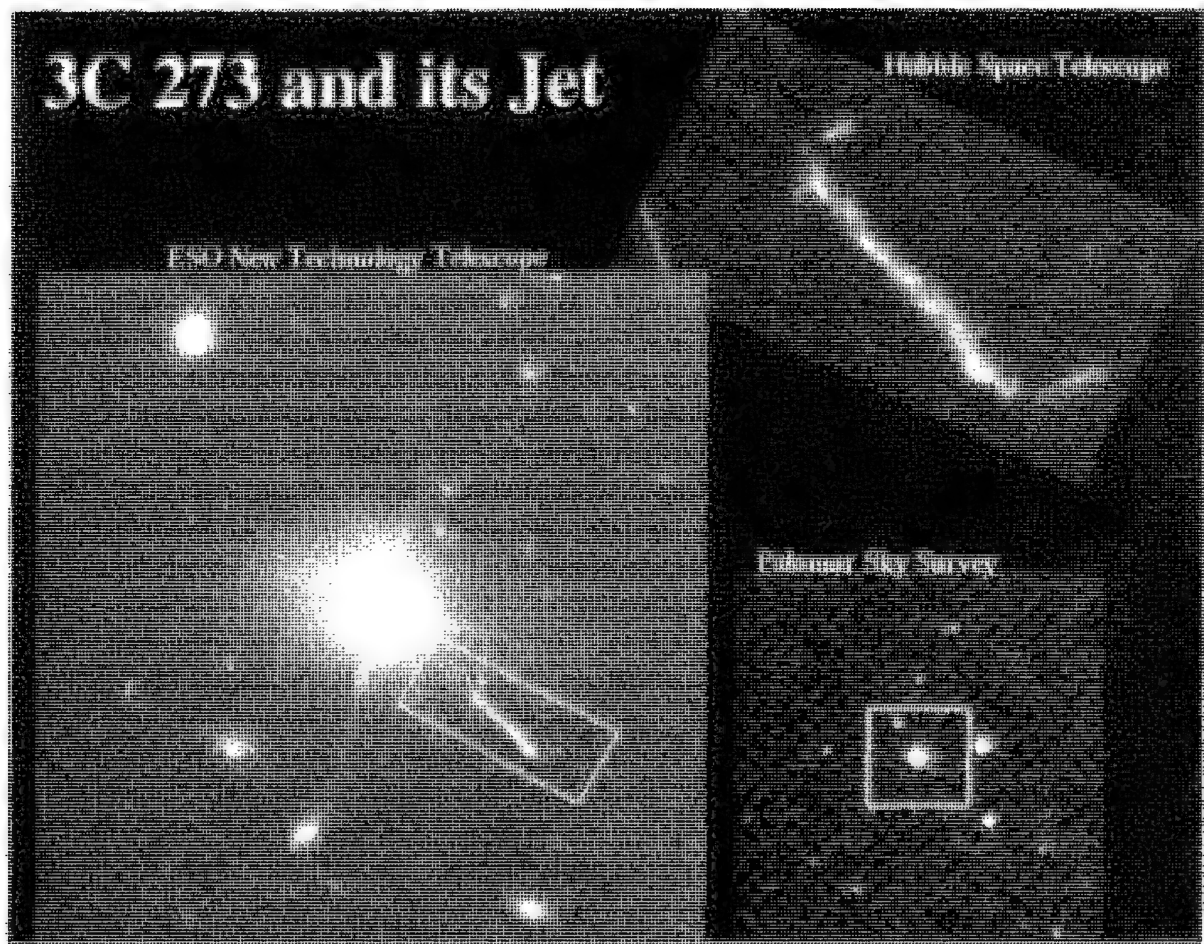
اگر طول موج یک خط گسیلی در آزمایشگاه λ_0 و طول موج مشاهده‌شده $\lambda > \lambda_0$ باشد، می‌گویند خط با کسر z که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید انتقال به سرخ یافته است

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}. \tag{۳.۱}$$

معمولاً z را انتقال به سرخ جسم می‌نامند. برای ۳C۲۷۳، $z = ۰/۱۵۸$، در حالی که برای ۳C۴۸،

1. quasi-stellar radio source

۲. اگر ماه اتفاقاً از خط دید چشمه بگذرد، می‌گویند چشمه استتار شده است. افت شدت چشمهٔ رادیویی که ماه آن را مسدود کرده است و خیز آن پس از عبور ماه نشانهٔ دقیقی از هنگام استتار است، و چون محل ماه را در آسمان دقیقاً می‌دانیم، می‌توانیم برآورد دقیقی از جهت چشمهٔ رادیویی به‌دست آوریم.



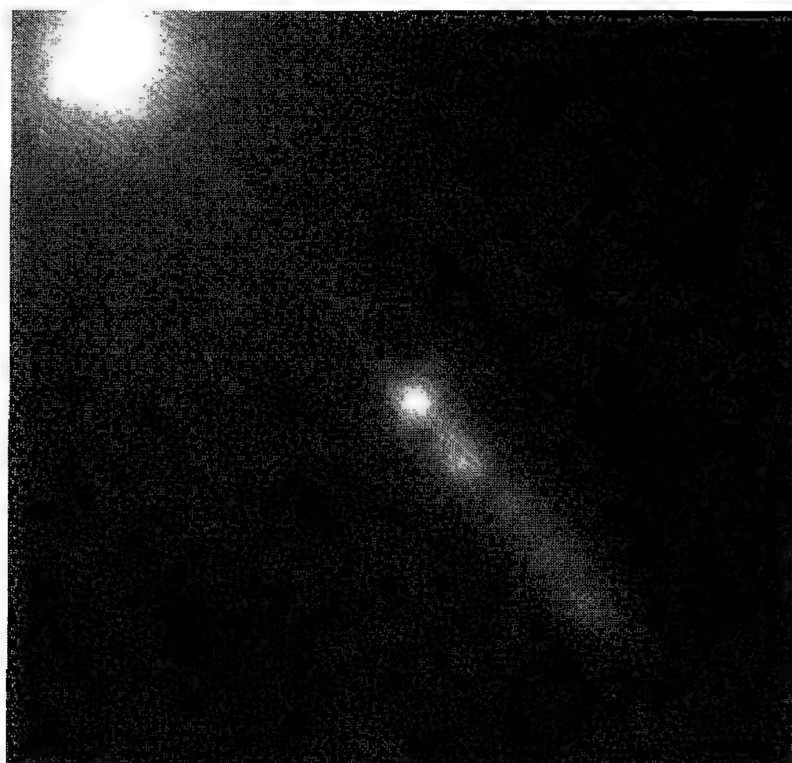
شکل ۲۶.۱ کوازار ۳C۲۷۳، اولین جسمی که کشف و به‌عنوان جسم فراکهکشانی شناسایی شد. فوران مشخص شده است.

$z =$ ۰٫۳۶۷ است. (واژهٔ انتقال به سرخ بدین منظور به‌کار می‌رود که نشان دهد انتقال به‌طرف انتهای سرخ طیف مرئی است.)

مقادیر بالا در مقایسه با انتقال به سرخ برای ستارگان کهکشان که $< ۱۰^{-۳}$ است بسیار زیاد بودند. این اجسام چه بودند؟ در سال ۱۹۶۴ ترل[1] پیشنهاد کرد که آنها ستارگان سریعی هستند که از کهکشان به بیرون پرتاب شده‌اند. اما، تفسیر پرطرفدارتر این بود که این انتقالهای به سرخ بر اثر انبساط عالم است که آن را در بخش ۸.۱ بررسی می‌کنیم.

اگر برداشت اخیر درست باشد، کوازارها باید اجسامی در فاصلهٔ بسیار دور باشند، و برای این فاصله‌های زیاد آنها به اندازهٔ کافی درخشان هستند که با ستارگان اشتباه گرفته شوند، پس باید ذاتاً بسیار توانمند باشند. بسیاری از کوازارها تغییرات سریع خروجی نور و امواج رادیویی را از خود نشان می‌دهند. این واقعیت اندازهٔ فیزیکی آنها را محدود می‌کند؛ زیرا برای اینکه جسمی در

1. Terrell



شکل ۲۷.۱ یک نقشهٔ پرتو X کوازار ۳C۲۷۳ که با تلسکوپ پرتو X چاندرا تهیه شده است.

مقیاس زمانی مشخصهٔ T تغییر کند، اندازهٔ آن باید محدود به cT باشد، که c سرعت نور است. این محدودیت، ناشی از نسبیت خاص که با توجه به آن هیچ اغتشاش فیزیکی نمی‌تواند با سرعت بزرگتر از c منتشر شود، کوازارها را در واقع اجسام بسیار متراکمی می‌سازد. در بخش ۲.۱ دیدیم که اندازهٔ کهکشان ما چقدر است. یک کوازار در مقایسه با آن می‌تواند مقدار انرژی قابل مقایسه‌ای را در واحد زمان از حجمی گسیل دارد که گسترهٔ آن ممکن است فقط چند ساعت نوری باشد!

اکنون بیش از ۱۰۰۰۰ کوازار شناخته شده‌اند. فقط چند درصد کل آنها امواج رادیویی گسیل می‌دارند. بنابراین صفت اولیهٔ «چشمهٔ رادیویی» را نمی‌توان در مورد تمام کوازارها به‌کار برد، و اگرچه اصطلاح «کوازار» امروزه برای اجسامی که به لحاظ رادیویی ساکت‌اند نیز به‌کار می‌رود، اما بنیادگرایان ممکن است اصطلاح «شیء اختروش» [1](QSO) را ترجیح دهند.

در اوایل سالهای ۱۹۸۰، ماهوارهٔ نجومی پرتو X رصدخانهٔ اینشتین نشان داد که گسیل پرتو X یک جنبهٔ مشترک همهٔ کوازارها، و بسیار متداولتر از گسیل رادیویی است (شکل ۲۷.۱). معمولاً تصور می‌شود که گسیل پرتو X ناشی از درونی‌ترین ناحیهٔ کوازار است در حالی که گسیلهای اپتیکی و رادیویی از ناحیه‌هایی سرچشمه می‌گیرند که به‌ترتیب در قسمتهای خارجی‌تر قرار دارند.

اخیراً مطالعات چند طول موجی QSO متداول شده است، همین‌طور برقراری ارتباط بین

1. quasi-stellar object

پدیدهٔ QSO با هسته‌های متراکم و فعال کهکشانهایی چون سیفرتها. این امیدواری وجود دارد که بدین‌ترتیب دستاویز بهتری دربارهٔ مدلهای انرژی و این سیستمها و تحول آنها به‌دست می‌آوریم.

۶.۱ ساختارها در بزرگترین مقیاس

کهکشانی که عضوی از یک گروه کهکشانی نباشد را کهکشان میدان می‌نامند. سایر کهکشانها اعضای گروهها یا خوشه‌هایی هستند که ممکن است شامل تعداد اندک یا صدها کهکشان بزرگ باشد. به‌عنوان مثال، کهکشان ما عضو گروهی از تقریباً ۲۰ کهکشان، به‌نام گروه بزرگ است، که فاصلهٔ آنها از یکدیگر تا حدود ۱Mpc است. نزدیکترین اعضای گروه عبارت‌اند از ابرهای بزرگ و کوچک ماژلانی، که در فاصله تقریباً ۵۰kpc از ما قرار دارند.

جدول ۱.۱ فهرست چند خوشه بزرگتر است (شکل ۲۸.۱). فاصله‌های این جدول، به‌واسطه خطای موجود در اندازه‌گیریهای برون‌کهکشانی، دقیق نیستند. مقیاس فاصله برون‌کهکشانی به‌اندازهٔ ثابت هابل بستگی دارد (بخش ۸.۱). به‌رغم پیشرفت مداوم در روشهای اندازه‌گیری، هم‌اکنون منجمان در مورد مقدار واقعی این ثابت با یکدیگر توافق ندارند. به هر حال، نسبت این اعداد باید برآورد معقولی از فاصله‌های نسبی این خوشه‌ها به‌دست دهد.

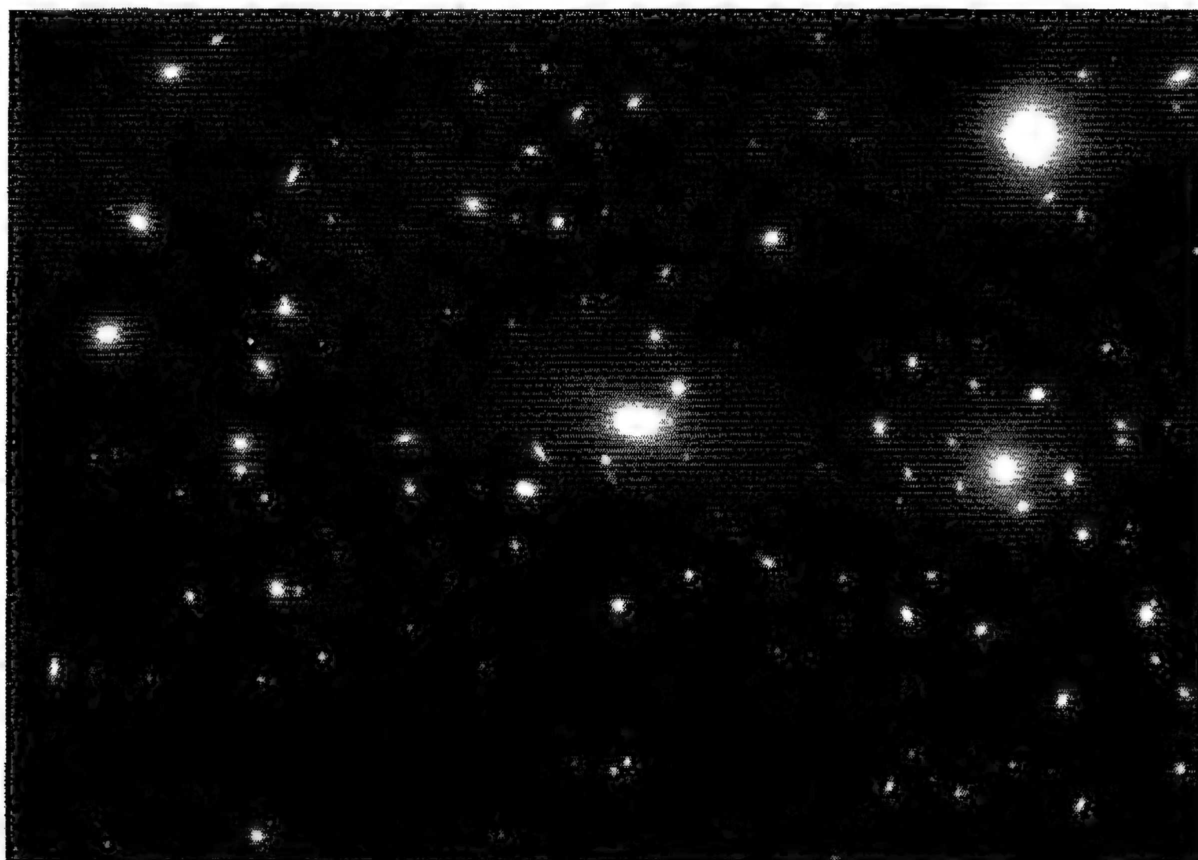
جورج. آبل[1] خوشه‌ها را تا فاصله‌های حدود شجاع II، با این معیار دقیق که آنها عضو یک خوشه باشند، فهرست‌بندی کرده است. برای مشخص کردن یک خوشه باید در پی افزایش چگالی

جدول ۱.۱ برخی از خوشه‌های غنی کهکشانی

نام خوشه	فاصله از زمین (Mpc)[الف]
سنبله	۲۱
حوت	۸۲
برساوش	۱۰۰
گیسو	۱۲۲
برزانونشسته	۱۹۰
جوزا	۴۳۰
شجاع II	۱۱۱۰

الف. فاصله متناظر است با $H_0 = 50\,\mathrm{km\,s^{-1}Mpc^{-1}}$.

1. George Abell



شکل ۲۸.۱ خوشهٔ کهکشانهای گیسو.

عددی کهکشانها در منطقه‌ای خاص در مقایسه با چگالی کلی زمینه باشیم. مرتبهٔ «غنی بودن» یک خوشه با توجه به اندازه، گسترهٔ روشنایی، و زمینه مشخص می‌شود. اف. زویکی[1] نیز خوشه‌های کهکشانی را فهرست‌بندی کرده است. اما معیارهای او به اندازهٔ معیارهای آبل دقیق نیستند.

چقدر ماده در یک خوشه وجود دارد؟ ما می‌کوشیم تا در بخش ۴.۱۰ به این پرسش پاسخ دهیم. فعلاً می‌توانیم بگوییم که یک خوشه می‌تواند حاوی جرم در حدود $10^{14} M_\odot$ باشد. به‌علاوه، اگر بخواهیم چگالی متوسط ماده در عالم را با توجه به ماده‌ای که در خوشه‌های کهکشانی می‌بینیم برآورد کنیم به‌عددی چند برابر $10^{-31} g\ \mathrm{cm}^{-3}$ می‌رسیم. اما، بعداً در این کتاب خواهیم دید که حتی خوشه‌ها می‌توانند حاوی مقدار قابل ملاحظه‌ای مادهٔ تاریک باشند. زیرا فعالیت دینامیکی یک خوشه، که از محاسبهٔ انرژی جنبشی کهکشانهای آن محاسبه می‌شود، بسیار بیشتر از انرژی پتانسیل گرانشی این کهکشانهاست، و اگر فرض کنیم که خوشه‌ها به تعادل دینامیکی رسیده‌اند، این تضاد جدی‌تر می‌شود. برای حل این مسئله باید فرض کرد که هر کهکشان نوعی حاوی مقدار قابل ملاحظه‌ای مادهٔ تاریک با سرعت نسبتاً کم است. اگر

1. F. Zwicky

مادهٔ تاریک را در نظر بگیریم، این برآوردهای مربوط به جرم و چگالی را می‌توانیم زیاد کنیم.

از طرف دیگر، چگالی متوسط ماده در کهکشان، تقریباً $10^{-24} \text{g cm}^{-3}$ است. پس حجمی که این کهکشانها اشغال کرده‌اند $10^{-6} \leqslant$ برابر حجم کل عالم است. این موضوع نشان می‌دهد که چرا کهکشانها را در مدلهای کیهان‌شناسی به‌صورت نقطه در نظر می‌گیرند.

خوشه‌های کهکشانی علاوه برگسیل اپتیکی، گسیل رادیویی و پرتو X نیز از خود نشان می‌دهند. این گسیلها علاوه بر تک تک چشمه‌ها در خوشه، به‌صورت پراکنده از سراسر خوشه ناشی می‌شوند.

آیا ساختاری بزرگتر از خوشه‌ها در عالم وجود دارد؟ به این پرسش می‌توان با مطالعهٔ ساختار کهکشانها در آسمان برای ناکاتورگی (یعنی، گروه‌بندی یا دسته کردن) در مقیاسهای بزرگتر و بزرگتر پاسخ داد. این مطالعات وجود ساختارهای بزرگتر در مقیاس تقریباً ۵۰Mpc را، در مقایسه با مقیاسهای خوشه‌ای حدود ۵Mpc نشان داده است. این واحدهای بزرگتر را اَبَرخوشه می‌نامند.

به‌عنوان مثال، جی. دو ووکولورز[1] دریافته است که گروه محلی ما عضوی از یک اَبَرخوشه به‌مرکز خوشه کهکشانهای سنبله است. سی. دی. شین[2] و همکاران در رصدخانهٔ لیک دسته‌بندی مشابهی را در سایر مناطق آسمان یافته‌اند. آبل نیز این دسته‌بندی را در تحلیل صفحات نقشه‌برداری آسمان پالومار-نشنال جئوگرافیک یافته است.

در سالهای ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰ بهبود قابل ملاحظه‌ای در روشهای رصد اشیای برون‌کهکشانی گسسته حاصل شد. با تعیین فاصله‌ها به‌کمک قانون هابل (بخش ۸.۱) به‌دست آوردن چشم‌اندازهای سه‌بعدی از توزیع ماده در عالم امکان‌پذیر شد. این چشم‌اندازها نشان می‌دهند که اشیای گسسته دارای توزیع ناهمگن در بزرگ مقیاس هستند. به‌عنوان مثال، در این نقشه‌برداریها خصوصیات زیر مشخص شده است:

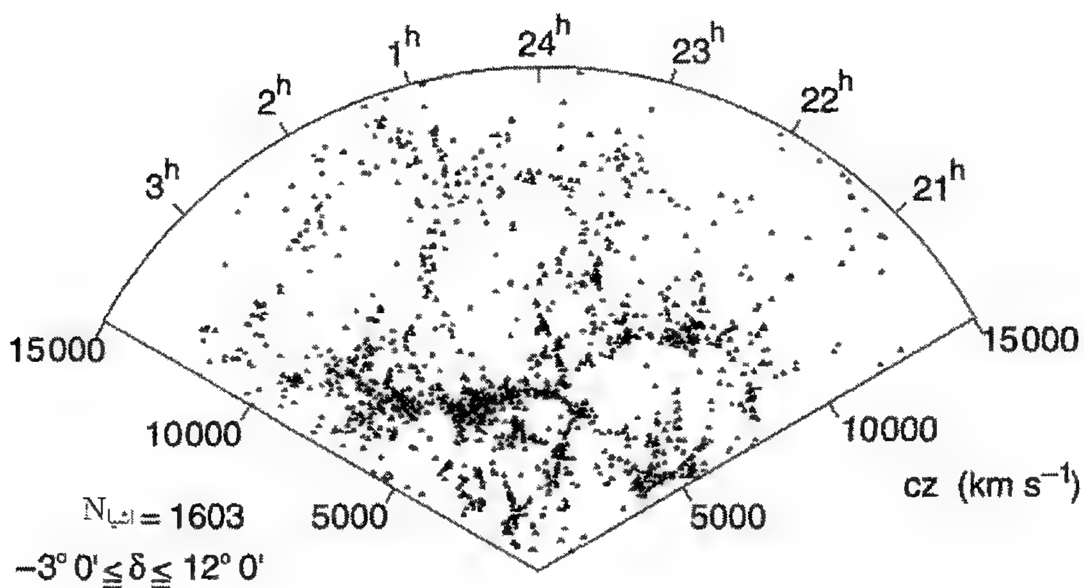
۱. **اَبَرخوشه‌ها**. همان‌طور که قبلاً دیدیم، این اشیا در مقیاسهای حدود ۵۰Mpc یا بیشتر مشاهده می‌شوند و حاوی چندهزار کهکشان هستند. به‌عنوان مثال، ابرخوشهٔ محلی ما که حاوی گروه محلی است به شکل یک بیضیوار تخت است که صفحهٔ تقارن آن صفحهٔ اَبَرکهکشانی نامیده می‌شود. این صفحه از مرکز خوشهٔ سنبله و مرکز کهکشان خود ما می‌گذرد.

۲. **حفره‌ها**. این حفره‌ها گافهایی در توزیع اَبَرخوشه‌های بزرگ هستند که اندازهٔ آنها از مرتبهٔ ۱۰۰ تا ۲۰۰Mpc است. ظاهراً هیچ کهکشانی در این نواحی وجود ندارد (شکل ۲۹.۱).

۳. **رشته‌ها**. مرز حفره‌ها توزیعهای رشته‌مانندی ازکهکشانها و اَبَرکهکشانها هستند. شکل ۲۹.۱ این ویژگی را به‌روشنی نشان می‌دهد.

---

1. G. de Vaucouleurs 2. C. D. Shane

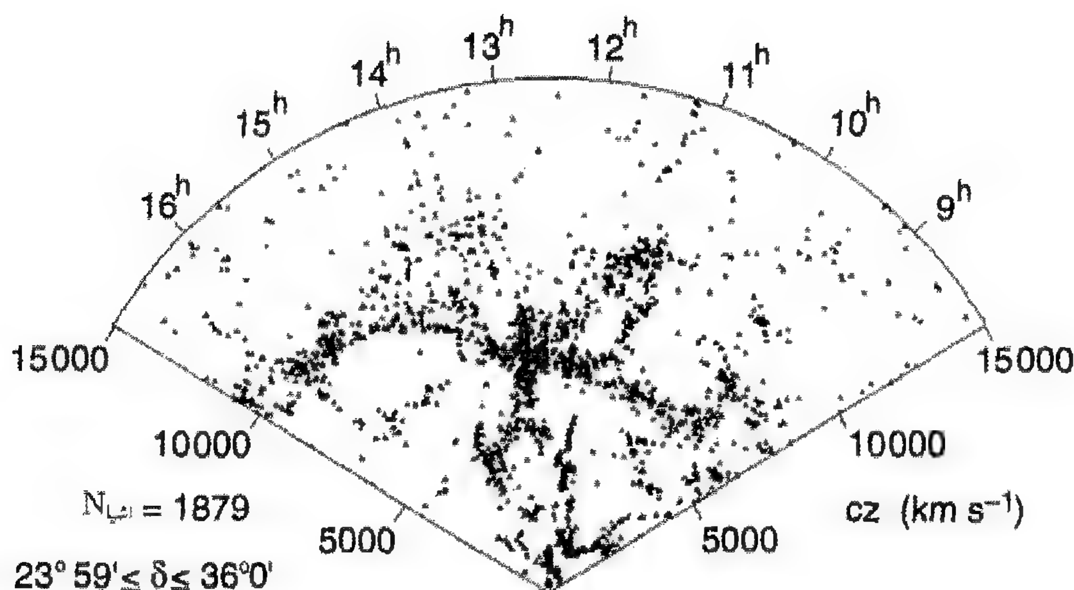


شکل ۲۹.۱ توزیع کهکشانها که در این بررسی مرکز اخترفیزیک به‌دست آمده است، حفره‌های عظیم و رشته‌های بلند را نشان می‌دهد.

۴. ربایندهٔ عظیم و دیوار عظیم . در اواخر سالهای ۱۹۸۰ معلوم شد که کهکشانهای موجود در داخل و اطراف گروه محلی ما دارای حرکت جریانی به‌طرف اَبَرخوشهٔ شجاع-قنطورس در آسمان جنوبی است. سرعت نوعی این جریان در آنچه چارچوب سکون کیهان‌شناختی نامیده می‌شود، و در فصل ۳ بررسی می‌کنیم، در حدود $۶۰۰\ \mathrm{km\ s^{-۱}}$ برآورد شده است. این همان چارچوب مرجعی است که در آن تابش زمینهٔ ریزموج کیهانی همسانگرد است (بخش ۹.۱). گمان می‌رود که این حرکت را «ربایندهٔ عظیم» (GA) به‌وجود آورده باشد؛ که تودهٔ عظیمی متشکل از ده‌ها هزار کهکشان است. حجم رباینده به بزرگی $۱۰^{۶}\mathrm{Mpc}^{۳}$ است.این GA را مشاهده نمی‌کنیم ولی از روی اثرهای گرانشی آن می‌توان به وجودش پی برد.

نگاشت عالم در بزرگ مقیاس حضور ورقهٔ بزرگ و نازکی از جرم را نیز نشان می‌دهد. پهنهٔ این ورقهٔ معروف به «دیوار عظیم» در حدود $۶۰ \times ۱۷۰\mathrm{Mpc}^{۲}$ (با استفاده از ثابت هابل $۱۰۰\mathrm{km\,s^{-۱}Mpc^{-۱}}$) است. برخلاف GA، دیوار عظیم در شکل ۳۰.۱ مشاهده نمی‌شود. بنابراین، ناهمگنیهای ساختاری فاصله‌های تا حدود ۱۰ درصد اندازهٔ مشخصهٔ عالم را که در بخش ۱۰.۱ آمده است دربر می‌گیرد.

بعضی بررسیها ساختار یاخته‌ای را برای عالم مطرح می‌سازد؛ یعنی، ماده ترجیح می‌دهد که به‌صورت شبکه-مانند توزیع شود، که اندازهٔ مشخصهٔ یاخته در آن در حدود ۱۲۵ Mpc است. برخی تحلیلها مدعی سلسله مراتب فراکتالی در بزرگ مقیاس هستند که تا فراتر از مقیاس ۲۰۰ Mpc



شکل ۳۰.۱ توزیع کهکشانها در این بررسی مرکز اخترفیزیک جریان طویلی از کهکشانها را در گسترهٔ سرعت km s^{-1} ۱۰۰۰۰-۷۰۰۰ نشان می‌دهد که اغلب آنها را «دیوار عظیم» می‌نامند.

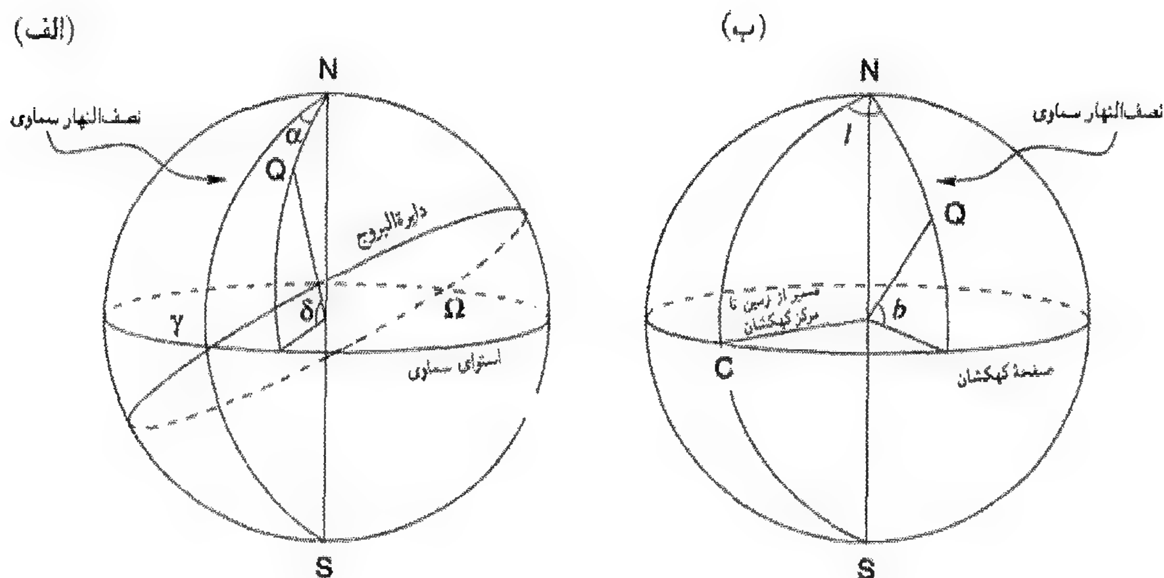
گسترش می‌یابد. با این همه، در زمان نوشتن این کتاب، دلیلی برای بررسی این نوع ساختار احساس نشده است.

در سالهای ۱۹۲۰ و ۱۹۳۰ این باور عمومی وجود داشت که عالم در بزرگ مقیاس همگن است. مدلهای کیهان‌شناسی در آن روزها از این فرض ساده استفاده می‌کردند. در فصلهای ۳ و ۴ این مدلها را بررسی می کنیم. اما اکنون معلوم شده است که این مدلها بسیار ساده‌انگارانه بودند. آنها با این مسئله مواجه‌اند که چگونگی به‌وجود آمدن ناهمگنیهای ساختاری را در بزرگ مقیاس توجیه کنند. این مسئله دشوارتر شده است، زیرا چنانکه بعداً در این فصل خواهیم دید، تابش زمینهٔ کیهانی به نسبت بسیار هموارتر است.

۷.۱ مختصات و فهرست اجسام نجومی

قبل از ادامهٔ بحث خواهیم دید که منجم چگونه مکان اجرام فلکی را در آسمان مشخص می‌کند. به‌طور کلی منجم فاصله جسم از ما را نمی‌داند؛ بلکه تصویر آن را برروی چیزی که کره سماوی نامیده می‌شود مشاهده می‌کند. بنابراین، دو مختصهٔ طول و عرض برای مشخص کردن محل جسم برروی کره ضروری است.

شکل ۳۱.۱ دو دستگاه مختصات مختلف را نشان می‌دهد، که هر دو در موقعیتهای مختلف



شکل ۳۱.۱ این شکل نشان می‌دهد که چگونه (α, δ) و (l, b) برای جسم Q در آسمان در دو دستگاه مختصات اندازه‌گیری می‌شوند. (الف) دستگاه مختصات برمبنای هندسهٔ دستگاه خورشید-زمین. (ب) دستگاه مختصات براساس هندسهٔ کهکشان ما.

برای منجم سودمندند. دستگاه شکل ۳۱.۱(الف) از مختصات بُعد (RA[1]، که با α نشان داده می‌شود) و میل (δ) بهره می‌گیرد که آنها را شکل هندسی دستگاه زمین-خورشید مشخص می‌کند. در اینجا قطبها نقطه‌های N و S محل برخورد محور دوران زمین با کرهٔ سماوی هستند. استوای سماوی دایرهٔ عظیمه‌ای از کرهٔ سماوی است که صفحهٔ آن بر NS عمود است. صفحه‌ای که به‌نظر می‌رسد خورشید در آن حرکت می‌کند (آن گونه که از زمین دیده می‌شود) کرهٔ سماوی را در دایرهٔ عظیمهٔ دیگری به‌نام دایرة‌البروج قطع می‌کند. دایرة‌البروج و استوای سماوی در دو نقطهٔ γ («اولین نقطهٔ حمل») و Ω(«اولین نقطهٔ میزان») با هم برخورد می‌کنند، که به‌ترتیب متناظر با محل خورشید در ۲۱ مارس و ۲۲ سپتامبر است. حال α و δ طول و عرض یک جسم سماوی هستند که نسبت به استوای سماوی و دایرهٔ عظیمه‌ای که از N، γ، S، Ω می‌گذرد اندازه‌گیری شده‌اند. دایرهٔ اخیر به‌نام نصف‌النهار سماوی، همان نقش را دارد که نصف‌النهار گرینویچ بر روی زمین، و γ نقطهٔ صفر α است. معمولاً α را برحسب ساعت و دقیقه اندازه می‌گیرند، که گسترهٔ 360° متناظر با ۲۴ ساعت است. میل را برحسب درجه، دقیقه، و ثانیه بیان می‌کنند و $+$ نشانهٔ شمال و $-$ علامت جنوب است.

در حالی که مختصات (α, δ) برای اندازه‌گیری‌هایی که از زمین می‌شود مناسب است، اما

1. right ascension

جدول ۲.۱ برخی فهرستهایی که در کیهان‌شناسی به‌کار می‌روند

نام	نوع جسم	رمز فهرست
مسیه[1]	سحابیها و کهکشانها	M و پس از آن شمارهٔ فهرست
عمومی جدید[2]	سحابیها و کهکشانها	NGC و پس از آن شمارهٔ فهرست برحسب RAی صعودی
آبل	خوشه‌ها	A و پس از آن شمارهٔ فهرست برحسب RAی صعودی
کمبریج (نقشه‌برداریهای سوم، چهارم و پنجم)	چشمه‌های رادیویی	۳C، ۴C، و ۵C و پس از آن شمارهٔ فهرست برحسب RAی صعودی
منبع اوهایو	چشمه‌های رادیویی	O و پس از آن یک حرف (B تا Z به استثنای O) و یک عدد. این عدد ساعتهای RA را نشان می‌دهد، اولین رقم میل در بازه‌های ۱۰°، و دو عدد بعدی بخش اعشاری RA از دو محل است. بنابراین ۱۰۱ + ۱۴۴۲ عبارت است از OQ_۱۷۲

کیهان‌شناس معمولاً می‌خواهد بداند که جسم چگونه در مقابل صفحهٔ کهکشانی قرار گرفته است. بدین منظور مختصات کهکشانی مفید است. این مختصات در شکل ۳۱.۱(ب) نشان داده شده است. استوای کهکشانی دایرهٔ عظیمه‌ای است که در آن صفحه کهکشان نصف‌النهار «صفر» را که از نقطه‌های N، S و نقطهٔ C کرهٔ سماوی می‌گذرد قطع می‌کند. این نصف‌النهار را «نصف‌النهار کهکشانی» می‌نامند. طول کهکشانی را با l و عرض آن را با b نشان می‌دهند. در دستگاه (α, δ)، نقطه C دارای مختصات $\alpha \approx ۱۷^h۴۲^m{,}۴$ و $\delta \approx -۲۸^\circ۵۵'$ است می‌توان با استفاده از مثلثات کروی یک دستگاه را به دستگاه دیگر تبدیل کرد.

اجسام نجومی را به راههای مختلف فهرست‌بندی می‌کنند. جدول ۲.۱ [۲۱] برخی از فهرستهای به‌کاررفته در این کتاب و حروف رمز آن را نشان می‌دهد. این یک سیاههٔ فراگیر نیست، بلکه نشان می‌دهد که چشمه‌ها چگونه شماره‌گذاری و فهرست‌بندی می‌شوند. یک روش منظم‌تر که در گردآوریهای اخیر متداول شده است، فهرست‌بندی جسم با مقادیر (α, δ) به‌صورت $\alpha(\pm)\delta$ است. بنابراین، جسم ۲۴۵_۱۱۴۳ دارای بُعد $۱۱^h۴۳^m$ و میل $(-۲۴{,}۵^\circ \equiv)-۲۴^\circ۳۰'$ است.

1. Messier 2. New General

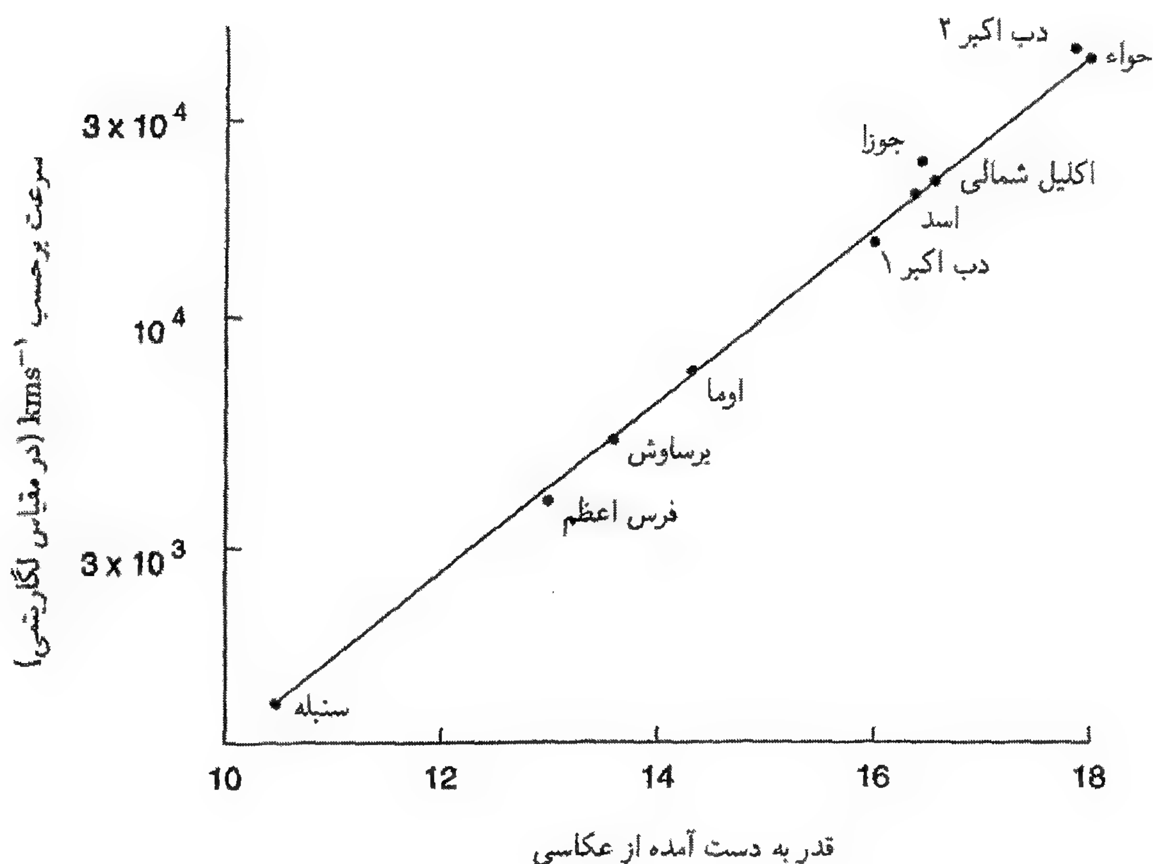
۸.۱ انبساط عالم

اکنون به رصدهایی می‌پردازیم که آغازگر کیهان‌شناسی جدید شدند، و به قانون مهمی انجامیدند که ادوین هابل بیان کرد(شکل ۳۲.۱). بین سالهای ۱۹۱۲ و ۱۹۲۵ وی. ام. اسلیفر[1] جابه‌جاییهایی را در طیف بیش از ۲۰ جسم اندازه گرفت که بعدها معلوم شد کهکشان هستند. اسلیفر متعجب شد که همهٔ این جابه‌جاییها به‌طرف انتهای سرخ طیف هستند.(نزدیکترین همسایهٔ ما کهکشان زن



شکل ۳۲.۱ ادوین هابل (۱۹۵۳_۱۸۸۹) در مقابل تلسکوپ ۴۸ اینچی اشمیت در پالومار ایستاده است.

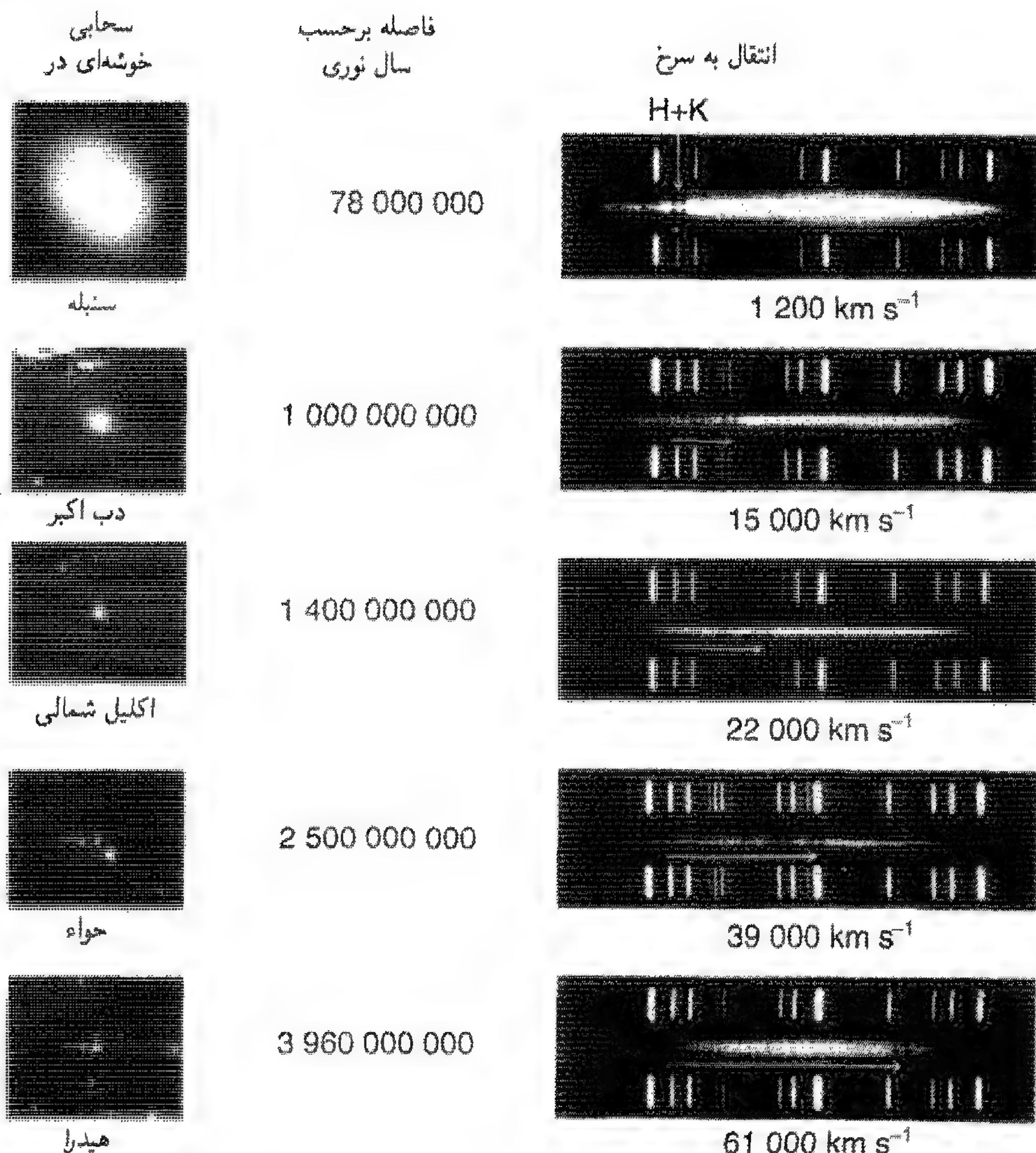
1. V. M. Slipher



شکل ۳۳.۱ نمودار هابل برای پنجمین عضو درخشان در خوشه‌های کهکشانی. قدرها از عکاسی به‌دست آمده‌اند. در فصل ۱۰ خواهیم دید که چگونه می‌توان قدرها را به فاصله تبدیل کرد. سرعتها از ضرب انتقال به سرخهای مشاهده‌شده در c به‌دست آمده‌اند.

به زنجیر بسته انتقال به آبی از خود نشان می‌دهد.) اگر از فرمول انتقال دوپلر نیوتونی استفاده کنیم، سرعت شعاعی عقب‌نشینی کهکشان را به‌صورت $V = cz$ به‌دست می‌آوریم، که z انتقال به سرخ تعریف‌شده در رابطهٔ (۳.۱) است. (چون در این رصدها $z \ll 1$ است، می‌توان از فرمول انتقال دوپلر نیوتونی استفاده کرد.)

سپس ادوین هابل و میلتون هیومیسون فهرست رصدهای اسلیفر را به کهکشانهای بیشتر و درخشانترین خوشه‌های کهکشانی گسترش دادند. مثالی از طرح حاصل از ترسیم انتقال به سرخ برحسب فاصلهٔ زمین تا یک کهکشان در شکل ۳۳.۱ نشان داده شده است. همین‌طور، به شکل ۳۴.۱ هم نگاه کنید که در آن عکسهایی از خوشه‌های کهکشانی در مقابل طیف آنها نشان داده شده است. با حرکت به طرف پایین فهرست خطهای تاریک رفته‌رفته بیشتر به طرف راست (انتهای سرخ) منتقل می‌شوند. همین‌طور، کهکشانها کوچکتر و کم‌نورتر می‌شوند که با تأثیر فاصله سازگار است.



شکل ۳۴.۱ رابطهٔ میان انتقال به سرخ و فاصله سحابی برون‌کهکشانی. انتقالهای به سرخ (Z) با سرعت، CZ، بیان شده‌اند. پیکانها انتقال را برای خطهای H و K کلسیم نشان می‌دهند. فاصله‌ها برمبنای سرعت انبساط $50\,\mathrm{km\,s^{-1}Mpc^{-1}}$ است.

در واقع، هابل، سرعت شعاعی کهکشان را برحسب قدر ظاهری آن رسم کرد. اگر همهٔ کهکشانهای مشاهده‌شده به یک اندازه روشن باشند، قدر آنها با لگاریتم فاصله‌شان از زمین متناسب است (برای تعریف «قدر» به فصل ۳ رجوع کنید). بنابراین خط راستی که از بین خوشهٔ نقطه‌ها رسم شود نظیر رابطهٔ خطی زیر خواهد بود.

$$V = cz = H_\circ D \tag{۴.۱}$$

که در آن D فاصلهٔ کهکشان و z انتقال به سرخ است. ثابت H_0 را اکنون ثابت هابل می‌نامند.

اگر به‌جای رسم z برحسب D، $\log z$ برحسب قدر ظاهری m کهکشان رسم شود، یک خط راست دیگر به‌دست می‌آید. با استفاده از معادلهٔ (۵۸.۳) فصل ۳، به‌دست می‌آوریم

$$m = 5 \log D + \text{const.} \qquad (۵.۱)$$

(۴.۱) ایجاب می‌کند که

$$m = 5 \log z + \text{const.} \qquad (۶.۱)$$

چون فاصله‌های کهکشانهای دور دست را از قدر ظاهری آنها (که در فصل ۱۰ بررسی می‌شود) به‌دست می‌آوریم، (۶.۱) شکل عملی رابطهٔ خطی هابل (۴.۱) است.

رابطهٔ (۴.۱) به قانون هابل معروف است. این رابطه به‌صورت یک قانون خطی در سال ۱۹۲۹ منتشر شد، و هیجان بسیار به‌وجود آورد زیرا تفسیر اولیهٔ قانون هابل این بود که انفجار عظیمی در همسایگی ما در عالم صورت گرفته است که از آن کهکشانها به بیرون پرتاب شده‌اند. اما، خطی بودن قانون هابل نشان می‌دهد که لازم نیست خود را در مکان خاصی از عالم فرض کنیم. اگر جمعیت کهکشانها را از هر کهکشان دیگر نگاه کنیم، قانون هابل یکسانی به‌دست می‌آوریم. ترکیب این واقعیت با همگن‌بودن و همسانگردی توزیع جمعیت کهکشانها ساختار بسیار منظم عالم را بدون هیچ مکان یا جهت برتر نشان می‌دهد.

یک تکه خمیر از آردی که خودبه‌خود پف می‌کند را در نظر بگیرید که در تنور پخته می‌شود و فرض کنید دانه‌های زیره را به‌طور یکنواخت در خمیر پخش کرده‌ایم. خمیر براثر پخته‌شدن منبسط می‌شود و دانه‌های زیره از یکدیگر دور می‌شوند. پدیده عقب‌نشینی کهکشانها را می‌توان به‌همین صورت در نظر گرفت. آنها نقطه‌هایی فضایی هستند که منبسط می‌شود. بدین ترتیب مفهوم عالم در حال انبساط شکل گرفت؛ در اینجا نیز کهکشانها منبسط نمی‌شوند بلکه فاصلهٔ آنها از یکدیگر زیاد می‌شود.

آهنگ انبساط را ثابت هابل مشخص می‌کند. هابل مقدار H_0 را در حدود $530\,\text{km}\,\text{s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ به‌دست آورد. (توجه کنید که این یکاها از این رو به‌دست می‌آید که H_0 سرعت تقسیم بر فاصله است. ابعاد H_0^{-1} صرفاً بُعد زمان است). چنانکه در بخش ۲.۱۰ خواهیم دید، هابل فاصله‌های کهکشانی را بسیار دست‌کم گرفته بود، در نتیجه مقدار H_0 بسیار زیاد بود. اکنون تصور می‌شود که مقدار آن در گسترهٔ $50\text{–}80\ \text{km}\,\text{s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ باشد. ما آن را به‌صورت $100 h_0\,\text{km}\,\text{s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ خواهیم نوشت، که h_0 در گسترهٔ ۰٫۵۵–۰٫۷۵ است. توجه کنید که با توجه به اعتبار قانون هابل می‌توان فاصله اجسام برون‌کهکشانی را از انتقال به سرخ آنها به‌دست آورد.

۹.۱ تابشهای زمینه

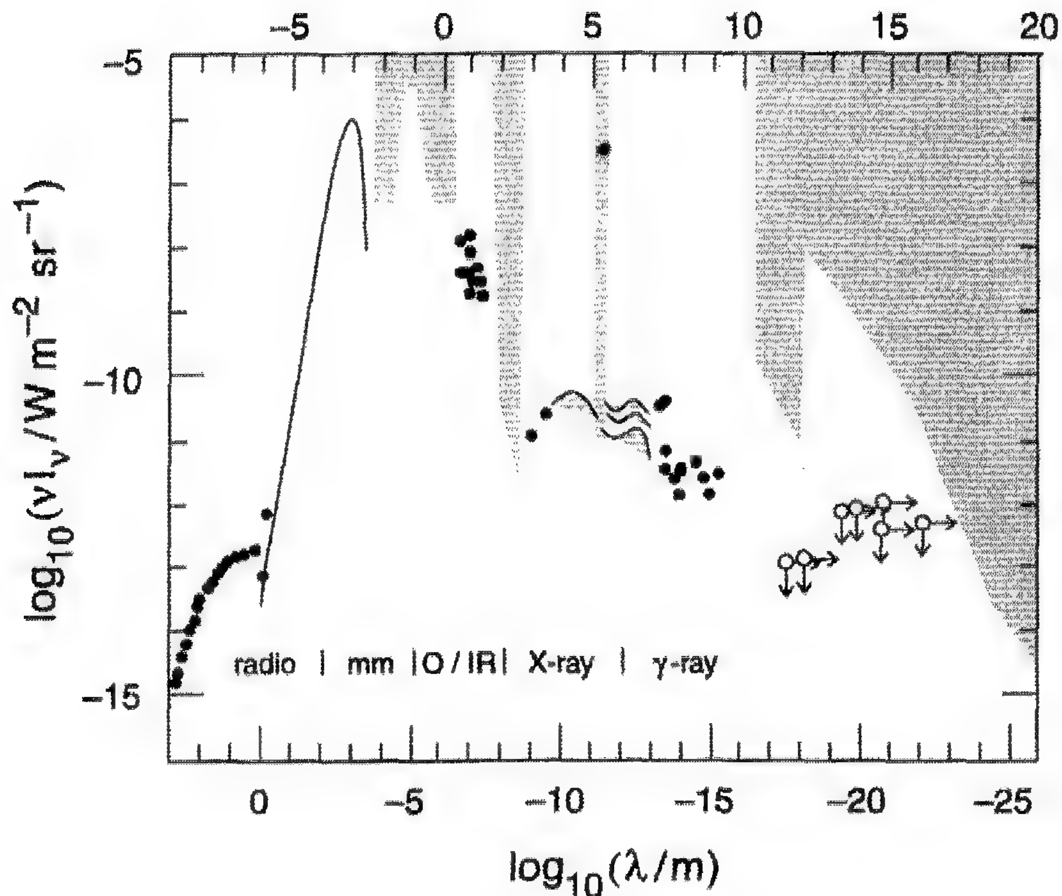
بجز ماده به‌صورت مرئی، عالم حاوی تابش در بسامدهای مختلف نیز هست. به‌طور کلی اندازه‌گیریهای تابش الکترومغناطیسی در بسامد معین (یا در گسترهٔ معینی از بسامدها) قله‌هایی را نشان می‌دهد که مربوط به چشمه‌های گسستهٔ در فاصله‌های نسبتاً نزدیک است که بسیاری از آنها را می‌توان در جهتهای خاص شناسایی کرد. اما، پس از اینکه این قله‌ها کنار گذاشته شدند، هنوز یک تابش زمینهٔ پس‌مانده وجود دارد. این تابش زمینه نیز می‌تواند ناشی از چشمه‌های گسسته‌ای باشد که در فاصلهٔ بسیار دورترند و در نتیجه نمی‌توان آنها را تفکیک کرد، یا می‌تواند ناشی از فرایندهایی در فضاهای میان کهکشانی باشد. جدول ۳.۱ برآوردی خام از چگالیهای انرژی در گستره‌های مختلف طول موج است. باید به‌خاطر داشت که اندازه‌گیریهای پرتو X و پرتو γ فقط از اوایل سالهای ۱۹۶۰ با پیدایش نجوم فضایی امکان‌پذیر شد.

چگالی انرژی کل در عالم حداقل سه مرتبهٔ بزرگی از چگالی مادهٔ موجود در آن کمتر است. به‌خاطر داشته باشید که چگالی مشاهده‌شدهٔ ماده به شکل کهکشانها، خوشه‌های کهکشانی، و غیره، در حدود $10^{-31}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$، یعنی معادل چگالی انرژی چندبرابر $10^{-10}\,\mathrm{erg\,cm^{-3}}$ است. این موضوع را اغلب بدین صورت بیان می‌کنند که در حال حاضر عالم «تحت سیطرهٔ ماده» است.

از جدول ۳.۱ یا شکل ۳۵.۱ معلوم می‌شود که غالبترین نوع تابش زمینه ریزموجها هستند. طیف زمینهٔ ریزموج به طیف تابش جسم سیاه در دمای تقریباً ۲٫۷ K بسیار نزدیک است. چون تابش جسم سیاه جزئیات مربوط به تک‌تک چشمه‌ها را پاک می‌کند، تعجب‌آور نیست که هیچ چشمهٔ گسسته‌ای را نمی‌توان در این طیف شناسایی کرد. به‌علاوه، همگنی و همسانگردی شدید

جدول ۳.۱ تابش زمینه در سطوح مختلف

نوع تابش	طول موج، λ بسامد، ν گسترهٔ انرژی، E	چگالی انرژی $(\mathrm{erg\,cm^{-3}})$
رادیویی	$\nu \leqslant 40\text{–}80\,\mathrm{MHz}$	$\leqslant 10^{-18}$
ریزموج	λ از ۸۰ cm تا ۱mm	$\approx 4\times10^{-13}$
اپتیکی	λ از ۴۰۰۰Å تا ۸۰۰۰Å	$\approx 3{,}5\times10^{-15}$
پرتوهای X	E از ۱ تا ۴۰keV	$\approx 10^{-16}$
پرتوهای γ	$E \geqslant 100\,\mathrm{MeV}$	$\leqslant 2\times10^{-17}$



شکل ۳۵.۱ این نمودار شدتهای تابش زمینهٔ کیهانی را در طول موجهای مختلف نشان می‌دهد. نمودار در مقیاس لگاریتمی رسم شده است. ناحیهٔ سایه‌دار فقط حدود بالاتر را مشخص می‌کند. نمادهای O و IR معرف نواحی اپتیکی و فروسرخ‌اند. به غلبهٔ ریزموجهای با طول موج میلی‌متری توجه کنید.

این تابش در مقیاسهای زاویه‌ای کوچک هرگونه امکان سرچشمه گرفتن آن از چشمه‌های گسسته در اندازهٔ کهکشانی را منتفی می‌سازد. چنانکه در فصل ۵ خواهیم دید، رایجترین تعبیر آن است که این تابش بقایای دوران اولیه داغی است که عالم بسیار چگالتر از امروز بوده است. برخلاف توزیع ماده، این باقیماندهٔ تابش بسیار همگن است. این تضاد شناخت منشأ ساختار گسسته در برابر تابش زمینهٔ هموار را دشوارتر می‌سازد.

۱۰.۱ مدلهای نظری عالم

اکنون به انقلابی نظری می‌پردازیم که آلبرت اینشتین آغازگر آن بود. در کیهان‌شناسی، نظریه، و مشاهده‌ها دست در دست یکدیگر به پیش رفته‌اند. اگر رصدهای هابل را آغازگر کیهان‌شناسی رصدی

جدول ۴.۱ توزیعهای فضایی و جرمهای سیستمهای نجومی

جسم	اندازهٔ خطی	جرم
خورشید	$۷ \times ۱۰^{۱۰}\mathrm{cm}$ (شعاع)	$۲ \times ۱۰^{۳۳}\mathrm{g} \equiv M_\odot$
کهکشان	$\approx ۱۵\mathrm{kpc}$	$\approx ۱۰^{۱۱} M_\odot$
خوشه	$\approx ۵\mathrm{Mpc}$	$\approx ۱۰^{۱۳}$–$۱۰^{۱۴} M_\odot$
اَبَرخوشه	$\approx ۵۰\mathrm{Mpc}$	$\approx ۱۰^{۱۵} M_\odot$
عالم [الف]	$\approx ۳۰۰۰\mathrm{Mpc}$	$\approx ۱۰^{۲۱} M_\odot$

الف. برای $h_\circ = ۱$.

جدید بدانیم، باید امتیاز بنیانگذاری پایه‌های کیهان‌شناسی نظری جدید را به نظریهٔ نسبیت عالم اینشتین بدهیم. در فصل ۳ بررسی خواهیم کرد که چگونه دستاوردهای نظری در کیهان‌شناسی درواقع بیش از یک دهه قبل از رصدهای هیجان‌انگیز هابل آغاز شد. این فصل را با توجه به این پرسشهای کلی به پایان می‌رسانیم که چرا نسبیت تا این اندازه برای کیهان‌شناسی اهمیت دارد، در حالی که گرانش نیوتونی معمولاً در نجوم و اخترفیزیک از مطالعهٔ منظومهٔ شمسی تا راه شیری به خوبی به‌کار می‌رود.

جدول ۴.۱ مرتبه‌های بزرگی دخیل در ساختار بزرگ مقیاس عالم را نشان می‌دهد. آخرین ورودی مربوط به مقیاس فاصلهٔ مشخصه $c/H_\circ$ است که از ثابت هابل و جرم موجود در حجم «قابل مشاهده» به شعاع $c/H_\circ$ به‌دست می‌آید اگر چگالی مربوط به ماده مرئی در حوالی ما باشد. همین‌طور، مقیاس زمانی مشخصهٔ عالم برابر است با سال $H_\circ^{-۱} \approx ۱۰^{۱۰}$.

چه برهم‌کنشی در فیزیک احتمالاً در این فاصله‌های زیاد و با این جرمهای عظیم مؤثر است؟ از چهار برهم‌کنش شناخته‌شده فقط گرانی و الکترومغناطیس بلند بُرد هستند. اگرچه برهم‌کنش الکترومغناطیسی در مقیاس اتمی بسیار شدیدتر از گرانی است، اما در تعیین ساختار بزرگ مقیاس عالم مؤثر نیست، زیرا شواهد دال بر آن است که توازن بار الکتریکی در خوشه‌های کهکشانی، و فضای میان کهکشانی حفظ می‌شود. همین‌طور هیچ دلیلی برای جریانهای الکتریکی بزرگ مقیاس وجود ندارد که بتوانند با میدانهای مغناطیسی برهم‌کنش کنند و نیروهای قوی به‌وجود آورند. برعکس، جرمهای عظیم اجسام نجومی میدانهای گرانشی عظیم به‌وجود می‌آورند. بنابراین گرانی در کیهان‌شناسی مطرحترین نیرو است.

با توجه به اینکه به یک نظریهٔ گرانی برای کیهان‌شناسی نیازمندیم، چارچوب نیوتونی چه اشکالی دارد؟ این چارچوب در نظریهٔ ساختار ستاره‌ای به‌خوبی کارکرده است. حتی در دینامیک ستاره‌ای در کهکشان نیز به‌کار می‌رود. پس چرا از آن در کیهان‌شناسی استفاده نکنیم؟ بگذارید به کمک

جدول ۴.۱ سعی کنیم تا پاسخ این پرسش را بفهمیم. گرانی نیوتونی نظریه‌ای برای کُنش فوری در یک فاصله است. به این عنوان، این نظریه با نسبیت خاص ناسازگار است، به‌ویژه با حد (c) که نظریه بر سرعت انتشار برهم‌کنش در فضا اعمال می‌کند. در بخشهایی از نجوم که در آنها فاصله‌های اعمال گرانی نسبتاً کوتاه است، بهره‌گیری از گرانی نیوتونی مجاز به‌شمار می‌آید. اما، همان‌طور که جدول ۴.۱ نشان می‌دهد، فاصله‌های کیهان‌شناختی به اندازه‌ای بزرگ‌اند که کنش از دور با سرعت بینهایت غیرواقعی است. اما، برای ابعاد ستاره‌ای یا حتی کهکشانی چنین نیست.

با این همه، خود نسبیت خاص چنانکه اینشتین هم متوجه‌شده بود، در حضور گرانی مورد تردید قرار می‌گیرد. مفاهیم چارچوب لخت و ناظر لخت (که هیچ نیرویی بر آنها وارد نشود)، که برای نسبیت خاص بسیار بنیادی هستند، در حضور گرانی تحقق ناپذیرند. به نظر می‌رسد که گرانی یک نیروی همیشه موجود است که نمی‌توان آن را کاملاً حذف کرد. چون بر هر مادهٔ موجود جاذبهٔ گرانشی وارد می‌شود، یک ناظر لخت اصلاً نمی‌تواند در ناحیه‌های گستردهٔ فضا و زمان وجود داشته باشد! بدین دلیل در اینشتین انگیزهٔ لازم برای فرمولبندی نظریهٔ نسبیت عام به‌وجود آمد که ویژگیهای گرانشی فوق‌الذکر را وارد نسبیت می‌کرد. نسبیت عام این مزیت را دارد که وقتی اثرهای گرانشی نسبتاً ضعیف باشند به گرانش نیوتونی و نسبیت خاص تحویل می‌یابد.

با وجود این، یی. اِی. میلنه[1] و دبلیو. اچ. مک‌کرئا[2] در سال ۱۹۳۴ نشان دادند که با در نظر گرفتن حدوسط گرانی نیوتونی و نسبیت خاص می‌توان کیهان‌شناسی را به اندازهٔ کافی توصیف کرد. اگرچه درک کیهان‌شناسی نیوتونی راحت است و رهیافت مک‌کرئا-میلنه مزایای ارائه تصویری ساده ازکیهان‌شناسی را دارد. ما در فصلهای ۳ و ۴ به آن رجوع خواهیم کرد. با وجود این، رهیافت ما در اینجا آماده ساختن خواننده برای ایده‌های پیشرفته‌تر درکیهان‌شناسی است و در نتیجه بهتر است چارچوبی را به‌کار بریم که مشکلات مفهومی نداشته‌باشد، وکیهان‌شناسان در استفاده از آن احساس راحتی کنند. بنابراین بهتر است بحث کیهان‌شناسی خود را با مرور خطوط اصلی نسبیت عام آغاز کنیم. برخورد با این نظریه در فصل ۲ در سطح مقدماتی است. بنابراین، حتی اگر خواننده قبلاً با این نظریه آشنا باشد می‌تواند آن را مفید بیابد، زیرا با نمادگذاری به‌کاررفته در بقیهٔ کتاب آشنا می‌شود.

تمرینها

۱. قطر AB مدار زمین را 3×10^{8} km و ستارهٔ S را در فاصلهٔ d طوری در نظر بگیرید که $SA = SB$ و زاویهٔ ASB برابر ۲ ثانیهٔ کمانی باشد. d را محاسبه کنید. این یکای فاصلهٔ پارسک است. رابطهٔ آن را با سال نوری تعیین کنید.

1. E. A. Milne 2. W. H. McCrea

۲. با فرض اینکه خورشید تقریباً در هر ۲×۱۰^۸ سال یک مدار دایره‌ای را به دور مرکز کهکشان، در فاصلهٔ ۱۰ kpc بپیماید، جرم موجود در مدار خورشیدی را به‌دست آورید، فرض کنید که این حجم کروی است و تأثیر جرم موجود در خارج آن را نادیده بگیرید. (می‌توانید از دینامیک و گرانش نیوتونی استفاده کنید.)

۳. کهکشانی دارای جرم مرئی $۱۰^{۱۱} M_\odot$ و منحنی دوران تختی است که در سطح $۱۵۰\ \mathrm{km\ s^{-1}}$ تا ۲۵ kpc امتداد دارد. نسبت جرم مادهٔ تاریک به جرم مرئی آن چقدر است؟

۴. انرژی گرانشی یک زوج کهکشان برخوردکننده، هر یک به جرم $۱۰^{۱۱} M_\odot$، را محاسبه کنید که فاصلهٔ آنها از هم تقریباً ۱۰ kpc است و آن را با انرژی مورد نیاز یک چشمهٔ رادیویی توانمند مقایسه کنید. از این مقایسه چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۵. با استفاده از ثابت هابل $h_\circ = ۰/۶$، حد بالای تقریبی اندازهٔ زاویه‌ای کوازاری با انتقال به سرخ $z = ۰/۲$ را در صورتی تعیین کنید که تغییرات زمانی ۱ h را از خود نشان دهد. (این استدلال را به‌کار برید که هیچ اثر فیزیکی نمی‌تواند در ماده سریعتر از نور حرکت کند.)

۶. با استفاده از چگالی انرژی زمینهٔ ریزموج در شکل ۳.۱ دمای آن را برآورد کنید، آن را جسم سیاه در نظر بگیرید.

۲

نسبیت عام

۱.۲ فضا، زمان، و گرانش

هر نظریهٔ علمی مهم ویژگی بارز مربوط به خود را دارد. جنبهٔ بارز گرانش نیوتونی قانون عکس مجذور فاصله است. برای آنهایی که با قوانین دینامیک آشنا نیستند، این واقعیت که یک سیاره تحت تأثیر نیروی جاذبهٔ به‌طرف خورشید دور آن بگردد تعجب‌آور است. دستاورد عمدهٔ نظریهٔ الکترومغناطیس ماکسول وحدت‌بخشیدن به الکتریسیته و مغناطیس و نشان‌دادن این موضوع بود که خود نور هم یک موج الکترومغناطیسی است. موقعیت یکتای سرعت نور مشخصهٔ نسبیت خاص اینشتین است، درحالی‌که ویژگی مهم مکانیک کوانتومی، که آن را از مکانیک کلاسیک متمایز می‌سازد، اصل عدم قطعیت است.

مشخصهٔ بارز نسبیت عام که می‌تواند آن را کاملاً به‌خود اختصاص دهد چیست؟ سر نخی در مورد پاسخ به این پرسش را عنوان این بخش در اختیارمان می‌گذارد.

بگذارید گرانش را با الکتریسیته مقایسه کنیم. می‌دانیم که دو بار الکتریکی غیرهمنام، طبق قانون عکس مجذوری کولن، یکدیگر را جذب می‌کنند، درست همان‌طور که دو جرم بنابر قانون

عکس مجذوری نیوتونی یکدیگر را به‌صورت گرانشی جذب می‌کنند. از این نظر، الکتریسیته و گرانش مشابه‌اند. اما، نمی‌توان از این فراتر رفت؛ همچنین می‌دانیم که دو بار الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند، و به‌نظر می‌رسد که این ویژگی همتایی در گرانش ندارد. هر تکهٔ ماده تکهٔ دیگر را جذب می‌کند، و ما هیچ مورد دافعهٔ گرانشی نداریم.

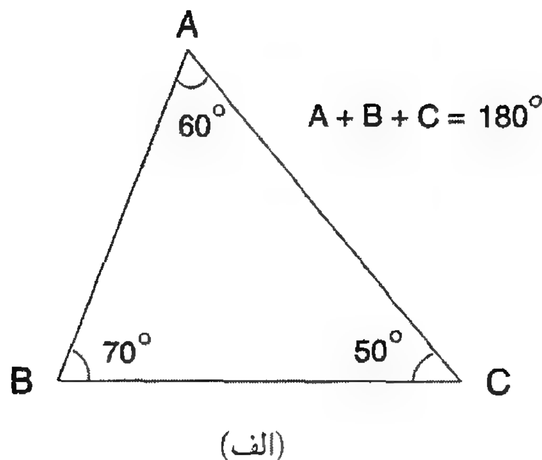
می‌توان این تفاوت بین الکتریسیته و گرانش را به‌صورت عملی‌تری بیان کرد. وجود دافعه علاوه بر جاذبه این امکان را فراهم می‌سازد که اتاقک بسته‌ای بسازیم که درون آن از هر تأثیر الکتریکی خارجی مصون باشد. اما در مورد گرانش چنین نیست؛ نمی‌توان به‌هیچ ناحیه‌ای از فضا اشاره کرد که تحت تأثیر عوامل گرانشی خارجی نباشد. گرانش دائمی است: نمی‌توان آن را به اختیار از میان برد.

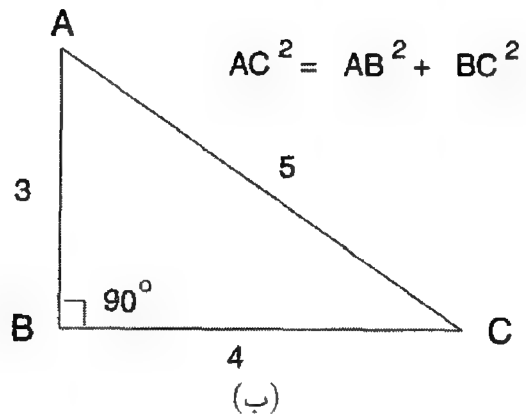
این سرشت همیشه در صحنهٔ گرانش نقش مهمی در نظریهٔ نسبیت عام اینشتین دارد. اینشتین استدلال کرد که گرانش، به‌واسطهٔ تداوم باید یک جزء ذاتی فضا و زمان باشد. وی، به‌کمک بارقهٔ استادانهٔ نبوغ، این ویژگی را به‌صورت هندسهٔ فضا و زمان مشخص کرد. وی گفت که هر تأثیری را که به گرانش نسبت دهیم درواقع از این‌رو به‌وجود می‌آید که هندسهٔ فضا و زمان «غیرعادی» است. بگذارید ببینیم منظور از واژهٔ «غیرعادی» چیست و چگونه این ویژگی فضا و زمان به اثرهای گرانشی می‌انجامد ــ زیرا ویژگیهای بارزی که نسبت عام را از سایر نظریه‌های فیزیک متمایز می‌کند در اینجا نهفته است.

ویژگی «عادی» فضا، که در مدرسه می‌آموزیم تا آن را به راههای مختلف به‌کار ببریم، هندسه‌ای است که پایه‌های آن را ریاضیدان یونانی اقلیدس در حدود ۳۰۰ سال قبل از میلاد بنا نهاد. هندسهٔ اقلیدسی ساختاری منطقی است که در آن قضیه‌های مربوط به مثلثها، متوازی‌الاضلاعها، دایره‌ها، و غیره برمبنای اصول موضوعی ثابت می‌شود که بدیهی در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین نتایجی که در شکل ۱.۲ نشان داده شده‌اند پیامد قضیه‌های مربوط به هندسهٔ اقلیدسی است، که مبنای آنها اصول موضوع اولیهٔ اقلیدس است.

فقط در قرن نوزدهم ریاضیدانان متوجه شدند که اصول موضوع اقلیدس خدشه‌ناپذیر نیست. می‌توانیم اصول موضوع جدیدی را در نظر بگیریم، که متقابلاً ناسازگار نباشند، و به هندسهٔ جدیدی بینجامند. در واقع، چنانکه کار ریاضیدانهایی چون گاؤس[1] (۱۸۵۵ـ۱۷۷۷)، بولیا[2] (۱۸۶۰ـ۱۸۰۲)، لوباچفسکی[3] (۱۸۵۶ـ۱۷۹۳)، و ریمان[4] (۱۸۶۶ـ۱۸۲۶) نشان داد، تعداد زیادی از این هندسه‌ها را می‌توان ساخت. این هندسه‌ها را به‌طور کلی هندسه‌های نااقلیدسی می‌نامند. مثلاً، هندسهٔ سطح کره نااقلیدسی است. اگر یک خط راست روی سطح کره را خط

1. Gauss 2. Bolyai 3. Lobatchevsky 4. Riemann





شکل ۱.۲ (الف) مجموع سه زاویهٔ مثلث ABC برابر 180° است. (ب) قضیهٔ مشهور فیثاغورس برای یک مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC.

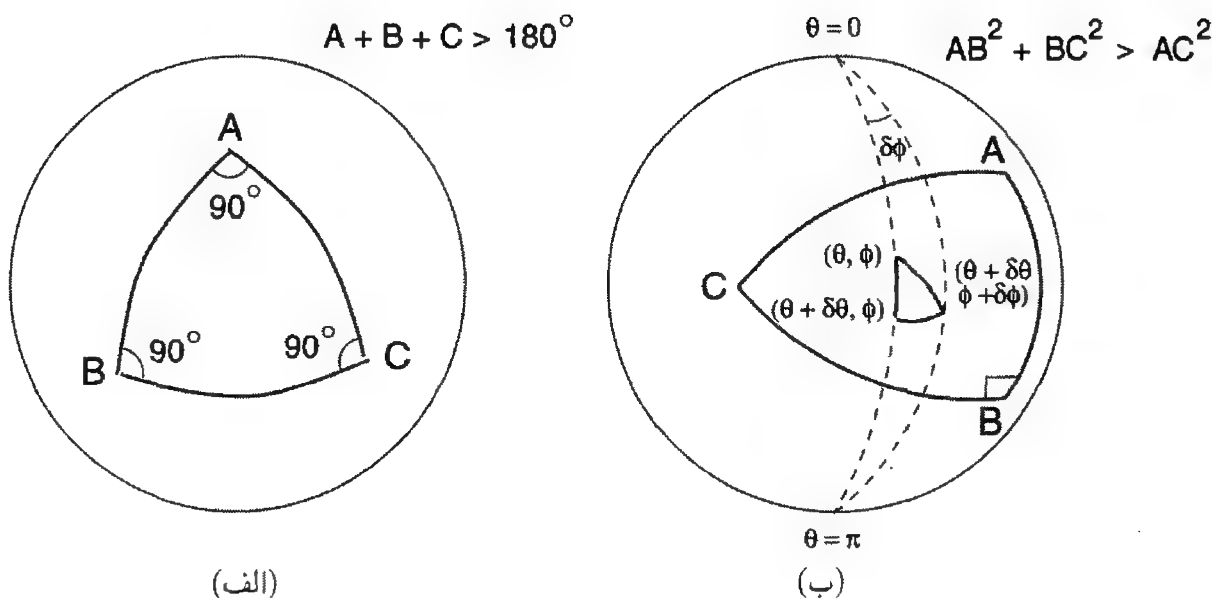
کوتاهترین فاصله بین دو نقطه در نظر بگیریم، به‌راحتی می‌توان دید که این خطها دایره‌های عظیمه هستند و هر دو خط راست با یکدیگر برخورد می‌کنند. بنابراین، در این هندسه خطهای موازی وجود ندارد. شکل ۲.۲ نشان می‌دهد که چگونه قضیه‌های شکل ۱.۲ در مورد هندسهٔ نااقلیدسی سطح کره صادق نیستند.

مفهوم هندسهٔ فضا را می‌توان، به‌واسطه شالوده‌هایی که اینشتین با نظریهٔ نسبیت خاص خود بنا نهاد، به هندسهٔ فضا و زمان گسترش داد. بگذارید از نسبیت خاص نتیجهٔ آشنای زیر را یادآور شوم. بگذارید (x, y, z) مختصات دکارتی سیستم و t زمانی باشد که ناظر O ساکن در یک چارچوب مرجع لخت اندازه می‌گیرد، یعنی، ناظری که نیرویی بر او وارد نمی‌شود. بعداً به بحث دربارهٔ این ناظر خواهیم پرداخت. بگذارید دو رویداد مجاور در فضا و زمان را با مختصات (x, y, z, t) و $(x + \mathrm{d}x, y + \mathrm{d}y, z + \mathrm{d}z, t + \mathrm{d}t)$ مشخص کنیم. مشابه اقلیدسی قضیهٔ فیثاغورس در شکل ۱.۲ (ب) به قرار زیر است. مربع «فاصله» بین دو رویداد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 - \mathrm{d}z^2. \qquad (۱.۲)$$

فاصله $\mathrm{d}s$ از این نظر ناورداست که ناظر لخت دیگر O'، که این فاصله را با بهره‌گیری از دستگاه مختصات متفاوت (x', y', z', t') اندازه می‌گیرد، همین پاسخ را به‌دست می‌آورد.

اما، وقتی از نسبیت خاص به نسبیت عام می‌رویم و ایدهٔ اینشتین را که هندسهٔ فضا و زمان در حضور گرانش غیرعادی است کمّی می‌کنیم، شکل سادهٔ (۱.۲) را به نفع شکل پیچیده‌تری کنار می‌گذاریم. این با گذار از شکل ۱.۲ (ب) به شکل ۲.۲ (ب) قابل مقایسه است. شکل پیچیده‌تر



شکل ۲.۲ (الف) روی سطح یک کره مجموع هر سه زاویه بیش از ۱۸۰° می‌شود. برای مثلث نشان داده شده، مجموع سه زاویه ۲۷۰° است. (ب) قضیهٔ فیثاغورس برای یک مثلث قائم الزاویهٔ کروی (که در داخل ΔABC نشان داده شده است) معتبر نیست، اما در مختصات کروی (θ, ϕ) پیچیده‌تر به‌نظر می‌رسد و به‌صورت $\mathrm{d}s^{۲} = a^{۲}(\mathrm{d}\theta^{۲} + \sin^{۲}\theta \mathrm{d}\phi^{۲})$ در می‌آید، که a شعاع دایره است.

هنوز درجهٔ دوم است، و ما آن را رسماً به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathrm{d}s^{۲} = \sum_{i,k=۰}^{۳} g_{ik}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^k. \qquad (۲.۲)$$

در اینجا نمادگذاری را به‌صورت زیر اصلاح کرده‌ایم. مختصات اکنون x^i نامیده می‌شوند که $i = ۱, ۲, ۳$ سه مختصهٔ فضا و $i = ۰$ مختصه زمان است. ضریبهای g_{ik} توابعی از x^i با این ویژگی هستند که ماتریس $\|g_{ik}\|$ دارای نشان ۲− است. (یعنی اگر معادلهٔ درجهٔ دوم (۲.۲) قطری شود، دارای یک جملهٔ مربعی با ضریب مثبت و سه جملهٔ مربعی با ضرایب منفی خواهد بود. نشان برابر است با تعداد جمله‌های مثبت منهای تعداد جمله‌های منفی.) مناسب است که این ساختار وحدت یافتهٔ فضا و زمان را فضازمان بنامیم.

بدیهی است، هندسهٔ فضازمانی که در آن فاصلهٔ ناوردای بنیادی به‌جای رابطهٔ (۱.۲) از رابطهٔ (۲.۲) به‌دست می‌آید «غیرعادی» است. ویژگیهای آن به تابع g_{ik} بستگی دارد. اما آیا این ویژگیها چیزی دربارهٔ حضور گرانش به ما می‌گوید؟ به چه طریق می‌توان به‌روشنی پدیده‌های گرانشی مانند حرکت سیارات تأثیر هندسه در نظر گرفت؟ در بقیهٔ این فصل می‌کوشیم به این پرسشها پاسخ دهیم.

۲.۲ بردارها و تانسورها

بگذارید دوباره مثال هندسهٔ روی سطح کره‌ای به شعاع a را در نظر بگیریم. اگر فرض کنیم که کره در فضای سه‌بعدی با مختصات دکارتی x، y، z قرار دارد، می‌توانیم معادلهٔ سطح کره را به صورت زیر بنویسیم

$$x^۲ + y^۲ + z^۲ = a^۲. \qquad (۳.۲)$$

اما، برای توصیف هندسهٔ سطح کره، بهتر است از مختصاتی بهره بگیریم که ذاتاً مربوط به سطح کره است. چنین مختصاتی موجود است و مانند عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی برای مشخص کردن یک نقطه برروی زمین مورد استفاده قرار می‌گیرد. به‌صورت دقیقتر،

$$x = a\sin\theta\cos\phi, \qquad y = a\sin\theta\sin\phi, \qquad z = a\cos\theta \qquad (۴.۲)$$

به‌طوری که برای هر (θ, ϕ) با $۰ \leqslant \theta \leqslant \pi$ و $۰ \leqslant \phi < ۲\pi$ می‌توان محل نقطهٔ (x, y, z) را برروی سطح کره مشخص کرد. مثلثات کروی نشان می‌دهد که چگونه می‌توان زاویه‌ها، اضلاع، و غیره را در مثلثهایی که روی سطح کره رسم می‌شوند اندازه‌گیری و به‌هم مربوط کرد. قاعده‌های هندسهٔ اقلیدسی در مورد این اندازه‌گیریها به‌کار نمی‌روند.

در مثال بالا، مربع فاصلهٔ بین دو نقطهٔ مجاور (ϕ, θ) و $(\theta + \mathrm{d}\theta, \phi + \mathrm{d}\phi)$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathrm{d}\sigma^۲ = [\mathrm{d}x^۲ + \mathrm{d}y^۲ + \mathrm{d}z^۲]_{\sum} = a^۲(\mathrm{d}\theta^۲ + \sin^۲\theta\mathrm{d}\phi^۲). \qquad (۵.۲)$$

بنابراین مثالهایی از g_{ik} داریم که ثابت نیستند (ضریب $\mathrm{d}\phi^۲$ برابر است با $a^۲\sin^۲\theta$.).

اما، ثابت نبودن g_{ik} یا سرشت ناقطری آن بدین معنی نیست که با هندسهٔ نااقلیدسی سروکار داریم. برای مثال، در فضای سه‌بعدی اقلیدسی، تبدیل

$$x = r\sin\theta\cos\phi, \qquad y = r\sin\theta\sin\phi, \qquad z = r\cos\theta \qquad (۶.۲)$$

که (θ, ϕ) مانند قبل تعریف می‌شود و $۰ \leqslant r \leqslant \infty$ می‌دهد

$$\mathrm{d}\sigma^۲ = \mathrm{d}x^۲ + \mathrm{d}y^۲ + \mathrm{d}z^۲ = \mathrm{d}r^۲ + r^۲(\mathrm{d}\theta^۲ + \sin^۲\theta\mathrm{d}\phi^۲). \qquad (۷.۲)$$

دوباره g_{ik} را برحسب r و θ داریم. اما می‌دانیم که با هندسهٔ اقلیدسی سروکار داریم و وابستگی g_{ik} به r و θ یک اثر کاملاً مختصاتی است.

بنابراین باید به‌گونه‌ای اطلاعات هندسی لازم را جدا از اثرهای کاملاً مختصاتی استخراج کنیم. به‌صورت کیفی می‌توان دید که اطلاعات لازم باید حتی وقتی از یک دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر می‌رویم دوام بیاورند. برای به‌دست آوردن این اطلاعات، باید نظامی را به‌وجود آوریم که تعیین کند چه چیزهایی بر اثر تبدیل مختصات تغییر نمی‌کنند. این نظام را ناورداها، بردارها، و تانسورهایی که اکنون بررسی می‌کنیم فراهم می‌سازند.

بگذارید ابتدا قرارداد مجموعیابی را معرفی کنیم. اغلب به جمعهایی به شکل زیر برمی‌خوریم

$$\sum_{i=0}^{3} A_i B^i, \quad \sum_{k=0}^{3} A_{ik} B^k, \quad \sum_{i,k=0}^{3} P_{ik}\xi^i\xi^k, \ldots$$

در این موارد بهتر است که نماد مجموعیابی را حذف کنیم و این کمیتها را به‌صورت زیر بنویسیم

$$A_i B^i, \quad A_{ik} B^k, \quad P_{ik}\xi^i\xi^k, \ldots,$$

قاعده آن است که هرگاه شاخصی یک بار به‌صورت اندیس پایین و یک بار به‌صورت اندیس بالا در یک عبارت ظاهر شد، به‌صورت خودکار روی تمام مقادیر (از ۰ تا ۳) جمع بسته می‌شود. بنابراین رابطهٔ (۲.۲) را می‌توان به‌صورت فشرده‌تر زیر نوشت

$$\mathrm{d}s^2 = g_{ik}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^k. \tag{۸.۲}$$

در اینجا ذکر یک هشدار ضروری است: این قرارداد مجموعیابی در هیچ شرایط دیگر به‌کار نمی‌رود. بنابراین در مورد کمیتهای زیر صادق نیست.

$$A_i B_i, \; A_{ik} B_i C_i, \ldots$$

که در آن شاخصهای تکراری با دو بار ظاهر شدن، یک بار بالا و یک بار پایین، از قاعده پیروی نمی‌کنند. اما، این عبارتها در اغلب محاسبه‌های نسبیتی ظاهر نمی‌شوند. در واقع، ظهور چنین عبارتهای «هیولایی» به ما هشدار می‌دهد که در کار با شاخصها اشتباه کرده‌ایم.

ما فرض خواهیم کرد که شاخصهای لاتین i، j، k... فقط تمام مقادیر ۰، ۱، ۲، ۳ را اختیار می‌کند. این مقادیر معمولاً برای مؤلفه‌های فضا به‌کار می‌روند، و در اینجا از شاخصهای μ، ν... بدین منظور استفاده می‌کنیم.

شایان ذکر است که بسیاری از کتابهای درسی دیگر از قرارداد نشان‌دادن مختصات فضازمان با شاخصهای یونانی λ، μ، ν و غیره استفاده می‌کنند. همین‌طور، بسیاری از مؤلفان ترجیح می‌دهند

که (۱.۲) را با علامت مخالف سمت راست بنویسند. این تفاوتها سرشت آرایشی دارند و تأثیری در فیزیک مسئله ندارند.

۱.۲.۲ نرده‌ای‌ها

یک کمیت نرده‌ای یا ناوردا تحت هیچ تغییر مختصاتی تغییر نمی‌کند. بنابراین، اگر $\phi(x^i)$ تابعی از مختصات باشد، درصورتی ناورداست‌که مقدار آن تحت تبدیل از x^i به مختصات جدید x'^i حفظ شود:

$$\phi(x^i) = \phi[x^i(x'^k)] = \phi'(x'^k). \qquad (۹.۲)$$

توجه کنید که شکل تابع ممکن است تغییر کند، اما مقدار آن تغییر نمی‌کند.

۲.۲.۲ بردارهای پادوردا

فرض کنید یک منحنی در فضا و زمان داریم، که با λ پارامتری‌سازی شده است (نگاه کنید به شکل ۳.۲). بنابراین، نقطه‌های روی منحنی دارای مختصات زیر هستند

$$x^i \equiv x^i(\lambda) \qquad (۱۰.۲)$$

که x^iها توابع معینی از λ هستند. جهت مماس بر منحنی در هر نقطه را برداری با چهار مؤلفه تعیین می‌کند،

$$A^i \equiv \frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}\lambda}. \qquad (۱۱.۲)$$

توجه کنید که جهت مماس بر منحنی مفهومی ناورداست: تغییر مختصات نباید این مفهوم را تغییر دهد، اگرچه چهار مؤلفهٔ آن در مختصات جدید متفاوت خواهند بود. فرض کنید مختصات جدید x'^i و مؤلفه‌های جدید A'^i باشند. پس داریم

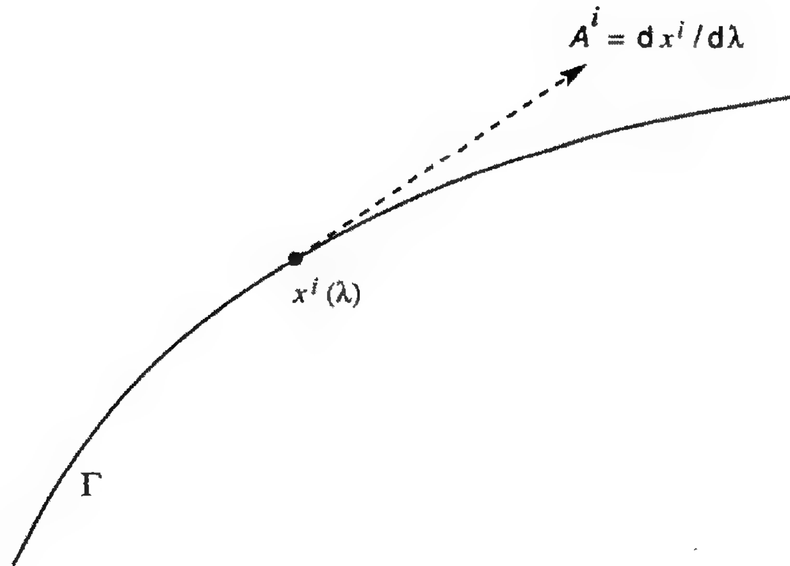
$$A'^i \equiv \frac{\mathrm{d}x'^i}{\mathrm{d}\lambda}. \qquad (۱۲.۲)$$

بجز مواردی که خلاف آن ذکر شود، فرض خواهیم کرد که توابع تبدیل

$$x^i = x^i(x'^k), \qquad x'^k = x'^k(x^i) \qquad (۱۳.۲)$$

پیوسته و لااقل دارای مشتق دوم هستند. پس به‌راحتی می‌توان دید که A'^i و A^i با تبدیل خطی زیر به‌هم مربوط می‌شوند

$$A'^k = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i}\,\frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i}A^i. \qquad (۱۴.۲)$$



شکل ۳.۲ بردار مماس بر منحنی Γ به‌صورت یک بردار پادوردا تبدیل می‌شود.

رابطهٔ (۱۴.۲) را به‌عنوان قانون تبدیل برای هر بردار A^i به‌کار خواهیم برد. کمیتهایی را که تحت قانون خطی بالا تبدیل می‌شوند بردارهای پادوردا می‌نامند. چهار مؤلفهٔ یک بردار پادوردا را یک اندیس بالا مشخص می‌کند.

به‌عنوان مثال، منحنی پارامتری‌سازی شدهٔ زیر را در نظر بگیرید

$$x^0 = \text{const.}, \quad x^1 = \text{const.}, \quad x^2 = \lambda, \quad x^3 = \lambda^2. \qquad (۱۵.۲)$$

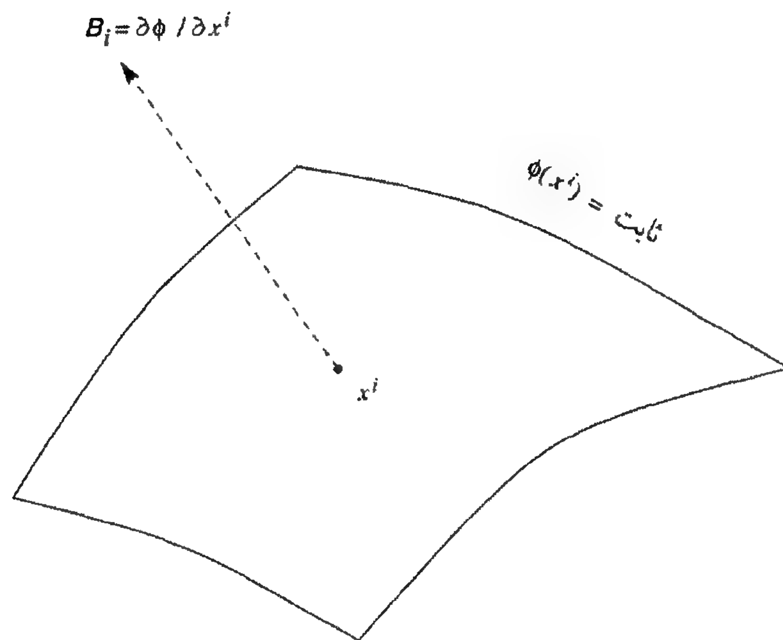
مماس بر این منحنی را بردار پادوردای A^i مشخص می‌کند، که مؤلفه‌های آن عبارت‌اند از

$$A^0 = 0, \quad A^1 = 0, \quad A^2 = 1, \quad A^3 = 2\lambda. \qquad (۱۶.۲)$$

۳.۲.۲ بردارهای هموردا

سپس تابع نرده‌ای $\phi(x^k)$ را در نظر بگیرید. معادلهٔ

$$\phi(x^k) = \text{const.} \qquad (۱۷.۲)$$



شکل ۴.۲ عمود بر سطح سه‌بعدی $\sum$ به‌صورت یک بردار هموردا تبدیل می‌شود.

اَبَررویه‌ای (یعنی، رویه‌ای سه‌بعدی) را توصیف می‌کند که عمود بر آن با چهارکمیت زیر مشخص می‌شود

$$B_i = \frac{\partial\phi}{\partial x^i}. \tag{۱۸.۲}$$

(نگاه کنید به شکل ۴.۲). باز هم، مفهوم عمود بر یک اَبَررویه باید مستقل از مختصات به‌کار رفته باشد. با توجه به تبدیل مختصات (۱۳.۲)، مؤلفه‌های جدید عبارت‌اند از

$$B'_i = \frac{\partial\phi}{\partial x'^i}.$$

به‌راحتی دیده می‌شود که $B'_i \leftrightarrow B_i$ یک تبدیل خطی است:

$$B'_k = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} B_i. \tag{۱۹.۲}$$

باز هم، رابطهٔ (۱۸.۲) را به‌عنوان یک قانون تبدیل هر بردار B_i تعمیم می‌دهیم. کمیتهایی که طبق این قاعده تبدیل می‌شوند را بردارهای هموردا می‌نامند. به‌عنوان مثال، عمود بر کرهٔ واحد از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\phi = (x^۱)^۲ + (x^۲)^۲ + (x^۳)^۲ = ۱$$

دارای مؤلفه‌های هموردای زیر است

$$B_0 = 0, \quad B_1 = 2x^1, \quad B_2 = 2x^2, \quad B_3 = 2x^3.$$

۴.۲.۲ تانسورها

مفهوم یک بردار را می‌توان به مفهوم یک تانسور تعمیم داد. بنابراین یک تانسور پادوردای رتبهٔ ۲ با قانون تبدیل زیر مشخص می‌شود

$$T'^{ik} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m}\frac{\partial x'^k}{\partial x^n}T^{mn}. \tag{۲۰.۲}$$

یک تانسور هموردای رتبه ۲ به‌همین ترتیب با قانون تبدیل زیر مشخص می‌شود

$$T'_{ik} = \frac{\partial x^m}{\partial x'^i}\frac{\partial x^n}{\partial x'^k}T_{mn}. \tag{۲۱.۲}$$

می‌توان تانسورهای مخلوط داشت. بنابراین T^i_k یک تانسور مخلوط رتبه ۲، با یک اندیس پادوردا و یک اندیس هموورداست. این تانسور به‌صورت زیر تبدیل می‌شود

$$T'^i_k = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m}\frac{\partial x^n}{\partial x'^k}T^m_n. \tag{۲۲.۲}$$

باز هم، این مفاهیم را می‌توان به‌راحتی به تانسورهای با رتبهٔ بالاتر از ۲ تعمیم داد. قاعده وارد کردن عامل تبدیل $\partial x'^i/\partial x^m$ برای هر اندیس پادوردای i و یک عامل $\partial x^n/\partial x'^k$ برای هر اندیس هموردای k است.

مثال ۱

کمیتهای g_{ik} به‌صورت یک تانسور هموردا تبدیل می‌شوند. این نتیجه پیامد این فرض است که $\mathrm{d}s^2$ در رابطهٔ (۸.۲) ناورداست. برای

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}s^2 &= g_{ik}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^k \\
&= g_{ik}\left(\frac{\partial x^i}{\partial x'^m}\mathrm{d}x'^m\right)\left(\frac{\partial x^k}{\partial x'^n}\mathrm{d}x'^n\right) \\
&= \left(g_{ik}\frac{\partial x^i}{\partial x'^m}\frac{\partial x^k}{\partial x'^n}\right)\mathrm{d}x'^m\mathrm{d}x'^n \\
&= g'_{mn}\mathrm{d}x'^m\mathrm{d}x'^n
\end{aligned}$$

یعنی،

$$g'_{mn} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \frac{\partial x^k}{\partial x'^n} g_{ik}. \qquad (۲۳.۲)$$

این تانسور را تانسور متریک می‌نامند. عبارت مربعی برای $ds^۲$ را جزء خط فضازمان یا متریک فضازمان می‌خوانند.

مثال ۲

دلتای کرونکر که با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود

$$\delta^i_k = ۱ \quad \text{اگر} \quad i = k, \qquad \text{در غیر این صورت} \quad \delta^i_k = ۰ \qquad (۲۴.۲)$$

یک تانسور مخلوط رتبهٔ ۲ است.

مثال ۳

ماتریس $\|g^{ik}\|$ را طوری تعریف کنید که عکس ماتریس $\|g_{ik}\|$ باشد، با فرض اینکه g، دترمینان $\|g_{ik}\| \neq ۰$ (چون g_{ik} دارای نشان ۲− است، g منفی است.) بنابراین داریم

$$g_{ik}g^{kl} = \delta^l_i. \qquad (۲۵.۲)$$

اگر بتوان نشان داد که g^{ik} مانند یک تانسور پادوردا رتبه ۲ تبدیل می‌شود (تمرین ۶).

مثال ۴

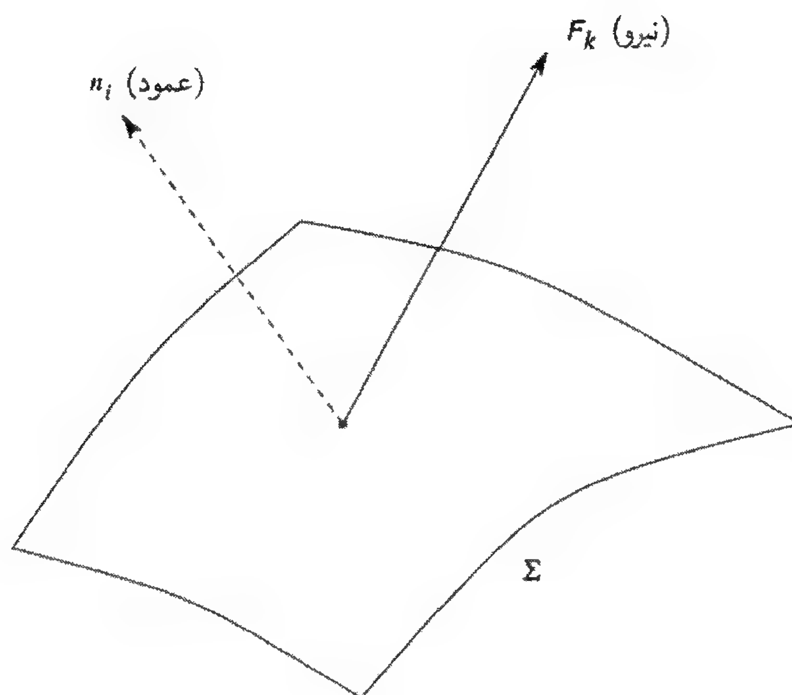
با مثال فیزیکی تانسورها در هنگامی روبه‌رو می‌شویم که در مورد تغییر شکل مواد بحث می‌کنیم. شکل ۵.۲ سطح Σی چنین ماده‌ای را نشان می‌دهد، که دارای عمود n_i در نقطهٔ نوعی P است. اگر این سطح در معرض فشار قرارگیرد، نیروی وارد بر جزء سطح اطراف P در جهت F_k خواهد بود، که با عمود بر سطح تفاوت دارد، ولی با رابطهٔ تانسور خطی زیر به آن مربوط می‌شود

$$F_k = T^i_k n_i,$$

که T^i_k تانسور تنش است. اگر تنش همسانگرد باشد، داریم

$$T^i_k = p\delta^i_k$$

که p فشاری است که نیروی قائم بر سطح Σ را به‌وجود می‌آورد.



شکل ۵.۲ نیروی ناشی از تنش F_k وارد بر سطح Σی یک مادهٔ کشسان الزاماً در امتداد عمود بر سطح n_i نیست. تانسور تنش بردار نیرو را به بردار عمود مربوط می‌سازد.

۵.۲.۲ تانسورهای متقارن و پادمتقارن

اگر تانسورهای S_{ik} و A_{ik} در رابطه‌های زیر صدق کنند

$$S_{ik} = S_{ki}, \qquad A_{ik} = -A_{ki} \tag{۲۶.۲}$$

به ترتیب تانسورهای متقارن و پادمتقارن رتبهٔ ۲ هستند. این موضوع را می‌توان به تانسورهای رتبه بالاتر تعمیم داد، و ما به تانسورهای ویژه‌ای برمی‌خوریم که دارای مشخصات تقارن و پادتقارن نسبت به یک اندیس یا همهٔ آنها هستند.

مثال ۱

g_{ik} و g^{ik} تانسورهای متقارن‌اند.

مثال ۲

نماد ε_{ijkl} را با ویژگیهای زیر در نظر بگیرید:

$$\varepsilon_{ijkl} = +۱ \quad \text{اگر } (ijkl) \text{ یک جایگشت زوج } (\circ ۱۲۳) \text{ باشد}$$
$$\varepsilon_{ijkl} = -۱ \quad \text{اگر } (ijkl) \text{ یک جایگشت فرد } (\circ ۱۲۳) \text{ باشد}$$
$$\varepsilon_{ijkl} = \circ \quad \text{در غیر این صورت} \tag{۲۷.۲}$$

نشان خواهیم داد که

$$e_{ijkl} = \sqrt{-g}\varepsilon_{ijkl} \tag{۲۸.۲}$$

مثل یک تانسور تبدیل می‌شود.

ابتدا دترمینان (۲۳.۲) را می‌گیریم. فرض می‌کنیم J ژاکوبی $|\partial x^i/\partial x'^m|$ باشد. سپس با استفاده‌از این قاعده که دترمینان حاصلضرب ماتریسها برابر حاصلضرب دترمینانهای آنهاست، به‌دست می‌آوریم

$$g' = J^۲ g. \tag{۲۹.۲}$$

با این همه، از تعریف دترمینان داریم

$$\varepsilon_{mnpq} J = \varepsilon_{ijkl} \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \frac{\partial x^j}{\partial x'^n} \frac{\partial x^k}{\partial x'^p} \frac{\partial x^l}{\partial x'^q}. \tag{۳۰.۲}$$

با استفاده‌از رابطه‌های (۲۸.۲) و (۲۹.۲) به این نتیجه می‌رسیم که: e_{ijkl} تانسوری کاملاً پادمتقارن است. اما به‌صورت دقیق، e_{ijkl} شبه‌تانسور است، زیرا علامت آن براثر تبدیلهای شامل بازتاب چون $x'^\circ = -x^\circ$، $x'^۱ = x^۱$، $x'^۲ = x'^۲$ و $x'^۳ = x^۳$.

تمرینهای ۳ـ۱۰ در پایان این فصل به شناخت طرزکار بردارها و تانسورها کمک خواهد کرد. این بخش را با عمل مهم به پایان می‌رسانیم.

۶.۲.۲ ادغام

عمل ادغام شامل یکسان دانستن یک اندیس پایین با یک اندیس بالا در یک تانسور آمیخته است. این روال رتبه تانسور را به ۲ کاهش می‌دهد.

بنابراین $A^i B_k$ یک تانسور رتبه ۲ است اگر A^i و B_k بردار باشند. قرار دادن $i = k$ یک نرده‌ای خواهد بود

$$A^i B_i = A^\circ B_\circ + A^۱ B_۱ + A^۲ B_۲ + A^۳ B_۳.$$

مانند مورد نسبیت خاص، می‌توانیم A^i را طبق رابطه‌های زیر به‌صورت فضاگونه، زمان‌گونه، یا صفر تعریف کنیم

$$g_{ik}A^iA^k < \circ, \quad g_{ik}A^iA^k > \circ, \quad \text{یا} \quad g_{ik}A^iA^k = \circ.$$

بهتر است تانسورهای مربوطه را با رابطه‌های زیر تعریف کنیم

$$A_i = g_{ik}A^k, \quad A^k = g^{ik}A_i. \tag{۳۱.۲}$$

بنابراین $g_{ik}A^iA^k = A_kA^k$. عملیات دخیل در (۳۱.۲) را پایین‌بردن و بالابردن اندیسها می‌گویند. معمولاً می‌توانیم A^i و A_i را یک جسم بنامیم.

دستکاری تانسورها در بالا روشن است (و می‌توان اغلب اثبات کرد) که حاصلضرب دو تانسور یک تانسور است. نتیجه معکوس اغلب در نتیجه‌گیری اینکه یک کمیت تانسور است مفید واقع می‌شود. این نتیجه را قانون خارج قسمت می‌گویند. طبق این قانون رابطه‌ای چون

$$PQ = R$$

در تمام چارچوبهای مرجع برقرار است، و در آن P یک تانسور دلخواه رتبه m، R تانسور رتبه $m+n$، و Q یک تانسور رتبهٔ n است.

۳.۲ مشتق‌گیری هموردا

یک میدان برداری تابعی برداری از فضا در یک زیرفضای فضازمان است. بنابراین $B_i(x^k)$ یک میدان برداری همورداست که چهار مؤلفه آن در هر نقطهٔ (x^k) که تعریف شده است، طبق قاعده (۱۹.۲) تبدیل می‌شوند. فرض کنید B_i یک تابع مشتق‌پذیر (x^k) باشد. آیا مشتقهای $\partial B_i/\partial x^k$ مثل یک تانسور تبدیل می‌یابند؟

قبلاً دیدیم که مشتقهای $\partial\phi/\partial x^k$ یک نرده‌ای به‌صورت بردار تبدیل می‌یابند. بنابراین در نظر اول پاسخ به پرسش بالا ممکن است «آری» باشد. درواقع، در نسبیت خاص اغلب به چنین نتیجه‌هایی برمی‌خوریم. به‌عنوان مثال، اگر A_i ۴ـپتانسیل میدان الکترومغناطیسی (که به زبان چهار بعدی نسبیت خاص تعریف شده است) باشد، $\partial A_i/\partial x^k$، برای مختصات دکارتی (x, y, z) و زمان t (۱.۲)، به‌صورت یک تانسور تبدیل می‌شود. اما، در فضازمان کلیتر ما با یک سیستم مختصات دلخواه، پاسخ به پرسش بالا منفی است.

این نتیجه با مشتق‌گیری از (۱۹.۲) به‌راحتی تأیید می‌شود. به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\partial B'_k}{\partial x'^m} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k}\frac{\partial x^n}{\partial x'^m}\frac{\partial B_i}{\partial x^n} + \frac{\partial^2 x^i}{\partial x'^m \partial x'^k} B_i. \tag{۳۲.۲}$$

بنابراین، گرچه جملهٔ اول طرف راست برای اینکه $\partial B_i/\partial x^n$ را یک تانسور بسازد مناسب به‌نظر می‌رسد، اما جمله دوم این اثر را ضایع می‌کند. همچنین سرنخی دربارهٔ اینکه چرا این اتفاق می‌افتد به‌دست می‌دهد. مشتق دوم

$$\frac{\partial^2 x^i}{\partial x'^m \partial x'^k}$$

به‌طور کلی مخالف صفر است و نشان می‌دهد که ضریبهای تبدیل در معادلهٔ (۱۹.۲) برحسب مکان در فضازمان تغییر می‌کنند. بنابراین وقتی درصدد تشکیل مشتق $\partial B_i/\partial x^n$ برمی‌آییم، مجبوریم آن را به‌صورت یک حد تعریف کنیم

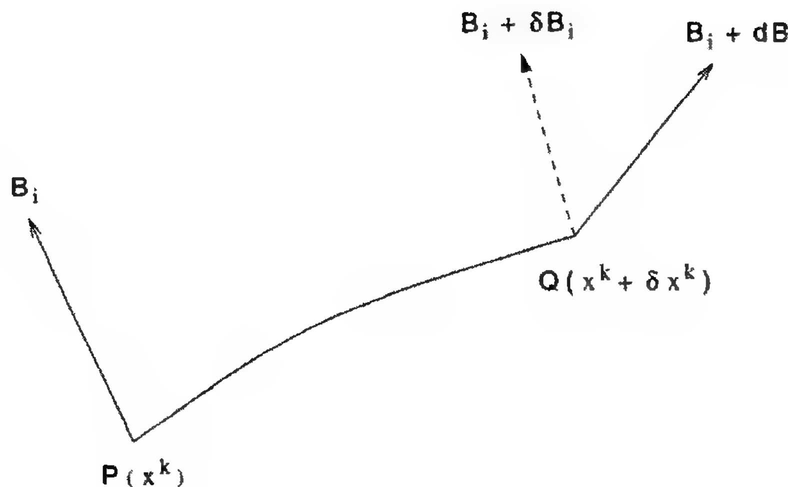
$$\frac{\partial B_i}{\partial x^n} = \lim_{\delta x^n \to 0}\left(\frac{B^i(x^k+\delta x^k) - B^i(x^k)}{\delta x^n}\right).$$

اما، دو جمله صورت کسر در دو نقطه مختلف به‌صورت بردار تبدیل می‌شوند زیرا ضریبهای تبدیل برحسب مکان تغییر می‌کند. بنابراین انتظار نداریم که تفاضل آنها یک بردار باشد. (تفاضل دو بردار در صورتی بردار است که هر دو در یک نقطه تعریف شوند.)

این وضعیت در شکل ۶.۲ ترسیم شده است. P و Q دو نقطهٔ مجاور (x^k) و $(x^k+\delta x^k)$ هستند، که بردارهای B_i در آنجا به‌صورت پیکانهای پیوسته نشان داده شده است. برای توصیف تغییر بردار از P به Q، باید به گونه‌ای این تفاضل را در یک نقطه اندازه بگیریم. چگونه می‌توان این کار را کرد؟

این کار به‌وسیلهٔ ابزاری صورت می‌گیرد که به ترابرد موازی معروف است. فرض کنید بردار B_i در P به Q برده شود که اندازه و جهت آن تغییر نکند. در شکل ۶.۲ این با بردار خط‌چین در Q نشان داده شده است. تفاوت بین بردار $B_i(x^k+\delta x^k)$ و این بردار خط‌چین یک بردار در Q است که تفاضل فیزیکی واقعی بردار در عبور از P به Q را نشان می‌دهد. بنابراین، بالاخره توانستیم فرایند مشتق‌گیری از بردار را تعریف کنیم، البته اگر بدانیم که در یک ترابرد موازی از P به Q چه بر سر B_i می‌آید.

ابتدا باید توجه کنیم که بردار خط‌چین لازم نیست همان مؤلفه‌های بردار خط‌پُر در P را داشته باشد. فقط در مختصات دکارتی مؤلفه‌ها یکسان‌اند. به‌عنوان مثال، صفحهٔ اقلیدسی با یک سیستم



شکل ۶.۲ میدان برداری دارای مؤلفه‌های B_i در P و $B_i + \mathrm{d}B_i$ در Q است. اگر B_i موازی خودش، در امتداد یک منحنی بینهایت کوچک که P را به Q متصل می‌کند، منتقل شود، مؤلفه‌های آن در Q، $B_i + \delta B_i$ خواهد بود.

مختصات قطبی را در نظر بگیرید. بردار $\mathbf{A}$ در نقطه P با مختصات (r, θ) دارای مؤلفه‌های A_r و A_θ در جهتهای شعاعی و عرضی است. اکنون اگر، مطابق شکل ۷.۲، از P به نقطهٔ مجاور Q با مختصات قطبی $(r + \delta r, \theta + \delta\theta)$ برویم، جهتهای شعاعی و عرضی در Q الزاماً با این جهتها در P موازی نیستند. بنابراین پس از ترابرد موازی $\mathbf{A}$ از P به Q، مؤلفه‌های شعاعی و عرضی آن در Q با A_r و A_θ تفاوت خواهند داشت.

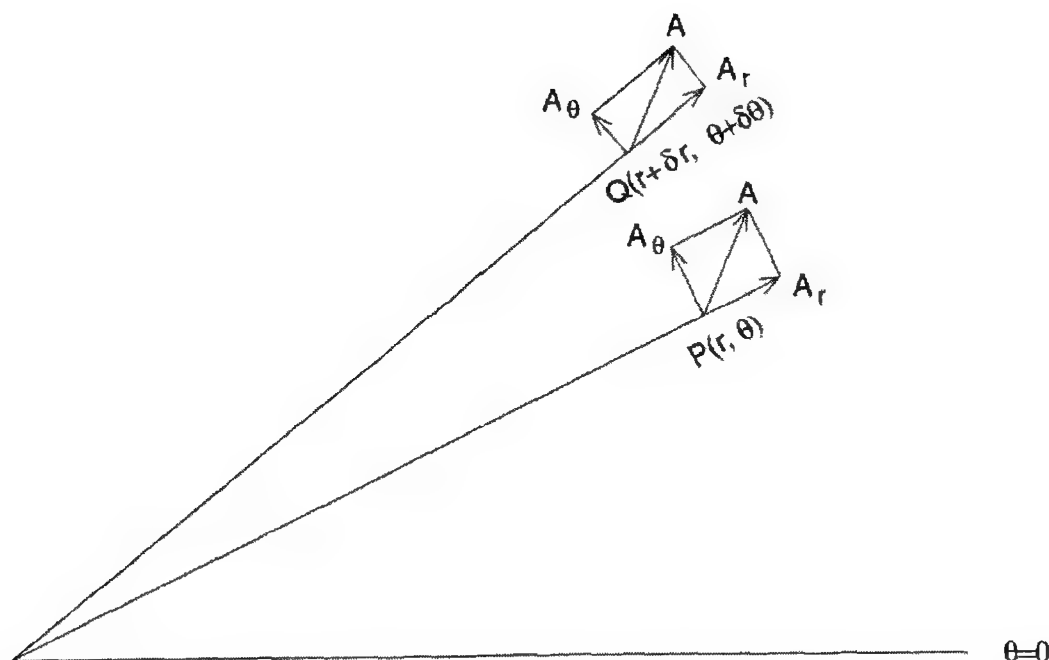
یک محاسبهٔ ساده(نگاه کنید به تمرین ۱۱) نشان می‌دهد که مؤلفه‌های $\mathbf{A}$ در Q عبارت‌اند از $A_r + \delta\theta A_\theta$ و $A_\theta - \delta\theta A_r$. با درس گرفتن از این مثال برای مورد کلی، می‌بینیم که تغییرات مؤلفه‌های B_i در ترابری موازی با مؤلفه‌های اولیهٔ B_i و نیز جابه‌جایی مکان δx^k از P به Q وجود دارد. می‌توان تغییر را به‌طور کلی به‌صورت زیر نشان داد

$$\delta B_i = \Gamma^l_{ik} B_l \delta x^k \tag{۳۳.۲}$$

که در آن مؤلفه‌های Γ^l_{ik} به‌طور کلی، توابعی از فضا و زمان هستند. این کمیتها را سه نماد شاخص یا نمادهای کریستوفل[1] می‌نامند.

توجه کنید که واردکردن (۳۳.۲) چیزی جدید سوای معرفی متریک است. متریک به ما می‌گوید که چگونه فاصلهٔ بین نقطه‌های مجاور را اندازه بگیریم، درحالی‌که رابطهٔ (۳۳.۲) نشان می‌دهد که چگونه بردارهای موازی در نقاط مجاور را تعریف کنیم. این ویژگی موازی‌بودن موضعی را اغلب ارتباط آفین فضازمان می‌نامند.

1. *Christoffel symbols*

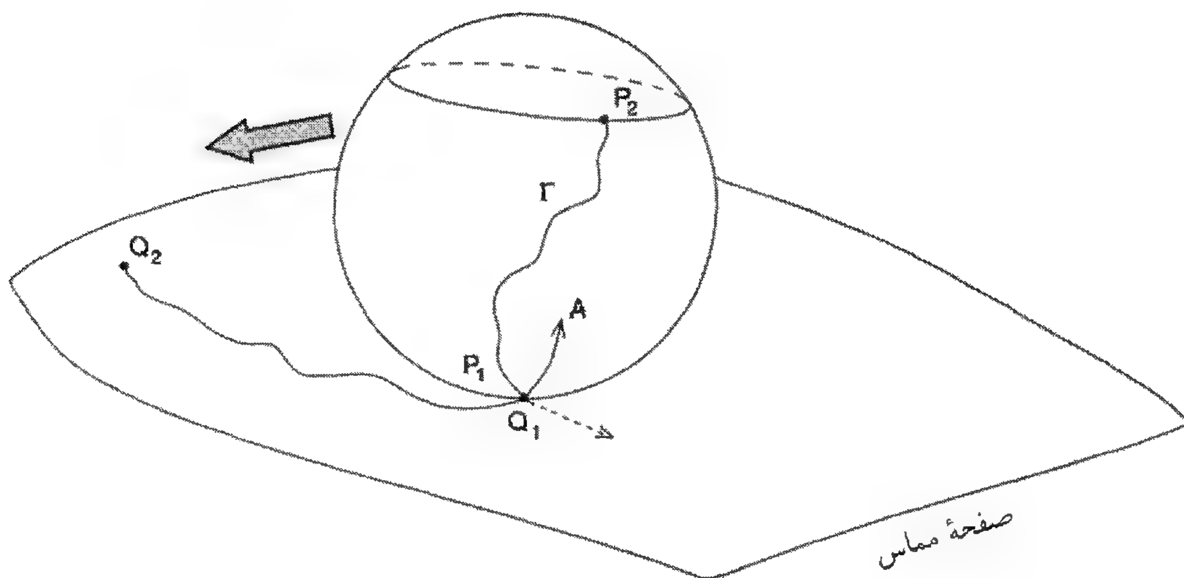


شکل ۷.۲ جهتهای شعاعی و عرضی در Q با جهتهای شعاعی و عرضی در P موازی نیستند. بنابراین بردارهای مساوی و موازی **A** در P و Q مؤلفه‌های شعاعی و عرضی متفاوت دارند.

مثال کره را در نظر می‌گیریم. فرض کنید Γ خمی باشد که برروی سطح کروی نقطه‌های P_1 و P_2 را به‌هم متصل کند. پیکان موجود در شکل ۸.۲ نشانگر اندازه و جهت بردار **A** در نقطهٔ P_1، همراه با نگاشت **A** (پیکان نقطه‌چین) در نقطهٔ نظیر Q_1 روی صفحه است. چگونه می‌توانیم آن را موازی با P_2 منتقل کنیم؟ صفحه‌ای را در نظر بگیرید که با کره در نقطهٔ P_1 مماس است، با نگاشت بردار **A** (پیکان نقطه‌چین) در نقطهٔ نظیر Q_1 روی صفحه. (منظور ما از نگاشت آن است که اندازه و جهت بردار اولیه روی کره و بردار نگاشته‌شده روی صفحهٔ مماس باید همساز باشد.) اکنون کره را به‌دقت روی صفحه بغلتانید به‌طوری‌که در نقطه‌های متوالی Γ با آن در تماس قرار گیرد. وقتی به نقطهٔ P_2 رسیدید، توقف کنید. نقطهٔ نظیر روی صفحه Q_2 را P_2 بنامید. برداری را موازی بردار آغازین روی صفحه در نقطهٔ نظیر P_2 رسم کنید. سپس به نگاشت این بردار برروی کره بپردازید. این بردار منتقل‌شده موجود در P_1 است.

با مراجعه به رابطهٔ (۳۳.۲)، می‌بینیم که تفاوت میان بردارهای پیوسته و نقطه‌چین در Q از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$B_i(x^k + \delta x^k) - [B_i(x^k) + \delta B_i] = \left(\frac{\partial B_i}{\partial x^k} - \Gamma^l_{ik} B_l\right) \partial x^k. \qquad (۳۴.۲)$$



شکل ۸.۲ ترابرد موازی برروی یک سطح کروی. برای توضیح بیشتر به متن نگاه کنید.

در نتیجه می‌توان مشتق با معنی فیزیکی یک بردار را به‌صورت زیر باز تعریف کرد

$$B_{i;\,k} \equiv \frac{\partial B_i}{\partial x^k} - \Gamma^l_{ik} B_l \equiv B_{i,k} - \Gamma^l_{ik} B_l. \qquad (۳۵.۲)$$

این مشتق، بنابه تعریف، باید مانند یک تانسور تبدیل شود. آن را مشتق هموردا می‌نامند و با نقطه ویرگول نمایش می‌دهند، برخلاف مشتق معمولی که با ویرگول مشخص می‌شود.

اگر $B_{i;k}$ باید مثل یک تانسور تبدیل یابد، ضرایب Γ^i_{kl} باید طبق قانون زیر تبدیل شوند:

$$\Gamma'^{i}_{k\,l} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} \frac{\partial x^n}{\partial x'^k} \frac{\partial x^p}{\partial x'^l} \Gamma^m_{np} + \frac{\partial^2 x^p}{\partial x'^k \partial x'^l} \frac{\partial x'^i}{\partial x^p}. \qquad (۳۶.۲)$$

این نتیجه را می‌توان با محاسباتی سرراست ولی خسته‌کننده تأیید کرد.

یک کمیت نرده‌ای، البته تحت ترابرد موازی تغییر نمی‌کند، بدین دلیل $\partial\phi/\partial x^k$ مانند یک بردار تبدیل می‌شود. اگر این نتیجه را به‌کار بریم درمی‌یابیم که برای بردار A_i، $(A_i A^i)_{,k}$ یک بردار است. این ویژگی امکان ساخت مشتق هموردای یک بردار پادوردای A^i را فراهم می‌سازد

$$A^i_{;k} \equiv \frac{\partial A^i}{\partial x^k} + \Gamma^i_{lk} A^l \equiv A^i_{,k} + \Gamma^i_{lk} A^l. \qquad (۳۷.۲)$$

قاعدهٔ مشتق‌گیری هموردای یک تانسور با رتبهٔ دلخواه به‌آسانی به‌دست می‌آید: ما برای هر اندیس پادوردا یک جملهٔ $(+\Gamma)$ و برای هر اندیس هموردا یک جمله $(-\Gamma)$ وارد می‌کنیم. بنابراین

برای تانسور متریک داریم

$$g_{ik;l} = \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} - \Gamma^p_{il} g_{pk} - \Gamma^p_{kl} g_{ip}. \qquad (۳۸.۲)$$

۴.۲ هندسهٔ ریمانی

اینشتین از هندسهٔ نااقلیدسی ریمان برای توصیف نظریهٔ گرانش خود استفاده کرد. هندسهٔ ریمانی ساده‌سازیهای اضافی زیر را وارد می‌کند

$$\Gamma^i_{kl} = \Gamma^i_{lk}; \qquad g_{ik;l} \equiv 0. \qquad (۳۹.۲)$$

توجه کنید که طبق تعریف بخش قبل، لازم نیست که ارتباط آفین در این شرایط صدق کند. در واقع هندسه‌هایی نیز وجود دارند که در آنها رابطه‌های بالا صادق نیستند. با این‌همه، برای نظریهٔ نسبیت این شرایط را هم در نظر می‌گیریم.

با بازگشت به (۳۸.۲)، می‌بینیم که $g_{ik;l} = 0$، ۴۰ معادلهٔ خطی برای ۴۰ مجهول Γ^i_{kl} در اختیارمان می‌گذارد. این معادله‌ها دارای جواب یکتا هستند. از (۳۸.۲) و (۳۹.۲) به‌دست می‌آوریم

$$\Gamma_{k|il} + \Gamma_{i|kl} = g_{ik,l}$$

که در آن

$$\Gamma_{k|il} = g_{pk}\Gamma^p_{il}.$$

از دوران چرخه‌ای اندیسها دو رابطهٔ دیگر به‌دست می‌آوریم:

$$\Gamma_{l|ki} + \Gamma_{k|li} = g_{kl,i}, \qquad \Gamma_{i|lk} + \Gamma_{l|ik} = g_{li,k}.$$

با بهره‌گیری از شرط تقارن (۳۹.۲) برای حذف $\Gamma_{l|ki} = \Gamma_{l|ik}$ و $\Gamma_{k|li} = \Gamma_{k|il}$ از سه رابطهٔ بالا به‌دست می‌آوریم

$$2\Gamma_{i|kl} = g_{ik,l} + g_{li,k} - g_{kl,i}.$$

با بالابردن اندیس i، جواب مطلوب را به‌دست می‌آوریم:

$$\Gamma^i_{kl} = \frac{1}{2} g^{im}\left(\frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{lm}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m}\right). \qquad (۴۰.۲)$$

سپس برخی ویژگیهای این نمادها را که در کارهای مختلف مفیدند در نظر می‌گیریم. اگر از دترمینان تانسور متریک مشتق بگیریم خواهیم داشت:

$$\mathrm{d}g = g g^{ik} \mathrm{d}g_{ik}. \qquad (۴۱.۲)$$

این رابطه در بیان Γ^i_{kl} و مشتقهای هموردا به شکل نسبتاً ساده سودمند است. بنابراین، با بهره‌گیری از (۴۰.۲) و (۴۱.۲)، می‌توان روابط زیر را ثابت کرد:

$$\Gamma^l_{il} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i}(\sqrt{-g})$$

$$\Gamma^l_{ik} g^{ik} = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^m}(\sqrt{-g} g^{ml})$$

$$A^i_{;i} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i}(\sqrt{-g} A^i)$$

$$F^{ik}_{;k} = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k}(\sqrt{-g} F^{ik}) \text{ برای } F^{ik} = -F^{ki}. \qquad (۴۲.۲)$$

(در اینجا A^i و F^{ik} به‌ترتیب میدانهای برداری و تانسوری هستند.) به‌عنوان مثال، برای اثبات رابطهٔ اول توجه کنید که از (۴۰.۲) با $k \equiv i$ داریم،

$$\Gamma^i_{il} = \frac{1}{2} g^{im}(g_{mi,l} + g_{lm,i} - g_{il,m}).$$

چون $(g_{lm,i} - g_{il,m})$ برحسب (i, m) پادمتقارن است، حاصلضرب آن با g^{im} متقارن صفر می‌شود. سپس نتیجه با یادآوری (۴۱.۲) به‌دست می‌آید.

شرط تقارن (۳۹.۲) ما را قادر می‌سازد تا مختصات خاصی را برگزینیم که در آن نمادهای کریستوفل همه در یک نقطهٔ معین صفر شوند. فرض کنید که کار را با $\Gamma^m_{np} \neq 0$ در دستگاه مختصات (x^i) در نقطهٔ P آغاز کنیم. مختصات P را به‌صورت x^i_{P} در نظر بگیرید. اکنون مختصات جدید در حوالی P را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$x'^k = x^k - x^k_{\mathrm{P}} - \frac{1}{2}\Gamma^k_{nm}(x^n - x^n_{\mathrm{P}})(x^m - x^m_{\mathrm{P}}). \qquad (۴۳.۲)$$

پس در P داریم

$$x'^i_{\mathrm{P}} = 0, \qquad \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} = \delta^i_m, \qquad \frac{\partial^2 x'^i}{\partial x^n \partial x^m} = -\Gamma^i_{nm}$$

با این نتیجه که، از (۳۶.۲) داریم،

$$\Gamma'^{i}_{mn}|_{\mathrm{P}} = \circ.$$

به‌علاوه، با یک تبدیل خطی می‌توانیم دستگاه مختصاتی را انتخاب کنیم که در آن در هر نقطهٔ برگزیدهٔ P داشته باشیم

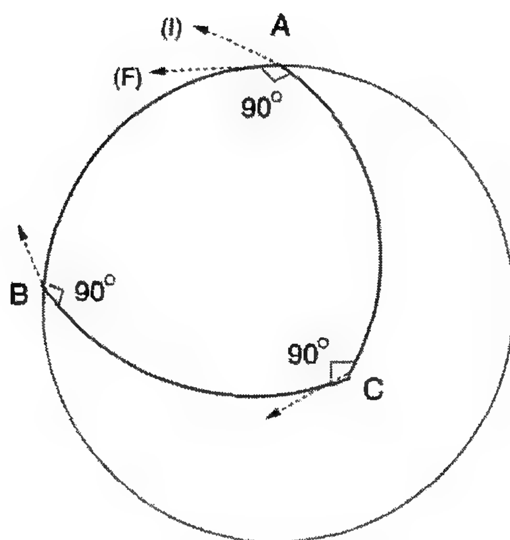
$$g_{ik} = \eta_{ik} = \mathrm{diag}(+۱, -۱, -۱, -۱), \qquad \Gamma^{i}_{kl} = \circ \qquad (۴۴.۲)$$

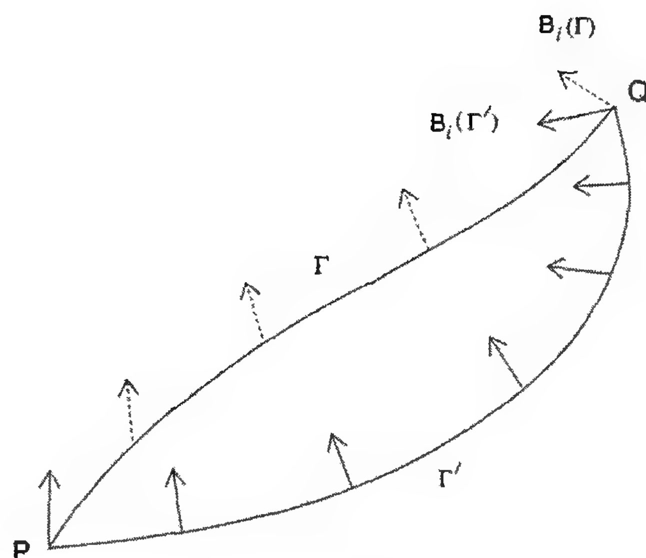
چنین دستگاه مختصاتی را، به دلایلی که بعداً معلوم خواهد شد، دستگاه مختصات لخت موضعی می‌نامند. سوای معانی ضمنی فیزیکی در نسبیت عام، دستگاه مختصات لخت موضعی اغلب یک ابزار ریاضی سودمند برای ساده‌سازی محاسبات است. همچنین به خواننده هشدار می‌دهیم که واژهٔ مهم «محلی» است: ساده‌سازیهایی را که (۴۴.۲) ایجاب می‌کند نمی‌توان به‌طور سراسری به‌کار برد. چه چیز مانع از آن می‌شود که بتوان به یک دستگاه مختصات لخت سراسری دست یافت؟ در جستجوی پاسخی به این پرسش به جدیترین جنبهٔ تفاوت هندسهٔ نااقلیدسی با همتای اقلیدسی آن برمی‌خوریم.

۵.۲ خمیدگی فضازمان

شکل ۹.۲ (الف) مثال قبلی هندسهٔ نااقلیدسی را برای سطح یک کره تکرار می‌کند. مثلث ABC شکل ۲.۲(الف) را داریم که هر یک از سه زاویهٔ آن ۹۰° است. ببینیم چه بر سر برداری (که با پیکان نقطه‌چین نشان داده است) می‌آید که به‌طور موازی در امتداد سه ضلع این مثلث انتقال می‌یابد. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، این بردار وقتی سفر خود را در نقطه A آغاز می‌کند بر AB عمود است. وقتی به نقطه B می‌رسد در امتداد CB قرار دارد. بنابراین در حرکت از B به C در جهت این خط است. در C مجدداً بر AC عمود می‌شود. بنابراین در امتداد CA از C به A حرکت می‌کند، این عمود بودن را حفظ می‌کند با این نتیجه که وقتی به A می‌رسد در جهت AB است. به‌عبارت دیگر، یک دور حول این مثلث باعث تغییر جهت بردار به اندازهٔ ۹۰° شده است، اگرچه در هر مرحله به موازات خودش حرکت کرده است!

آزمایشی مشابه با مثلثی که روی یک صفحه کاغذ تخت رسم شده باشد نشان می‌دهد که در حرکت یک بردار به موازات خود حول مثلث هیچ تغییر جهتی صورت نمی‌گیرد. بنابراین مثلث فیزیکی ما رفتاری متفاوت از مثلث تخت اقلیدسی دارد.





شکل ۹.۲ (الف) ترابرد موازی یک بردار دور مثلث ABC جهت آن را از I به F تغییر می‌دهد. ترابرد موازی بردار B_i از P به Q به Γ بین P و Q بستگی دارد که بردار در امتداد آن منتقل می‌شود. برای خم بالایی Γ، نتیجهٔ نهایی بردار خط‌چین در Q است، درحالی‌که برای خم پایینی Γ′ نتیجهٔ نهایی با پیکان کامل نشان داده شده است.

پدیده‌ای که در شکل ۹.۲ (الف) نشان داده شده است را می‌توان به‌صورت زیر نیز بیان کرد. اگر بردارمان را در امتداد دو مسیر از A به C حرکت دهیم ــدر امتداد AC و در امتداد AB به علاوهٔ BCــ درمی‌یابیم که به دو جهت متفاوت اشاره خواهد داشت. درواقع، اگر هر دو منحنی دلخواه را از A به C در نظر می‌گرفتیم درمی‌یافتیم که ترابرد موازی یک بردار از A به C از یک منحنی به منحنی دیگر تغییر می‌کند؛ یعنی، نتیجه به مسیر ترابرد از A به C بستگی دارد.

این یکی از ویژگیهایی است که فضای خمیده را از فضای تخت متمایز می‌سازد. بگذارید آن را به صورت کلیتر در فضازمان چهاربعدی در نظر بگیریم. اگر بردار B_i در P به‌طور موازی به Q منتقل شود و اگر این شرط را اعمال کنیم که پاسخ باید مستقل از خمی باشد که P را به Q متصل می‌کند (نگاه کنید به شکل ۹.۲ (ب)). دیدیم که تحت ترابرد موازی از نقطهٔ $\{x^i\}$ به نقطهٔ مجاور $\{x^i + \delta x^i\}$، مؤلفه‌های بردار مطابق (۳۳.۲) تغییر می‌کنند. اگر امکان داشت که B_i را از P به Q منتقل کنیم بدون اینکه نتیجه به مسیر انتخاب‌شده بستگی داشته باشد، می‌توانستیم یک میدان برداری $B^i(x^k)$ تولید کنیم که در معادلهٔ دیفرانسیل زیر صدق کند

$$\frac{\partial B_i}{\partial x^k} = \Gamma^l_{ik} B_l. \qquad (۴۵.۲)$$

بنابراین پاسخ پرسش ما به یافتن جواب ناصفر برای دستگاه چهار معادلهٔ دیفرانسیل (۴۵.۲) بستگی دارد.

شرط لازم برای وجود یک جواب به‌آسانی به‌دست می‌آید. از (۴۵.۲) نسبت به x^n مشتق می‌گیریم تا به‌دست آوریم

$$\frac{\partial^2 B_i}{\partial x^n \partial x^k} = \frac{\partial}{\partial x^n}(\Gamma^l_{ik} B_l) = \frac{\partial \Gamma^l_{ik}}{\partial x^n} B_l + \Gamma^l_{ik} \frac{\partial B_l}{\partial x^n}$$

$$= \left(\frac{\partial \Gamma^m_{ik}}{\partial x^n} + \Gamma^l_{ik} \Gamma^m_{ln} \right) B_m.$$

اکنون ترتیب مشتق‌گیری نسبت به x^n و x^k را عوض می‌کنیم و از نتیجهٔ $B_{i,nk} = B_{i,kn}$ بهره می‌گیریم. بدین ترتیب شرط لازم را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$R^m_{i\,kn} \equiv \frac{\partial \Gamma^m_{ik}}{\partial x^n} - \frac{\partial \Gamma^m_{in}}{\partial x^k} + \Gamma^l_{ik} \Gamma^m_{ln} - \Gamma^l_{in} \Gamma^m_{lk} = 0. \qquad (۴۶.۲)$$

از عبارت بالا به‌سادگی معلوم نمی‌شود که $R^m_{i\,kn}$ باید یک تانسور باشد. اما، نتیجهٔ ما برای معنی‌دار بودن، از هر مختصاتی که برای به‌دست آوردن آن استفاده کنیم، باید معتبر باشد. بنابراین انتظار داریم که $R^m_{i\,kn}$ یک تانسور باشد. محاسبه‌ای ساده نشان می‌دهد که برای هر میدان برداری دوبار مشتق‌پذیر B_i

$$B_{i;nk} - B_{i;kn} \equiv R^m_{i,kn} B_m. \qquad (۴۷.۲)$$

چون طرف چپ یک تانسور است، پس طرف راست نیز باید تانسور باشد، و چون B_m یک بردار دلخواه است، از قانون خارج‌قسمت (نگاه کنید به تمرین ۱۰) این نتیجه به‌دست می‌آید که $R^m_{i\,kn}$ مؤلفه‌های یک تانسور هستند.

این تانسور، که به تانسور ریمان کریستوفل (یا، به‌طور ساده‌تر، تانسور ریمان) معروف است، نقش مهمی در مشخص کردن ویژگیهای هندسی فضازمان دارد. اگرچه رابطهٔ (۴۶.۲) را به‌صورت یک شرط لازم به‌دست آوردیم، یک روش دقیقتر نشان می‌دهد که (۴۶.۲) نیز شرط کافی برای آن است که یک میدان برداری $B_i(x^k)$ را بتوان با ترابرد موازی در فضازمان تعریف کرد. در اینجا، به جزئیات ریاضی اثبات آن نمی‌پردازیم.

در صورتی فضازمان را تخت می‌گویند که تانسور ریمان آن در همه‌جا صفر باشد. در غیر این‌صورت، فضازمان خمیده است. تمرینهای ۲۶ و ۲۷ دو راه دیگر را به نمایش می‌گذارد که به‌وسیلهٔ آنها این تانسور ویژگیهای یک فضازمان خمیده را از فضازمان تخت متمایز می‌سازد.

۱.۵.۲ تقارنهای R_{iklm}

راحت‌تر است که برای مطالعهٔ ویژگیهای تقارن تانسور ریمان، اندیس دوم آن را پایین آورد. چون تقارن یا پادتقارن یک تانسور به مختصات به‌کار رفته بستگی ندارد، بهتر است (۴۶.۲) را در مختصات لخت موضعی (۴۴.۲) بنویسیم. به‌دست می‌آوریم

$$R_{iklm} = \frac{1}{2}(g_{kl,im} + g_{im,kl} - g_{km,il} - g_{il,km}). \tag{۴۸.۲}$$

از این عبارت تقارنهای زیر بلافاصله به‌دست می‌آید

$$R_{iklm} = -R_{kilm} = -R_{ikml} = R_{lmik}. \tag{۴۹.۲}$$

می‌توانیم رابطه‌هایی از نوع زیر را هم به‌دست آوریم

$$R_{iklm} + R_{imkl} + R_{ilmk} \equiv 0. \tag{۵۰.۲}$$

اگر همهٔ این تقارنها را به‌حساب آوریم، درمی‌یابیم که از $256 = 4^4$ مؤلفهٔ تانسور ریمان، فقط حداکثر ۲۰ مؤلفه مستقل هستند! به‌علاوه، به‌زودی خواهیم دید که اتحادهایی وجود دارد که مشتقهای آنها را به یکدیگر مرتبط می‌سازد.

۲.۵.۲ تانسورهای اینشتین و ریچی[1]

با بهره‌گیری از فرایند ادغام می‌توان از R_{iklm} تانسورهایی با رتبهٔ کمتر ساخت. تانسور

$$R_{kl} = g^{im} R_{iklm} \equiv R^m_{klm} \tag{۵۱.۲}$$

تانسور ریچی خوانده می‌شود. اگر از دستگاه مختصات لخت موضعی استفاده کنیم. بلافاصله می‌بینیم که

$$R_{kl} = R_{lk}. \tag{۵۲.۲}$$

به‌واسطهٔ تقارنهای (۴۹.۲)، هیچ تانسور رتبهٔ دوم مستقل دیگری را نمی‌توان از R_{iklm} ساخت.

با ادغام بیشتر یک کمیت نرده‌ای به‌دست می‌آوریم:

$$R = g^{ik} R_{ik} \equiv R^k_k. \tag{۵۳.۲}$$

1. Ricci

R را خمیدگی نرده‌ای می‌نامند. تانسور

$$G_{ik} \equiv R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R \tag{۵۴.۲}$$

نقش مهمی در نسبیت عام اینشتین ایفا خواهد کرد. این تانسور، تانسور اینشتین خوانده می‌شود.

۳.۵.۲ اتحادهای بیانکی[1]

عبارت (۴۸.۲) تقارن دیگری را برای مؤلفه‌های R_{iklm} نشان می‌دهد. این تقارن جبری نیست، بلکه شامل حسابان است. به زبان هموردا می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد

$$R_{iklm;n} + R_{iknl;m} + R_{ikmn;l} \equiv 0. \tag{۵۵.۲}$$

این رابطه‌ها را اتحادهای بیانکی می‌نامند. اثبات آنها به ساده‌ترین وجه از دستگاههای لخت موضعی، مانند (۴۸.۲) به‌دست می‌آید.

با ضرب (۵۵.۲) در $g^{im}g^{kn}$، و بهره‌گیری از (۵۱.۲) تا (۵۳.۲)، می‌توانیم اتحاد دیگری را به‌دست آوریم که در نسبیت مهم است

$$\left(R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R\right)_{;k} \equiv 0. \tag{۵۶.۲}$$

به‌عبارت دیگر، تانسور اینشتین G^{ik} دارای دیورژانس صفر است.

۶.۲ ژئودزیکها

تاکنون دربارهٔ هندسه‌های نااقلیدسی صحبت کردیم بدون اینکه بگوییم که آیا چیزی هم‌ارز خط راست در هندسهٔ اقلیدسی در آنها وجود دارد. اکنون نشان می‌دهیم که چگونه مفاهیم هم‌ارز آن به‌صورتی که در زیر خواهیم گفت در هندسه ریمانی وجود دارد.

دو ویژگی خط راست را می‌توان تعمیم داد: ویژگی «مستقیم بودن» و ویژگی «کوتاهترین فاصله بودن». مستقیم بودن به‌معنای آن است که با حرکت در امتداد خط، جهت آن تغییر نمی‌کند. ابتدا بگذارید ببینیم که چگونه می‌توان این ویژگی را تعمیم داد.

اگر $x^i(\lambda)$ نمایش پارامتری یک منحنی در فضازمان باشد، بردار مماس بر آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$u^i = \frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}\lambda} \tag{۵۷.۲}$$

1. Bianchi

معیار مستقیم بودن ایجاب می‌کند که u^i در امتداد منحنی تغییر نکند. در عبور از λ به $\lambda + \delta\lambda$، تغییر در u^i از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\Delta u^i = \frac{\mathrm{d}u^i}{\mathrm{d}\lambda}\delta\lambda + \Gamma^i_{kl}u^k\delta x^l.$$

عبارت دوم در طرف راست ناشی از تغییر حاصل از ترابرد موازی در جابه‌جایی مختصات δx^l است. اما، $\delta x^l = u^l\delta\lambda$. بنابراین شرط عدم تغییر جهت u^i ایجاب می‌کند که $\Delta u^i = ۰$؛ یعنی

$$\frac{\mathrm{d}u^i}{\mathrm{d}\lambda} + \Gamma^i_{kl}u^k u^l = ۰. \tag{۵۸.۲}$$

این شرطی است که باید برقرار باشد تا منحنی ما مستقیم بشود.

دومین ویژگی خط راست در فضای اقلیدسی آن است که این خط کوتاهترین فاصلهٔ بین دو نقطه است. بگذارید این ویژگی را به‌صورت زیر تعمیم دهیم. اگر منحنی، که با λ پارامتری‌سازی شده است، دو نقطهٔ $P_۱$ و $P_۲$ با پارامترهای به‌ترتیب $\lambda_۱$ و $\lambda_۲$ را در فضازمان به‌هم متصل کند، «فاصلهٔ» $P_۲$ از $P_۱$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$s(P_۲, P_۱) = \int_{\lambda_۱}^{\lambda_۲}\left(g_{ik}\frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}\lambda}\,\frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}\lambda}\right)^{۱/۲}\mathrm{d}\lambda \equiv \int_{\lambda_۱}^{\lambda_۲} L\mathrm{d}\lambda. \tag{۵۹.۲}$$

اکنون می‌خواهیم که $s(P_۲, P_۱)$ برای جابه‌جاییهای کوچک منحنی که $P_۱$ را به $P_۲$ متصل می‌کند «مانا» باشد، این جابه‌جاییها در $P_۱$ و $P_۲$ صفر می‌شود (نگاه کنید به شکل ۱۰.۲ (ب)).

این یک مسئلهٔ استاندارد در حسابان تغییرات است، و حل آن به معادله‌های آشنای اویلر-لاگرانژ می‌انجامد

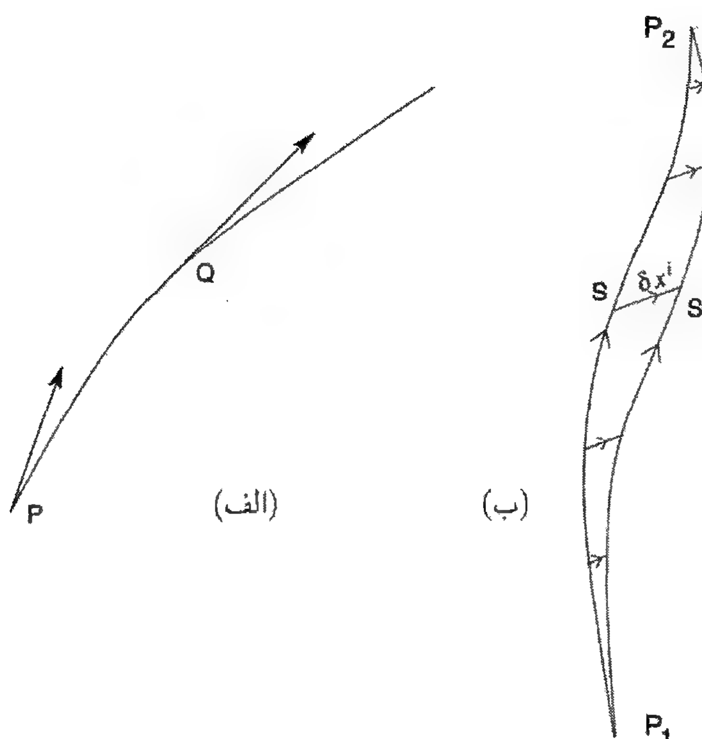
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i}\right) - \frac{\partial L}{\partial x^i} = ۰ \tag{۶۰.۲}$$

که در آن $\dot{x}^i \equiv \mathrm{d}x^i/\mathrm{d}\lambda$ و $L \equiv [g_{ik}(\mathrm{d}x^i/\mathrm{d}\lambda)(\mathrm{d}x^k/\mathrm{d}\lambda)]^{۱/۲}$ تابعی از x^i و $\dot{x}^i$ است. به‌راحتی دیده می‌شود که (۶۰.۲) به‌رابطهٔ زیر می‌انجامد

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda}\left(g_{ik}\frac{۱}{L}\,\frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}\lambda}\right) - \frac{۱}{۲}g_{mn,i}\frac{۱}{L}\,\frac{\mathrm{d}x^m}{\mathrm{d}\lambda}\,\frac{\mathrm{d}x^n}{\mathrm{d}\lambda} = ۰.$$

با جایگزینی

$$\mathrm{d}s = L\,\mathrm{d}\lambda \tag{۶۱.۲}$$



شکل ۱۰.۲ (الف) بردار مماس بر ژئودزیک موازی خودش حرکت می‌کند. مماسها در P و Q موازی‌اند زیرا روی یک ژئودزیک Γ قرار دارند. (ب) شرط مانایی نشان می‌دهد که فاصلهٔ «s» بین $P_۱$ و $P_۲$ برای تغییر کوچک (δx^i) خم Γ که آنها را به هم متصل می‌کند باید ثابت بماند.

و بهره‌گیری از (۴۰.۲)، معادلهٔ بالا به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{\mathrm{d}^۲ x^i}{\mathrm{d}s^۲} + \Gamma^i_{kl}\frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}s}\ \frac{\mathrm{d}x^l}{\mathrm{d}s} = ۰. \qquad (۶۲.۲)$$

چند نکتهٔ مبهم در به‌دست آوردن این رابطه وجود دارد که باید سر و سامان یابد. اولاً، L فقط برای منحنیهای زمان‌گونه حقیقی خواهد بود. بنابراین اگر بخواهیم از یک پارامتر حقیقی در امتداد منحنی استفاده کنیم، باید برای منحنیهای فضاگونه به‌جای $\mathrm{d}s$ مقدار زیر را بگذاریم

$$\mathrm{d}\sigma = \mathrm{i}\mathrm{d}s, \qquad \mathrm{i} = \sqrt{-۱}. \qquad (۶۳.۲)$$

برای خمهای صفر، $L = ۰$. بنابراین نحوهٔ برخورد بالا به‌کار نمی‌رود. بنابراین راحت‌تر است که انتگرال زیر را جایگزین (۵۹.۲) کنیم:

$$I = \int_{\lambda_۱}^{\lambda_۲} L^۲ \mathrm{d}\lambda \qquad (۶۴.۲)$$

و $\delta I = \circ$ را در نظر بگیریم. همواره می‌توان پارامتر جدید $\lambda' = \lambda'(\lambda)$ را چنان در نظر گرفت که معادلهٔ خم با λ' به‌جای s همان شکل (۶۲.۲) را داشته باشد.

به‌راحتی دیده می‌شود که (۶۲.۲) همان (۵۸.۲) است. اگرچه s در (۶۲.۲) مفهوم خاص «در امتداد خم» را دارد، درحالی‌که λ در (۵۸.۲) عام به‌نظر می‌رسد، اما مشاهدهٔ اینکه برای صادق بودن (۵۸.۲)، باید λ مضرب ثابتی از s باشد مشکل نیست. زیرا در (۵۸.۲)

$$g_{ik}\frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}\lambda}\,\frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}\lambda} = C, \qquad C = \mathrm{const.} \tag{۶۵.۲}$$

این خمهای «فاصلهٔ مانا» را ژئودزیک می‌نامند. برای خمهای زمان‌گونه $C > \circ$، برای خمهای فضاگونه $C < \circ$، درحالی‌که برای خمهای صفر $C = \circ$ است. λ را پارامتر آفین می‌نامند.

مثال

بگذارید ژئودزیکهای صفر را برای $t = \circ$، $r = \circ$ تا $t = T$، $r = R$، $\theta = \theta_1$، $\phi = \phi_1$ در فضازمان دوسیته محاسبه کنیم

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\mathrm{d}t^2 - \mathrm{e}^{2Ht}[\mathrm{d}r^2 + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)]$$

که در آن H مقداری ثابت است. اثبات اینکه θ و ϕ در صورتی در معادلهٔ (۶۲.۲) صدق می‌کنند که $\theta = \theta_1$ و $\phi = \phi_1$ باشد دشوار نیست. یعنی خط راست ما در جهت ثابت (θ, ϕ) حرکت می‌کند. معادلهٔ t به‌صورت زیر ساده می‌شود.

$$\frac{\mathrm{d}^2t}{\mathrm{d}\lambda^2} + \frac{H}{c^2}\mathrm{e}^{2Ht}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2 = \circ.$$

از طرف دیگر، انتگرال اول (۶۵.۲) می‌دهد،

$$c^2\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2 = \mathrm{e}^{2Ht}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2.$$

دو معادله را می‌توان به‌راحتی حل کرد و به‌دست آورد

$$t = \frac{1}{H}\ln\left(1 + \frac{\lambda}{\lambda_\circ}\right), \qquad r = \frac{c}{H}\,\frac{\lambda}{\lambda + \lambda_\circ}$$

که $\lambda_\circ$ از این شرط مرزی که برای $r = R$ داریم $t = T$ به‌دست می‌آید. توجه کنید که در صورتی جواب وجود دارد که R و T با شرط زیر به هم مربوط شوند

$$R = \frac{c}{H}(1 - \mathrm{e}^{-HT}).$$

سپس نقش ژئودزیکها را در نسبیت عام در نظر می‌گیریم.

۷.۲ اصل هم‌ارزی

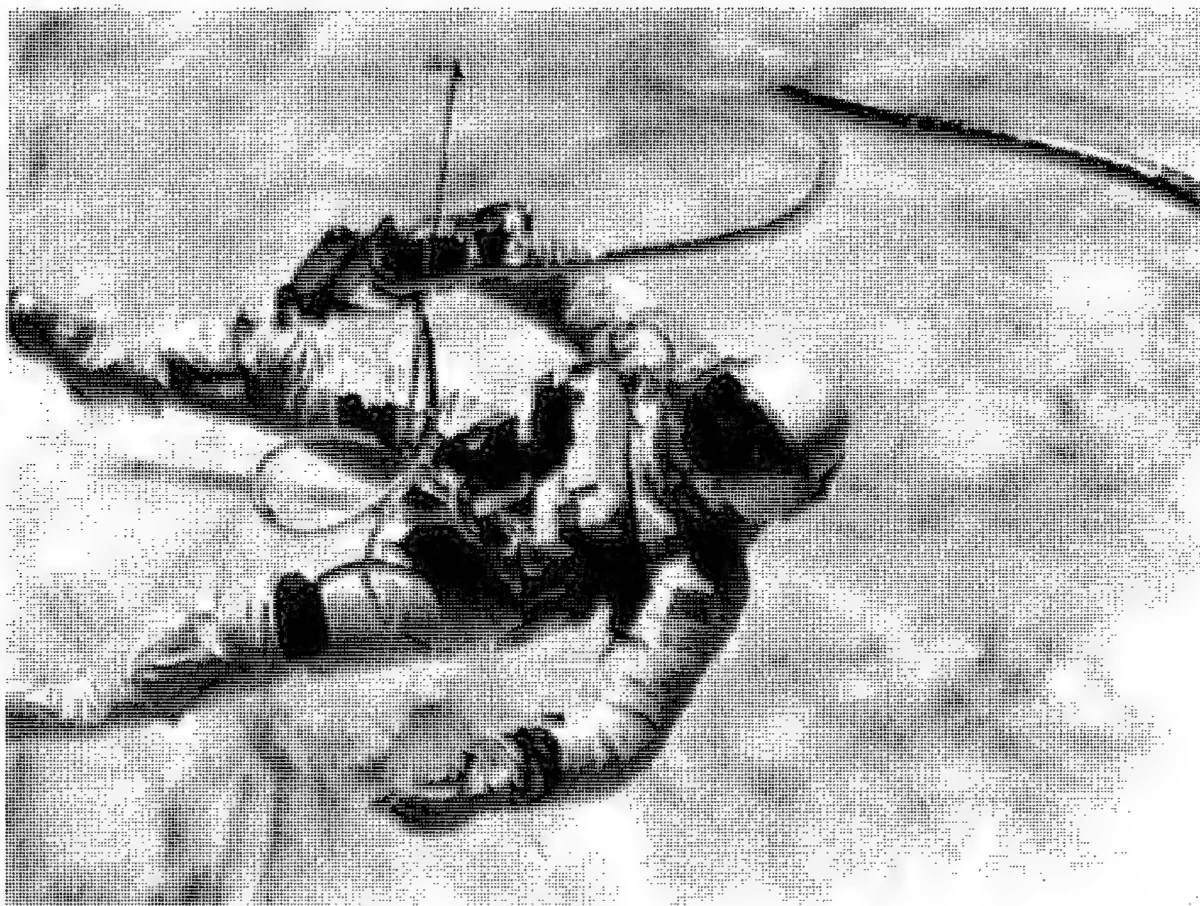
پس از توصیف نظام بردارها و تانسورها، و ترسیم خطوط کلی جنبه‌های چشمگیر هندسهٔ ریمانی، اکنون اولین تماس را با فیزیک برقرار و اصل هم‌ارزی معروف را معرفی می‌کنیم که نقش مهمی را در نسبیت عام ایفا می‌کند.

بگذارید به نتیجه کاملاً ریاضیاتی که در قالب رابطه‌های (۴۴.۲) بیان شد برگردیم و بکوشیم تا مفهوم فیزیکی آنها را توصیف کنیم. این رابطه‌ها بیان می‌کنند که مختصات خاصی (لخت موضعی) در حوالی هر نقطهٔ P در فضازمان وجود دارد که مانند مختصات (t, x, y, z) نسبیت خاص عمل می‌کند. به‌لحاظ فیزیکی، این مختصات چارچوب مرجع خاصی را ایجاب می‌کند که در آن این توهم زودگذر به‌وجود می‌آید که هندسه در P و در همسایگی نزدیک P مربوط به نسبیت خاص است. این توهم برای P زودگذر و موضعی است زیرا دیدیم که رابطه‌های (۴۴.۲) را نمی‌توان طوری در نظر گرفت که در همه‌جا و برای تمام زمانها صادق باشد.

از دید تأکیدی در بخش ۱.۲، که گرانش خود را به‌صورت هندسهٔ نااقلیدسی نشان می‌دهد، باید استدلال کنیم که در چارچوب لخت موضعی بالا، گرانش به‌صورت لحظه‌ای در حوالی نزدیک به P از میان رفته است. در عمل این کار چگونه رخ می‌دهد؟ مثال معروف آسانسور در حال سقوط آزاد اینشتین را در نظر بگیرید. شخص داخل چنین آسانسوری احساس بی‌وزنی می‌کند. چارچوب مرجع شتابدار آسانسور یک چارچوب لخت موضعی در حوالی نزدیک به شخص سقوط‌کننده است. همین‌طور، سفینهٔ فضایی که به گرد زمین می‌گردد درواقع درگرانی زمین سقوط آزاد می‌کند، و فضانوردان داخل آن احساس بی‌وزنی می‌کنند. (شکل ۱۱.۲ شناوری فضانوردان را در فضاپیما نشان می‌دهد.)

باید تأکید کرد که این احساس بی‌وزنی در آسانسور در حال سقوط یا سفینهٔ فضایی محدود به نواحی موضعی است: هیچ چارچوب کلی وجود ندارد که گرانی زمین را در همه جا، و در تمام زمانها از میان بردارد. اگر بخواهیم که رابطه‌های (۴۴.۲) در تمام نقطه‌های فضازمان برقرار باشد، باید در همه جا داشته باشیم $\partial\Gamma^i_{kl}/\partial x^m = 0$، که به $R^i_{klm} = 0$، یعنی فضازمان تخت، می‌انجامد. بنابراین یک فضازمان خمیده با تانسور ریمانی غیرصفر برای توصیف اثرهای واقعی گرانش ضروری است.

اصل هم‌ارزی ضعیف بیان می‌کند که اثرهای گرانش را می‌توان در بازه‌های کوچک زمانی با استفاده از چارچوبهای مرجع شتابدار مناسب از میان برداشت. بدین ترتیب این بیان فیزیکی رابطه‌های ریاضی (۴۴.۲) است. اما، می‌توان از اینجا به بیان بسیار محکمتر اصل هم‌ارزی قوی



شکل ۱۱.۲ فضانوردی در فضا شناور است. برای او گرانی به صورت موضعی از بین رفته است.

رفت، که بنا به آن هر برهم‌کنش فیزیکی (سوای گرانش، که اکنون با هندسه مشخص شده است) در یک چارچوب لخت موضعی طوری رفتار می‌کند که گویی گرانش وجود ندارد. به‌عنوان مثال، معادله‌های ماکسول شکل آشنای (مربوط به نسبیت خاص) خود را در یک چارچوب لخت موضعی دارند. بنابراین ناظری که یک آزمایش محلی را در یک آسانسور در حال سقوط آزاد انجام می‌دهد، سرعت نور را c اندازه می‌گیرد.

اصل هم‌ارزی قوی این امکان را فراهم می‌سازد تا هر قانون فیزیکی را که به زبان هموردای نسبیت خاص بیان می‌شود به‌صورت کلیتری بیان کنیم که در حضور گرانش خواهد داشت. قانون معمولاً برحسب بردارها، تانسورها، یا اسپینورها در فضازمان مینکوفسکی نسبیت خاص بیان می‌شود. تنها کاری که باید انجام دهیم نوشتن آن به‌صورت شناخته‌شدهٔ (نسبیت خاص) آنها در چارچوب لخت موضعی است. بنابراین در فضازمان تخت نسبیت خاص، میدان الکترومغناطیسی ماکسول F^{ik} با بردار جریان j^k با رابطهٔ زیر مربوط می‌شود

$$F^{ik}_{,i} = 4\pi j^k. \qquad (۶۶.۲)$$

در فضازمان خمیده مشتق هموردا جایگزین مشتق معمولی تانسور می‌شود:

$$F^{ik}_{;i} = ۴\pi j^k. \qquad (۶۷.۲)$$

توجه کنید که اثر گرانش از طریق جملهٔ Γ^i_{kl} موجود در رابطهٔ (۶۷.۲) وارد می‌شود. این تعمیم (۶۶.۲) به (۶۷.۲) را جفت‌شدگی کمینال میدان با گرانش می‌نامند، زیرا ساده‌ترین شکل ممکن است.

بنابراین برای بیان اینکه برهم‌کنشها در حضور گرانش چه رفتاری دارند، هموردایی تحت تبدیل مختصات کلی را معیاری در نظر می‌گیریم که باید معادله‌ها داشته باشند. از مثال میدان الکترومغناطیسی بلافاصله معلوم می‌شود که پرتو نور یک ژئودزیک صفر را توصیف می‌کند.

به‌همین ترتیب اکنون می‌توانیم جسم متحرکی را در نظر بگیریم که برهم‌کنش دیگری بجز گرانش برآن اثر نمی‌کند ــ مثلاً، کاوه‌ای که در میدان گرانشی زمین در حرکت است. در نبود گرانی، این جسم با سرعت یکنواخت در خط راست حرکت خواهد کرد؛ یعنی با معادلهٔ حرکت زیر

$$\frac{\mathrm{d}u^i}{\mathrm{d}s} = ۰, \qquad u^i = \text{سرعت-۴}. \qquad (۶۸.۲)$$

در حضور گرانی، (۶۸.۲) به معادله ژئودزیک (۶۲.۲) تغییر می‌کند.

این بخش را با مثال دیگری به پایان می‌بریم که سرنخی دربارهٔ اینکه چگونه اثرهای گرانشی در هندسهٔ فضازمان طبق نسبیت عام ظاهر می‌شوند در اختیارمان می‌گذارد. فضازمان مینکوفسکی با جزء خط استاندارد را در نظر بگیرید

$$\mathrm{d}s^۲ = c^۲\mathrm{d}t^۲ - \mathrm{d}x^۲ - \mathrm{d}y^۲ - \mathrm{d}z^۲. \qquad (۶۹.۲)$$

اگر تبدیل مختصات را برای g ثابت انجام دهیم،

$$x = \frac{c^۲}{g}\left[\cosh\left(\frac{gt'}{c}\right) - ۱\right] + x'\cosh\left(\frac{gt'}{c}\right)$$

$$y = y', \qquad z = z', \qquad t = \frac{c}{g}\sinh\left(\frac{gt'}{c}\right) + \frac{x'}{c}\sinh\left(\frac{gt'}{c}\right). \qquad (۷۰.۲)$$

این به‌جزء خط زیر می‌انجامد

$$\mathrm{d}s^۲ = \left(۱ + \frac{gx'}{c^۲}\right)^۲ \mathrm{d}t'^۲ - \mathrm{d}x'^۲ - \mathrm{d}y'^۲ - \mathrm{d}z'^۲. \qquad (۷۱.۲)$$

از (۷۱.۲) چه تعبیری می‌توان کرد؟ مبدأ دستگاه (x', y', z') جهانخطی دارد که شکل پارامتری آن در مختصات قدیم از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$x = \frac{c^۲}{g}\left[\cosh\left(\frac{gt'}{c}\right) - ۱\right], \quad y = ۰, \quad z = ۰, \quad t = \frac{c}{g}\sinh\left(\frac{gt'}{c}\right). \tag{۷۲.۲}$$

با بهره‌گیری از سینماتیک نسبیت خاص، به‌آسانی می‌بینیم که (۷۲.۲) حرکت نقطه‌ای را بیان می‌کند که دارای شتاب ثابت g در جهت x است، نقطه‌ای که برای یک لحظه در مبدأ (z, y, z) در $t = ۰$ ساکن است. می‌توان جزء خط (۷۱.۲) و دستگاه مختصات جدید را فضازمانی در چارچوب سکون ناظری با شتاب یکنواخت در نظر گرفت.

محاسبهٔ مستقیم نشان می‌دهد که تمام Γ^i_{kl}های (۷۱.۲) در $x' = ۰$، $y' = ۰$، $z' = ۰$ صفر نیستند. بنابراین چارچوب نالخت است. در حوالی مبدأ، مؤلفهٔ متریک به‌صورت زیر است

$$g_{۰۰} \approx ۱ + \frac{۲gx'}{c^۲} = ۱ + \frac{۲\phi}{c^۲}. \tag{۷۳.۲}$$

و ϕ پتانسیل گرانشی نیوتونی برای میدان گرانشی یکنواخت شتاب $-g$ را به‌واسطهٔ گرانی به‌وجود می‌آورد. در اینجا موردی برخلاف آسانسور در حال سقوط را داریم: به‌نظر می‌رسد که با گزینش ناظری با شتاب مناسب یک میدان شبه‌گرانشی تولید کرده‌ایم. از «پیشوند» شبه بدین سبب استفاده کرده‌ایم که میدان گرانشی حقیقی نیست ــ بلکه توهمی ناشی از گزینش مختصات است. تانسور ریمان صفر است. با وجود این، رابطه (۷۳.۲)، چنانکه در بخش ۹.۲ خواهیم دید، بر میدان گرانشی واقعی نیز دلالت می‌کند.

مثال

ذره‌ای را در نظر بگیرید که در مبدأ $x = ۰$، $y = ۰$، $z = ۰$ در چارچوب آشکارا مینکوفسکی (۶۹.۲) در حال سکون نگه‌داشته شده است. مسیر چارچوب با شتاب یکنواخت (۷۱.۲) چیست؟

با قرار دادن $x = ۰$ در معادلهٔ (۷۰.۲)، به‌دست می‌آوریم

$$x' = \frac{c^۲}{g}\left[\operatorname{sech}\left(\frac{gt'}{c}\right) - ۱\right]$$

که برای t' کوچک، یعنی برای $t' \ll c/g$، تقریباً به‌صورت زیر درمی‌آید

$$x' = -\frac{۱}{۲}gt'^۲.$$

بنابراین، برای ناظر ساکن در چارچوب شتابدار، به‌نظر می‌رسد که ذره در جهت منفی x' در «سقوط آزاد» است: ناظر این را به‌حساب گرانی در آن جهت می‌گذارد.

۸.۲ اصل کنش و تانسورهای انرژی

قبل از بررسی کامل نسبیت، بگذارید ببینیم چگونه می‌توان قانونهای فیزیک را با استفاده از اصل هم‌ارزی قوی به زبان هموردای فضازمان ریمانی نوشت. مثال آشنای ذرات برهم‌کنش کننده با میدان الکترومغناطیسی را در نظر می‌گیریم. قانونهای فیزیک را می‌توان از اصل کُنش به‌دست آورد. ابتدا کُنش را در فضازمان مینکوفسکی می‌نویسیم

$$\mathcal{A} = -\sum_a cm_a \int \mathrm{d}s_a - \frac{1}{16\pi c}\int F_{ik}F^{ik}\mathrm{d}^4x - \sum_a \frac{e_a}{c}\int A_i \mathrm{d}a^i. \quad (۷۴.۲)$$

که در آن A_i مؤلفه‌های ۴ـپتانسیل هستند، که با رابطهٔ زیر به تانسور میدان F_{ik} مربوط می‌شوند

$$A_{k,i} - A_{i,k} = F_{ik} \quad (۷۵.۲)$$

که e_a و m_a بار و جرم سکون ذرهٔ a است، که مختصات آن a^i و ویژه زمان s_a است با

$$\mathrm{d}s_a^2 = \eta_{ik}\mathrm{d}a^i\mathrm{d}a^k. \quad (۷۶.۲)$$

چگونه می‌توان (۷۴.۲) را به فضازمان ریمانی تعمیم داد؟ ابتدا، متوجه می‌شویم که η_{ik} (۷۶.۲) جایگزین g_{ik} شده است. سپس، با شروع از بردار هموردای A_i، با تعمیم هموردای (۷۵.۲) F_{ik} را تولید می‌کنیم:

$$A_{k;i} - A_{i;k} = F_{ik}. \quad (۷۷.۲)$$

اما، چون عبارت (۷۷.۲) برحسب (i,k) پادمتقارن است، جمله‌های اضافی شامل نمادهای کریستوفل صفر می‌شوند و مجدداً به (۷۵.۲) برمی‌گردیم! انتگرال حجمی (۷۴.۲) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\int F_{ik}F^{ik}\sqrt{-g}\mathrm{d}^4x. \quad (۷۸.۲)$$

عامل اضافی $\sqrt{-g}$ بدین دلیل وارد شده است که ترکیب زیررفتاری نرده‌ای دارد.

$$\sqrt{-g}\mathrm{d}x^{۱}\mathrm{d}x^{۲}\mathrm{d}x^{۳}\mathrm{d}x^{۰} = \frac{۱}{۲۴}e_{ijkl}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j\mathrm{d}x^k\mathrm{d}x^l \tag{۷۹.۲}$$

بنابراین شکل کلی (۷۴.۲) به‌صورت زیر است:

$$\mathcal{A} = -\sum_a cm_a \int \mathrm{d}s_a - \frac{۱}{۱۶\pi c}\int F_{ik}F^{ik}\sqrt{-g}\mathrm{d}^{۴}x - \sum \frac{e_a}{c}\int A_i\mathrm{d}a^i \tag{۸۰.۲}$$

تغییرات جهانخط ذرهٔ a معادلهٔ حرکت آن را به‌دست می‌دهد

$$\frac{\mathrm{d}^{۲}a^i}{\mathrm{d}s_a^{۲}} + \Gamma^i_{kl}\frac{\mathrm{d}a^k}{\mathrm{d}s_a}\,\frac{\mathrm{d}a^l}{\mathrm{d}s_a} = \frac{e_a}{m_a}F^i_l\frac{\mathrm{d}a^l}{\mathrm{d}s_a} \tag{۸۱.۲}$$

درحالی‌که تغییرات A_i معادله‌های میدان (۶۷.۲) را می‌دهد.

اما گذار از (۷۴.۲) به (۸۰.۲)، علاوه‌بر جهانخطهای ذره و پتانسیل برداری، ویژگی مستقل دیگری را وارد کُنش می‌کند. این ویژگی جدید هندسهٔ فضازمان است که با تانسور متریک g_{ik} مشخص می‌شود. اگر بخواهیم که g_{ik} متغیرهای دینامیکی و $\mathcal{A}$ برای تغییرات کوچک به‌صورت

$$g_{ik} \to g_{ik} + \delta g_{ik}? \tag{۸۲.۲}$$

باشد، چه اتفاقی می‌افتد؟ آیا انتظار داریم که از اصل کُنش تعمیم‌یافته هندسهٔ فضازمان را به‌دست آوریم؟ بگذارید بررسی کنیم.

نگاهی بر کُنش (۸۰.۲) نشان می‌دهد که، اگر جهانخطها و A_i را در فضازمان ثابت نگه داریم، جملهٔ آخر آن سهمی در تبدیل (۸۲.۲) ندارد. اما، دو جملهٔ اول در آن سهیم‌اند. بگذارید آنها را به‌ترتیب در نظر بگیریم. ابتدا متوجه می‌شویم که

$$\delta(\mathrm{d}s_a^{۲}) = \delta g_{ik}\mathrm{d}a^i\mathrm{d}a^k$$

یعنی،

$$\delta(\mathrm{d}s_a) = \frac{۱}{۲}\delta g_{ik}\frac{\mathrm{d}a^i}{\mathrm{d}s_a}\,\frac{\mathrm{d}a^k}{\mathrm{d}s_a}\mathrm{d}s_a.$$

بنابراین،

$$\delta\sum_a cm_a\int \mathrm{d}s_a = \frac{۱}{۲}\sum_a c\int m_a\frac{\mathrm{d}a^i}{\mathrm{d}s_a}\,\frac{\mathrm{d}a^k}{\mathrm{d}s_a}\mathrm{d}s_a\delta g_{ik}. \tag{۸۳.۲}$$

بگذارید ابتدا این تغییر را در ۴ـحجم $\mathcal{V}$ در حوالی نقطهٔ P در نظر بگیریم. اگر یک دستگاه مختصات لخت موضعی را در حوالی P در نظر بگیریم، می‌توانیم عبارت بالا را به‌صورت شناخته‌شده‌تری بیان کنیم. بگذارید ابتدا

$$p^i_{(a)} = cm_a \frac{\mathrm{d}a^i}{\mathrm{d}s_a}$$

را ۴ـتکانهٔ ذرهٔ a در نظر بگیریم. در این صورت $cp^{\circ}_{(a)} = E_a$ انرژی ذره است، و به‌دست می‌آوریم

$$\frac{۱}{۲} cm_a \frac{\mathrm{d}a^i}{\mathrm{d}s_a} \frac{\mathrm{d}a^k}{\mathrm{d}s_a} \mathrm{d}s_a = \frac{c^۲}{۲E_a} p^i_{(a)} p^k_{(a)} \mathrm{d}t_a = \frac{c}{۲E_a} p^i_{(a)} p^k_{(a)} \mathrm{d}x^{\circ}_a .$$

شکل ۱۲.۲ حجم $\mathcal{V}$ را در ناحیهٔ هاشورزده در حوالی P نشان می‌دهد، t مختصهٔ زمان محلی و $x^\mu(\mu = ۱,۲,۳)$ مختصات قائم محلی است. عبارت (۸۳.۲) را می‌توان انتگرال حجمی روی حجم $\mathcal{V}$ به‌صورت زیر در نظر گرفت

$$\delta \sum_a cm_a \int \mathrm{d}s_a = \frac{۱}{۲c} \int_{\mathcal{V}} \delta g_{ik} T^{ik}_{(m)} \mathrm{d}^۴ x \qquad (۸۴.۲)$$

که $T^{ik}_{(m)}$ مجموع عبارتهای

$$\frac{c^۲}{E_a} p^i_{(a)} p^k_{(a)}$$

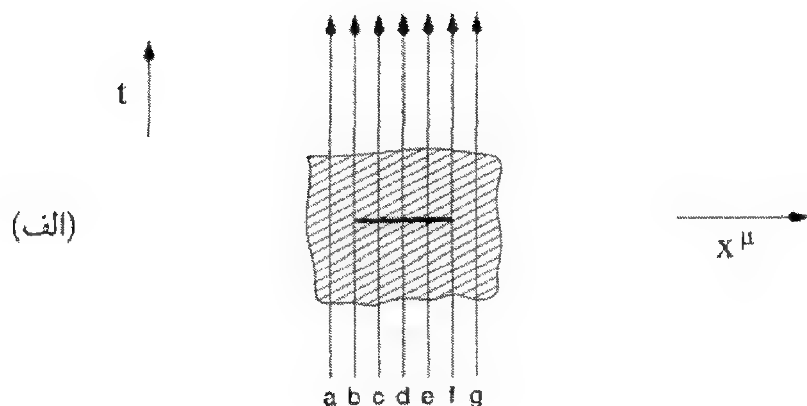
برای هر ذرهٔ a است که از واحد حجم ناحیهٔ هاشوردار در حوالی P می‌گذرد. اکنون این جمع‌بندی را تفسیر می‌کنیم.

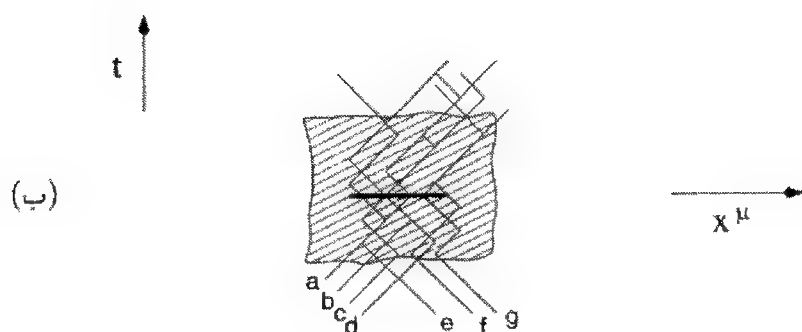
۱.۸.۲ تانسور انرژی ماده

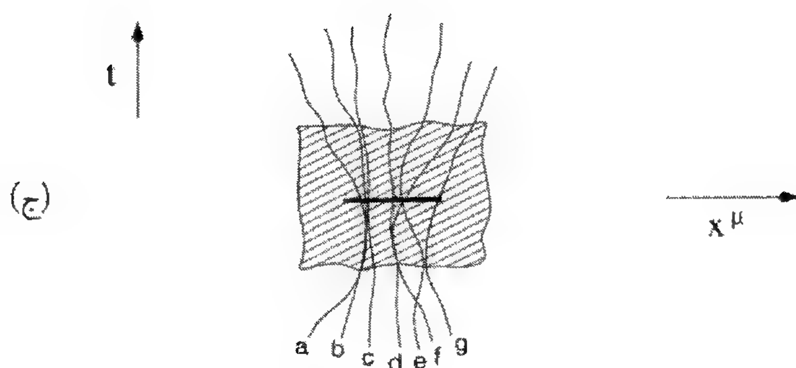
این عبارت T_{ik} چیزی جز عبارت معمولی تانسور انرژی ماده نیست (که تانسور انرژی تکانه یا تانسور تنش انرژی نیز نامیده می‌شود). چون اغلب به این تانسور نیاز داریم، آن را برای سه نوع مختلف ماده به‌دست می‌آوریم.

گرد و غبار

این ساده‌ترین مورد است، که در آن همهٔ جهانخطهایی که از ناحیهٔ هاشوردار شکل ۱۲.۲(الف) می‌گذرند کم و بیش موازی هستند، و نشان می‌دهد که ذرات ماده بدون هیچ حرکت نسبی در حوالی P در حرکت‌اند. اگر ۴ـسرعت نوعی را به‌صورت u^i بنویسیم و از تبدیل لورنتس برای







شکل ۱۲.۲ سه مورد از حرکت ذره در ناحیهٔ لخت موضعی $\mathcal{V}$ در حوالی یک نقطهٔ P از فضازمان. خطهای پر روی محورهای x^{μ} در هر مورد یک واحد ۳ـحجم را نشان می‌دهند. همهٔ ذرات a، b، c، d،. . .که از این حجم می‌گذرند در محاسبهٔ T^{ik} به‌حساب می‌آیند. (الف) جهانخطهای ذره a، b، c،. . .تقریباً موازی‌اند. این تقریب گرد و غبار است. (ب) ذرات به‌صورت کاتوره‌ای با سرعت نزدیک به سرعت نور در حرکت‌اند و براثر برخورد تغییر جهت می‌دهند. این یک مورد نسبیتی است. (ج) موقعیت میانی که در آن ذرات برخورد می‌کنند، تغییر جهت می‌دهند، و تولید فشار می‌کنند، اما حرکتهای آنها نانسبیتی است. این مورد یک شاره است.

$u^i = (۱, ۰, ۰, ۰)$ (یعنی، انتقال به چارچوب سکون گرد و غبار) استفاده کنیم، آنگاه تنها مؤلفهٔ ناصفر تانسور انرژی عبارت است از

$$T^{۰۰} = \sum_a m_a c^۲ = \rho_۰ c^۲$$

که جمع‌زنی روی واحد حجم در حوالی P صورت می‌گیرد. در اینجا $\rho_۰$ چگالی جرم سکون گردوغبار است. در هر چارچوب لورنتس دیگر داریم

$$T^{ik}_{(m)} = \rho_۰ c^۲ u^i u^k. \tag{۸۵.۲}$$

عبارتی که به‌راحتی به هر دستگاه مختصات (نالورنتسی) دیگر تعمیم می‌یابد.

ذرات نسبیتی

این وضعیت نشانگر حالت حدی مخالف مورد قبل است. در اینجا با ذرات به‌شدت نسبیتی سروکار داریم که به صورت کاتوره‌ای در $\mathcal{V}$ (شکل ۱۲.۲(ب)) حرکت می‌کنند. ۴ـتکانهٔ یک ذرهٔ نوعی را به‌صورت زیر تقریب می‌زنیم

$$p^i = \left(\frac{E}{c}, P\right), \qquad E^۲ = c^۲|\mathbf{P}|^۲ + m^۲c^۴ \approx c^۲P^۲, \qquad P = |\mathbf{P}|.$$

با بهره‌گیری از این موضوع که حرکت ذرات کاتوره‌ای است، درمی‌یابیم که تانسور انرژی دارای مؤلفه‌های فشار نیز هست:

$$\begin{aligned} T^{۰۰} &= \sum E = \varepsilon, \\ T^{۱۱} = T^{۲۲} = T^{۳۳} &= \sum \frac{P^۲c^۲}{۳E}. \end{aligned} \tag{۸۶.۲}$$

عامل $\frac{۱}{۳}$ ناشی از کاتوره‌ای‌سازی در همهٔ جهتهاست. اینها تنها مؤلفه‌های ناصفر فشار هستند. ε چگالی انرژی است. بنابراین، برای ذرات کاملاً نسبیتی به‌دست می‌آوریم

$$T^{ik}_{(m)} = \mathrm{diag}(\varepsilon, \frac{۱}{۳}\varepsilon, \frac{۱}{۳}\varepsilon, \frac{۱}{۳}\varepsilon). \tag{۸۷.۲}$$

این شکل را می‌توان برای نوترینوها و فوتونهایی که به‌صورت کاتوره‌ای در حرکت‌اند نیز به‌کار برد.

شاره

این وضعیت در شکل ۱۲.۲(ج) نشان داده شده است و متشکل از ذراتی با حرکتهای کوچک (نانسبیتی) کاتوره‌ای است. اگر چارچوبی را برگزینیم که در آن کل شاره در چارچوب مرجع ساکن است، می‌توانیم مؤلفه‌های $T^{ik}_{(m)}$ را به‌صورت زیر ارزیابی کنیم. اگر یک ذرهٔ نوعی دارای بردار تکانه‌ای به‌صورت زیر باشد

$$p^{\circ} = \frac{mc}{\text{۱} - v^{\text{۲}}/c^{\text{۲}}}, \quad p^{\mu} = \frac{m\mathbf{v}}{\text{۱} - v^{\text{۲}}/c^{\text{۲}}} \quad (\mu = \text{۱}, \text{۲}, \text{۳}) \tag{۸۸.۲}$$

داریم

$$T^{\circ\circ} = \sum mc^{\text{۲}}\left(\text{۱} - \frac{v^{\text{۲}}}{c^{\text{۲}}}\right)^{-\text{۱}/\text{۲}} \cong \sum mc^{\text{۲}}\left(\text{۱} + \frac{v^{\text{۲}}}{\text{۲}c^{\text{۲}}}\right) = \rho c^{\text{۲}},$$

$$T^{\text{۱۱}} = T^{\text{۲۲}} = T^{\text{۳۳}} = \frac{\text{۱}}{\text{۳}}\sum mv^{\text{۲}}\left(\text{۱} - \frac{v^{\text{۲}}}{c^{\text{۲}}}\right)^{-\text{۱}/\text{۲}} \cong p. \tag{۸۹.۲}$$

که در آن p و ρ چگالی و فشار شاره است. در چارچوب مرجعی که در آن شاره به‌طور کلی دارای ۴ـسرعت u^i است، تانسور انرژی به‌صورت زیر درمی‌آید

$$T^{ik}_{(m)} = (p + \rho c^{\text{۲}})u^i u^k - p\eta^{ik}. \tag{۹۰.۲}$$

بدیهی است که شکل عموماً هموردای (۹۰.۲) به‌صورت زیر است

$$T^{ik}_{(m)} = (p + \rho c^{\text{۲}})u^i u^k - pg^{ik}. \tag{۹۱.۲}$$

توجه کنید که ρ صرفاً چگالی جرم سکون نیست، بلکه همان‌طور که در (۸۹.۲) دیده می‌شود، شامل چگالی انرژی داخلی نیز هست.

می‌توان با در نظر گرفتن دستگاه مختصات لخت موضعی در P محدودیت را کم کرد. در این صورت شکلی کلی (۸۴.۲) به‌صورت زیر است

$$\delta \sum_a cm_a \int \mathrm{d}s_a = \frac{\text{۱}}{\text{۲}c}\int T^{ik}_{(m)} = \sqrt{-g}\delta g_{ik}\mathrm{d}^{\text{۴}}x. \tag{۹۲.۲}$$

۲.۸.۲ تانسور انرژی میدان الکترومغناطیسی

اکنون تغییر جملهٔ دوم (۷۴.۲) را در نظر می‌گیریم. اگر A_i را ثابت نگه‌داریم، F_{ik}، که از (۷۷.۲) یا (۷۵.۲) به‌دست می‌آید، براثر تغییر g_{ik} بدون تغییر می‌ماند. بنابراین

$$\delta(F_{ik}F^{ik}\sqrt{-g}) = F_{ik}F_{lm}\delta(g^{il}g^{km}\sqrt{-g}).$$

از (۲۵.۲) به‌دست می‌آوریم

$$\delta g^{ik}g_{kl} = -g^{ik}\delta g_{kl}$$

یعنی،

$$\delta g^{ik} = -g^{im}g^{kn}\delta g_{mn}. \qquad (۹۳.۲)$$

همین‌طور، از (۴۱.۲) داریم

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{۱}{۲}g^{ik}\sqrt{-g})\delta g_{ik}. \qquad (۹۴.۲)$$

با قرار دادن این عبارتها در تغییرات جملهٔ دوم کُنش به‌دست می‌آوریم

$$\delta\frac{۱}{۱۶\pi c}\int_{\mathcal{V}} F_{ik}F^{ik}\sqrt{-g}\mathrm{d}^۴x = \frac{۱}{۲c}\int_{\mathcal{V}} T^{ik}_{(em)}\sqrt{-g}\delta g_{ik}\mathrm{d}^۴x \qquad (۹۵.۲)$$

که تانسور انرژی الکترومغناطیسی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$T^{ik}_{(m)} = \frac{۱}{۴\pi}\left(\frac{۱}{۴}F_{mn}F^{mn}g^{ik} - F^i_lF^{lk}\right). \qquad (۹۶.۲)$$

از این دو مثال معلوم است که رابطهٔ تانسور انرژی هر جملهٔ کُنش به‌صورت Λ با تغییرات Λ به‌شکل زیر است

$$\delta\Lambda = \frac{۱}{۲c}\int T^{ik}_{(\Lambda)}\sqrt{-g}\delta g_{ik}\mathrm{d}^۴x. \qquad (۹۷.۲)$$

در نظریه‌هایی که فقط در فضای مینکوفسکی تعریف شده‌اند، شکل تانسورهای انرژی تا اندازه‌ای موردی است. آنها به‌صورت صریح وارد هیچ معادلهٔ میدان دینامیکی نمی‌شوند. این تانسورها فقط از طریق دیورژانسهای خود ظاهر می‌شوند، و پایستگی انرژی و تکانه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$T^{ik}_{,k} = ۰. \qquad (۹۸.۲)$$

در چارچوب فضازمان خمیدهٔ ما، T^{ik} از طریق تغییرات g_{ik} تعریفی طبیعی پیدا می‌کند. این تغییرات تانسور متریک بود که باعث شد هیلبرت معادله‌های میدان نسبیت عام را، اندکی پس از اینکه اینشتین آنها را با توجه به ملاحظات رهگشا پیشنهاد کرد، به‌دست آورد. اکنون به این موضوع می‌پردازیم.

۹.۲ معادله‌های گرانشی

در بخش قبل نشان دادیم که تغییرات کُنش A نسبت به g_{il} به تانسور انرژی برهم‌کنشهای مختلف می‌انجامد. اما هنوز معادله‌های دینامیکی را در اختیار نداریم که چگونگی تعیین g_{ik} برحسب توزیع ماده و انرژی را نشان دهد. به‌نظر اینشتین تانسورهای انرژی باید به‌صورت «چشمه‌های» گرانی عمل می‌کردند. با دنبال کردن روند کلی فیزیک قرن نوزدهم، به‌ویژه معادله‌های ماکسول، اینشتین درپی رابطه‌ای بود که برای g_{ik} به‌عنوان معادله موج عمل کند و T_{ik} چشمهٔ آن باشد. بلافاصله معلوم می‌شود که معادلهٔ موج استاندارد به‌صورت هموردای زیر

$$g^{mn} g_{ik;mn} = \kappa T_{ik}, \tag{۹۹.۲}$$

که در آن κ یک مقدار ثابت باشد، مناسب نیست، زیرا طرف چپ آن به‌طور همانندی صفر می‌شود. آیا تانسور رتبهٔ دوم با اندیسهای متقارن (مانند T_{ik}) وجود دارد که شامل مشتق دوم g_{ik} باشد؟ بدیهی است که اگر این تانسور بخواهد جنبه‌های خاص خمیدگی فضازمان را نمایان سازد، باید با تانسور ریمان مرتبط باشد. اینشتین سرانجام، پس از آزمون و خطا به تانسور G_{ik} در رابطهٔ (۵۴.۲) رسید. معادله‌های میدان نسبیت عام، که در سال ۱۹۱۵ چاپ شدند، به‌صورت زیر بودند

$$R_{ik} - \frac{۱}{۲} g_{ik} R \equiv G_{ik} = -\kappa T_{ik} \tag{۱۰۰.۲}$$

این معادله‌ها دارای این امتیاز اضافی هستند که با توجه به اتحادهای بیانکی در (۵۶.۲) باید داشته باشیم

$$T^{ik}_{\ ;k} \equiv ۰. \tag{۱۰۱.۲}$$

یعنی قانون پایستگی انرژی و تکانه به‌طور طبیعی از (۱۰۰.۲) به‌دست می‌آید.

اگرچه ده معادلهٔ اینشتین برای ده مجهول g_{ik} وجود دارد، اما شرط دیورژانس (۱۰۱.۲) تعداد معادله‌های مستقل را به ۶ تقلیل می‌دهد. این نامعین بودن مسئله ناشی از هموردایی کلی نظریه است: اگر g_{ik} یک جواب باشد، هر تبدیل تانسور g_{ik} که از تبدیل مختصات به‌دست آید نیز یک جواب است.

رابطهٔ (۱۰۱.۲) برای هر T^{ik} که از اصل کُنش با تغییر g_{ik} به‌دست آمده باشد (تمرین ۳۳) حاصل می‌شود. بنابراین بجاست که بپرسیم آیا تانسور اینشتین را می‌توان از اصل کُنش به‌دست آورد. این مسئله را هیلبرت پس از مطرح کردن معادله‌های گرانش اینشتین حل کرد. مسئله هیلبرت

را می‌توان به‌صورت زیر مطرح کرد. تغییر جملهٔ زیر را در نظر بگیرید

$$\int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}\mathrm{d}^4x$$

برای $g^{ik} \to g^{ik} + \delta g^{ik}$ با قید اینکه δg^{ik} و $\delta g^{ik}_{,l}$ در مرز $\mathcal{V}$ صفر شوند. می‌توان نشان داد (تمرین ۳۴ و ۳۵) که

$$\delta \int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}\mathrm{d}^4x = \int_{\mathcal{V}} \delta g^{ik}(R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R)\sqrt{-g}\mathrm{d}^4x$$
$$= -\int_{\mathcal{V}} \delta g_{ik}(R^{ik} - \frac{1}{2}g^{ik}R)\sqrt{-g}\mathrm{d}^4x. \qquad (۱۰۲.۲)$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم که معادله‌های اینشتین را، در صورت افزودن جمله زیر به $\mathcal{A}$، می‌توان از اصل کُنش به‌دست آورد

$$\mathcal{A}_{\text{گرانشی}} = \frac{1}{2\kappa c}\int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}\mathrm{d}^4x. \qquad (۱۰۳.۲)$$

به‌علاوه، اگر به کمیت نرده‌ای R مقداری ثابت (مثلاً، 2λ) را بیفزاییم که یک نرده‌ای بدیهی است، یک سری معادله‌های میدان اصلاح‌شده به دست می‌آوریم:

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R + \lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik}. \qquad (۱۰۴.۲)$$

می‌توان این معادله‌ها را نشانگر تغییر کنش در ناحیهٔ فضازمان حجم معین در نظر گرفت، که در آن λ نقش لاگرانژی ضریب نامعین را دارد. این معادله‌ها را فقط هنگامی در نظر می‌گیریم که دربارهٔ کیهان‌شناسی بحث می‌کنیم، زیرا جملهٔ اضافی (جملهٔ λ) دارای اهمیت کیهان‌شناختی است. فعلاً به رابطهٔ (۱۰۰.۲) بازمی‌گردیم و رابطهٔ κ را با ثابتهای شناخته‌شدهٔ فیزیکی به‌دست می‌آوریم.

۱.۹.۲ تقریب نیوتونی

اکنون به مسئله اساسی اندازهٔ κ و رابطهٔ میان نسبیت عام و گرانش نیوتونی می‌پردازیم. اولین نشانهٔ ارتباط میان گرانش نیوتونی و نظریهٔ فعلی را رابطهٔ (۷۳.۲) به‌دست داد و دیدیم که g_{00} تفاوت چندانی با واحد ندارد، پس اختلاف $(1 - g_{00})$ با پتانسیل گرانشی نیوتونی متناسب است. اکنون می‌خواهیم این رابطه را فرمولبندی و در نتیجه κ را تعیین کنیم. نشان می‌دهیم که در آنچه به

اصطلاح حرکت آهسته + تقریب میدان ضعیف خوانده می‌شود، نسبیت عام به گرانش نیوتونی تحویل می‌یابد.

این تقریب را فرضهای زیر مشخص می‌کند:

۱. حرکت ذرات نانسبیتی است: $v \ll c$. در این صورت به مکانیک نیوتونی برمی‌گردیم.

۲. میدانهای گرانشی ضعیف‌اند به‌طوری که

$$g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik}, \qquad |h_{ik}| \ll ۱. \tag{۱۰۵.۲}$$

این نامساوی نشان می‌دهد که می‌توان توانهای بزرگتر از ۲ $|h_{ik}|$ را در اصل کُنش و بزرگتر از ۱ را در معادله‌های میدان نادیده گرفت.

۳. میدانهای گرانشی با زمان به کُندی تغییر می‌کنند. این بدان معنی است که می‌توان از مشتقهای زمانی در مقابل مشتقهای فضایی چشمپوشی کرد.

اکنون ببینیم که کنش با این تقریبها چگونه ساده می‌شود. ابتدا توجه کنید که $x^\circ = ct$

$$\mathrm{d}s^۲ = (\eta_{ik} + h_{ik})\mathrm{d}x^i \mathrm{d}x^k \approx (۱ + h_{\circ\circ})c^۲\mathrm{d}t^۲ - v^۲\mathrm{d}t^۲ \tag{۱۰۶.۲}$$

یعنی،

$$\mathrm{d}s \approx \left(\sqrt{۱ + h_{\circ\circ} - \frac{v^۲}{c^۲}}\right) c\,\mathrm{d}t \approx \left(۱ + \frac{۱}{۲}h_{\circ\circ} - \frac{v^۲}{۲c^۲}\right) c\,\mathrm{d}t. \tag{۱۰۷.۲}$$

سپس جمله‌هایی را در نظر می‌گیریم که در آنها خمیدگی نرده‌ای دخیل است. عبارت خطی‌شده برای تانسور ریمانی (نگاه کنید به (۴۸.۲)) عبارت است از

$$R_{iklm} \approx \frac{۱}{۲}(h_{kl,im} + h_{im,kl} - h_{km,il} - h_{il,km}). \tag{۱۰۸.۲}$$

مقدارهای نظیر R را نیز می‌توان محاسبه کرد. با این همه، در نظر گرفتن اصل کنش به‌جای معادله‌های میدان در این تقریب نیاز به دقت دارد، زیرا انتظار داریم عبارتهای درجه دوم در h_{ik} در جمله‌های هندسی (۱۰۳.۲) ظاهر شوند.

بخش سوم رابطهٔ بالا مشتقهای زمانی را به‌کلی حذف می‌کند. به‌علاوه، نسبتهای جابه‌جاییهای فضا و زمان $\partial x^\mu/\delta x^\circ = v^\mu/c$ است، که v^μ سرعتهای نوعی نیوتونی هستند. بنابراین $h_{\circ\circ}$ از

هر h_{ik} دیگر لااقل با ضریب c/v مهمتر است. بنابراین، همهٔ h_{ik}های دیگر را در مقایسه با $h_{\circ\circ}$ نادیده می‌گیریم. بنابراین به‌دست می‌آوریم

$$g^{\circ\circ} \approx ۱ - h_{\circ\circ} \tag{۱۰۹.۲}$$

$$\sqrt{-g} \approx ۱ + \frac{۱}{۲} h_{\circ\circ} \tag{۱۱۰.۲}$$

و

$$R\sqrt{-g}) \approx -\left(۱ - \frac{۱}{۲} h_{\circ\circ}\right) \nabla^{۲} h_{\circ\circ}. \tag{۱۱۱.۲}$$

با بهره‌گیری از این رابطه‌ها سرانجام کنش تقریبی را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$\mathcal{A} \approx -\frac{۱}{۲\kappa} \iint (۱ - \frac{۱}{۲} h_{\circ\circ}) \nabla^{۲} h_{\circ\circ} \, \mathrm{d}^{۳}\mathbf{x} \mathrm{d}t - \sum \frac{۱}{۲} mc^{۲} \int h_{\circ\circ} \, \mathrm{d}t + \sum \frac{۱}{۲} m \int v^{۲} \mathrm{d}t + \text{const.} \tag{۱۱۲.۲}$$

مقدار ثابت نشانگر جمله‌های مستقل از مسیر است که می‌توان در یک مسئله وردشی آنها را نادیده گرفت. در اینجا نشانه‌های a، b، . . . ذره را حذف کرده‌ایم و از ۳ـبردار $\mathbf{x}$ برای $x^{\mu} (\mu = ۱, ۲, ۳)$ استفاده کرده‌ایم. می‌توانیم از قضیهٔ گرین بهره بگیریم و از جمله‌های مربوط به سطح چشم بپوشیم. بنابراین در

$$\int_{\text{۳ـحجم}} (۱ - \frac{۱}{۲} h_{\circ\circ}) \nabla^{۲} h_{\circ\circ} \, \mathrm{d}^{۳}\mathbf{x} = \int_{\text{۲ـسطح}} (۱ - \frac{۱}{۲} h_{\circ\circ}) \nabla h_{\circ\circ} \, \mathrm{d}\mathbf{S} + \frac{۱}{۲} \int_{\text{۳ـحجم}} (\nabla h_{\circ\circ})^{۲} \mathrm{d}^{۳}\mathbf{x}.$$

جملهٔ مربوط به سطح را نادیده می‌گیریم. بنابراین

$$\mathcal{A} \approx -\frac{۱}{۴\kappa} \iint (\nabla h_{\circ\circ})^{۲} \mathrm{d}^{۳}\mathbf{x} \mathrm{d}t - \sum \frac{۱}{۲} mc^{۲} \int h_{\circ\circ} \, \mathrm{d}t + \sum \frac{۱}{۲} m \int v^{۲} \mathrm{d}t \tag{۱۱۳.۲}$$

اکنون این را با کنش نیوتونی مقایسه کنید

$$\mathcal{A}_{\mathrm{N}} \approx -\frac{۱}{۸\pi G} \iint (\nabla \phi)^{۲} \mathrm{d}^{۳}\mathbf{x} \mathrm{d}t - \sum m \int \phi \, \mathrm{d}t + \sum \frac{۱}{۲} m \int v^{۲} \mathrm{d}t \tag{۱۱۴.۲}$$

که ϕ پتانسیل گرانشی است. بدیهی است که (۱۱۳.۲) به‌صورت (۱۱۴.۲) درمی‌آید اگر بگذاریم

$$\phi = \frac{1}{2}c^2 h_{00}, \qquad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4}. \qquad (۱۱۵.۲)$$

بنابراین طرح ما برای ارزیابی κ و ارتباط با چارچوب گرانش نیوتونی کامل شده است. فرضهای ۱ تا ۳ بالا را تقریب نیوتونی می‌نامند. این تقریب به نظریهٔ گرانش خطی نیوتون می‌انجامد که کاربردهای زیادی در گسترهٔ پدیده‌های متنوعی از جزر و مد اقیانوسهای زمین یا حرکت سیاره‌های منظومهٔ شمسی و حرکت ستارگان و کهکشانها در خوشه‌های کهکشانی دارد. اگر این سه شرط برقرار باشد، نسبیت عام چیز جدیدی اضافه نمی‌کند. اگر فرضهای ۱ و ۳ را کنار بگذاریم اما فرض ۲ را نگه داریم در حوزهٔ نظریهٔ میدان ضعیف تابش گرانشی هستیم. زیرا، در حد میدان ضعیف مشاهده می‌کنیم که اثرهای خمیدگی فضازمان به‌صورت امواجی با سرعت نور منتشر می‌شود. اگر این کتاب درسی در درجهٔ اول به نسبیت عام اختصاص داشت، دربارهٔ این پدیدهٔ جالب بحث می‌کردیم. چند ویژگی تابش گرانشی در تمرینهای ۳۷ تا ۴۰ آمده است. اما، برای رسیدن به کلیهٔ اثرهای نسبیت عام، باید همهٔ این فرضها را کنار بگذاریم و با معادله‌های غیرخطی (۱۰۰.۲) به کلیترین صورت برخورد کنیم. این کار طبعاً مشکل است و با گذشت بیش از شش دهه از ارائه این نظریه فقط تعداد کمی راه‌حلهای دقیق با ارتباط فیزیکی سرراست وجود دارد. این فصل را با بحث دربارهٔ اولین، ساده‌ترین، و مهمترین این راه‌حلها به پایان می‌بریم.

۱۰.۲ حل شوارتس‌شیلد

اندکی پس از اینکه اینشتین معادله‌های نسبیت عام خود را منتشر کرد، کارل شوارتس‌شیلد[1] (شکل ۱۳.۲) آنها را حل کرد تا هندسهٔ فضازمان را در خارج از یک توزیع کروی ماده به جرم M به‌دست آورد. مسئلهٔ متناظر در گرانش نیوتونی جواب پتانسیل گرانشی را به‌صورت زیر می‌دهد

$$\phi = -\frac{GM}{r}, \qquad (۱۱۶.۲)$$

که r فاصله از مرکز توزیع کروی است.

در فاصله‌های زیاد از مرکز، انتظار داریم که میدان گرانشی ضعیف باشد. بنابراین با تقریب نیوتونی انتظار داریم که

$$g_{00} \sim 1 - \frac{2GM}{c^2 r}. \qquad (۱۱۷.۲)$$

1. Karl Schwarzschild



شکل ۱۳.۲ کارل شوارتس‌شیلد (۱۹۱۶ـ ۱۸۷۳).

اکنون نشان می‌دهیم که چگونه حل شوارتس‌شیلد به‌دست می‌آید و چطور این حل دقیق شکل بالا را به‌خود می‌گیرد.

مسئله را می‌توان با بهره‌گیری از بحثهای تقارن حل کرد. اگر فضازمان در بیرون این توزیع کروی تهی باشد، هندسهٔ آن در حوالی مرکز Oی این توزیع باید متقارن باشد. بنابراین، کار را از کلیترین شکل جزء خطی آغاز می‌کنیم که این شرط تقارن کروی را برآورده سازد.

می‌توان نشان داد که کلیترین شکل این جزء خط به‌صورت زیر است

$$\mathrm{d}s^{2} = \mathrm{e}^{\nu}c^{2}\mathrm{d}t^{2} - \mathrm{e}^{\lambda}\mathrm{d}r^{2} - r^{2}(\mathrm{d}\theta^{2} + \sin^{2}\theta\mathrm{d}\phi^{2}), \qquad (۱۱۸.۲)$$

که ν و λ تابعهایی از r و t هستند. اگر $\nu = \lambda = 0$ باشد جزء خط مینکوفسکی را در مختصات فضایی قطبی کروی به‌دست می‌آوریم. بنابراین، توابع λ و ν حاوی اثرات نااقلیدسی هستند. اگرچه در این مورد دیگر r معیاری از فاصلهٔ شعاعی از O نیست، اما هنوز این معنی را

دارد که سطح کروی با شعاع (ثابت) $r = r_0$ دارای مساحت $4\pi r_0^2$ است. استدلالهای منجر به معادلهٔ (۱۱۸.۲) مربوط به نظریهٔ گروه‌اند که ناوردایی فضازمان را تحت دوران دور نقطهٔ O ایجاب می‌کنند. روشهای مربوط به این استدلالها فراتر از حد این کتاب است. برای جزئیات آن به کتاب ایزنهارت[1] که مشخصات آن در بخش مربوط به کتاب‌شناسی آمده است رجوع کنید.

با معلوم بودن جزء خط (۱۱۸.۲)، گام بعدی محاسبهٔ g^{ik}، $\sqrt{-g}$، و Γ^i_{kl} است. سپس R_{kl} را محاسبه می‌کنیم، که با رابطهٔ (۵۱.۲) داده شده است و می‌توان آن را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$R_{kl} = -\frac{\partial \Gamma^i_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial^2 (\ln\sqrt{-g})}{\partial x^k \partial x^l} + \Gamma^m_{kn}\Gamma^n_{lm} - \frac{\partial}{\partial x^n}(\ln\sqrt{-g})\Gamma^n_{kl}. \qquad (۱۱۹.۲)$$

چون فضای بیرون از این توزیع تهی است، پس $T_{kl} = 0$. بنابراین، انقباض معادله‌های میدان در (۱۰۰.۲) می‌دهد $R = 0$، و این معادله‌ها به‌صورت زیر درمی‌آیند

$$R_{ik} = 0. \qquad (۱۲۰.۲)$$

با دستکاری مؤلفه‌های (۰۰) و (۱۱)، ($r = x^1$)، معادله‌های زیر را به‌دست می‌آوریم

$$e^{-\lambda}\left(\frac{\lambda'}{r} - \frac{1}{r^2}\right) + \frac{1}{r^2} = 0 \qquad (۱۲۱.۲)$$

$$-e^{-\lambda}\left(\frac{\nu'}{r} + \frac{1}{r^2}\right) + \frac{1}{r^2} = 0. \qquad (۱۲۲.۲)$$

و از آنها به‌دست می‌آوریم

$$\nu' + \lambda' = 0$$

یعنی،

$$\nu + \lambda = f(t)$$

(در اینجا پریم به معنی مشتق‌گیری نسبت به r و یک نقطه در بالا به‌معنی مشتق‌گیری نسبت به t است.) به هر حال، تابع دلخواه $f(t)$ را می‌توان برابر صفر قرار داد زیرا هنوز یک تبدیل دلخواه زمان به‌صورت زیر در اختیار داریم

$$t = g(\bar{t})$$

1. Eisenhart

که ν را به‌صورت زیر تغییر می‌دهد

$$\overline{\nu} = \nu + ۲ \ln \left(\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}\overline{t}} \right)$$

و شکل جزء خط (۱۱۸.۲) را حفظ می‌کند. بنابراین بدون از دست رفتن کلیت می‌توان در نظر گرفت

$$\nu + \lambda = ۰. \qquad (۱۲۳.۲)$$

اما، از $R_{۰۱} = ۰$ هم داریم

$$\dot{\lambda} = ۰. \qquad (۱۲۴.۲)$$

بنابراین هردوی λ و $\nu(= -\lambda)$ فقط تابعی از r هستند. پس معادله‌های (۱۲۱.۲) و (۱۲۲.۲) جواب زیر را می‌دهند

$$\mathrm{e}^{\nu} = \mathrm{e}^{-\lambda} = ۱ - \frac{A}{r}, \qquad A = \mathrm{const.}$$

اما، اگر جرم M جسم را بدانیم، می‌توانیم با بهره‌گیری از شرط (۱۱۷.۲) بگذاریم $A = ۲GM/c^۲$.
بنابراین حل لازم را به‌صورت جزء خط زیر به‌دست می‌آوریم

$$\mathrm{d}s^۲ = \left(۱ - \frac{۲GM}{c^۲ r} \right) c^۲ \mathrm{d}t^۲ - \left(۱ - \frac{۲GM}{c^۲ r} \right)^{-۱} \mathrm{d}r^۲ - r^۲ (\mathrm{d}\theta^۲ + \sin^۲ \theta \mathrm{d}\phi^۲). \qquad (۱۲۵.۲)$$

که آن را جزء خط شوارتس‌شیلد می‌نامند. معلوم می‌شود که به‌واسطهٔ تقارنهای مسئله سایر معادله‌های میدان خودبه‌خود صادق هستند: فقط باید مؤلفه‌های (۱۱)، (۰۰)، و (۰۱) به‌جواب برسند. همین‌طور، جواب (۱۲۵.۲) آشکارا ایستاست. بنابراین، مجالی برای جواب دینامیکی که در آن تابش گرانشی دخیل باشد، حتی در صورت انبساط، انقباض، و نوسان چشمهٔ کروی ما، وجود ندارد. این نتیجه جالب توجه به قضیهٔ بیرکهوف[1] معروف است. اکنون چند معنی ضمنی این جواب را در نظر می‌گیریم.

۱۱.۲ آزمونهای تجربی نسبیت عام

اغلب آزمونهای فعلی نسبیت عام برمبنای حل شوارتس‌شیلد است، و هدف آنها اندازه‌گیری تفاوتهای مختصر میان پیش‌بینی‌های گرانش نیوتونی و مقادیر مربوط به نسبیت عام است. این تفاوتها را در زیر بررسی می‌کنیم.

1. *Birkhoff's theorem*

اما، قبل از روبه‌رو شدن با وضعیت تجربی باید روشن کنیم که چگونه می‌توان معنایی را به اندازه‌گیریها در فضازمان، که اقلیدسی نیست، نسبت داد. قبلاً دیدیم که مختصات وضعیت مطلقی ندارند و بنابراین تکیهٔ کورکورانه بر آنها می‌تواند به نتیجه‌های ناصحیحی بینجامد. متریک شوارتس‌شیلد (۱۲۵.۲) را می‌توان برای نشان دادن مفهوم اندازه‌گیری به‌کار برد.

مثال

فرض کنید که ناظری در نقطهٔ $r = \text{const.}$، $\theta = \text{const.}$، $\phi = \text{const.}$ قرار دارد. چگونه این ناظر می‌تواند زمان ساعت خود را به مختصهٔ t مربوط سازد؟ از اصل هم‌ارزی می‌دانیم که چون $\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}s/c$ ویژه زمان ناظر را در یک چارچوب لخت موضعی اندازه می‌گیرد، و یک کمیت نرده‌ای است، پس این کار را در همهٔ چارچوبها انجام می‌دهد. برای ناظر ما، $\mathrm{d}r = ۰$، $\mathrm{d}\theta = ۰$، $\mathrm{d}\phi = ۰$، پس از (۱۲۵.۲) به‌دست می‌آوریم

$$\mathrm{d}\tau = \left(۱ - \frac{۲GM}{c^۲ r}\right)^{۱/۲} \mathrm{d}t.$$

این جواب مطلوب را می‌دهد.

این آزمونهای تجربی اغلب به کاربرد جزء خط شوارتس‌شیلد در مورد اجسام واقع در منظومهٔ شمسی مربوط می‌شود. با این همه، فراتر از مقایسهٔ پیش‌بینی‌های نسبیتی با پیش‌بینی‌های نیوتونی نظیر آن، به سایر نظریه‌های گرانشی نیز علاقه‌مندیم. در بعضی از آنها (مانند نظریهٔ برنز-دیکی که در فصل ۸ بررسی می‌شود) مانند نسبیت از متریک فضازمان استفاده می‌کنند، ولی جزء خطهای متفاوت از جزء خطهای شوارتس‌شیلد به‌دست می‌آورند. می‌توان در حدود مربوط به میدان ضعیف و با مقایسه پیش‌بینی‌هایشان در آزمایشهای مختلف همزمان به این موارد نگریست. با استفاده از یک سری پارامتر می‌توان مؤلفه‌های مختلف متریک را با رجوع به این آزمونها مشخص کرد. چون تقریب مورد نظر ما گامی فراتر از حد نیوتونی است، آن را تقریب پسانیوتونی پارامتریسازی‌شده یا صرفاً تقریب PPN می‌نامند. پارامترها را با γ، β، ξ، $\alpha_۱$، $\alpha_۲$ و $\alpha_۳$ و $\zeta_۱$، $\zeta_۲$، $\zeta_۳$ و $\zeta_۴$ نشان می‌دهند. دربارهٔ جزئیات به‌دست آوردن این پارامتر در یک نظریهٔ خاص بحث خواهیم کرد (نگاه کنید به مرور انجام‌شده توسط C. M. Will در انتهای فصل)، به استثنای مشخص کردن دوتای اول که مقدارشان در نسبیت عام برابر واحد است و به صراحت در آزمونهای تجربی این نظریه وجود دارند.

برای مشخص کردن β و γ، جزء خط شوارتس‌شیلد را به‌صورت همسانگرد بیان می‌کنیم، که

در آن بخش فضایی متریک جزء اقلیدسی ضربدر تابعی فضایی است:

$$\mathrm{d}s^{۲} = \mathrm{e}^{\mu} c^{۲} \mathrm{d}t^{۲} - \mathrm{e}^{\eta}[\mathrm{d}R^{۲} + R^{۲}(\mathrm{d}\theta^{۲} + \sin^{۲}\theta \mathrm{d}\phi^{۲})] \qquad (۱۲۶.۲)$$

که μ و η توابعی از مختصهٔ شعاعی جدید R هستند. (نگاه کنید به تمرین ۴۲.) با بسط آنها برحسب توانهای M/R، به‌دست می‌آوریم

$$\mathrm{e}^{\mu} = ۱ - ۲\frac{M}{R} + ۲\beta\left(\frac{M}{R}\right)^{۲}, \qquad \mathrm{e}^{\eta} = ۱ + ۲\gamma\frac{M}{R} \qquad (۱۲۷.۲)$$

که، همان‌طور که قبلاً در مورد نسبیت عام گفتیم، هردوی β و γ برابر واحدند. در بعضی نظریه‌های دیگر ممکن است مقادیر متفاوتی را داشته باشیم. بعداً وضعیت کنونی مقادیر اندازه‌گیری‌شدهٔ این پارامترها را به اختصار بیان خواهیم کرد.

انتقال به سرخ گرانشی

یک جزء خط ایستا ــیعنی، جزء خطی را که در آن g_{ik} تابع $x^{\circ} \equiv ct$ نیست در نظر بگیرید. فرض کنید دو ناظر A و B با جهانخطهای زیر را داریم

$$x^{\mu} = \mathrm{const.} = a^{\mu}, b^{\mu} \qquad (۱۲۸.۲)$$

اگر Γ یک ژئودزیک صفر از A به B، با معادله‌های پارامتری زیر باشد

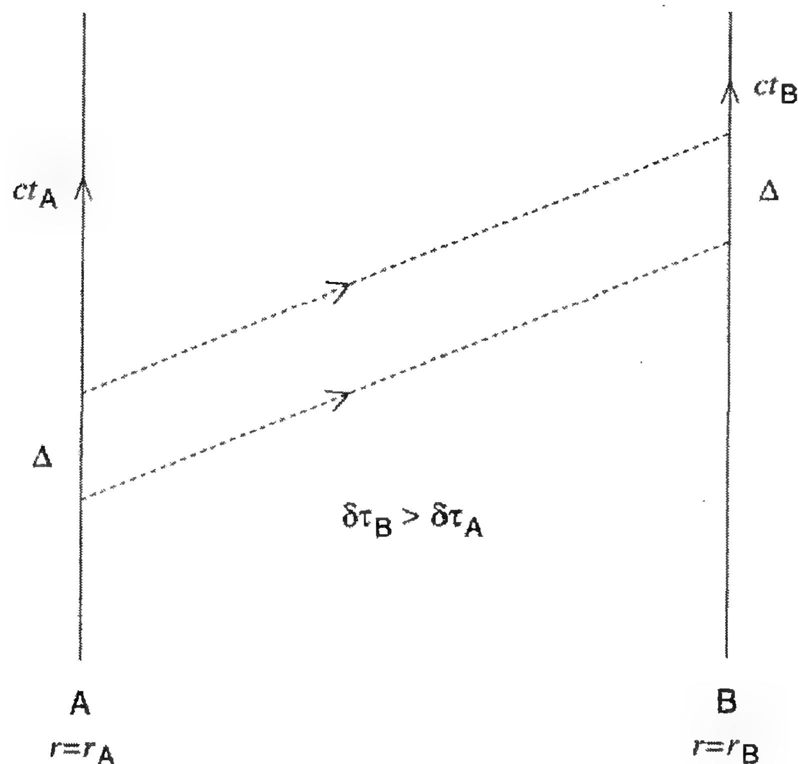
$$x^{i} = x^{i}(\lambda) \qquad (۱۲۹.۲)$$

که در آن $x^{\mu}(\circ) = a^{\mu}$، $x^{\mu}(۱) = b^{\mu}$، $x^{\circ}(\circ) = ct_{\mathrm{A}}$، $x^{\circ}(۱) = ct_{\mathrm{B}}$. ژئودزیک ما به‌صورت فیزیکی متناظر با چیست؟

این ژئودزیک پرتو نوری را توصیف می‌کند که در t_{A} ناظر A را ترک می‌کند و در t_{B} به ناظر B می‌رسد. به‌واسطهٔ سرشت ایستای جزء خط، باید یک جواب ژئودزیک صفر دیگر به‌صورت زیر داشته باشیم

$$\begin{aligned} x^{\mu} &= x^{\mu}(\lambda) & \mu &= ۱, ۲, ۳ \\ x^{\circ} &= x^{\circ}(\lambda) + \Delta, & \Delta &= \mathrm{const.} \end{aligned} \qquad (۱۳۰.۲)$$

این پرتو نوری را توصیف می‌کند که در زمان $t_{\mathrm{A}} + \Delta/c$ ناظر A را ترک می‌کند و در زمان $t_{\mathrm{B}} + \Delta/c$ به ناظر B می‌رسد. این نتیجه را در شکل ۱۴.۲ ملاحظه می‌کنید.



شکل ۱۴.۲ ویژه زمان ناظر مستقر در $r = \text{const.}$ در فضازمان شوارتس‌شیلد نسبت به مختصه‌زمان کوتاهتر است. با کاهش r این اثر بیشتر مشهود است. شکل نشان می‌دهد که این اثر با مبادلهٔ سیگنالهای نوری بین دو ناظر (که با خطوط نقطه‌چین نشان داده شده است) آشکارشدنی است. با وجود اینکه ناظر A (نزدیک جرم) سیگنالها را در بازهٔ ویژه زمانی $\delta\tau_{\rm A}$ می‌فرستد، ناظر دور B آنها را در بازهٔ $\delta\tau_{\rm B} > \delta\tau_{\rm A}$ دریافت می‌کند. اختلاف زمان بین سیگنالها در A و B به اندازهٔ Δ یکسان می‌ماند.

حال، در چارچوب سکون A، Δ/c متناظر است با بازهٔ ویژه زمان (اندازه‌گیری‌شده توسط A) زیر

$$\delta\tau_{\rm A} = \frac{\Delta}{c}[g_{\circ\circ}(a^\mu)]^{۱/۲}.$$

اگر n موج نور A را در این بازهٔ زمان ترک کرده باشند، A بسامد این امواج را برابر مقدار زیر اندازه می‌گیرد

$$\nu_A = \frac{cn}{\Delta}[g_{\circ\circ}(a^\mu)]^{-۱/۲}.$$

چون B همین تعداد موج را در بازه زمان متناظر دریافت می‌دارد، نسبت بسامدهایی را که A و B اندازه می‌گیرند به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\nu_B}{\nu_A} = \left(\frac{g_{\circ\circ}(a^\mu)}{g_{\circ\circ}(b^\mu)}\right)^{\frac{۱}{۲}}. \qquad (۱۳۱.۲)$$

این نسبت طول موجهای $\lambda_{\rm A}$ و $\lambda_{\rm B}$ نیز هست که A و B به‌ترتیب اندازه می‌گیرند.

اگر در حل شوارتس‌شیلد A ناظری در سطح یک ستاره مثلاً، در $r = r_s$ باشد، و B ناظری دوردست با $r \gg ۲GM/c^۲$ به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\lambda_{\rm B}}{\lambda_{\rm A}} \approx \left(۱ - \frac{۲GM}{c^۲ r_s}\right)^{-۱/۲}. \qquad (۱۳۲.۲)$$

بنابراین، خطهای طیفی یک ستارهٔ متراکم پرجرم باید انتقال به سرخ پیدا کند. اگر $۲GM/(c^۲ r_s)$ در مقایسه با واحد ناچیز باشد، انتقال به سرخ به‌صورت زیر درمی‌آید

$$z = \frac{\lambda_{\rm B} - \lambda_{\rm A}}{\lambda_{\rm A}} \approx \frac{GM}{c^۲ r_s}. \qquad (۱۳۳.۲)$$

ستارگان کوتولهٔ سفید مانند شعرای یمانی B و ۴۰ نهر B دارای انتقال به سرخی در گسترهٔ $۱۰^{-۴}$ تا $۱۰^{-۵}$ هستند، که مرتبه بزرگی صحیح را دارد. اما، اندازه‌گیریهای دقیقتر و قابل اطمینانتر فقط در آزمایشهای زمینی امکان‌پذیر است. به‌عنوان مثال، در سال ۱۹۶۰ پوند[1] و ربکا[2] تغییر بسامد فوتونهای پرتو گامای گسیل‌شده از یک اتم آهن برانگیخته را که از ارتفاع ۶۰ تا ۷۰ پا سقوط می‌کرد اندازه گرفتند (نگاه کنید به شکل ۱۵.۲). در هنگام سقوط این فوتون از ارتفاع H، پتانسیل نیوتونی به اندازهٔ gH افزایش می‌یابد که g شتاب گرانی در سطح زمین است. با توجه به (۱۳۱.۲) می‌بینیم که فوتون باید دارای انتقال به سرخ شود؛ یعنی بسامد آن با کسر $gH/c^۲$ افزایش یابد. اگرچه این کسر در حدود $۱۰^{-۱۵}$ است، اما می‌توان آن را با روشهای آزمایشگاهی جدید اندازه گرفت. آزمایش پوند-ربکا و کارهای بعدی اثر انتقال به‌سرخ گرانشی را تأیید کرده است.

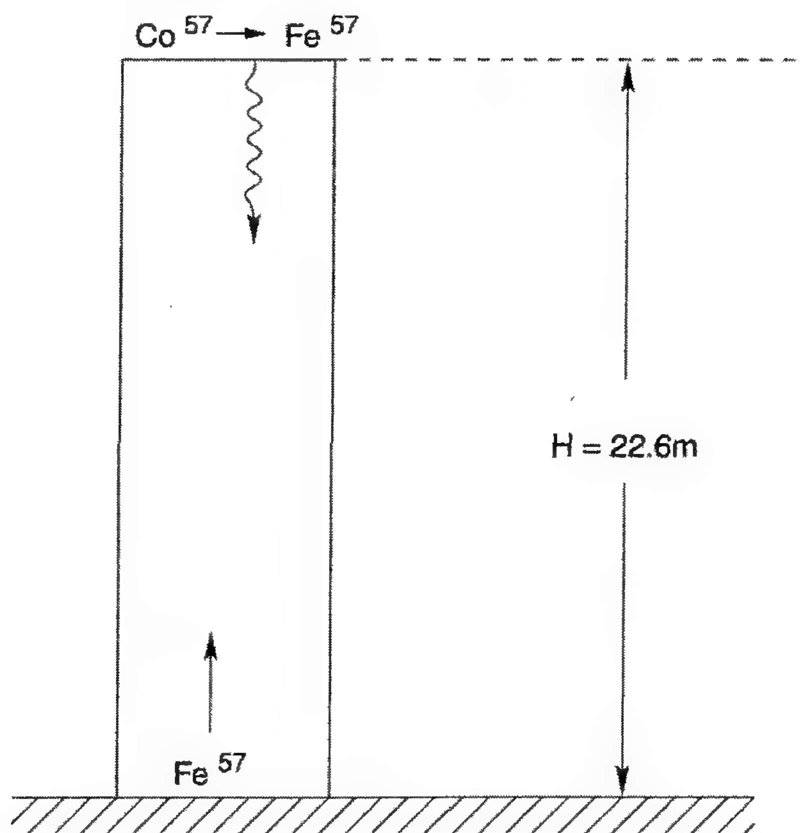
حرکت تقدیمی حضیض عطارد

اگر خورشید را جرم M در حل شوارتس‌شیلد در نظر بگیریم و فرض کنیم که سیارات کاوه‌هایی هستند که در فضازمان خمیده دور خورشید می‌گردند، در تقریب اول هر سیاره در یک ژئودزیک زمان‌گونه حرکت خواهد کرد. بنابراین، معادله‌های حرکت یک سیاره را به راحتی می‌توان به‌دست آورد (نگاه کنید به تمرین ۴۵). در تقریب نیوتونی، سیاره مسیری بیضی دارد که معادلهٔ قطبی آن به‌صورت زیر است

$$\frac{l}{r} = ۱ + e\cos(\phi - \phi_۰). \qquad (۱۳۴.۲)$$

که در آن l نیم‌قطر قائم، e خروج از مرکز، و $\phi_۰$ جهتی است که حضیض (نقطه‌ای با کمترین فاصله از خورشید) قرار دارد.

1. Pound 2. Rebka



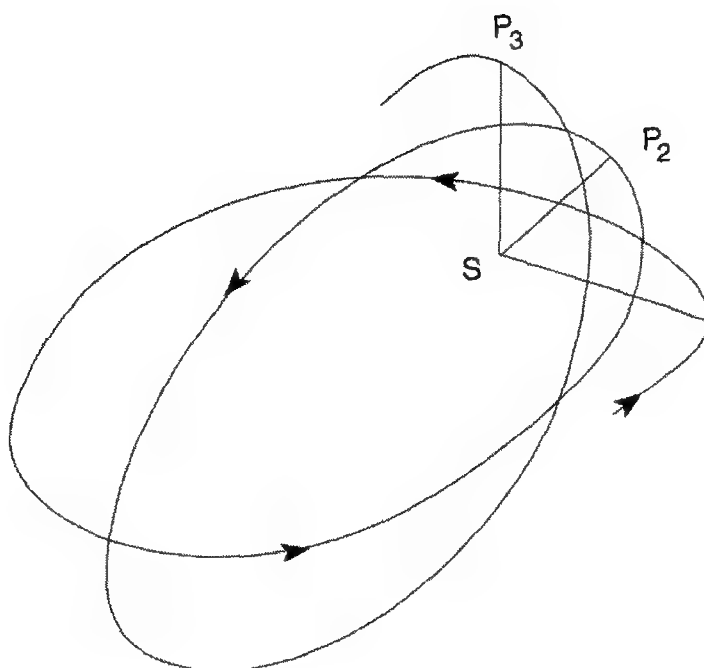
شکل ۱۵.۲ نمودار کلی آزمایش پوند-ربکا. یک هستهٔ کبالت در بالای برج به یک هستهٔ آهن برانگیخته وامی‌پاشد. هستهٔ اخیر یک فوتون پرتو γ گسیل می‌کند که در پایین برج جذب یک هستهٔ آهن در حالت پایه می‌شود. برای اطمینان از این جذب، باید کاهش بسامد فوتون افتان جبران شود: هستهٔ جذب‌کننده در پایین برج باید دارای سرعت دوپلری در جهت دورشدن از آن شود.

رصدهای مدار سیارهٔ مشتری نشان داده است که $\phi_۰$ ثابت نیست، بلکه دارای حرکت تقدیمی مختصر و منظمی با آهنگ ۵۷۵ ثانیه کمانی در قرن است. از این مقدار، ۴۳ ثانیهٔ کمانی در قرن را می‌توان به حساب اختلال در مدار عطارد به‌واسطهٔ تأثیر گرانشی نیوتونی سایر سیارات گذاشت.

با این همه، حل دقیقتر معادله‌ها (نگاه کنید به تمرین ۴۸) نشان می‌دهد که $\phi_۰$ ثابت نیست، بلکه اندازهٔ آن با آهنگ ثابت، مطابق شکل ۱۶.۲ تغییر می‌کند. این حرکت تقدیمی حضیض با آهنگ زیر انجام می‌شود.

$$n = \frac{۶\pi G M_\odot}{l T c^۲} \qquad (۱۳۵.۲)$$

که در آن $M_\odot$ جرم خورشید و T دورهٔ سیاره است. مقدار n برای عطارد، که بیشترین خروج از مرکز و نزدیکترین فاصله به خورشید را دارد از همه بزرگتر است. این آهنگ برای عطارد، $n \approx ۴۳$ ثانیه کمانی به‌ازای هر قرن است، که آهنگ حرکت تقدیمی را که مدت زیادی در نظریه نیوتونی بدون توجیه مانده بود، به‌درستی توضیح می‌دهد.

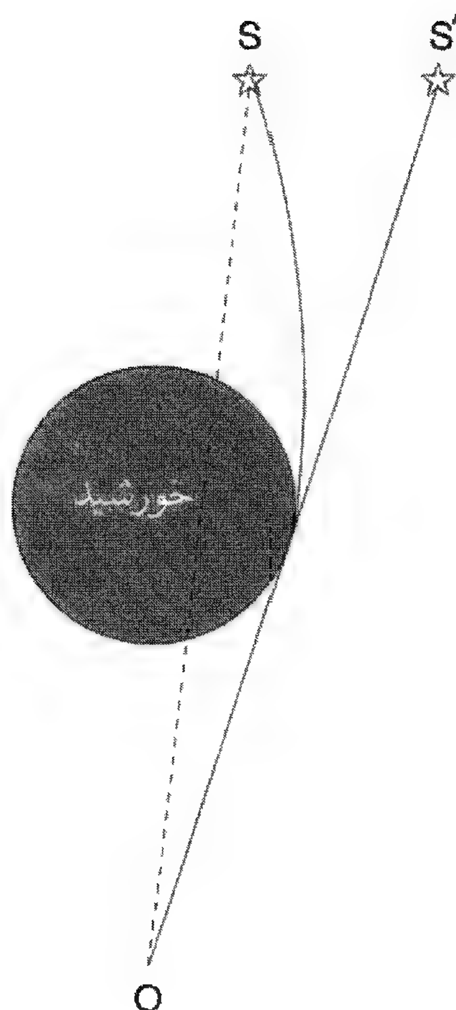


شکل ۱۶.۲ حضیض نقطه با نزدیکترین فاصله به خورشید (S) در مدار عطارد است. با تکمیل مدارهای متوالی، نقطهٔ حضیض به‌طور ثابت از P_1 به P_2 به P_3 و غیره به پیش می‌رود. (آهنگ پیشروی به‌ازای هر مدار، در واقع بسیار کوچکتر از چیزی است که در اینجا نشان داده شده است.)

در اواخر سالهای ۱۹۷۰، یک مثال بارزتر این حرکت تقدیمی در سیستم ستارگان دوتایی شامل تپ‌اختر PSR۱۹۱۳ + ۱۶ مشاهده شد. در اینجا اثرهای گرانشی شدیدتر از سیستم خورشید-عطارد است، و آهنگ حرکت تقدیمی به بزرگی ۴٫۲۳ درجه در هر سال می‌رسد ــ که حدود $۳٫۶ \times ۱۰^۴$ مقدار مربوط به عطارد است. (با این همه، به خواننده هشدار می‌دهیم، برخلاف مورد خورشید-عطارد، که در آن، به‌علت اختلاف زیاد جرمها، خورشید را می‌توان ساکن و عطارد را به‌صورت ذرهٔ «آزمون» در حرکت به گرد آن در نظر گرفت، در مورد تپ‌اخترهای دوتایی جرم ستاره‌ها قابل مقایسه است و در نتیجه حل شوارتس‌شیلد را نمی‌توان دقیقاً به‌کار برد. در حالت ایده‌آل باید مسئله دوجسمی نسبیتی را حل کرد. این کار تاکنون امکان‌پذیر نبوده است و در نتیجه برای مقایسهٔ نظری اغلب از برونیابی تقریبی مسئلهٔ خورشید-عطارد استفاده می‌شود.)

خم شدن نور

درست همان‌طور که ژئودزیکهای زمان‌گونه مسیرهای سیارات را تعیین می‌کنند، می‌توانیم مسیر یک پرتو نور را با تعیین ژئودزیکهای صفر محاسبه کنیم. نوشتن این معادله‌ها سرراست است (نگاه کنید به مثال ۴۸) همین‌طور انتگرال‌گیری از آنها (نگاه کنید به مثال ۴۹). بارزترین اثرها هنگامی به‌وجود می‌آید که یک ژئودزیک صفر به توزیع جرم بسیار نزدیک شود.



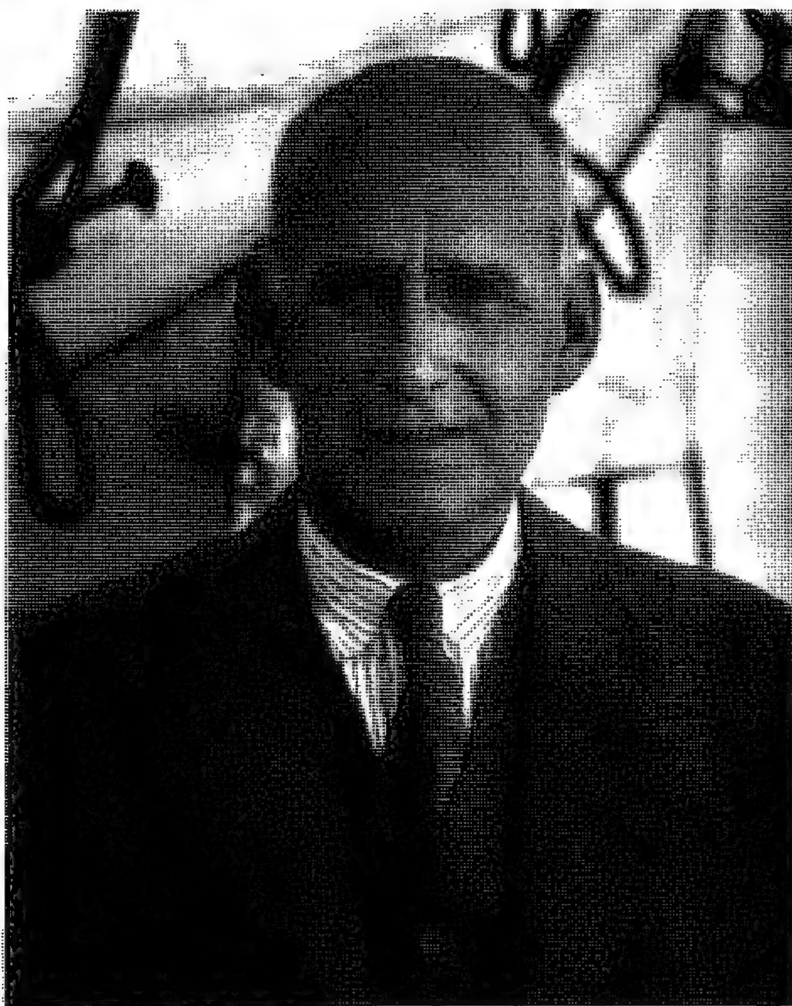
شکل ۱۷.۲ «خم شدن» پرتوهای نور ستارۀ S تصویر آن را به S' منتقل می‌کند. این اثر، مطابق شکل، هنگامی قابل ملاحظه می‌شود که پرتو نور سطح خورشید را بخراشد.

برای پرتویی از نور که از لبۀ خورشید می‌گذرد (شکل ۱۷.۲)، جهت فضایی به اندازۀ زاویه زیر تغییر می‌کند

$$\alpha = \frac{۴GM_\odot}{c^۲R_\odot} \simeq ۱٫۷۵ \text{ ثانیه کمانی} \qquad (۱۳۶.۲)$$

که $R_\odot$ شعاع خورشید است. زاویۀ خمیدگی درواقع بسیار کوچک است، و نخستین بار ادینگتون[1] و همکارانش (شکل ۱۸.۲) در سال ۱۹۱۹ آن را در طی کسوف اقدام به اندازه‌گیری آن کردند. (آزمایش شامل اندازه‌گیری تغییر ظاهری جهت ستاره‌ای است که خط دید آن از لبۀ خورشید می‌گذرد. به‌دلایل بدیهی، منجمان اپتیکی باید منتظر کسوف کلی خورشید برای انجام این آزمایش می‌شدند.) این اندازه‌گیری به‌نفع اینشتین بود. با این همه، کوششهای بعدی منجمان اپتیکی، به‌واسطه حساسیت محدود دستگاه اندازه‌گیری و سرشت نادقیق خطاهای سیستماتیک، به نتایجی تا اندازه‌ای

1. Eddington



شکل ۱۸.۲ آرتور استانلی ادینگتون (۱۹۴۴-۱۸۸۲).

غیرقطعی انجامید. در سالهای ۱۹۷۰ اندازه‌گیریهای با استفاده از ریزموج (که برای آن اثرات شکست بسیار کوچک است)، این زاویهٔ خمیدگی را با دقت خیلی بیشتر یعنی خطای تجربی در حدود ۵ درصد تأیید کرده است. این فناوری بعداً بهتر شد و خطهای خطا، چنانکه بعداً در جدول ۱.۲ خواهیم دید، کاهش یافتند.

شایان توجه است که چون در مورد انتقال به سرخ گرانشی و خمیدگی نور نظریهٔ نیوتونی هیچ‌گونه تأثیر گرانی را بر نور پیش‌بینی نمی‌کند، پس این مشاهدات گرانش نیوتونی را رد می‌کنند. اما، می‌توان دیدگاه چارچوب نیوتونی را گسترش داد و استدلال کرد که نور از ذرات (فوتونها) ساخته شده است که تابع قانون عکس مجذوری هستند. (در واقع، خود نیوتون این امکان را حدس زده بود.) سپس می‌توان نشان داد که این نظریهٔ گسترش‌یافته رابطهٔ (۱۳۱.۲) را برای انتقال به سرخ گرانشی می‌دهد (نگاه کنید به تمرین ۵۳)، که همان مقدار نسبیتی است، اما برای خم شدن نور مقدار آن نصف مقدار نسبیتی است (نگاه کنید به تمرین ۵۲). بنابراین، خمیدگی امواج ریزموج این نظریه را رد می‌کند.

جدول ۱.۲ حدود مقادیر اندازه‌گیری‌شدهٔ پارامترهای PPN (برمبنای داده‌های مروری C. M. Will)

پارامتر	تأثیر	حد	ملاحظات
$\gamma - ۱$	تأخیر زمانی	۲×۱۰^{-۳}	اندازه‌گیری وایکنیگ
	انحراف نور	۳×۱۰^{-۴}	VLBI
$\beta - ۱$	جابه‌جایی حضیض	۳×۱۰^{-۳}	$J_۲ = ۱۰^{-۷}$ از لرزه‌شناسی خورشید
	اثر نوردودت[1]	۶×۱۰^{-۴}	$\eta = ۴\beta - \gamma - ۳$ فرض شده است
ξ	کشندهای روی زمین	$۱۰^{-۳}$	داده‌های گرانی‌سنجی
$\alpha_۱$	قطبش مداری	۴×۱۰^{-۴}	اندازه‌گیری فاصلهٔ ماه با لیزر
		۲×۱۰^{-۴}	$\text{PSR J۲۳۱۷} + ۱۴۳۹$
$\alpha_۲$	حرکت تقدیمی اسپین	۴×۱۰^{-۷}	قرارگرفتن خورشید در امتداد دایرةالبروج
$\alpha_۳$	شتاب تپ‌اختر	۲×۱۰^{-۲۰}	آمار $\dot{P}$ تپ‌اختر
η[الف]	اثر نوردودت	$۱۰^{-۳}$	اندازه‌گیری فاصلهٔ ماه با لیزر
$\zeta_۱$	—	۲×۱۰^{-۲}	ترکیب حدود PPN
$\zeta_۲$	شتاب دوتایی	۴×۱۰^{-۵}	$\ddot{P}_p$ برای $\text{PSR۱۹۱۳} + ۱۶$
$\zeta_۳$	قانون سوم نیوتون	$۱۰^{-۸}$	شتاب ماه
$\zeta_۴$	—	—	مستقل نیست

1. Nordtvedt

الف. در اینجا $\eta = ۴\beta - \gamma - ۳ - ۱۰\xi/۳ - \alpha_۱ - ۲\alpha_۲/۳ - ۲\zeta_۱/۳ - \zeta_۲/۳$.

تأخیر در پژواک رادار

درست همان‌طور که جهت پرتو نور بر اثر گرانی خورشید تغییر می‌کند، زمان حرکت ظاهری آن نیز عوض می‌شود. این اثر را می‌توان به‌صورت سرراست محاسبه‌کرد. در سالهای ۱۹۷۰ اندازه‌گیریهایی با برگشت سیگنالهای رادار گسیل‌شده از سفینهٔ فضایی مارنیر ۶ و ۷ از سطح زمین در هنگامی که این سیگنالها از لبهٔ خورشید می‌گذشتند انجام شد. تأخیرهایی که انتظار می‌رفت از مرتبهٔ ۲۰۰ میکروثانیه بودند که با دقت حدود ۳ درصد مشاهده شدند. این آزمون نیز با گذشت زمان دقیقتر شده است و جدول ۱.۲ آخرین اطلاعات را نشان می‌دهد.

برابری جرم لختی و گرانشی

یک پیامد مهم اصل هم‌ارزی برابر بودن جرم لختی و گرانشی است. با اندکی تفکر متقاعد می‌شویم که آزمایش گالیله از برج کج پیزا، که نشان داد همهٔ اجسام در سقوط آزاد با سرعت یکسان سقوط می‌کنند، بخش اساسی آزمایش فکری اینشتین در مورد آسانسور در سقوط آزاد است. هر دو آزمایش از این نظر امکان‌پذیرند که کمیت یکسانی به‌عنوان جرم لختی وارد قانون حرکت و به‌عنوان جرم گرانشی وارد قانون گرانش می‌شود.

در آزمایشهای اخیر اندازه‌گیری فاصله ماه به‌کمک لیزر توانسته‌اند فاصلهٔ زمین تا ماه را با دقت چند سانتی‌متر اندازه بگیرند. این آزمایشها نشان می‌دهند که ماه مطابق پیش‌بینی معادله‌های نسبیت عام به دور زمین حرکت می‌کند. به‌ویژه، این آزمایشها نظریه‌های دیگر گرانش، مانند نظریهٔ برنز-دیکی[1] را که تغییر جرم لختی با فاصله از جرم دیگر را مجاز می‌دارند رد می‌کند.

آزمایشهای تجربی از نوع ترازوی پیچشی که با مواد مختلف و با دقت کافی انجام گرفته‌اند این برابری را با حساسیت زیاد اثبات کرده‌اند. این آزمایشها حدود بالای شدیدی را بر حضور ممکن «نیروی پنجم» که درگسترهٔ چند متر عمل می‌کند اعمال می‌کنند. برای مروری بر دقت اندازه‌گیری اصل هم‌ارزی، به‌مقالهٔ C. M. Will درکتاب‌شناسی رجوع کنید.

حرکت تقدیمی ژیروسکوپ

اگرچه حل شوارتس‌شیلد اثرهای گرانشی خورشید و زمین را با دقت زیاد توصیف می‌کند، اما جای توسعه بیشتر نیز وجود دارد. به‌عنوان مثال، یک جرم دوار یک جملهٔ $d\phi\, dt$ وارد متریک می‌کند. گرچه اثرات چنین جمله‌هایی برای زمین و خورشید بسیار کوچک‌اند، اما فناوری جدید می‌تواند آنها را اندازه بگیرد.

در یک آزمایش پیشنهادی که می‌تواند اثر جرم چرخان را اندازه بگیرد از ژیروسکوپ استفاده می‌شود. محور ژیروسکوپی که در یک مدار استوایی اطراف زمین حرکت می‌کند دارای حرکت تقدیمی آرامی خواهد شد. آهنگ حرکت تقدیمی که تقریباً ۷ ثانیهٔ کمانی در هر سال برآورد شده است را می‌توان با فناوری جدید آشکار ساخت، اکنون سه دهه از برنامه‌ریزی این آزمایش می‌گذرد ولی هنوز انجام نشده است.

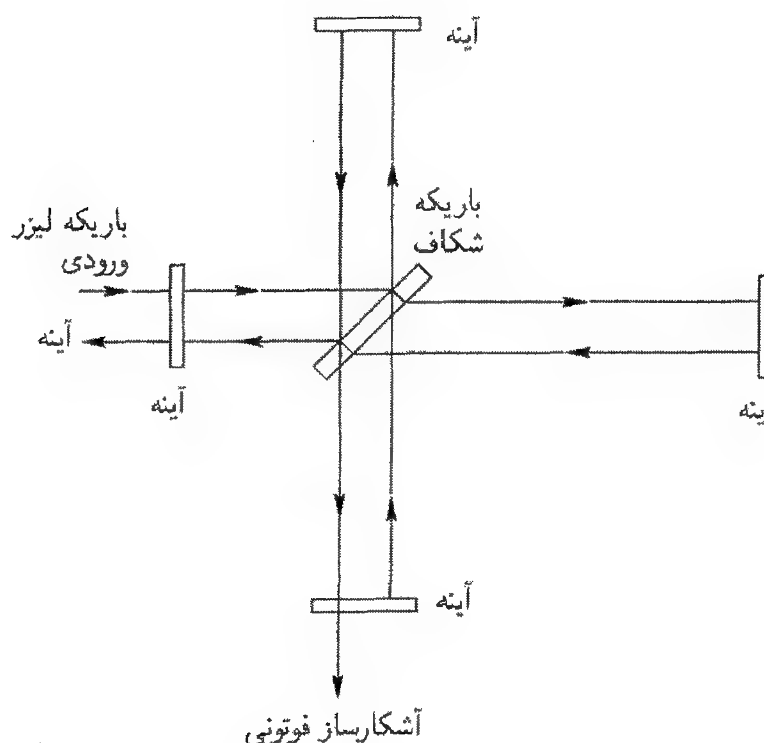
جدول ۱.۲ مقادیر اندازه‌گیری‌شدهٔ پارامترهای PPN، یا حدود مربوط در به‌دست آوردن آنها

1. Brans-Dicke

از پیش‌بینی‌های نسبیت عام را نشان می‌دهد. گرچه آزمایش توصیف‌شده در آنجا فراتر از چیزی است که در بالا گفتیم، بدیهی است که نظریه از آن سربلند بیرون می‌آید.

تابش گرانشی

محاسبه‌های انجام‌شده برمبنای نظریهٔ میدان ضعیف نشان می‌دهند که اندازهٔ تابش گرانشی مربوط به ایستگاههای زمینی بسیار کوچک و فراتر از توانایی فناوری موجود است. اما، اجسام سماوی می‌توانند مقادیر قابل ملاحظه‌ای تابش گرانشی گسیل دارند، و کوششهایی در جهت ابداع آشکارسازهای اندازه‌گیری آنها انجام شده است. نمونهٔ چشمه‌های امواج گرانی عبارت‌اند از انفجارهای ابرنواختر، ستارگان دوتایی، و احتمالاً تحولات آغازین در عالم اولیه (نگاه کنید به فصل ۶). کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا که در فصل ۸ توصیف می‌شود نیز امواج گرانشی را از رویدادهای ریزه‌ـخلقت توصیف می‌کند. چند آشکارساز در سرتاسر کرهٔ زمین برای دریافت این سیگنالهای ضعیف نصب شده است (شکل ۱۹.۲).



شکل ۱۹.۲ نمودار کلی یک آشکارساز تداخل‌سنجی امواج گرانشی برمبنای تداخل‌سنج مایکلسون، که در آن از باریکه‌های لیزری استفاده شده است که مسافت چند کیلومتر بین آینه‌ها را به‌طور مکرر طی می‌کنند. انتظار داریم که آشکارساز تغییرات کسری کوچک ($\sim 10^{-21}$) طول را در هنگام عبور امواج گرانشی از دستگاه که باعث تغییر هندسهٔ آن می‌شود اندازه بگیرد.

۱.۱۱.۲ سیاهچاله‌ها

همهٔ اثرهایی که در بالا بررسی شد مربوط به گرانی ضعیف است. برای خورشید نسبت $2GM_\odot/(c^2R_\odot)$ مقدار کوچک 4×10^{-6} است، و برای زمین این مقدار حتی کوچکتر است. آیا می‌توانید جسم چنان متراکمی را مجسم کنید که نسبت M و R آن به‌صورت زیر باشد؟

$$\frac{2GM}{c^2R} \sim 1$$

نگاهی به حل شوارتس‌شیلد نشان خواهد داد که برای چنین جسمی هندسهٔ فضازمان در حوالی سطح به‌صورت بارزی نااقلیدسی خواهد بود. در صورت وجود چنین اجسامی، چند نتیجهٔ غیرمنتظره به‌دست می‌آید (به‌عنوان مثال به تمرینهای ۵۴ و ۵۵ نگاه کنید).

جسمی که شعاع شوارتس‌شیلد آن در شرط زیر صدق کند را سیاهچاله می‌نامند

$$R \leqslant \frac{2GM}{c^2} \equiv R_{\mathrm{S}} \tag{۱۳۷.۲}$$

همان‌طورکه نام آن ایجاب می‌کند، این جسم سیاه است زیرا گرانی شدید آن نور را به‌دام می‌اندازد و مانع فرار آن می‌شود. نگاهی به رابطهٔ (۱۳۲.۲) نشان می‌دهد که انتقال به سرخ گرانشی سیاهچاله بینهایت است. چون انتقال به سرخ، z، مستلزم کاهش انرژی فوتون نور با ضریب $(1+z)^{-1}$ است، هیچ فوتون با انرژی متناهی انرژی کافی برای خروج از سیاهچاله را ندارد.

اخترفیزیکدانان دریافته‌اند که سیاهچاله می‌تواند حالت نهایی ستارهٔ پرجرمی باشد که سوخت هسته‌ای آن، که معمولاً فشار گرمایی و تابشی لازم برای حفظ تعادل در برای خود‌ـگرانی را تأمین می‌کند، تمام شده است. اگر جرم چنین ستاره‌ای از جرم بحرانی (معروف به حد چاندراسکار مثلاً در مورد ستارگان کوتولهٔ سفید) تجاوز کند که در کمتر از آن فشار ذرهٔ واگن می‌تواند باعث حفظ تعادل آن می‌شود، و انقباض آن ادامه می‌یابد تا شعاع آن به مقدار بحرانی فوق‌الذکر برسد یا برابر آن شود. با این همه، باید گفت که در ویژه زمان ناظرهای خارجی چون خود ما، هرگز در بازه‌ای محدود به این مرحله نمی‌رسیم. بنابراین همهٔ ادعاهای مربوط به‌وجود یک سیاهچاله (در یک ستارهٔ دوتایی یا هستهٔ کهکشانی) به لحاظ فنی نادرست است. در بهترین شرایط آنها گزاره‌هایی هستند که جسمی را با شعاع شوارتس‌شیلد اندکی بیش از مقدار بحرانی $2\mathrm{GM}/c^2$ توصیف می‌کنند.

کار قابل ملاحظه‌ای بین سالهای ۱۹۶۵ و ۱۹۷۵ در جهت مطالعهٔ سیاهچاله‌ها و ویژگیهای غیرعادی آنها انجام شد. چون تأکید این کتاب برکیهان‌شناسی است، باید به‌همین توصیف سطحی قناعت کنیم. اکنون به هدف خود از ذکر مبانی نسبیت عام به‌عنوان نظریهٔ مربوط به مدلهای

کیهان‌شناسی رسیده‌ایم. کسانی که به مطالعهٔ عمیقتر نسبیت عام علاقه‌مندند می‌توانند به کتابهای درسی مربوط به آن مراجعه کنند.اکنون به بحث دربارهٔ کیهان‌شناسی می‌پردازیم.

تمرینها

۱. ثابت کنید که قطعه تاری که روی زمین کروی کشیده شده باشد در امتداد یک دایرهٔ عظیمه قرار دارد، که «خط راستی» روی سطح کروی است. بررسی کنید که آیا خطهای عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی مستقیم‌اند.

۲. یکی از «بدیهیات» هندسهٔ اقلیدسی برمبنای به‌اصطلاح اصل موضوع توازی است. با توجه به این اصل از یک نقطهٔ P که روی خط l قرار ندارد، فقط و فقط یک خط به موازات l می‌توان رسم کرد (یعنی، خطی که اگر هر دو خط به‌طور نامتناهی امتداد یابند یکدیگر را قطع نکنند.) در هندسهٔ روی سطح کره و بر سطحی به شکل زین اسب این اصل موضوع چه وضعی خواهد داشت؟

۳. بردارهای مماس بر نقاط نوعی روی منحنیهایی از فضازمان راکه با عبارتهای زیر داده شده‌اند محاسبه کنید ($x^1 = x$، $x^2 = y$، $x^3 = z$، و $x^0 = ct$):

(الف) $x = ct_0 \cos(t/t_0), y = ct_0 \sin(t/t_0), z = ct, t_0 = \text{const.}$

(ب) $x = 0, y = 0, z^2 - c^2t^2 = 0$

(ج) $x = ct\cos(t/t_0), y = ct\sin(t/t_0), z = \text{const.}, \ t_0 = \text{const.}$

تعیین کنید که این بردارهای مماس در فضازمان مینکوفسکی فضاگونه، زمان‌گونه یا صفرند.

۴. مؤلفه‌های قائم سطوح زیر را محاسبه و تعیین کنید که آنها در فضازمان مینکوفسکی ($x^1 = x$، $x^2 = y$، $x^3 = z$، و $x^0 = ct$) فضاگونه، زمان‌گونه، یا صفرند:

(الف) $x^2 + y^2 + z^2 - \lambda^2t^2 = \text{const.}, \lambda = \text{const.}$

(ب) $x^2 + y^2 - \lambda^2t^2 = \text{const.}, \lambda = \text{const.}$

(ج) $x^2 - \lambda^2t^2 = \text{const.}, \lambda = \text{const.}$

۵. کدام‌یک از عبارتهای زیر با توجه به قرارداد مجموعیابی بی‌اعتبار است؟

(الف) $A_{ij}B^{jk}A_{jl}$، (ب) $g_{ik}g^{ik}$، (ج) $R_{ik}g_{ik}$، (د) $e_{iklm}e^{iklm}$، (ه) $T^{ik}g^k_l$

عبارتهایی را که دارای اعتبارند، ساده کنید.

۶. A_{ik} تانسوری است که ماتریس $\|A_{ik}\|$ آن ناتکین است. نشان دهید که مؤلفه‌های ماتریس وارون به‌صورت یک تانسور تبدیل می‌شوند. (مثالی از این نتیجه تانسور g^{ik} است.)

۷. نشان دهید که ویژگی تقارن و پادتقارن نسبت به اندیسهای یک تانسور تحت تبدیلهای مختصات ناوردا هستند.

۸. به‌کمک فقط g_{ik}، یک تانسور رتبهٔ چهارم تشکیل دهید که نسبت به جابه‌جایی هر یک از دو شاخص خود متقارن باشد.

۹. نشان دهید که اگر F_{ik} یک میدان تانسوری پادمتقارن باشد، $F_{ik,l} + F_{kl,i} + F_{li,k}$ تانسور رتبهٔ سوم است.

۱۰. قانون خارج‌قسمتها را به‌صورت زیر اثبات کنید، اگر $A_{ik}B^k$ به‌ازای هر بردار دلخواه B^k یک بردار باشد، A_{ik} باید به‌صورت یک تانسور تبدیل شود.

۱۱. از مختصات قطبی دوبعدی (r, θ) در یک صفحهٔ اقلیدسی استفاده کنید. A_r و A_θ را مؤلفه‌های شعاعی و عرضی بردار A در نقطه P در نظر بگیرید که نسبت به محورهای دکارتی محلی به‌ترتیب دارای جهتهای $\theta = \text{const.}$ و $r = \text{const.}$ است. نشان دهید که انتقال موازی بردار در نقطهٔ P به نقطهٔ $Q(r + \delta_r, \theta + \delta\theta)$ دو مؤلفهٔ بردار در Q را به‌صورت زیر می‌دهد

$$A_r + \delta\theta A_\theta, \qquad A_\theta - \delta\theta A_r.$$

۱۲. با بهره‌گیری از این شرط که $B_{i;k}$ به‌صورت تانسور تبدیل می‌شود، رابطهٔ تبدیل (۳۶.۲) برای Γ^i_{kl} را نتیجه بگیرید.

۱۳. از (۳۷.۲) برای $A^i_{;k}$ با استفاده از (۳۵.۲) برای $B_{l;k}$ و این فرض که مشتقهای هموردای یک کمیت نرده‌ای برابر مشتقهای معمولی آن هستند را نتیجه بگیرید.

۱۴. فرض کنید دو متریک در یک فضازمان تعریف شده‌اند، و Γ^i_{kl} و $\overline{\Gamma}^i_{kl}$ دو ارتباط آفین ریمانی متناظر با آنها باشند. نشان دهید که کمیتهای زیر به‌صورت تانسور تبدیل می‌شوند

$$Q^i_{kl} = \Gamma^i_{kl} - \overline{\Gamma}^i_{kl}.$$

(مختصات در دو مورد یکی هستند.)

۱۵. نشان دهید که برای رسیدن به یک دستگاه لخت محلی باید داشته باشیم $\Gamma^i_{kl} = \Gamma^i_{lk}$.

۱۶. رابطه‌های (۴۲.۲) را از اصول اولیه به‌دست آورید.

۱۷. نشان دهید که در یک میدان نرده‌ای ϕ، عملگر موج به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\Box\phi = g^{ik}\phi_{;ik} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\sqrt{-g}\,g^{ik}\frac{\partial\phi}{\partial x^i}\right).$$

۱۸. جزء خط روی سطح کره‌ای به شعاع a در فضای اقلیدسی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathrm{d}s^{۲} = a^{۲}(\mathrm{d}\theta^{۲} + \sin^{۲}\theta\, \mathrm{d}\phi^{۲}).$$

برای این فضا $\Gamma^{i}_{kl}; i,k,l = ۱,۲$ را (با $\theta = x^{۱}$ و $\phi = x^{۲}$) محاسبه و نتیجه مورد بحث در کتاب دربارهٔ تغییر جهت یک بردار تحت جابه‌جایی موازی در اطراف مثلث ABC با سه زاویهٔ قائمه را ثابت کنید.

۱۹. با بهره‌گیری از اصول اولیه ثابت کنید که $B_{i;nk} - B_{i;kn} = R^{m}_{i\ kn} B_{m}$.

۲۰. نشان دهید که برای یک میدان تانسوری پادمتقارن F_{ik}، داریم $F^{ik}_{;ik} = ۰$.

۲۱. A_i یک میدان برداری است که برای آن $A^{i}_{;i} = ۰$. اگر $F_{ik} = A_{k;i} - A_{i;k}$ نشان دهید

$$F^{ik}_{;i} = g^{mn} A^{k}_{;mn} + R^{k}_{m} A^{m}.$$

۲۲. شکل (۴۸.۲) را که R_{iklm} در یک دستگاه مختصات لخت موضعی به‌خود می‌گیرد به‌دست آورید. از همین مختصات برای استنتاج سرشت متقارن R_{ik} استفاده کنید.

۲۳. با شماره‌گذاری مستقیم نشان دهید که تعداد مؤلفه‌های مستقل R_{iklm} برابر ۲۰ است.

۲۴. با بهره‌گیری از یک دستگاه مختصات لخت محلی، اتحادهای بیانکی را به‌دست آورید. برای شکل هموردای این اتحادها نشان دهید که

$$R^{l}_{k;l} = \frac{۱}{۲} R_{,k}.$$

۲۵. نشان دهید که اولین انتگرال (۵۸.۲) برابر است با

$$g_{ik} \frac{\mathrm{d}x^{i}}{\mathrm{d}\lambda} \frac{\mathrm{d}x^{k}}{\mathrm{d}\lambda} = \mathrm{const}.$$

۲۶. نشان دهید که تغییر جهت یک بردار تحت جابه‌جایی موازی در اطراف یک منحنی بستهٔ بینهایت کوچک را می‌توان برحسب تانسور ریمان و سطحی که منحنی دربر می‌گیرد بیان کرد.

۲۷. بسته‌ای از ژئودزیکها را با پارامتر μ طوری مشخص کنید که هر نقطهٔ روی ژئودزیک μ دارای مختصات $x^{k}(\lambda,\mu)$ باشد که λ پارامتر آفین است. بردار $\nu^{k} = \partial x^{k}/\partial\mu$ آهنگ انحراف یک ژئودزیک از ژئودزیک دیگر در بسته را نشان می‌دهد. رابطه‌های زیر را به‌دست آورید:

(الف) $\nu^{k}_{;l} u^{l} = u^{k}_{;l} \nu^{l} \quad u^{k} = \partial x^{k}/\partial\lambda$

(ب) $\mathrm{d}^{۲}\nu^{k}/\mathrm{d}\lambda^{۲} + R^{k}_{lmn} u^{l} \nu^{m} u^{n} = ۰$

معادلهٔ اخیر انحراف ژئودزیک است.

۲۸. با مقایسهٔ انحراف دو ذرهٔ آزمون که در دو مسیر شعاعی مجاور برزمین (کروی) سقوط می‌کنند، مشابه نیوتونی انحراف ژئودزیک را تشکیل دهید.

۲۹. وجود ضریب $\frac{1}{2}$ در رابطهٔ (۸۶.۲) را ثابت کنید.

۳۰. نشان دهید که نتایج (۸۹.۲) برمبنای نظریهٔ سینتیک استاندارد است.

۳۱. شکل تانسور انرژی برای یک موج الکترومغناطیسی تخت را محاسبه کنید.

۳۲. نشان دهید که چگالی لاگرانژی یک برهم‌کنش فیزیکی در فضازمان خمیده L است، به‌طوری که سهم آن در کنش برابر است با

$$\int L\sqrt{-g}\mathrm{d}^4x,$$

سپس، اگر L فقط از طریق g_{ik}، $g_{ik,l}$ به انرژی بستگی داشته باشد، تانسور انرژی برهم‌کنش از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$T^{ik} = -\frac{2c}{\sqrt{-g}}\left[\frac{\partial L\sqrt{-g}}{\partial g_{ik}} - \left(\frac{\partial L\sqrt{-g}}{\partial g_{ik,l}}\right)_{,l}\right].$$

۳۳. نشان دهید که از سرشت نرده‌ای L در تمرین ۳۲ در بالا می‌توان نتیجه گرفت که

$$T^{ik}_{;k} = 0.$$

راهنمایی: از رابطهٔ (۹۷.۲) و این واقعیت استفاده کنید که تغییر بینهایت کوچک مختصات $x^i \to x^i + \xi^i$ می‌دهد $\delta g_{ik} = (-\xi_{i;k} + \xi_{k;i})$.

۳۴. نشان دهید که تحت $g_{ik} \to g_{ik} + \delta g_{ik}$، $\delta\Gamma^i_{kl}$ مانند یک تانسور تبدیل می‌شود.

۳۵. نشان دهید که

$$\delta\int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}\mathrm{d}^4x = \int_{\mathcal{V}}(R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R)\delta g^{ik}\sqrt{-g}\mathrm{d}^4x$$

برای تغییرات متریکی که همراه با مشتقهای مربوطه در مرز V صفر می‌شود.

راهنمایی: بنویسید $R = R_{ik}g^{ik}$ به‌طوری که $\delta R = \delta R_{ik} + R_{ik}\delta g^{ik}$. با بهره‌گیری از یک دستگاه مختصات لخت موضعی نتیجه بگیرید که

$$\sqrt{-g}g^{ik}\delta R_{ik} = -\sqrt{-g}[(g^{ik}\delta\Gamma^l_{ik})_{;l} - (g^{il}\delta\Gamma^k_{ik})_{;l}] = \sqrt{-g}w^k_{;k},$$

که w^k (از تمرین ۳۴) یک بردار است. سپس از قضیهٔ گرین استفاده کنید.

۳۶. از تقریب نیوتونی معادله‌های میدان اینشتین و معادله‌های ژئودزیک، معادله پواسون و معادله‌های حرکت نیوتونی در یک میدان گرانشی را به‌دست آورید.

۳۷. نشان دهید که در تقریب میدان ضعیف برای تابش گرانشی می‌توان تبدیل مختصات را چنان انجام داد که شرط پیمانه‌ای زیر برقرار باشد،

$$\psi^k_{i,k} = ۰$$

که

$$\psi^k_i = h^k_i - \frac{۱}{۲} h^l_l \, \delta^k_i$$

همین‌طور، نشان دهید که ψ^k_i در معادله موج فضای تخت صدق می‌کند

$$\Box \psi^k_i = -\frac{۱۶\pi G}{c^۴} T^k_i.$$

۳۸. نظریهٔ خطی‌شده امواج گرانشی بالا را با نظریهٔ الکترومغناطیس ماکسول مقایسه کنید. برای حالت $T^k_i = ۰$ جوابهای موج تخت را بنویسید.

۳۹. در حل مربوط به موج تخت معادلهٔ موج گرانشی، مؤلفه‌های تانسور ریمان را برآورد کنید. نشان دهید که اصولاً یک موج گرانشی را می‌توان با اندازه‌گیری مؤلفه‌های تانسور ریمان به کمک معادلهٔ انحراف ژئودزیک آشکار ساخت.

۴۰. درست همان‌طور که مشتق دوم یک گشتاور دوقطبی الکتریکی متغیر نسبت به زمان به‌عنوان چشمهٔ اولیه تابش الکترومغناطیسی عمل می‌کند، مشتق سوم یک گشتاور چارقطبی متغیر (جرم) نسبت به زمان ساده‌ترین چشمهٔ امواج گرانشی است. با استفاده از این نتیجه و بحثهای ابعادی نشان دهید که چرا گسیل امواج گرانشی در شرایط آزمایشگاهی بسیار ضعیف است.

۴۱. نشان دهید که اگر جزء خط (۱۱۸.۲) را در داخل $(r \leqslant r_s)$ یک توزیع جرم با تقارن کروی در نظر بگیریم، شکل (۰۰) مؤلفه معادله‌های میدان را به‌دست می‌آوریم

$$e^{-\lambda} = ۱ - \frac{۲GM(r)}{c^۲},$$

که

$$M(r) = \int_۰^r ۴\pi\rho^۲ T^۰_۰ \, \mathrm{d}\rho.$$

کمیت $M(r_s)$ را می‌توان جرم گرانشی M در نظر گرفت که در جواب خارجی $(r > r_s)$ ظاهر می‌شود.

۴۲. نشان دهید که با تبدیل مختصات شعاعی، به‌صورت $r = f(R)$، جزء خط شوارتس‌شیلد را می‌توان به‌صورت همسانگرد زیر بازنویسی کرد:

$$\mathrm{d}s^۲ = \mathrm{e}^{\mu}\mathrm{d}t^۲ - \mathrm{e}^{\eta}[\mathrm{d}R^۲ + R^۲(\mathrm{d}\theta^۲ + \sin^۲\theta\mathrm{d}\phi^۲)],$$

که در آن

$$\mathrm{e}^{\mu} = \frac{[۱ - MG/(۲R)]^۲}{[۱ + MG/(۲R)]^۲}, \qquad \mathrm{e}^{\eta} = \left(۱ + \frac{MG}{۲R}\right)^۴.$$

(در اینجا همسانگرد به معنی آن است که با جهتهای شعاعی و عرضی برخوردی یکسان صورت می‌گیرد.)

۴۳. نسبت $GM/(c^۲r_s)$ را طوری محاسبه کنید که تمام طیف مرئی ($۴۰۰۰\,\text{Å}$ تا $۸۰۰۰\,\text{Å}$) در نور گسیل‌شده از سطح یک جسم کروی درست در مرحلهٔ خروج دارای انتقال به سرخ باشند.

۴۴. افزایش بسامد یک فوتون پرتو γ را در هنگام سقوط از ارتفاع ۱۰۰ متر به سطح زمین محاسبه کنید.

۴۵. نشان دهید که اگر ناظر فضازمان شوارتس‌شیلد به‌جای ساکن بودن به صورت شعاعی حرکت کند و مختصات شعاعی او در زمان t از رابطهٔ $r = f(t)$ به‌دست آید، بازهٔ ویژه زمان نظیر $\mathrm{d}t$ او عبارت است از

$$\mathrm{d}\tau = \left(۱ - \frac{۲GM}{c^۲r}\right)^{۱/۲}\mathrm{d}t\left[۱ - \left(\frac{\mathrm{d}f(t)/\mathrm{d}t}{۱ - ۲GM/(c^۲f(t))}\right)^۲\right]^{۱/۲}.$$

۴۶. نشان دهید که معادله‌های یک ژئودزیک زمان‌گونه در فضازمان شوارتس‌شیلد از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{\mathrm{d}^۲t}{\mathrm{d}s^۲} + \frac{\mathrm{d}\nu}{\mathrm{d}r}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}s} = ۰,$$

$$\frac{\mathrm{d}^۲\theta}{\mathrm{d}s^۲} + \frac{۲}{r}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s} - \sin\theta\cos\theta\left(\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}s}\right)^۲ = ۰.$$

$$\frac{d^2\phi}{ds^2}+\frac{2}{r}\frac{dr}{ds}\frac{d\phi}{ds}+2\cot\theta\frac{d\phi}{ds}\frac{d\theta}{ds}=0,$$

$$\frac{d^2r}{ds^2}-\frac{1}{2}\frac{d\nu}{dr}\left(\frac{dr}{ds}\right)^2-re^{\nu}\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2-r^2\sin^2\theta e^{\nu}\left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2+\frac{1}{2}e^{2\nu}\frac{d\nu}{dr}\left(\frac{dt}{ds}\right)^2c^2=0$$

که $e^{\nu}=1-\frac{2GM}{c^2r}$.

۴۷. نشان دهید که از معادله‌های تمرین ۴۶ می‌توان بدون از دست رفتن کلیت به‌صورت زیر انتگرال گرفت:

$$\theta=\frac{\pi}{2},\qquad \frac{dt}{ds}=\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)^{-1}E,\qquad r^2\frac{d\phi}{ds}=h$$

که E و h ثابتهای حرکت‌اند. کدام انتگرال دیگر این معادله‌ها شناخته شده است؟

۴۸. نشان دهید که دستگاه خورشید‌ـ‌عطارد یک جواب تقریبی معادله‌های ۴۷ است اگر داشته باشیم

$$r=l[1+e\ \cos(\phi-\phi_0)]^{-1}$$

که ϕ_0 تابعی است که برحسب زمان به کندی افزایش می‌یابد. $d\phi_0/dt$ را برآورد کنید و نتیجه را به حرکت تقدیمی حضیض عطارد مرتبط سازید.

۴۹. نشان دهید که ژئودزیکهای صفر (که مثلاً پرتوهای نور را توصیف می‌کنند) در فضازمان شوارتس‌شیلد از معادله‌های زیر به‌دست می‌آیند

$$\frac{d^2t}{d\lambda^2}+\frac{d\nu}{dr}\frac{dr}{d\lambda}\frac{dt}{d\lambda}=0,$$

$$\frac{d^2\theta}{d\lambda^2}+\frac{2}{r}\frac{dr}{d\lambda}\frac{d\theta}{d\lambda}-\sin\theta\cos\theta\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2=0,$$

$$\frac{d^2\phi}{d\lambda^2}+\frac{2}{r}\frac{dr}{d\lambda}\frac{d\phi}{d\lambda}+2\cot\theta\frac{d\phi}{d\lambda}\frac{d\theta}{d\lambda}=0,$$

$$c^2\left(\frac{dt}{d\lambda}\right)^2e^{\nu}=e^{-\nu}\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2+r^2\left(\frac{d\theta}{d\lambda}\right)^2+r^2\sin^2\theta\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2.$$

۵۰. نشان دهید که به‌دست آوردن انتگرالهای اول معادله‌های تمرین ۴۸، مشابه انتگرالهای مربوط به تمرین ۴۶ است.

۵۱. نشان دهید که رابطهٔ زیر یک جواب تقریبی برای معادله‌های ژئودزیک صفر است:

$$r\cos\phi = r_s - \frac{GM}{c^۲ r_s}(r\cos^۲\phi + ۲r\sin^۲\phi).$$

این جواب را به‌عنوان خم شدن نور توسط یک جسم پرجرم تفسیر کنید.

۵۲. با در نظر گرفتن فوتون به‌عنوان پرتابه‌ای که طبق قانون عکس مجذور نیوتونی حرکت می‌کند، خم شدن ناشی از یک جسم پرجرم را محاسبه کنید. نشان دهید که خم شدن خالص نصف مقداری است که از نسبیت عام به‌دست می‌آید.

۵۳. نشان دهید که گرانش نیوتونی را می‌توان طوری تغییر داد که پدیدهٔ انتقال به سرخ گرانشی را توصیف کند. (جرم گرانشی $h\nu y/c^۲$ را به فوتونی با بسامد ν نسبت دهید.)

۵۴. ستاره‌ای با جرم برابر خورشید از شعاع اولیه $R_\odot$ به‌آرامی منقبض می‌شود. نشان دهید که انتقال به سرخ گرانشی آن چگونه برحسب مختصات شعاعی r_s افزایش می‌یابد. وقتی $r_s < ۲GM_\odot/c^۲$ شود چه اتفاقی می‌افتد؟

۵۵. یک پرتو نور مسیری دایره‌ای را دور سیاهچاله‌ای طی می‌کند. نشان دهید که چگونه این کار ممکن می‌شود و اندازهٔ مدار را محاسبه کنید.

۳

از نسبیت تا کیهان‌شناسی

۱.۳ زمینهٔ تاریخی

در سال ۱۹۱۵ اینشتین (شکل ۱.۳) ریزه‌کاریهای نهایی را دربارهٔ نظریهٔ نسبیت عام انجام داد. حل شوارتس‌شیلد که در فصل ۲ بیان شد اولین جواب جالب توجه فیزیکی معادله‌های میدان نسبیت عام بود. این حل نشان داد که چگونه فضازمان در اطراف توزیعی از ماده با تقارن کروی خم می‌شود. مسئله‌ای که شوارتس‌شیلد حل کرد اصولاً یک مسئله موضعی است، از این نظر که انحرافهای هندسهٔ فضازمان از هندسهٔ نسبیت خاص مینکوفسکی با دور شدن تدریجی از کرهٔ گرانده به‌تدریج از میان می‌رود. این نتیجه را می‌توان با استفاده از جزء خط (۱۲۵.۲) و میل دادن r به بینهایت به‌راحتی اثبات کرد. به زبان عجیب و غریب فنی، فضازمانی را که دارای این ویژگی است مجاناً تخت می‌نامند. به‌طور کلی، انتظار داریم که هر توزیع محلی ماده، هندسهٔ فضازمانی را تولید کند که دارای این ویژگی است. حتی از گرانی نیوتونی نیز نتیجهٔ مشابهی را انتظار داریم: یعنی میدان گرانشی یک توزیع محلی ماده در فاصله‌های دور از آن از میان می‌رود. آیا می‌توان عالم را با یک توزیع موضعی ماده تقریب زد؟



شکل ۱.۳ آلبرت اینشتین (۱۹۵۵ـ ۱۸۷۹).

اینشتین احساس کرد که پاسخ این پرسش منفی است. درعوض، او انتظار داشت که عالم پر از ماده‌ای باشد که امکان کاویدن آن را نداریم. حلی از نوع شوارتس‌شیلد نمی‌تواند هندسهٔ فضازمان چنین توزیعی از ماده را در اختیارمان بگذارد. چون هرگز نمی‌توانیم از مادهٔ گراننده دور شویم، مفهوم تخت بودن مجانبی باید نقض شود. بنابراین، حل جدیدی برای توصیف عالم پر از ماده ضروری است. اینشتین این حل را در سال **۱۹۱۷** منتشر کرد.

قبل از اینکه به حل اینشتین بپردازیم، باید متذکر شویم که بیش از دو قرن قبل از آن نیوتون سعی کرده بود راه‌حلی را به‌دست آورد که عالم نامتناهی پر از ماده را توصیف کند. یک توزیع بسیار

متقارن از ماده به جوابی درگرانی نیوتونی می‌انجامد. به‌عنوان مثال، توزیع یکنواختی از ماده را در نظر بگیرید که فضای اقلیدسی را پر کرده است. ناظری که از هر منظر به عالم بنگرد آن را در تمام جهتها یکنواخت خواهد یافت، و متوجه می‌شود که این عالم از تمام دیدگاهها سیمایی یکسان را به نمایش می‌گذارد. این دو ویژگی را همسانگردی و همگنی می‌نامند، و نقش ساده‌کننده‌ای در کیهان‌شناسی نسبیتی خواهند داشت. نیوتون دریافت که چنین عالمی ایستا خواهد بود، زیرا هر ذره از ماده به‌طور یکسان به تمام جهتها جذب می‌شود، در نتیجه در همان جایی که هست باقی می‌ماند.

از طرف دیگر، همگنی هر نوع گرادیان فشار در عالم را غیرممکن می‌سازد و می‌دانیم که هر توزیع محدود مادهٔ بدون فشار براثر گرانی خود تمایل به جمع شدن دارد. ستارگان از این‌رو می‌توانند شکل ثابت خود را حفظ کنند که در درونشان گرادیان فشار کافی برای تحمل گرانی آنها وجود دارد. بدیهی است که با گذار از عالم متناهی به عالم نامتناهی چیز جدیدی وارد بحث می‌شود که شرایط مرزی در بینهایت است. وقتی می‌کوشیم تا این شرایط مرزی را تفسیر کنیم، ابهام قابل ملاحظه‌ای در نظریهٔ نیوتونی به‌وجود می‌آید.

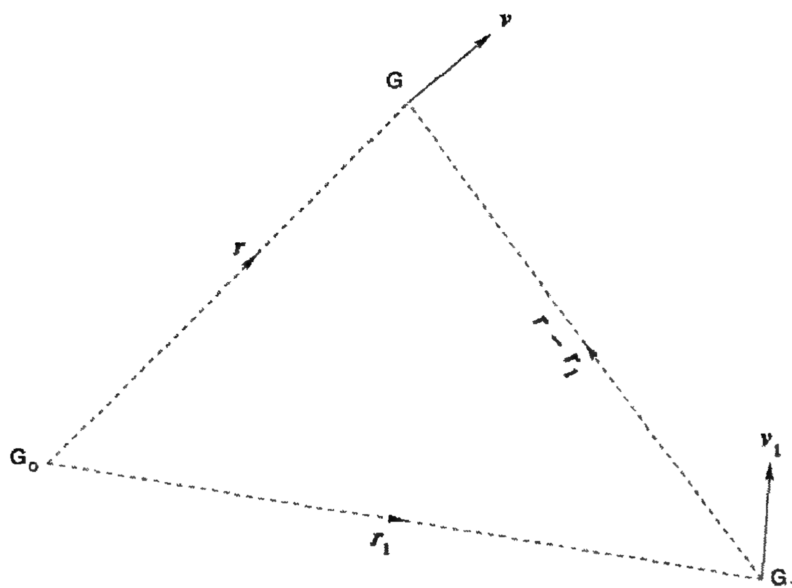
نیوتون همچنین دریافت که حل او ناپایدار است: هر ناهمگنی محلی باعث انقباض گرانشی می‌شود که ناهمگنی موضعی را زیاد می‌کند. نیوتون این ناپایداری جواب را با جواب مربوط به مجموعه‌ای از سوزنها مقایسه کرد که به‌دقت روی نوکشان متوازن شده‌اند.

با وجود این، در سال ۱۹۳۴ یی. ای. میلنه و دبلیو. اچ. مک‌کرئا نشان دادند که چگونه بعضی از مسائل کیهان‌شناسی نیوتونی را می‌توان حل کرد. قبل از پرداختن به کیهان‌شناسی نسبیتی که اینشتین مبتکر آن بود، کیهان‌شناسی نیوتونی را به اختصار بررسی می‌کنیم.

۲.۳ کیهان‌شناسی نیوتونی

درکیهان‌شناسی نیوتونی فضا اقلیدسی است و زمان معنی بی‌چون و چرای دینامیک نیوتونی را دارد. فرض می‌کنیم که عالم همگن و همسانگرد (در بخش بعد دربارهٔ این فرضها توضیح خواهیم دید) است و هیچ مکان یا جهت برتری در عالم وجود ندارد. همین‌طور، در هر نقطه از فضا ناظر برتری وجود دارد که عالم را همسانگرد می‌بیند. فرض خواهیم کرد که کهکشان در چنین نقطه‌ای نسبت به این ناظر، که از این پس او را ناظر بنیادی می‌نامیم، در حال سکون است.

فرض می‌کنیم دراین عالم $\mathbf{r} \equiv (x_۱, x_۲, x_۳)$ مختصات (البته دکارتی!) کهکشان نوعی G و $\mathbf{v} = (v_۱, v_۲, v_۳)$ سرعت آن نسبت به کهکشان $G_۰$ در مبدأ باشد (نگاه کنید به شکل ۲.۳).



شکل ۲.۳ سه کهکشان $G_۰$، $G_۱$ و G را در اینجا چنان نشان داده‌ایم که بردارهای مکان $G_۱$ و G نسبت به $G_۰$ با $\mathbf{r}_۱$ و $\mathbf{r}$ به صورت سه کهکشان نوعی مشخص شده‌اند. از دید ناظر مستقر در هریک از این کهکشانها رابطهٔ سرعت ـ فاصله برای دو کهکشان دیگر باید یکسان باشد. مثلاً، اگر ناظر $G_۰$ سرعتهای $G_۱$ و G را به ترتیب $\mathbf{v}_۱$ و $\mathbf{v}$ مشاهده کند، ناظر $G_۱$ سرعت G را $\mathbf{v} - \mathbf{v}_۱$ و بردار فاصلهٔ آن را $\mathbf{r} - \mathbf{r}_۱$ می‌بیند. تقارن ایجاب می‌کند که $\mathbf{v} - \mathbf{v}_۱$ همان تابعی از $\mathbf{r} - \mathbf{r}_۱$ باشد که $\mathbf{v}$ از $\mathbf{r}$ است.

بدیهی است که مبدأ هیچ پایگاه خاصی ندارد: هر ناظر بنیادی را می‌توان در مبدأ مختصات در نظر گرفت. ناظر واقع در $G_۰$ رابطهٔ سرعت‌ـفاصله کهکشان G را به‌صورت زیر مشاهده می‌کند:

$$\mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{r}). \qquad (۱.۳)$$

اگر فرض کنیم که همین رابطه برای هر کهکشان دیگر $G_۱$ با مختصات $\mathbf{r}_۱$ و سرعت $\mathbf{v}_۱$ مشاهده می‌شود، آنگاه، همهٔ ناظرهای بنیادی باید جنبه‌های کلی عالم را یکسان ببینند. تابع $\mathbf{f}$ باید در شرط زیر صدق کند

$$\mathbf{f}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_۱) = \mathbf{f}(\mathbf{r}) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_۱)\cdot \qquad (۲.۳)$$

با توجه به این رابطهٔ تابعی به راحتی نتیجه می‌گیریم که f باید تابعی خطی از r باشد. یعنی، می‌توان نوشت

$$v_\mu = H_{\mu\nu} x_\nu \qquad (۳.۳)$$

که قرارداد مجموعیابی را برای سه مختصهٔ فضایی به کار می‌بریم، اما با همهٔ شاخصها (اندیسها) در شکل پایینی آنها. در هندسهٔ اقلیدسی فیزیک نیوتونی، توزیع بین شاخصهای بالایی و پایینی

برای مختصات دکارتی لازم نیست. ضریب تانسوری $H_{\mu\nu}$ حداکثر می‌تواند تابع زمان t باشد.

سپس، با فرض همسانگردی در هر عصر t، تانسور باید به صورت $H_{\mu\nu} = H(t)\delta_{\mu\nu}$ باشد و رابطهٔ سرعت‌ـفاصله به‌صورت زیر درآید

$$\mathbf{v} = H(t)\mathbf{r}\cdot \tag{۴.۳}$$

این همان رابطهٔ سرعت‌ـفاصله هابل است که در فصل ۱ بیان شد. قانون هابل با فرض همگنی و همسانگردی ما سازگار است: مثلاً، امتیاز قرارگرفتن در «پایگاه ویژهٔ» $\mathbf{r} = \circ$ را نداریم.

انتگرال‌گیری از معادلهٔ دیفرانسیل (۴.۳) را می‌توان با نوشتن $\mathbf{r}$ به‌صورت زیر تکمیل کرد

$$\mathbf{r} = S(t)\mathbf{r}_\circ \tag{۵.۳}$$

با

$$\dot{S}/S = H(t)\cdot \tag{۶.۳}$$

(نقطهٔ بالا نشان می‌دهد که مشتق‌گیری از کمیت نسبت به t صورت می‌گیرد.)

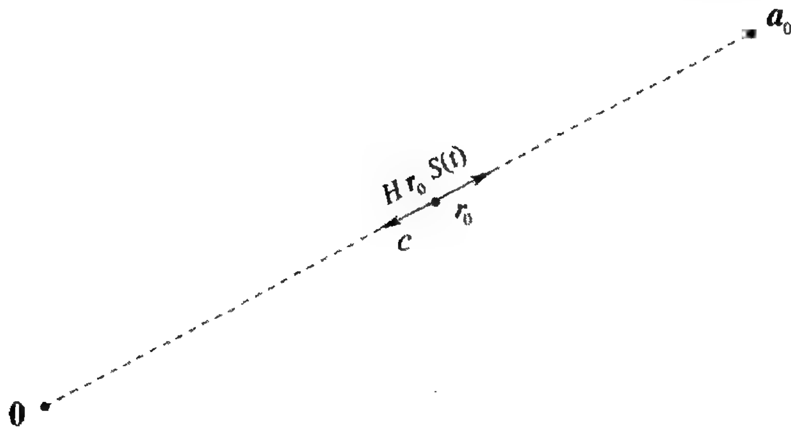
۱.۲.۳ انتقال به سرخ

برای برقراری ارتباط میان رابطهٔ سرعت‌ـفاصله و انتقال به سرخ (که در قانون هابل یافت می‌شود)، باید کار بیشتری انجام دهیم. کهکشانی را در $\mathbf{r}_\circ = \mathbf{a}_\circ$ در نظر بگیرید که به ما نور گسیل می‌کند. اکنون انتشار نور را از آن به ناظر واقع در مبدأ در نظر می‌گیریم، با این فرض که همهٔ سرعتها مانند سینماتیک نیوتونی با هم جمع می‌شوند و هر ناظر بنیادی سرعت نور را برابر c مشاهده می‌کند. مطابق شکل ۳.۳، فرض کنید که نور در $t = t_{\mathbf{a}}$ مکان $\mathbf{r}_\circ = \mathbf{a}_\circ$ را ترک کند و در $t = t_\circ$ به $\mathbf{r}_\circ = \circ$ برسد.

پرتو نوری که از $\mathbf{r}_\circ = \mathbf{a}_\circ$ به $\mathbf{r}_\circ = \circ$ منتشر می‌شود در زمان t از گسترهٔ $t_{\mathbf{a}} < t < t_\circ$ ناظران میانی در $\mathbf{r}_\circ = \eta\mathbf{a}_\circ$، $\circ < \eta < ۱$ خواهد گذشت. چون سرعت این ناظر سرراه $HS(t)\mathbf{r}_\circ$ در جهتی است که از ما دور می‌شود، سرعت مؤثر نور برابر است با

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = -c + \eta a_\circ \dot{S}(t) \tag{۷.۳}$$

که در آن $r = r_\circ S(t) = \eta a_\circ S(t)$.



شکل ۳.۳ یک پرتو نور که از کهکشان واقع در $\mathbf{r}_\circ = \mathbf{a}_\circ$ به $\mathbf{r}_\circ = \circ$ می‌آید، به‌واسطهٔ محیط متحرکی که از $\mathbf{r}_\circ = \circ$ دور می‌شود تأخیر پیدا می‌کند. در مقدار میانی $\mathbf{r}_\circ$ (در بالا) سرعت c پرتو به‌طرف $\circ$ به اندازهٔ سرعت انبساط $H\mathbf{r}_\circ S(t)$ کاهش می‌یابد.

چون $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t = \dot\eta a_\circ S + \eta a_\circ \dot S$ به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}t} = -\frac{c}{a_\circ S}, \tag{۸.۳}$$

یعنی،

$$a_\circ = \int_{t_\mathrm{a}}^{t_\circ} \frac{c\mathrm{d}t}{S(t)}, \tag{۹.۳}$$

چون در $t = t_\mathrm{a}$ داریم $\eta = ۱$ و در $t = t_\circ$، $\eta = \circ$.

در به‌دست آوردن (۹.۳) سرعت نور را مانند فرمولهای نیوتونی جمع سرعتها به سرعت ناظر میانی افزودیم. گرچه کار ما با نسبیت خاص ناسازگار خواهد بود، اما در چارچوب نیوتونی کاملاً سازگار است.

اکنون دو ستیغ موج نوری با طول موج λ_a را در نظر بگیرید که از کهکشان بالا گسیل می‌شود. ستیغ اول در t_a آن را ترک می‌کند و در $t_\circ$ به مقصد می‌رسد. ستیغ دوم در $t_\mathrm{a} + \Delta t_\mathrm{a}$ آن را ترک می‌کند و در $t_\circ + \Delta t_\circ$ به مقصد می‌رسد. پس رابطه‌ای مانند (۹.۳) برقرار است، یعنی

$$a_\circ = \int_{t_\mathrm{a}+\Delta t_\mathrm{a}}^{t_\circ+\Delta t_\circ} \frac{c\,\mathrm{d}t}{S(t)}. \tag{۱۰.۳}$$

با کم کردن (۹.۳) از (۱۰.۳) و استفاده از این تقریب که $\Delta t_\circ$ و Δt_a بازه‌های به اندازهٔ کافی کوچکی هستند که $S(t)$ را در آنها ثابت بگیریم، به‌دست می‌آوریم

$$\frac{c\,\Delta t_\circ}{S(t_\circ)} = \frac{c\,\Delta t_\mathrm{a}}{S(t_\mathrm{a})}. \tag{۱۱.۳}$$

با این همه، اگر $\lambda_\circ$ طول موجی باشد که ما دریافت می‌کنیم، پس $c\,\Delta t_\circ = \lambda_\circ$ در حالی که $c\,\Delta t_{\mathrm{a}} = \lambda_{\mathrm{a}}$. در نتیجه

$$1 + z \equiv \frac{\lambda_\circ}{\lambda_{\mathrm{a}}} = \frac{S(t_\circ)}{S(t_{\mathrm{a}})}. \qquad (۱۲.۳)$$

این رابطه‌ای بین انتقال به سرخ z و عامل مقیاس $S(t)$ است. چون $z > 0$، پس برای $t_{\mathrm{a}} < t_\circ$ داریم $S(t_{\mathrm{a}}) < S(t_\circ)$. به عبارت دیگر، عامل مقیاس با گذشت زمان افزایش می‌یابد، یعنی عالم در حال انبساط است.

برای فاصله‌های کوتاه $t_{\mathrm{a}} \approx t_\circ$ و بسط تیلور در حوالی $t = t_\circ$ به‌دست می‌آوریم

$$S(t_{\mathrm{a}}) \cong S(t_\circ) - (t_\circ - t_{\mathrm{a}})\dot{S}(t_\circ).$$

در نتیجه،

$$\begin{aligned} 1 + z = \frac{S(t_\circ)}{S(t_{\mathrm{a}})} &= \left(1 - (t_\circ - t_{\mathrm{a}})\frac{\dot{S}(t_\circ)}{S(t_\circ)}\right)^{-1} \\ &\approx 1 + (t_\circ - t_{\mathrm{a}})\left.\frac{\dot{S}}{S}\right|_{t_\circ} \end{aligned}$$

با این همه، از (۹.۳)، با همان تقریب داریم

$$a_\circ \approx \frac{c(t_\circ - t_{\mathrm{a}})}{S(t_\circ)}.$$

فاصلهٔ کهکشان از ناظر در $t = t_\circ$ برابر است با $D = a_\circ S(t_\circ) \cong c(t_\circ - t_{\mathrm{a}})$. این نتیجه از رابطه‌های بالا به‌دست می‌آید.

در این فصل بیشتر به جنبه‌های سینماتیکی کیهان‌شناسی می‌پردازیم و در نتیجه بحث نیوتونی را در همین‌جا به پایان می‌رسانیم. همان‌طور که به‌زودی خواهیم دید، مدلهای نسبیتی نیز همین نتیجه‌ها را می‌دهند، گرچه، به‌واسطه سازگاری با برونیابی از نسبیت خاص به عام مبنای محکمتری دارند. (مثلاً، در به‌دست آوردن فرمول انتقال به سرخ لازم نیست سرعت نور را به سرعت محیط اضافه کنیم). به هر حال، در فصلهای بعد به کیهان‌شناسی نیوتونی باز می‌گردیم تا نشان دهیم که از نظر دینامیکی نیز شبیه مورد نسبیتی است. اکنون بحث کیهان‌شناسی نسبیتی را با حل کلاسیک اینشتین در سال ۱۹۱۷ آغاز می‌کنیم.

۳.۳ عالم اینشتین

از معادله‌های میدان نسبیت عام که در فصل ۲ به‌دست آمد معلوم است که جواب آنها در کلیترین شکل ــجواب یک سری معادله‌های دیفرانسیل جزئی غیرخطی همبستهــ فراتر از برد فعلی روشهای موجود در ریاضیات کاربردی است. باید فرضهای تقارن ساده‌کننده را به‌عنوان گامی به‌سوی یک جواب مطرح کرد. درست همان‌طور که شوارتس‌شیلد تقارن کروی را در حل موضعی خود در نظر گرفت، اینشتین در مسئله کیهان‌شناسی خود بنا را بر همگنی و همسانگردی گذاشت. علاوه بر آن، مانند شوارتس‌شیلد، فرض کرد که فضازمان ایستاست. این فرض امکان گزینش مختصه زمان t را به‌گونه‌ای فراهم ساخت که جزء خط فضازمان با رابطهٔ زیر داده شود

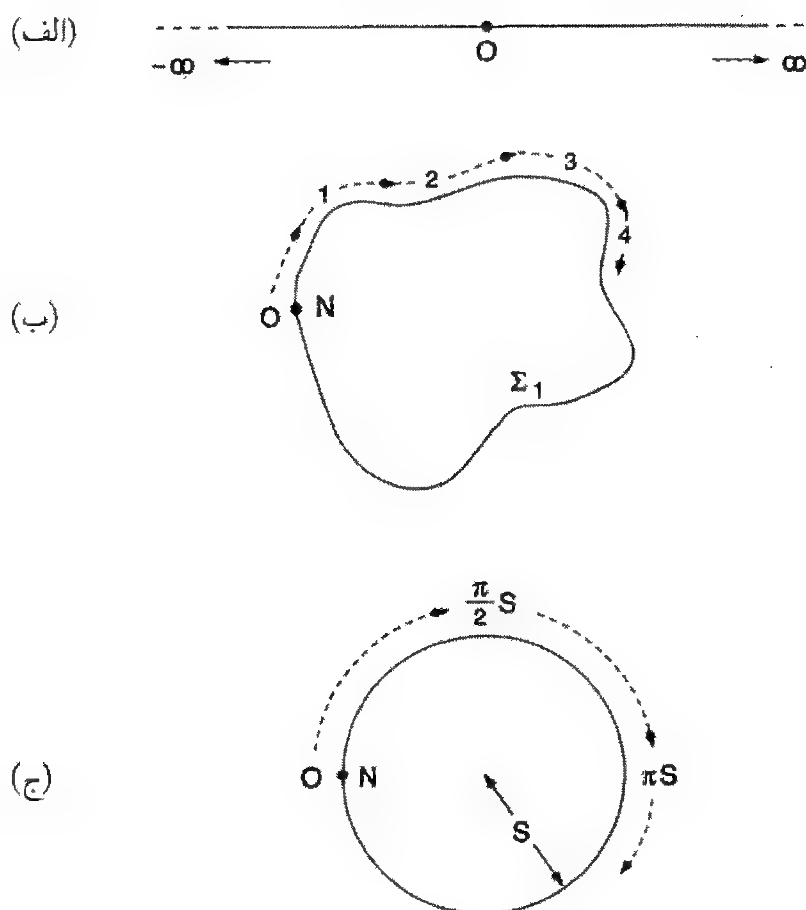
$$\mathrm{d}s^۲ = c^۲\mathrm{d}t^۲ - \alpha_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu\mathrm{d}x^\nu \qquad (۱۳.۳)$$

که $\alpha_{\mu\nu}$ فقط توابعی از مختصات فضایی $x^\mu(\mu,\nu = ۱,۲,۳)$ هستند.

توجه کنید که قید همگنی ایجاب می‌کند که ضریب $\mathrm{d}t^۲$ فقط یک مقدار ثابت باشد، که ما آن را به $c^۲$ بهنجار کرده‌ایم. همین‌طور، شرط همسانگردی نشان می‌دهد که هیچ جمله‌ای به‌صورت $\mathrm{d}t\ \mathrm{d}x^\mu$ نمی‌تواند در جزء خط وجود داشته باشد. این موضوع را به‌صورت زیر می‌توان دید. اگر جمله‌ای مانند $g_{۰\mu}\mathrm{d}t\ \mathrm{d}x^\mu$ در جزء خط داشته باشیم، جابه‌جاییهای فضایی $\mathrm{d}x^\mu$ و $-\mathrm{d}x^\mu$ سهم مخالفی در $\mathrm{d}s^۲$ دربازه کوچک زمان $\mathrm{d}t$ خواهند داشت، و همسانگردی، این تغییرات جهتی را ممنوع می‌سازد. آیا چیز دیگری می‌توان دربارهٔ $\alpha_{\mu\nu}$ گفت؟

اینشتین گمان می‌کرد که عالم برای «بسته شدن» فضا مادهٔ کافی دارد و این فرض او را به شکل خاصی از $\alpha_{\mu\nu}$ رهنمون شد. اکنون اندکی به مفهوم فضای بسته و چگونگی به‌دست آوردن $\alpha_{\mu\nu}$ می‌پردازیم. بگذارید کار را با مثالهایی از فضاهای با ابعاد کمتر آغاز کنیم.

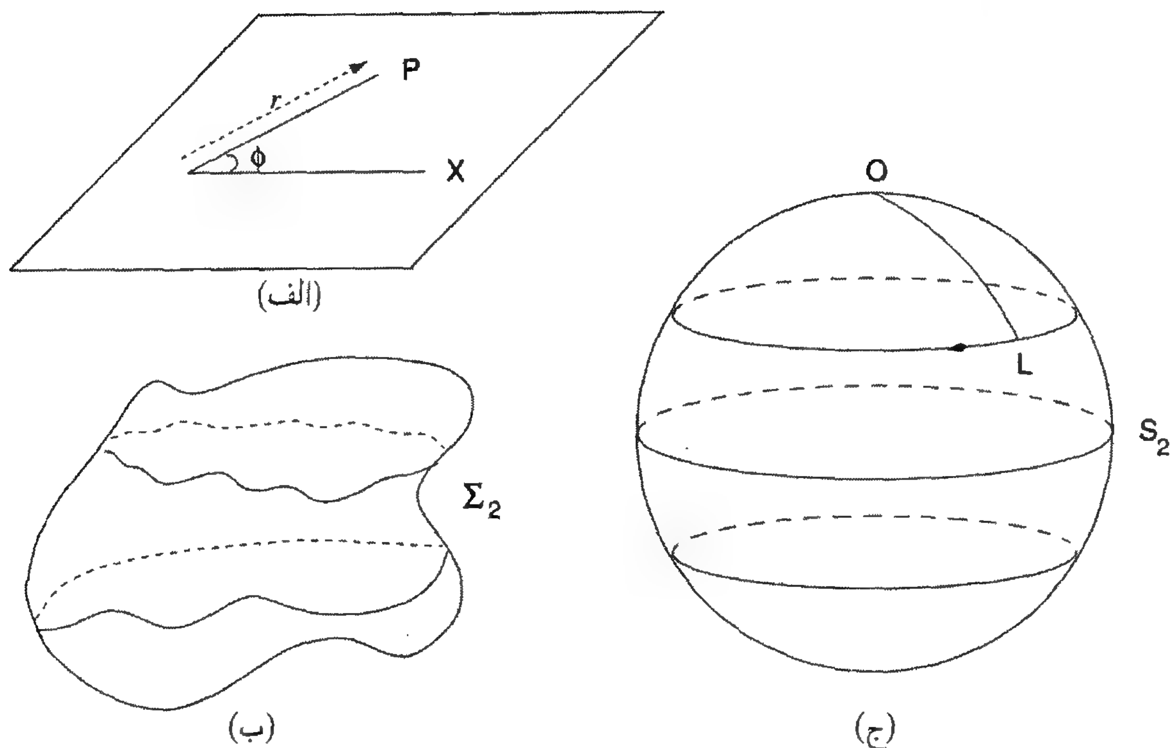
چون ساده‌ترین مثال فضای باز یک خط راست اقلیدسی است که به‌صورت نامحدود در هر دو جهت گسترش یافته باشد. می‌توانیم با استفاده از متغیر حقیقی r هر نقطه روی خط $-\infty < r < \infty$ را مشخص کنیم. شکل ۴.۳(الف) این خط راست را نشان می‌دهد. شکل ۴.۳(ب) مثالی از منحنی بستهٔ $\Sigma_۱$ است. این منحنی مرزی ندارد، اما اگر از متغیر حقیقی r برای نشان دادن نقطه‌های روی منحنی استفاده کنیم، متوجه می‌شویم که گسترهٔ محدودی از r کفایت می‌کند. اگر فراتر از این گستره برویم شروع به عبور مکرر از منحنی خواهیم کرد. یک مثال ساده در این مورد دایرهٔ $\mathrm{S}_۱$ به شعاع S در شکل ۴.۳(ج) است. اگر از معیار اقلیدسی فاصله برای تعیین محل نقطه بهره بگیریم و آن را با r فاصله این نقطه از نقطهٔ ثابت N نشان دهیم، در می‌یابیم که گسترهٔ $۰ \leqslant r < ۲\pi S$ تمام نقطه‌های روی دایره را توصیف می‌کند.



شکل ۴.۳ منحنیهایی در فضای یک‌بعدی. (الف) خط راستی که از $-\infty$ تا $+\infty$ امتداد دارد. این مثالی از فضای باز است. (ب) یک منحنی بسته $\Sigma_۱$. با شروع از نقطهٔ N برروی آن به‌عنوان مبدأ، می‌توان طول r در امتداد منحنی را برای علامت‌گذاری نقطه‌های روی آن به‌کار برد. اگر طول منحنی L باشد، در $r = L$ به نقطهٔ شروع بازمی‌گردیم. این یک فضای بسته است. (ج) یک فضای بستهٔ $S_۱$ که همگن است؛ این یک دایره است. اگر شعاع آن S باشد، داریم $L = ۲\pi S$.

در حالی که هر دو منحنی شکل ۴.۳(ب) و (ج) بسته هستند، دایره به‌وضوح تقارنهایی بیشتر از منحنی $\Sigma_۱$ دارد. این موضوع را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد. اگر بخش کوچکی (یک قوس) از دایره را در نظر بگیریم و آن را در امتداد دایره بلغزانیم، این بخش همواره روی دایره قرار خواهد داشت. همین کار را نمی‌توانیم برای منحنی $\Sigma_۱$ انجام دهیم. این موضوع را می‌توان به این شکل بیان کرد که دایرهٔ $S_۱$ فضای همگن را توصیف می‌کند، در حالی که منحنی $\Sigma_۱$ چنین نیست.

شکل ۵.۳ وضعیت نظیر آن را در دو بعد نشان می‌دهد. دو مختصهٔ r و $\phi(\circ \leqslant r < \infty, \circ \leqslant \phi < ۲\pi)$ برای تعیین محل نقطه برروی صفحهٔ اقلیدسی شکل ۵.۳(الف) لازم است. سطح $\Sigma_۲$ در شکل ۵.۳(ب) و کرهٔ $S_۲$ به شعاع S که در شکل ۵.۳(ج) نشان داده شده‌اند سطوح بسته‌اند، که یکی از آنها یعنی $S_۲$ همگن است ولی $\Sigma_۲$ همگن نیست. این ویژگی اخیر را می‌توان



شکل ۵.۳ (الف) صفحه یک فضای باز دوبعدی است. از هر نقطهٔ O روی آن یک خط مستقیم OX را در هر جهت صفحه رسم کنید. مختصات (r, ϕ) در تصویر نشان می‌دهد که چگونه می‌توان نقطهٔ P روی صفحه را مشخص ساخت. (ب) یک سطح بستهٔ اختیاری $\Sigma_۲$. (ج) یک سطح بستهٔ $S_۲$ که همگن و همسانگرد است. این سطح یک کره است. هر نقطه O روی $S_۲$ را در نظر بگیرید و یک کمان کوچک از یک دایرهٔ عظیمهٔ OL را برروی $S_۲$ رسم کنید. با چرخش OL دور O، نقطهٔ L در امتداد دایرهٔ کوچکی روی $S_۲$ حرکت می‌کند و کمان همواره روی $S_۲$ باقی می‌ماند. این مثالی از همسانگردی است: چنانکه از O دیده می‌شود، سطح $S_۲$ هیچ جهت برتری را از خود نشان نمی‌دهد.

با روش لغزاندن بخش کوچکی از هر سطح در امتداد خودش بررسی کرد.

تقارن ذاتی دیگری در سطح کروی وجود دارد، که می‌توان آن را به‌صورت زیر نشان داد. در هر نقطهٔ O برروی آن یک کمان کوچک برروی سطح رسم کنید و سپس آن را دور نقطهٔ O بچرخانید، و همواره سعی کنید که درست روی سطح قرار گیرد. باز هم سطح کروی $S_۲$ این کار را ممکن می‌سازد، ولی در مورد $\Sigma_۲$ چنین نیست. این بدان معنی است که سطح $S_۲$ دارای همسانگردی دور O است.

اکنون می‌بینیم که چگونه می‌توان یک فضای سه‌بعدی همگن و همسانگرد ساخت که اینشتین به‌عنوان مدلی برای عالم خود لازم داشت. این $S_۳$، یعنی ۳ـسطح از یک ابرکرهٔ چهاربعدی به شعاع S است. معادلهٔ این ۳ـسطح برحسب مختصات دکارتی $x_۱$، $x_۲$، $x_۳$ و $x_۴$ به‌صورت زیر است

$$(x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2 + (x_4)^4 = S^2 \cdot \qquad (۱۴.۳)$$

برای بهره‌گیری از مختصات ذاتی سطح، تعریف می‌کنیم

$$x_4 = S\cos\chi, \qquad x_1 = \sin\chi\cos\theta, \qquad x_2 = S\sin\chi\sin\theta\cos\phi,$$
$$x_3 = S\sin\chi\sin\theta\sin\phi \cdot \qquad (۱۵.۳)$$

بنابراین جزء خط روی سطح S_3 از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\sigma^2 &= (\mathrm{d}x_1)^2 + (\mathrm{d}x_2)^2 + (\mathrm{d}x_3)^2 + (\mathrm{d}x_4)^2 \\ &= S^2[\mathrm{d}\chi^2 + \sin^2\chi(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta \mathrm{d}\phi^2)] \cdot \end{aligned} \qquad (۱۶.۳)$$

خط اخیر از حسابان ساده به‌دست می‌آید. گسترهٔ θ وϕ و χ عبارت است از

$$0 \leq \chi \leq \pi, \qquad 0 \leq \theta \leq \pi, \qquad 0 \leq \phi \leq 2\pi \cdot \qquad (۱۷.۳)$$

در این مرحله لازم به ذکر است که دو راه در مقابل ما وجود دارد. اول اینکه تلویحاً فرض کردیم که χ تمام مقادیر در گسترهٔ $0 \leq \chi \leq \pi$ را اختیار می‌کند، و این چیزی را به ما می‌دهد که معمولاً فضای کروی می‌نامیم. اما، اگر نقطه‌های متقاطر را یکسان فرض کنیم، فضای حاصل فضای بیضوی نامیده می‌شود.

راه دیگر بیان $\mathrm{d}\sigma^2$ با مختصات r، θ، ϕ است، با $r = \sin\chi$ $(0 \leq r \leq 1)$. در فضای بیضوی r این گستره را یک‌بار طی می‌کند: در فضای کروی این کار دوبار انجام می‌شود:

$$\mathrm{d}\sigma^2 = S^2\left(\frac{\mathrm{d}r^2}{1-r^2} + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)\right) \cdot \qquad (۱۸.۳)$$

ثابت S را «شعاع» عالم می‌نامند. بنابراین جزء خط عالم اینشتین از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} \mathrm{d}s^2 &= c^2\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}\sigma^2 \\ &= c^2\mathrm{d}t^2 - S^2[\mathrm{d}\chi^2 + \sin^2\chi(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)] \\ &= c^2\mathrm{d}t^2 - S^2\left(\frac{\mathrm{d}r^2}{1-r^2} + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)\right) \cdot \end{aligned} \qquad (۱۹.۳)$$

توجه کنید که جزء خط (۱۹.۳) را کاملاً از فرضهای مختلف تقارن به‌دست آوردیم. از معادله‌های میدان استفاده نکرده‌ایم. اکنون می‌بینیم که وقتی از این جزء خط برای محاسبهٔ طرف چپ معادله‌های اینشتین استفاده می‌کنیم چه اتفاقی رخ می‌دهد.

این کار را می‌توان با نظامی که در فصل ۲ به‌وجود آوردیم انجام داد. می‌نویسیم $x^\circ = ct$، $x^۱ = r$، $x^۲ = \theta$ و $x^۳ = \phi$، به‌طوری که

$$g_{\circ\circ} = ۱, \quad g_{۱۱} = -\frac{S^۲}{۱ - r^۲}, \quad g_{۲۲} = -S^۲ r^۲, \quad g_{۳۳} = -S^۲ r^۲ \sin^۲\theta$$

$$g^{\circ\circ} = ۱, \quad g^{۱۱} = -\frac{۱ - r^۲}{S^۲}, \quad g^{۲۲} = -\frac{۱}{S^۲ r^۲}, \quad g^{۳۳} = -\frac{۱}{S^۲ r^۲ \sin^۲\theta}.$$

حسابان مقدماتی نشان می‌دهد که تنها مؤلفه‌های غیرصفر Γ^i_{kl} عبارت‌اند از:

$$\Gamma^۱_{۱۱} = \frac{r}{۱ - r^۲}, \quad \Gamma^۲_{۱۲} = \Gamma^۳_{۱۳} = \frac{۱}{r}, \quad \Gamma^۱_{۲۲} = -r(۱ - r^۲),$$

$$\Gamma^۱_{۳۳} = -r(۱ - r^۲)\sin^۲\theta, \quad \Gamma^۲_{۳۳} = -\sin\theta\cos\theta, \quad \Gamma^۳_{۲۳} = \cot\theta.$$

سپس، با بهره‌گیری از رابطه‌های فصل قبل، مؤلفه‌های غیرصفر تانسور اینشتین را به‌شکل زیر به‌دست می‌آوریم

$$R^\circ_\circ - \frac{۱}{۲}R = -\frac{۳}{S^۲}, \tag{۲۰.۳}$$

$$R^۱_۱ - \frac{۱}{۲}R = R^۲_۲ - \frac{۱}{۲}R = R^۳_۳ - \frac{۱}{۲}R = -\frac{۱}{S^۲}. \tag{۲۱.۳}$$

برای تکمیل معادله‌های میدان، اینشتین تانسور انرژی را برای گردوغبار رابطهٔ (۸۵.۲) به‌کار برد. برای گردوغباری که در چارچوب مرجع بالا در حال سکون است، u^i فقط یک مؤلفهٔ غیرصفر دارد که مؤلفهٔ زمان است. بنابراین، به‌دست می‌آوریم

$$T^\circ_\circ = \rho_\circ c^۲,$$
$$T^۱_۱ = T^۲_۲ = T^۳_۳ = \circ. \tag{۲۲.۳}$$

بنابراین دو معادلهٔ (۲۰.۳) و (۲۱.۳) به دو معادلهٔ مستقل زیر می‌انجامد:

$$-\frac{۳}{S^۲} = -\frac{۸\pi G}{c^۴}\rho_\circ, \quad -\frac{۱}{S^۲} = \circ. \tag{۲۳.۳}$$

بدیهی است که این معادله‌ها هیچ جواب معقولی ندارند که نشان می‌دهد هیچ مدل ایستای همگن و همسانگرد و چگال عالم از معادله‌های اینشتین در (۱۰۰.۲) به‌دست نمی‌آید.

این ناتوانی در تولید چنین مدلی بود که باعث شد اینشتین معادله‌های (۱۰۰.۲) تا (۱۰۴.۲) را اصلاح کند، بنابراین جملهٔ λ را که (اکنون مشهور است) وارد کرد. اگر این ثابت اضافی را وارد کار کنیم، معادله‌های (۲۳.۳) اکنون به‌صورت زیر در می‌آیند

$$\lambda - \frac{۳}{S^۲} = -\frac{۸\pi G}{c^۲}\rho_۰ \qquad (۲۴.۳)$$

و

$$\lambda - \frac{۱}{S^۲} = ۰. \qquad (۲۵.۳)$$

حال در واقع یک جواب معقول داریم. به‌دست می‌آوریم

$$S = \sqrt{\frac{۱}{\lambda}} = \frac{c}{۲\sqrt{\pi G\rho_۰}} \qquad (۲۶.۳)$$

اینشتین این جواب را توجیه این فرض در نظر گرفت که با چگالی به اندازهٔ کافی زیاد می‌توان عالم را «بست». در (۲۶.۳) شعاع S عالم را داریم که با استفاده از چگالی $\rho_۰$ به‌دست می‌آید، با این نتیجه که هرچه مقدار $\rho_۰$ بزرگتر باشد، مقدار S کوچکتر است. اما، اگر λ یک ثابت جهانی معین مانند G باشد، هر دوی $\rho_۰$ و S برحسب λ (همین‌طور G و c) به‌دست می‌آیند. بزرگی λ چقدر است؟

در سال ۱۹۱۷ اطلاعات اندکی در مورد $\rho_۰$ موجود بود که از روی آن بتوان λ را تعیین کرد. مقدار

$$S \approx ۱۰^{۲۶} - ۱۰^{۲۷}\text{cm}$$

که در آن روزها ذکر می‌شد فقط به‌لحاظ تاریخی اهمیت دارد. اگر $\rho_۰$ را $۱۰^{-۳۱} g\ \text{cm}^{-۳} \sim$ به‌عنوان یک برآورد تقریبی چگالی جرمی به‌صورت کهکشانها در نظر بگیریم (نگاه کنید به فصل ۹) به‌دست می‌آوریم $S \approx ۱۰^{۲۹}\text{cm}$ و $\lambda \approx ۱۰^{-۵۸}\text{cm}^{-۲}$.

جملهٔ λ نیروی دافعه‌ای را بین دو جسم وارد می‌کند که متناسب با فاصلهٔ میان آنها افزایش می‌یابد. مقدار بالا برای λ کوچکتر از آن است که بتواند تفاوت محسوسی از پیش‌بینی نسبیت عام استاندارد (یعنی، با $\lambda = ۰$) در هر یک از آزمونهای منظومهٔ شمسی که در فصل ۲ بیان شد ایجاد کند. بنابراین، مدل اینشتین با هیچ تهدیدی از آزمونهای محلی گرانی روبه‌رو نبود. اما، این مدل، به دلایلی که در زیر بررسی می‌کنیم، بیش از یک دهه دوام نیاورد.

۴.۳ عالم در حال انبساط

در اواخر قرن نوزدهم ارنست ماخ[1] فیلسوف و دانشمند، برخی ایرادهای مفهومی را به قانون حرکت نیوتون مطرح کرد. ماخ نقش زمینه‌ای را که حرکت در مقابل آن باید اندازه‌گیری شود به‌طور نقادانه بررسی و استدلال کرد تا هنگامی که زمینه‌ای مادی وجود نداشته باشد، نسبت دادن هر نوع معنی به مفاهیم سکون و حرکت بی‌مورد است. اینشتین به‌شدت تحت تأثیر بحثهای ماخ قرار داشت. در عالم اینشتین که در بالا بررسی شد، فضا پر از ماده است و در نتیجه زمینه‌ای از ماده در دوردست وجود دارد به‌طوری که یک ناظر محلی می‌تواند حرکت را اندازه بگیرد و قانونهای مکانیک را فرمولبندی کند. درواقع، هم‌اکنون دیدیم که چگالی ماده سرشت هندسی دقیق فضازمان را در دو مدل اینشتین تعیین می‌کند.

اینشتین گمان می‌کرد که این ویژگی منحصر به‌فرد نسبیت عام است. او احساس می‌کرد که وجود ماده برای داشتن یک هندسهٔ فضازمان با معنی ضروری است. اما، این انتظار او که نسبیت عام فقط بتواند چنین فضازمان پر از ماده‌ای را به‌عنوان جوابهای معادله‌های میدان به‌دست بدهد اندکی پس از انتشار مقاله‌اش در سال ۱۹۱۷ غلط از آب درآمد. زیرا در سال ۱۹۱۷ و. دوسیته[2] (شکل ۶.۳) جواب دیگری از معادله‌های میدان در (۱۰۴.۲) را منتشر ساخت که جزء خط آن به‌صورت زیر بود

$$\mathrm{d}s^{۲} = c^{۲}\left(۱ - \frac{H^{۲}R^{۲}}{c^{۲}}\right)\mathrm{d}T^{۲} - \frac{\mathrm{d}R^{۲}}{۱ - \dfrac{H^{۲}R^{۲}}{c^{۲}}} - R^{۲}(\mathrm{d}\theta^{۲} + \sin^{۲}\theta\mathrm{d}\phi^{۲}) \quad (۲۷.۳)$$

که در آن H ثابتی است که با رابطه زیر به λ مربوط می‌شود

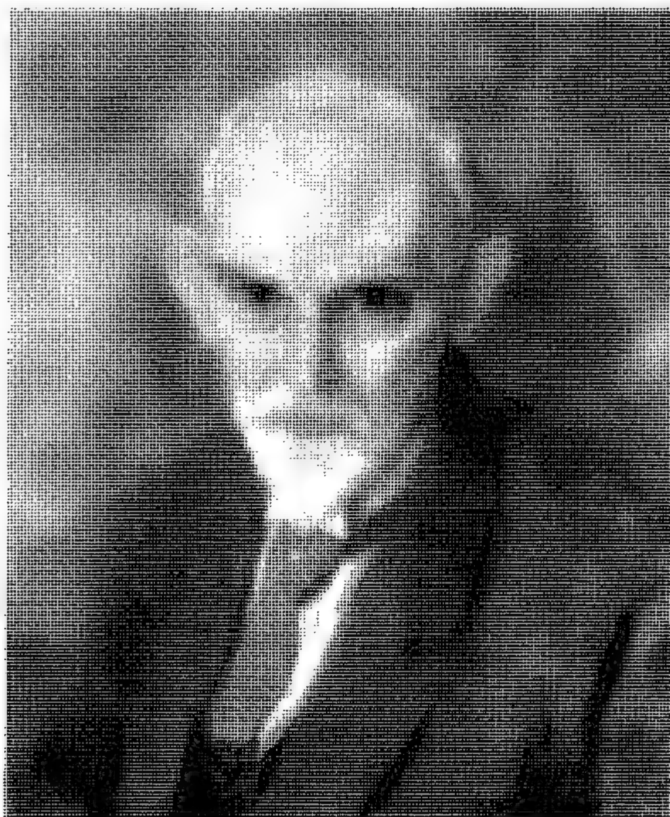
$$\lambda = \frac{۳H^{۲}}{c^{۲}}. \quad (۲۸.۳)$$

جنبهٔ جالب توجه عالم دوسیته تهی‌بودن آن است. به‌علاوه، گرچه ممکن است از مختصات بالا برداشت کنیم که عالم ایستاست، اما، می‌توان مختصات جدید (t, r, θ, ϕ) را یافت که برحسب آنها جزء خط (۲۷.۳) به‌شکل زیر در می‌آید

$$\mathrm{d}s^{۲} = c^{۲}\mathrm{d}t^{۲} - \mathrm{e}^{۲Ht}[\mathrm{d}r^{۲} + r^{۲}(\mathrm{d}\theta^{۲} + \sin^{۲}\theta\mathrm{d}\phi^{۲})]. \quad (۲۹.۳)$$

به‌راحتی می‌توان ثابت کرد که ذرات آزمون با مقادیر ثابت (r, θ, ϕ) در این مدل ژئودزیکهای زمان‌گونه دارند. بنابراین ویژه‌فاصلهٔ بین هر دو ذره که در هر زمان t اندازه‌گیری شود برحسب زمان به‌صورت e^{Ht} افزایش می‌یابد. یعنی، همهٔ این ذرات از یکدیگر دور می‌شوند.

1. Ernst Mach   2. W. de Sitter



شکل ۶.۳ دبلیو. دوسیته (۱۹۳۴ـ ۱۸۷۲).

اما، این ذرات هیچ‌گونه منزلت مادی ندارند. آنها جرمی ندارند و نمی‌توانند تأثیری در هندسهٔ فضازمان داشته باشند. به‌لحاظ دینامیکی عالم تهی است، گرچه از نظر سینماتیکی منبسط می‌شود. همان‌طور که ادینگتون زمانی مطرح کرد، عالم دوسیته دارای حرکت بدون ماده است، برخلاف عالم اینشتین که مادهٔ بدون حرکت دارد.

اما، عالم دوسیته نشان داد که فضازمان خالی را می‌توان به‌عنوان جوابهای نسبیت عام به‌دست آورد. به‌دلایلی که در بالا گفتیم، عالمی از این نوع نمی‌تواند معیار ماخ را، که طبق آن باید زمینه‌ای از مادهٔ دوردست وجود داشته باشد تا بتوان حرکت محلی را نسبت به آن اندازه گرفت، برآورده سازد. اگرچه ویژگی تهی‌بودن عالم دوسیته ناراحت‌کننده بود، اما معلوم شد که خاصیت انبساط آن حقیقتی را دربر دارد. زیرا در پایان دههٔ سوم قرن بیستم، مشاهدات هابل هیومیسون نشان داد که عالم ایستا نیست، بلکه در واقع منبسط می‌شود.

این مشاهده‌ها در فصل ۱ خلاصه شده‌اند. پدیدهٔ انتقال به سرخ مربوط به سحابی را که هابل و هاماسون در سالهای ۱۹۲۰ مشاهده کردند، اکنون عملاً در تمام اجسام فراکهکشانی مشاهده می‌شود. همان‌طور که در بخش ۸.۱ گفتیم، در تفسیر نیوتونی این انتقالهای به‌سرخ اثر دوپلر دخیل

است. چگونه می‌توان این پدیده را به زبان نسبیت عام بیان کرد؟ آیا می‌توان مدلهایی از عالم را به‌وجود آورد که فکر انبساط دوسیته را با فکر تهی‌نبودن اینشتین ترکیب کند؟ مدلهای فریدمان که در فصل ۴ بررسی می‌شوند این کار را انجام می‌دهند. این مدلها را درواقع فریدمان بین ۱۹۲۲ تا ۱۹۲۴، پنج سال پیش از اینکه داده‌های هابل منتشر شوند، به‌دست آورد. بعدها در سال ۱۹۲۷ آبه لومتر[1] مدلهای شبیه به فریدمان را به‌طور مستقل به‌دست آورد. با این همه، تا زمان تأثیرگذاری رصدهای هابل در سال ۱۹۲۹، این ایده‌ها ناشناخته باقی ماندند.

بقیهٔ این فصل به جنبه‌های سینماتیکی مدلهای انبساط عالم می‌پردازد. خواهیم گفت که چگونه می‌توان بحثهایی را تعمیم داد که رهنمون اینشتین به جزء خط ایستایی (۱۹.۳) شد. این تعمیم راهنمای ما به جزء خط غیرایستایی خواهد شد که ویژگیهای همگنی و همسانگردی فرضی اینشتین را حفظ می‌کند، و توان بالقوهٔ توضیح داده‌های هابل را دارد.

۵.۳ فرضهای ساده‌کنندهٔ کیهان‌شناسی

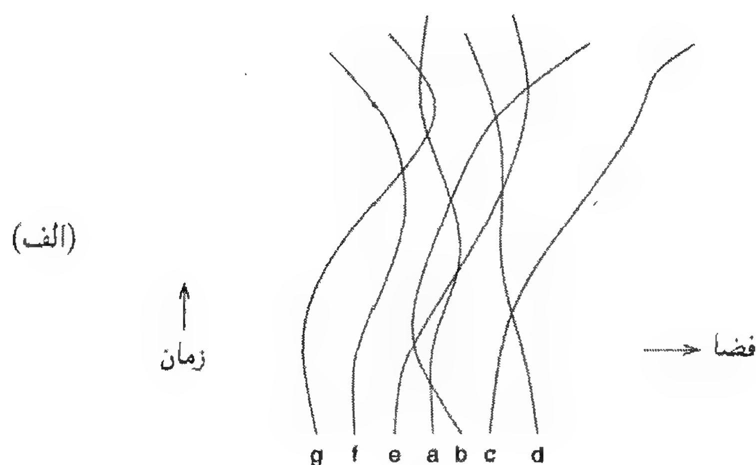
وقتی تصمیم می‌گیریم که یک مدل ایستای عالم را به مدلی غیرایستا تعمیم دهیم، کارمان مشکل می‌شود. شکل ۷.۳(الف) نمودار فضازمان با انبوهی از جهانخط را نشان می‌دهد که نشانگر ذراتی هستند که به‌صورت دلخواه در حرکت‌اند. نظم و ترتیبی در این تصویر وجود ندارد، و اگر دو جهانخط یکدیگر را قطع کنند، دارای ذرات برخوردکننده خواهیم بود. درواقع، حل معادله‌های میدان اینشتین برای این انبوه مادهٔ گراننده دشوار است. خوشبختانه، عالم تا این اندازه به‌هم ریخته نیست.

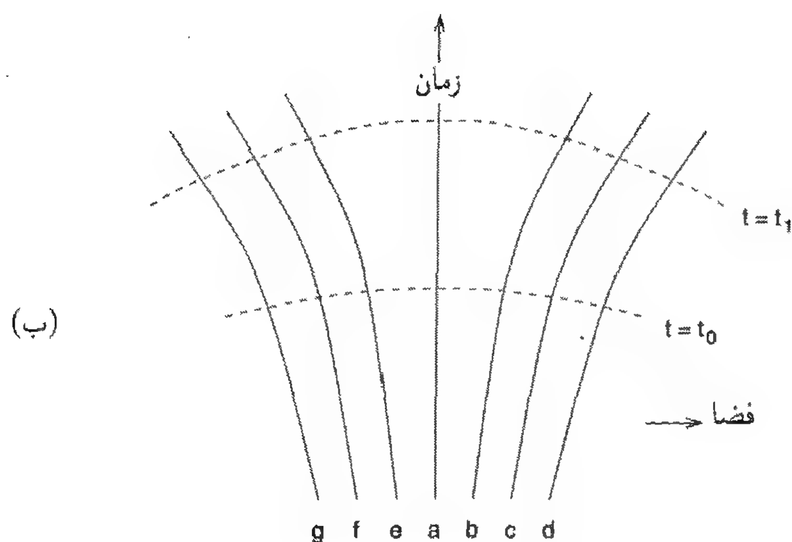
رصدهای هابل نشان می‌دهد که عالم دارای ساختار منظمی است (یا لااقل چنین به‌نظر می‌رسد) که در آن کهکشانها، که واحدهای بنیادی در نظر گرفته می‌شوند، از یکدیگر دور می‌شوند. بنابراین، شکل ۷.۳(ب) نمونهٔ بخشی از فضازمان عالم است که در آن جهانخطها یکدیگر را قطع نمی‌کنند و ساختار قیفی شکل را تشکیل می‌دهند که فاصلهٔ بین هر دو جهانخط آن به‌طور مداوم افزایش می‌یابد.

۱.۵.۳ اصل موضوع وایل

این تصویر شهودی از نظم را معمولاً، پس ازکارهای اولیهٔ هرمان وایل[2] ریاضیدان، به‌صورت اصل موضوع وایل بیان می‌کنند. با توجه به این اصل جهانخطهای کهکشانها به‌صورت ناظران بنیادی در

1. Abbé Lemaître 2. Hermann Weyl





شکل ۷.۳ (الف) بستهٔ دلخواهی از جهانخطهای a، b، c،. . .ذراتی را توصیف می‌کنند که با بی‌نظمی در حرکت‌اند. جهانخطهای متقاطع معرف برخوردهای ذرات‌اند. (ب) ذرات در امتداد خطهای نامتقاطع a، b، c،. . .حرکت می‌کنند که هیچ موجک یا بی‌نظمی ندارند. این نظمی است که با اصل موضوع وایل رسماً بیان شده است. توجه کنید که این نظم ما را قادر می‌سازد تا دنباله‌ای از ابررویه‌های فضاگونهٔ عمود بر بستهٔ جهانخطها تشکیل دهیم. اینها ابررویه‌های با زمان کیهانی ثابت t هستند. بنابراین، کیهان‌شناس می‌تواند بدون هیچ ابهامی دربارهٔ دوران کیهانی $t = t_{\circ}$، $t = t_{1}$، و غیره صحبت کند.

نظر گرفته می‌شوند که یک ۳ـبستهٔ ژئودزیکهای نامتقاطع عمود بر یک سری ابررویه‌های فضاگونه را تشکیل می‌دهند.

برای درک کامل اهمیت اصل موضوع وایل، بگذارید آن را برحسب مختصات و متریک فضازمان بیان کنیم. در نتیجه سه مختصهٔ فضاگونه $x^\mu (\mu = ۱, ۲, ۳)$ را برای مشخص‌کردن یک نمونه جهانخط در ۳ـبستهٔ جهانخطهای کهکشان به‌کار می‌بریم. به‌علاوه، فرض کنید x° برچسب عضوی از سری ابررویه‌های فضاگونه باشد که در بالا ذکر کردیم. بنابراین

$$x^\circ = \text{const.}$$

یک نمونه ابررویهٔ فضاگونه عمود بر جهانخطی است که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$x^\mu = \text{const.}$$

گرچه، درعمل کهکشانها مجموعهٔ گسسته‌ای را تشکیل می‌دهند، اما می‌توانیم این مجموعهٔ گسستهٔ (x^μ) را با تقریب شارهٔ هموار به یک پیوستار بسط دهیم. این تقریب چیزی جز ابزار متداول عبور از یک توزیع گسسته ذرات به توزیع پیوستهٔ چگالی نیست. دراین مورد، می‌توان کمیتهای x^μ را پیوستاری در نظر گرفت که همراه با x° به‌عنوان صورت چهار مختصه x^i برای توصیف فضا و زمان به‌کار می‌روند.

ذکر اهمیت جهانخطهای نامتقاطع بی‌فایده نیست. اگر جهانخطهای مربوط به دو کهکشان یکدیگر را قطع کنند، دستگاه مختصات بالا از میان می‌رود، زیرا دارای دو مقدار متفاوت x^μ برای یک نقطه فضازمان خواهیم شد (نقطهٔ برخورد). به هر حال، در فصل بعد به یک موقعیت استثنایی برمی‌خوریم که در آن جهانخطها در یک نقطهٔ تکین برخورد می‌کنند!

متریک برحسب این مختصات را به‌صورت تانسور g_{ik} بیان می‌کنیم. برمبنای اصل موضوع وایل چه نتیجه‌ای می‌توان دربارهٔ این تانسور متریک گرفت؟ شرط تعامد نشان می‌دهد که

$$g_{\circ\mu} = \circ \tag{۳۰.۳}$$

به‌علاوه، این واقعیت که $x^\mu = \text{const.}$ یک ژئودزیک است نشان می‌دهد که معادله‌های ژئودزیک

$$\frac{\mathrm{d}^۲ x^i}{\mathrm{d}x^۲} + \Gamma^i_{kl}\frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}s}\,\frac{\mathrm{d}x^l}{\mathrm{d}s} = \circ \tag{۳۱.۳}$$

برای $x^i = \text{const.}$، و $i = ۱, ۲, ۳$ برقرارند. در نتیجه

$$\Gamma^\mu_{\circ\circ} = \circ, \qquad \mu = ۱, ۲, ۳. \tag{۳۲.۳}$$

بنابراین از (۳۰.۳) و (۳۲.۳) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\partial g_{\circ\circ}}{\partial x^{\mu}} = \circ, \qquad \mu = ۱, ۲, ۳. \tag{۳۳.۳}$$

$g_{\circ\circ}$ فقط تابع x° است. بنابراین می‌توان به‌جای x° هر تابع مناسبی از x° را قرار داد تا $g_{\circ\circ}$ مقداری ثابت شود. بنابراین، بدون از دست رفتن کلیت می‌توان قرار داد،

$$g_{\circ\circ} = ۱. \tag{۳۴.۳}$$

بنابراین، جزء خط به‌صورت زیر در می‌آید

$$\begin{aligned} ds^{۲} &= (dx^{\circ})^{۲} + g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \\ &= c^{۲}dt^{۲} + g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \end{aligned} \tag{۳۵.۳}$$

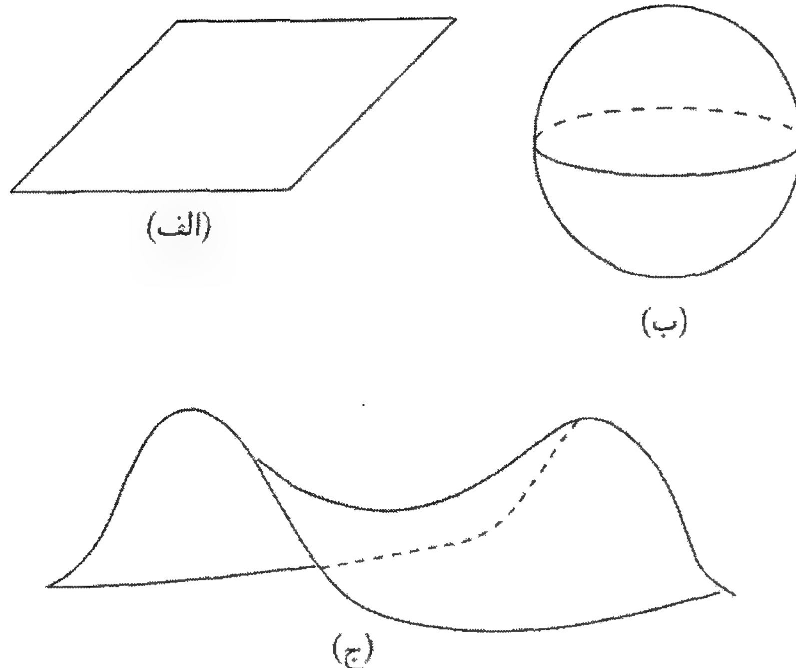
که قرار داده‌ایم $ct = x^{\circ}$. این مختصه زمانی زمان کیهانی خوانده می‌شود. به‌راحتی مشاهده می‌شود که ابررویه‌های فضاگونه در اصل موضوع وایل رویه‌های همزمانی نسبت به زمان کیهانی هستند. به‌علاوه، t ویژه زمان مربوط به هر کهکشان است.

۲.۵.۳ اصل کیهان‌شناسی

دومین فرض مهم کیهان‌شناسی با اصل کیهان‌شناختی بیان می‌شود. با توجه به این اصل، در هر زمان کیهانی عالم همگن و همسانگرد است. یعنی، رویه‌های $t = \text{const.}$ نشانگر ویژگیهایی هستند که قبلاً در ارتباط با عالم اینشتین بیان شد. در آنجا دیدیم که رویهٔ سه‌بعدی $S_{۳}$ مربوط به یک اَبَرکره دارای شرایط لازم همگنی وهمسانگردی هست. اما آیا این تنها انتخاب ممکن است؟

همان‌طور که قبلاً دیدیم، اینشتین این راه را برگزید زیرا گمان می‌کرد که فضا بسته است. اما، اگر بر فضای بسته تأکید نداشته باشیم، برای ما دو راه دیگر وجود دارد، که می‌توان آنها را به‌صورت زیر دید. ابتدا بگذارید یک مورد شبیه آن را در ابعاد کمتر در نظر بگیریم.

شکل ۸.۳ سه‌رویه را نشان می‌دهد، شکل ۸.۳(الف) بخشی از صفحهٔ اقلیدسی، شکل۸.۳(ب) یک رویهٔ کروی، و شکل ۸.۳(ج) رویه‌ای زینی شکل است. فرض کنید می‌خواهیم این رویه‌ها را با یک ورق کاغذ بپوشانیم. خواهیم دید که ورقه کاغذ ما کاملاً برسطح تخت منطبق می‌شود. اگر بخواهیم رویه کروی را بپوشانیم، ورقه کاغذ چروک می‌خورد، که نشان می‌دهد مساحت آن بیش از مقدار لازم برای پوشاندن این رویه است. همین‌طور، اگر بخواهیم رویهٔ زینی شکل را بپوشانیم،



شکل ۸.۳ مثالهایی از رویه‌های (الف) با خمیدگی صفر (ب) خمیدگی مثبت، و (ج) خمیدگی منفی.

کاغذ ما پاره می‌شود، چون مساحت آن برای پوشاندن این رویه کافی نیست. این تفاوتها را می‌توان در مختصات دیفرانسیلی با مفهوم خمیدگی بیان کرد. رویهٔ تخت دارای خمیدگی صفر، رویهٔ کروی دارای خمیدگی مثبت، و رویهٔ زینی شکل دارای خمیدگی منفی است. این آزمایش پوشاندن با کاغذ به‌طور کلی نشان می‌دهد که کدام سطح دارای خمیدگی صفر و کدام دارای خمیدگی مثبت یا منفی است. این فکر را می‌توان به ابعاد بالاتر نیز تعمیم داد.

در عالم اینشتین مقاطع فضا ۳ـرویه‌های اَبَرکره هستند، و در نتیجه دارای خمیدگی مثبت‌اند. ثابت بودن خمیدگی برای اطمینان از ویژگیهای همگنی و همسانگردی ضروری است؛ زیرا اگر خمیدگی فضا از یک نقطه به نقطهٔ دیگر تغییر کند، می‌توان اندازه‌گیریهای فیزیکی برای آشکارسازی این اختلافها را ابداع کرد. همین‌طور می‌توان با در نظر گرفتن آنها به عنوان ۳ـرویه‌های با خمیدگی منفی ثابت یا خمیدگی صفر به فضاهای همگن و همسانگرد دیگر دست یافت.

برحسب مختصات دکارتی x_1، x_2، x_3، x_4 که قبلاً به‌کار بردیم، ۳ـرویهٔ با خمیدگی منفی ثابت با معادله‌ای به شکل زیر داده می‌شود

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 = -S^2 \qquad (۳۶.۳)$$

که S مقداری ثابت است. با قرار دادن

$$x_1 = S\,\sinh\chi\cos\theta,\qquad x_2 = S\,\sinh\chi\sin\theta\cos,\phi \qquad (۳۷.۳)$$

$$x_3 = S\,\sinh\chi\sin\theta\sin\phi,\qquad x_4 = S\,\cosh\chi \qquad (۳۸.۳)$$

خواهیم داشت

$$\mathrm{d}x_1^2 + \mathrm{d}x_2^2 + \mathrm{d}x_3^2 - \mathrm{d}x_4^2 = S^2[\mathrm{d}\chi^2 + \sinh^2\chi(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)]\cdot \qquad (۳۹.۳)$$

به‌علامت منفی جلوی $\mathrm{d}x_4^2$ توجه کنید. این علامت نشان می‌دهد که ۳ـرویه ما در فضای اقلیدسی قرار ندارد، بلکه در یک فضای شبه‌اقلیدسی است. به طور مثال، فضای مینکوفسکی شبه‌اقلیدسی است.[1] علاوه بر آن اگر بگذاریم

$$r = \sinh\chi \qquad (۴۰.۳)$$

رابطهٔ (۳۹.۳) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathrm{d}\sigma^2 = S^2\left(\frac{\mathrm{d}r^2}{1+r^2} + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)\right)\cdot \qquad (۴۱.۳)$$

از مقایسهٔ این رابطه با عبارت (۱۸.۳) برای فضای با خمیدگی مثبت:

$$\mathrm{d}\sigma^2 = S^2\left(\frac{\mathrm{d}r^2}{1-r^2} + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)\right)\cdot \qquad (۴۲.۳)$$

هر دو رابطه را می‌توان با وارد کردن پارامتر k که مقادیر ± 1 را اختیار می‌کند به یک رابطه تبدیل کرد:

$$\mathrm{d}\sigma^2 = S^2\left(\frac{\mathrm{d}r^2}{1-kr^2} + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)\right)\cdot \qquad (۴۳.۳)$$

توجه کنید که اگر بگذاریم $k = 0$ مورد سومی را به‌دست می‌آوریم که ۳ـرویهٔ با خمیدگی صفر است:

$$\mathrm{d}\sigma^2 = S^2[\mathrm{d}r^2 + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)]. \qquad (۴۴.۳)$$

۱. در فضای اقلیدسی قضیهٔ فیثاغورس با جزء خطی که از رابطهٔ $\mathrm{d}x^2 = \mathrm{d}x_1^2 + \mathrm{d}x_2^2 + \mathrm{d}x_3^2 + \cdots$ به‌دست می‌آید، برقرار است. اگر بعضی از علامتهای + در طرف راست را به علامتهای − تغییر دهیم، حاصل یک فضای شبه‌اقلیدسی است.

طرف راست رابطهٔ (۴۴.۳) یک جزء خط اقلیدسی است که با ضریب ثابت S مقیاس‌بندی شده است.

اما، ثابت S می‌تواند تابع زمان کیهانی باشد، زیرا در بحث بالا یک اَبَررویه با $t = \text{const.}$ را در نظر گرفتیم. بنابراین، کلیترین جزء خط که با اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی سازگار است از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathrm{d}s^۲ = c^۲\mathrm{d}t^۲ - S^۲(t)\left(\frac{\mathrm{d}r^۲}{۱ - kr^۲} + r^۲(\mathrm{d}\theta^۲ + \sin^۲\theta\mathrm{d}\phi^۲)\right) \qquad (۴۵.۳)$$

که ۳ـرویه‌های $t = \text{const.}$، برای $k = ۰$ اقلیدسی، برای $k = +۱$ بسته با خمیدگی مثبت، و برای $k = -۱$ باز با خمیدگی منفی هستند. به دلایلی که به‌زودی روشن خواهد شد، عامل مقیاس $S(t)$ را معمولاً عامل انبساط می‌نامند.

جزء خط (۴۵.۳) که تا اندازه‌ای به‌صورت شهودی و تا اندازه‌ای با بحثهای اکتشافی به‌دست آوردیم را اچ. پی. رابرتسون[1] و اِی. جی. واکر[2] (به‌طور مستقل) در سال ۱۹۳۰ با دقت تمام به‌دست آوردند. این جزء خط را معمولاً جزء خط رابرتسون‌ـواکر می‌نامند.

جزء خط رابرتسون‌ـواکر را گاهی به کمک تبدیل مختصات شعاعی زیر به‌صورت اندکی متفاوت بیان می‌کنند

$$\overline{r} = \frac{۲r}{۱ + \sqrt{۱ - kr^۲}}. \qquad (۴۶.۳)$$

سپس جزء خط به‌صورت زیر در می‌آید

$$\mathrm{d}s^۲ = c^۲\mathrm{d}t^۲ - \frac{S^۲(t)}{\left(۱ + \frac{k\overline{r}^۲}{۴}\right)^۲}[\mathrm{d}\overline{r}^۲ + \overline{r}^۲(\mathrm{d}\theta^۲ + \sin^۲\theta\mathrm{d}\phi^۲)]. \qquad (۴۷.۳)$$

این جزء خط آشکارا برحسب $\overline{r}$، θ، و ϕ همسانگرد است. اما، ما از رابطهٔ (۴۵.۳) استفاده خواهیم کرد.

توجه کنید که چگونه فرضهای ساده‌کنندهٔ کیهان‌شناسی تعداد مجهولهای تانسور متریک را از ۱۰ به یک تابع $S(t)$ و پارامتر گسستهٔ k، که مشخصهٔ متریک رابرتسون‌ـواکر است، کاهش می‌دهد. اکنون وظیفهٔ متخصص نسبیت به حل یک معادلهٔ دیفرانسیل معمولی برحسب متغیر مستقل t ساده می‌شود. حل این معادله را تا فصل بعد به تعویق می‌اندازیم.

1. H. P. Robertson 2. A. G. Walker

سپس بعضی از جنبه‌های مشاهده‌ای فضازمان نوعی رابرتسون-واکر را بررسی می‌کنیم. این جنبه‌ها نشان می‌دهند که چگونه هندسهٔ نااقلیدسی می‌تواند نتیجه‌گیریهای برمبنای مفاهیم ابتدایی اقلیدسی را تغییر دهد. در اینجا باید به خواننده دربارهٔ این کار متداول و نادقیق نسبت‌دادن «مدل تخت» به‌مدل $k = ۰$ هشدار دهیم. فضازمان رابرتسون-واکر برای این مدل تخت نیست؛ فقط زیرفضاهای $t = \text{const.}$ آن تخت‌اند.

۶.۳ انتقال به سرخ

ابتدا بگذارید ببینیم انتقال به سرخ مربوط به سحابی را که هابل و هاماسون به‌دست آوردند می‌توان برمبنای مدل رابرتسون-واکر توجیه کرد. کار را با یادآوری این نکته آغاز می‌کنیم که اجزای اصلی اصل موضوع وایل کهکشانهای با مختصات ثابت x^μ هستند. به‌راحتی می‌توان x^μ را به (r, θ, ϕ) فضازمان رابرتسون-واکر مرتبط ساخت. بنابراین، هر کهکشان دارای مختصات (r, θ, ϕ) ثابت است. این چارچوب مختصات را معمولاً چارچوب سکون کیهان‌شناختی می‌نامند. به‌عنوان ناظر، ما در کهکشان خود قرار داریم که دارای مختصات (r, θ, ϕ) ثابت است.[۱] بدون از دست دادن کلیت می‌توانیم دیدگاه خود را $r = ۰$ بگیریم. اگرچه این فرض نشان می‌دهد که خود را در مرکز عالم قرار داده‌ایم، اما این موضوع هیچ موقعیت ویژه‌ای به ما نمی‌دهد. به‌علت فرض همگنی، هر کهکشان را می‌توان به‌عنوان $r = ۰$ برگزید. این انتخاب ما فقط به‌خاطر سهولت است.

کهکشان $G_۱$ را در $(r_۱, \theta_۱, \phi_۱)$ در نظر بگیرید که امواج نور را به‌سوی ما گسیل می‌دارد. بگذارید دورهٔ رصد فعلی را $t_۰$ در نظر بگیریم. در چه زمانی باید موج نور $G_۱$ را ترک کند تا در $t = t_۰$ به $r = ۰$ برسد؟ برای یافتن پاسخ به این پرسش باید مسیر موج از $G_۱$ به خود را بدانیم. چون نور، چنانکه در فصل ۲ گفتیم، در امتداد ژئودزیکهای صفر حرکت می‌کند، باید ژئودزیک صفر از $G_۱$ تا خودمان را محاسبه کنیم.

از تقارن فضازمان می‌توان یک ژئودزیک صفر را از $r = ۰$ تا $r = r_۱$ حدس زد که دارای جهت فضایی ثابت باشد. یعنی، انتظار داریم که در امتداد ژئودزیک صفر داشته باشیم $\theta = \theta_۱$، $\phi = \phi_۱$. این حدس وقتی این مقادیر را در معادله‌های ژئودزیک بگذاریم درست از آب درمی‌آید. درنتیجه، فرض می‌کنیم که فقط r و t در امتداد ژئودزیک صفر تغییر می‌کنند. سپس به‌یاد می‌آوریم که اولین انتگرال

۱. بعداً، در فصل ۱۰، نشان خواهیم داد که این اظهار نظر فقط تقریباً صحیح است، زیرا کهکشان ما نسبت به این چارچوب کیهان‌شناختی حرکتی مختصر دارد.

ژئودزیک صفر به‌راحتی به‌شکل $ds = 0$ است. برای جزء خط رابرتسون-واکر، این رابطه می‌دهد

$$cdt = \pm\frac{Sdr}{\sqrt{1-kr^2}}. \qquad (۴۸.۳)$$

چون r با افزایش t در امتداد این ژئودزیک صفر کاهش می‌یابد، باید در رابطهٔ بالا علامت منها را در نظر بگیریم. فرض کنید که ژئودزیک صفر G_1 را در t_1 ترک کرده باشد. در این صورت از رابطهٔ بالا به‌دست می‌آوریم

$$\int_{t_1}^{t_0}\frac{cdt}{S(t)} = \int_0^{r_1}\frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}. \qquad (۴۹.۳)$$

بنابراین، اگر $S(t)$ و k را بدانیم، پاسخ به پرسش ما معلوم است.

اما، ببینیم چه اتفاقی برای ستیغهای موجی می‌افتد که از G_1 گسیل شده‌اند. فرض کنید ستیغهایی را که در t_1 و $t_1 + \Delta t_1$ گسیل شده‌اند به‌ترتیب در t_0 و $t_0 + \Delta t_0$ دریافت کنیم، در این صورت، با مقایسه با (۴۹.۳)، خواهیم داشت

$$\int_{t_1+\Delta t_1}^{t_0+\Delta t_0}\frac{cdt}{S(t)} = \int_0^{r_1}\frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}. \qquad (۵۰.۳)$$

اگر $S(t)$ یک تابع کند تغییر باشد، به‌گونه‌ای که عملاً در بازهٔ کوچک Δt_0 و Δt_1 بدون تغییر بماند، با کم‌کردن (۴۹.۳) از (۵۰.۳) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{c\Delta t_0}{S(t_0)} - \frac{c\Delta t_1}{S(t_1)} = 0$$

یعنی،

$$\frac{c\Delta t_0}{c\Delta t_1} = \frac{S(t_0)}{S(t_1)} \equiv 1 + z. \qquad (۵۱.۳)$$

مشاهدهٔ اینکه کمیت z که در بالا تعریف می‌شود انتقال به سرخ است، مشکل نیست. جملهٔ $c\Delta t_1$ طول موج λ_1 است که ناظر ساکن در کهکشان G_1 اندازه می‌گیرد، در حالی که $c\Delta t_0$ طول موج λ_0 اندازگیری‌شده توسط ناظر ساکن در کهکشان ماست، زیرا در فضازمان رابرتسون-واکر زمان کیهانی ویژه زمان در هر کهکشان را اندازه می‌گیرد. بنابراین، طول موج نور با کسر z در گسیل از G_1 به ما افزایش می‌یابد، البته در صورتی که $S(t_0) > S(t_1)$ باشد. به‌عبارت دیگر، رصدهای انتقال به سرخ هابل را در صورتی می‌توان توجیه کرد که فرض کنیم $S(t)$ تابعی صعودی از زمان است.

مقایسهٔ روش به‌دست آوردن این انتقال به سرخ با روش نیوتونی که قبلاً به‌کار بردیم ارزشمند است. بجز برای پارامتر k، که در مورد نیوتونی برابر واحد است، فرمول (۹.۳) در کیهان‌شناسی نیوتونی همان فرمول (۴۹.۳) است که در بالا به‌دست آمد. بحث بعدی منتهی به انتقال به سرخ نیز یکسان است. با این همه، منطق در دو مورد متفاوت است. در مورد نیوتونی عبور یک پرتو نور از محیط در حال انبساط را با مفاهیم پیش‌ـنسبیتی تغییر سرعت آن به‌گونه‌ای در نظر گرفتیم که گویی محیط نسبت به فضای مطلق نیوتونی در حرکت است. از یک جهت این نوعی اثر دوپلر است.

در به‌دست آوردن این رابطه متوجه شدیم که این اثر در مورد نسبیتی به‌واسطهٔ عبور نور از فضازمان نااقلیدسی به‌وجود می‌آید. این اثر ناشی از اثر دوپلر نیست، چون در چارچوب مرجع ما همهٔ کهکشانها دارای مختصات (r, θ, ϕ) ثابت هستند. در فضازمان نااقلیدسی نمی‌توان معنی بدون ابهامی به سرعت نسبی دو جسم نسبت داد که فاصلهٔ آنها از هم بسیار زیاد است. مردم اغلب وسوسه می‌شدند که z را با رابطهٔ زیر به‌سرعت مرتبط سازند

$$۱ + z = \sqrt{\frac{۱ + v/c}{۱ - v/c}}. \qquad (۵۲.۳)$$

این برداشت در چارچوب فعلی ما معتبر نیست، زیرا چنانکه در فصل ۲ دیدیم، نسبیت خاص فقط در یک منطقهٔ موضعی از فضازمان به‌کار می‌رود.

همین‌طور باید رابطهٔ (۵۱.۳) را با انتقال به سرخ گرانشی توصیف‌شده در فصل ۲ به‌دست آورد. انتقال به سرخ گرانشی این ویژگی را دارد که اگر از جسم B به جسم A دارای انتقال به سرخ شود، نور در انتقال از A به B انتقال به آبی می‌یابد. در وضعیت فعلی، اگر نور از کهکشان A به کهکشان B انتقال به سرخ بیابد، در صورتی از کهکشان B به A نیز انتقال به سرخ خواهد یافت که $S(t)$ در مدت انتقال نور افزایش یابد.

این انتقال به سرخ را انتقال به سرخ کیهان‌شناختی می‌نامیم. با این همه، روشی برای وحدت بخشیدن به این سه انتقال به سرخ در زیر یک پرچم وجود دارد که در تمرین ۱۸ بررسی می‌شود.

۷.۳ قدر ظاهری

انتقال به سرخی که در بالا بررسی شد در طیف یک کهکشان نمایان می‌شود. منجم کمیت دیگر مربوط به کهکشان را اندازه می‌گیرد که قدر ظاهری آن است. بگذارید ببینیم رابطهٔ قدر ظاهری

با درخشندگی کهکشان و فاصلهٔ آن از ما در عالم درحال انبساطی که با فضازمان رابرتسون‌ـواکر توصیف می‌شود چگونه است.

اگر L انرژی گسیل‌شده از کهکشان G_1 در واحد زمان در دورهٔ t_1 باشد که نور کهکشان را ترک می‌کند تا در دورهٔ کنونی t_0 به ما برسد. انتقال به سرخ z کهکشان از رابطهٔ (۵۱.۳) به‌دست می‌آید. اکنون باید گسترهٔ طول موج مشاهده‌شده را مشخص کنیم. برای تثبیت موضوع فرض کنید که توزیع شدت G_1 در طول موج λ از تابع بهنجارشدهٔ $I(\lambda)$ به‌دست آید. بنابراین

$$\mathrm{d}L = LI(\lambda)\mathrm{d}\lambda \tag{۵۳.۳}$$

گسترهٔ انرژی گسیل‌شده در واحد زمان در نوار طول موج $(\lambda, \lambda + \mathrm{d}\lambda)$ است. اگر به‌جای طول موج از بسامد استفاده می‌کردیم، تابع شدت مربوطه $J(\nu)$ با رابطهٔ زیر به $I(\lambda)$ مربوط می‌شد

$$cJ(\nu) = \lambda^2 I(\lambda)\cdot \tag{۵۴.۳}$$

منجمان هر دوی $J(\nu)$ و $I(\lambda)$ را، با توجه به سهولت استفاده، به‌کار می‌برند.

در مورد گسیل همسانگرد نور از G_1، نوری که به ما می‌رسد به‌طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاع r_1 و به مرکز G_1 توزیع شده است(نگاه کنید به شکل ۹.۳). ویژه مساحت رویهٔ این کره چیست؟

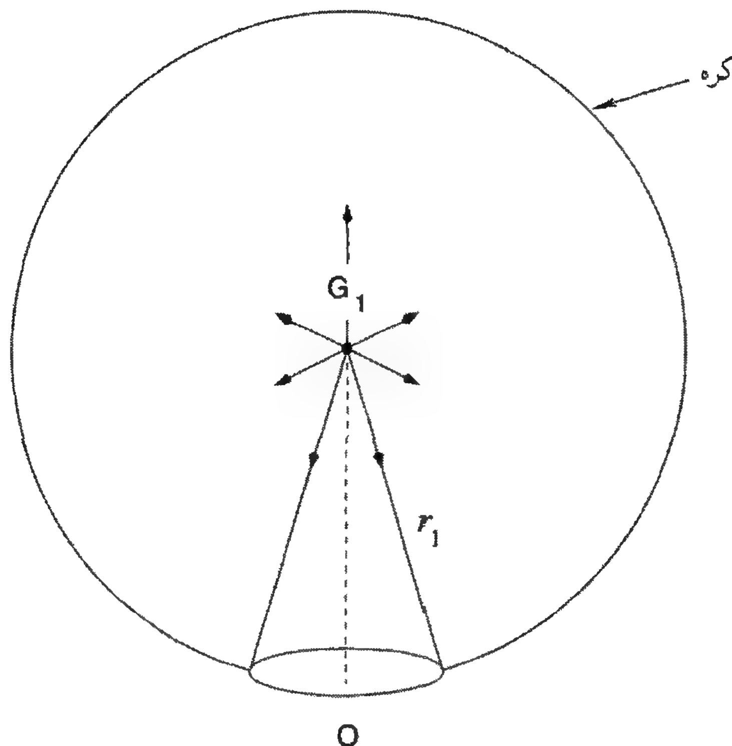
در جزء خط رابرتسون‌ـواکر، بگذارید $t = \text{const.}$ و $r = \text{const.}$، تا به‌دست آورید

$$\mathrm{d}s^2 = -r^2 S^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)\cdot$$

این یک جزء خط در سطح کرهٔ اقلیدسی به شعاع rS است. بنابراین، پاسخ به پرسش بالا آن است که نور ناشی از G_1 در t_0 در سطح $4\pi r_1^2 S^2(t_0)$ توزیع شده است. گاهی می‌توانیم $rS(t_0)$ را ویژه‌فاصله یک چشم با مختصات r در عصر t بنامیم. اکنون باید بدانیم که در واحد ویژه سطح عمود بر خط دید مربوط به G_1 در واحد زمان چه‌مقدار نور در نوار طول موج $(\lambda_0, \lambda_0 + \mathrm{d}\lambda_0)$ دریافت کنیم. این کمیت را با $\mathcal{F}(\lambda_0)\Delta\lambda_0$ نشان می‌دهیم.

ابتدا توجه کنید که به‌علت انتقال به سرخ نوری که در گسترهٔ $(\lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda_0)$ به ما می‌رسد، G_1 را در گسترهٔ طول موجهای زیر ترک کرده است

$$\left(\frac{\lambda_0}{1+z}, \frac{\lambda_0 + \Delta\lambda_0}{1+z}\right)\cdot$$



شکل ۹.۳ تابشی که از کهکشان $G_۱$ گسیل می‌شود به‌صورت یکنواخت روی کره‌ای به مرکز $G_۱$ و شعاع $r_۱$ توزیع شده است. ناظر O (یعنی خود ما) روی این کره انتظار دارد که مقادیر متناسب از این تابش را در واحد سطح عمود بر جهت $G_۱O$ دریافت دارد.

حال مقدار انرژی کل که $G_۱$ را در فاصلهٔ میان $t_۱$ و $t_۱ + \Delta t_۱$ درگسترهٔ بسامد بالا ترک می‌کند عبارت است از

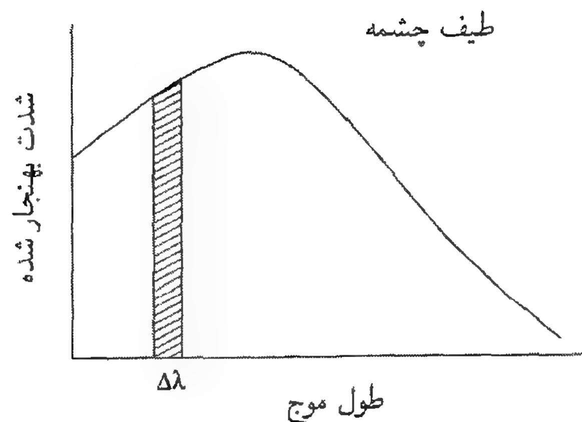
$$LI\left(\frac{\lambda_۰}{۱+z}\right)\frac{\Delta\lambda_۰}{۱+z}\Delta t_۱.$$

شکل ۱۰.۳ این اثر را نشان می‌دهد.

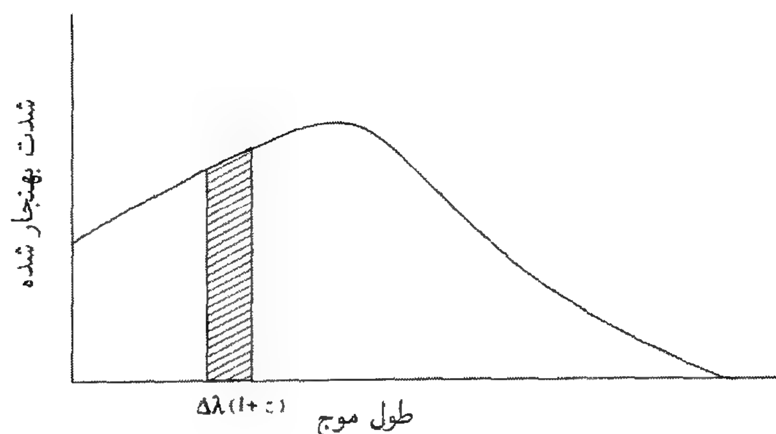
چند فوتون این مقدار انرژی را حمل می‌کنند؟ برای این عرض نوار به اندازهٔ کافی کوچک، می‌توان یک نمونه فوتون را در نظر گرفت که در هنگام گسیل دارای طول موج $\lambda_۰/(۱ + z)$، بسامد $(۱ + z)c/\lambda_۰$، و در نتیجه انرژی برابر $(۱ + z)ch/\lambda_۰$ باشد که در آن h ثابت پلانک است. بنابراین، تعداد فوتونها برابر است با

$$\delta N = LI\left(\frac{\lambda_۰}{۱+z}\right)\frac{\Delta\lambda_۰}{۱+z}\,\frac{\Delta t_۱}{(۱+z)ch/\lambda_۰}$$

$$= \frac{L\lambda_۰}{ch}\frac{۱}{(۱+z)^۲}I\left(\frac{\lambda_۰}{۱+z}\right)\Delta\lambda_۰\Delta t_۱.$$



در محل ناظر به اندازهٔ $(۱ + z)$ انتقال پیدا می‌کند



انتقال به سرخ مقیاس باعث می‌شود که مقیاس به اندازهٔ $(۱ + z)$ کش بیاید.

شکل ۱۰.۳ توزیع شدت یک کهکشان در طول موجهای مختلف را انتقال به سرخ تغییر می‌دهد. این اثر مانند کشیدن محور λ با ضریب $۱ + z$ است. برای اینکه سطح زیر منحنی یکسان بماند، ارتفاع آن باید با همین ضریب کم شود.

در عصر دریافت، این فوتونها در رویه‌ای به مساحت $(۴\pi r_۱^۲ S^۲(t_\circ)$ توزیع شده‌اند و در بازهٔ زمانی $(t_\circ, t_\circ + \Delta t_\circ)$ دریافت می‌شوند. بنابراین، تعداد فوتونهای دریافت‌شده در واحد سطح عمود بر خط دید در واحد زمان از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{L\lambda_\circ}{ch}\frac{۱}{(۱+z)^۲}I\left(\frac{\lambda_\circ}{۱+z}\right)\Delta\lambda_\circ\frac{\Delta t_۱}{\Delta t_\circ}\frac{۱}{۴\pi r_۱^۲ S^۲(t_\circ)}.$$

در این عصر، انرژی هر فوتون با ضریب $(۱ + z)^{-۱}$ کم شده است. بنابراین، هر فوتون اکنون

دارای انرژی ch/λ_0 است. اگر رابطهٔ بالا را در این مقدار ضرب کنیم، کمیت مورد نظر را به‌دست می‌آوریم

$$\mathcal{F}(\lambda_0)\Delta\lambda_0 = L\frac{1}{(1+z)^2}\frac{\Delta t_1}{\Delta t_0}I\left(\frac{\lambda_0}{1+z}\right)\frac{1}{4\pi r_1^2 S^2(t_0)}\Delta\lambda_0.$$

به هر حال، متوجه می‌شویم که $\Delta t_1/\Delta t_0$ دارای یک ضریب $(1+z)^{-1}$ دیگر در مخرج است. بنابراین، سرانجام به‌دست می‌آوریم

$$\mathcal{F}(\lambda_0) = \frac{LI(\lambda_0/1+z)}{(1+z)^3 4\pi r_1^2 S^2(t_0)}. \qquad (۵۵.۳)$$

نتیجهٔ برحسب بسامد را چگالی شار می‌نامند

$$\mathcal{S}(\nu_0) = \frac{LJ[\nu_0(1+z)]}{(1+z)4\pi r_1^2 S^2(t_0)}. \qquad (۵۶.۳)$$

که در آن $\mathcal{S}(\nu_0)\Delta\nu_0$ مقدار تابش دریافتی عمود بر واحد سطح در واحد زمان و در گستره بسامد $(\nu_0, \nu_0 + \Delta\nu_0)$ است.

منجم اپتیکی از این نتیجه به‌صورت (۵۵.۳) استفاده می‌کند، در حالی که منجم رادیویی آن را به‌صورت (۵۶.۳) به‌کار می‌برد. منجم پرتو X به‌جای بسامد از انرژی استفاده می‌کند، به‌طوری که رابطهٔ (۵۶.۳) برحسب h مقیاس‌بندی می‌شود. ما اغلب این رابطه‌ها را به‌کار می‌بریم، چون با آنها در آزمونهای رصدی کیهان‌شناسی روبه‌رو می‌شویم. این بخش را با به‌دست آوردن چند نتیجهٔ مورد توجه در نجوم اپتیکی به پایان می‌بریم.

با انتگرال‌گیری از (۵۵.۳) در تمام طول موجها به‌دست می‌آوریم

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi r_1^2 S^2(t_0)(1+z)^2} \qquad (۵۷.۳)$$

که $L_{\text{bol}}(= L)$ درخشندگی تابش‌سنجی مطلق G_1 است. همین‌طور $\mathcal{F}_{\text{bol}}$ درخشندگی تابش‌سنجی ظاهری G_1 است. در مقیاس لگاریتمی قدرها که منجم اپتیکی با آن آشناست، رابطه (۵۷.۳) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$m_{\rm bol} = -۲/۵ \log\left(\frac{\mathcal{F}_{\rm bol}}{\mathcal{F}_{\circ}}\right),$$

$$M_{\rm bol} = -۲/۵ \log\left(\frac{L_{\rm bol}}{L_{\odot}}\right) + ۴/۷۵,$$

$$m_{\rm bol} - M_{\rm bol} = ۵ \log D_{۱} - ۵, \qquad (۵۸.۳)$$

که

$$\mathcal{F}_{\circ} = ۲/۴۸ \times ۱۰^{-۵} {\rm erg\ cm^{-۲} s^{-۱}},$$

$$L_{\odot} = \text{درخشندگی خورشیدی} = ۲ \times ۱۰^{۳۳} {\rm erg\ s^{-۱}},$$

$$D_{۱} = r_{۱} S(t_{\circ})(۱ + z). \qquad (۵۹.۳)$$

$D_۱$ را فاصلهٔ درخشندگی $G_۱$ می‌نامند. اگر به قدر در نوار موج اطراف $\lambda_\circ$ علاقه‌مند باشیم، می‌توانیم از (۵۵.۳) به‌صورت لگاریتمی استفاده کنیم، با قدر ظاهری که به‌صورت زیر تعریف شده باشد

$$m(\lambda_{\circ}) = -۲/۵ \log \mathcal{F}(\lambda_{\circ}) + {\rm const.}$$

که مقدار ثابت به صافی مورد استفاده بستگی دارد. معمولاً صافی را با اضافه کردن یک زیرنویس به m مشخص می‌کنند. بنابراین، $m_{\rm pg}$ نشانگر قدر عکاسی، $m_{\rm v}$ مربوط به قدر بصری، $m_{\rm b}$ نشانهٔ قدر آبی، و غیره است.

به هر حال، توجه کنید که به‌واسطهٔ انتقال به سرخ منجم باید از یک تصحیح برای به‌حساب آوردن اثر جملهٔ $I(\lambda_\circ / ۱ + z)$ استفاده کند. بنابراین، منجمی که از صافی قرمز استفاده می‌کند می‌تواند در واقع فوتونهایی را دریافت کند که اگر $z \approx ۱$ باشد، از بخش آبی طیف $G_۱$ سرچشمه گرفته‌اند. این تصحیح، که در بسیاری از رصدهای کیهان‌شناختی مهم است را تصحیح K می‌نامند.

مثال

فرض کنید طیف رده‌ای از چشمه‌ها در بخش اپتیکی به‌صورت $J(\nu)\Delta\nu = K\nu^۲\Delta\nu$ باشد. فرض کنید چشمهٔ P در همسایگی موضعی ما و چشمهٔ Q دارای انتقال به سرخ $z = ۱$ باشد. وقتی قدرهای ظاهری دو چشمه را مثلاً در نوار طول موج ۷۰۰ nm مقایسه می‌کنیم. Qدارای روشنایی اضافی خواهد شد زیرا طول موج آن از ۳۵۰ nm انتقال به سرخ یافته است که در آن

ضریب طیفی $\nu^۲\Delta\nu$ در $۸ = ^۳(z + ۱)$ ضرب خواهد شد. اگر این اثر طیفی را در نظر نگیریم و از فرمول (۵۷.۳) استفاده کنیم، در برآورد درخشندگی چشمه دچار خطا خواهیم شد.

۸.۳ قانون هابل

قانون هابل برای کهکشانهای با انتقال به سرخ کم به‌دست آمد. بزرگترین انتقال به سرخ در مقالهٔ ۱۹۲۹ هابل برابر $z \cong ۰٫۰۰۳$ بود. برای این انتقال به سرخهای کوچک می‌توان از بسط تیلور برای به‌دست آوردن رابطه‌ای خطی میان $D_۱$ و z استفاده کرد، که این رابطه را هابل از رصدهای اولیهٔ خود به‌دست آورد. محاسبه کاملاً شبیه چیزی است که در کیهان‌شناسی نیوتونی به‌کار بردیم:

$$D_۱ = r_۱ S(t_۰)\cdot \tag{۶۰.۳}$$

از بسط تیلور (۴۹.۳) نیز به‌دست می‌آوریم

$$\int_۰^{r_۱} \frac{\mathrm{d}r}{\sqrt{۱ - kr^۲}} \approx r_۱, \tag{۶۱.۳}$$

$$\int_{t_۱}^{t_۰} \frac{c\mathrm{d}t}{S(t)} \approx \frac{c(t_۰ - t_۱)}{S(t_۰)}, \tag{۶۲.۳}$$

$$S(t_۱) \approx S(t_۰) - (t_۰ - t_۱)\left(\frac{\dot{S}}{S}\right)_{t_۰} S(t_۰), \tag{۶۳.۳}$$

$$S(t_۱) = \frac{S(t_۰)}{۱ + z} \approx S(t_۰)(۱ - z)\cdot \tag{۶۴.۳}$$

از این رابطه‌ها و از (۶۰.۳) به‌دست می‌آوریم

$$D_۱ \approx r_۱ S(t_۰) \approx c(t_۰ - t_۱)$$

$$\approx \left[\left(\frac{\dot{S}}{S}\right)_{t_۰}\right]^{-۱} cz, \tag{۶۵.۳}$$

که می‌توان آن را به‌صورت زیر بیان کرد

$$cz = H_۰ D_۱, \tag{۶۶.۳}$$

که $H_\circ$، ثابت هابل، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$H_\circ = \left(\frac{\dot{S}}{S}\right)_{t=t_\circ} \cdot \qquad (۶۷.۳)$$

از نظر انتقال دوپلر، cz را می‌توان سرعت عقب‌نشینی در z کوچک در نظر گرفت. رابطهٔ (۶۶.۳) به این شکل را گاهی رابطهٔ سرعت‌ـفاصله می‌نامند. وقتی ثابت هابل به‌عنوان بخشی از رابطهٔ سرعت‌ـفاصله بیان شود، دارای یکای سرعت به‌ازای واحد فاصله و متداولترین یکای مورد استفادهٔ آن کیلومتر در ثانیه به ازای هر مگاپارسک است. در بسیاری از محاسبه‌های رصدی و کیهان‌شناسی فیزیکی از مقدار زیر استفاده می‌کنیم

$$H_\circ = h_\circ \times ۱۰۰\,\mathrm{km\,s^{-۱}Mpc^{-۱}}. \qquad (۶۸.۳)$$

اگرچه هابل در ابتدا $h_\circ \sim ۵/۳$ را به‌دست آورد، برآورد فعلی آن خیلی کمتر از این مقدار است. مقدار $h_\circ$ هنوز نامعلوم است و، تا این اواخر، تصور می‌شد که در گسترهٔ $۱ \leqslant h_\circ \leqslant ۰/۵$ قرار داشته باشد. رصدهای انجام‌شده توسط تلسکوپ فضایی هابل (HST) و بعضی از تلسکوپهای روی زمین این گستره را به حدود [۰/۷۵ـ۰/۵۵] کاهش داده‌اند. در فصل ۱۰ خواهیم دید که چگونه روشهای جدید به نتیجهٔ بالا می‌رسند.

راه دیگر بیان $H_\circ$ برحسب یکاهای عکس زمان است؛ یعنی، با بیان

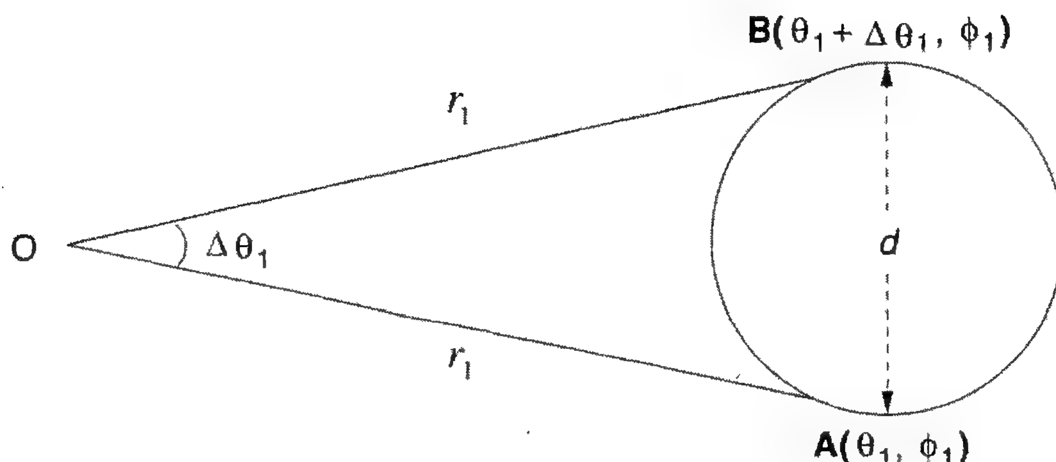
$$\tau_\circ = H_\circ^{-۱} \qquad (۶۹.۳)$$

برحسب یکای زمان است. یکای مناسب $\tau_\circ$ گیگاسال (Gyr) است. برآورد فعلی $\tau_\circ$ در گسترهٔ تقریبی ۹ تا ۱۸ گیگاسال قرار دارد.

۹.۳ اندازهٔ زاویه‌ای

شکل ۱۱.۳ یک اثر تا اندازه‌ای غیرعادی از هندسهٔ نااقلیدسی فضازمان رابرتسون‌ـواکر را نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم کهکشان $\mathrm{G_۱}$ ما، مطابق شکل ۱۱.۳، دارای پهنهٔ d است. این طول d چه زاویه‌ای را در محل ما به‌وجود می‌آورد؟

برای پاسخ به این پرسش، دو ژئودزیک صفر (نشانگر پرتوهای نور) مجاور هم از دو نقطهٔ A و B را در دو حد $\mathrm{G_۱}$ که به‌طرف منظومهٔ شمسی ما می‌آیند در نظر بگیرید. بدون ازدست‌دادن کلیت



شکل ۱۱.۳ زاویهٔ کهکشان G_1 در محل ناظر O.

می‌توان مختصات زاویه‌ای را چنان برگزید که A دارای مختصات $(\theta_1\phi_1)$، و B دارای مختصات $(\theta_1 + \Delta\theta_1, \phi_1)$ باشد. (اگرچه با در نظرگرفتن مکان خود به‌عنوان $r = 0$ از همگنی استفاده کرده‌ایم، می‌توانیم از همسانگردی نیز برای گزینش هر جهت خاص به‌عنوان محور قطبی $\theta = 0$، $\theta = \pi$ استفاده کنیم.)

با توجه به جزء خط رابرتسون‌ـواکر، ویژه‌فاصلهٔ بین A و B با قرار دادن $t = t_1 = \text{const.}$، $r = r_1 = \text{const.}$، $\phi = \phi_1 = \text{const.}$، و $\mathrm{d}\theta = \Delta\theta_1$ در (۴۵.۳) به‌دست می‌آید. سپس به‌دست می‌آوریم

$$\mathrm{d}s^2 = -r_1^2 S^2(t_1)(\Delta\theta_1)^2 = -d^2$$

زیرا در چارچوب سکون G_1، فاصلهٔ فضاگونهٔ $\mathrm{AB} = d$. بنابراین

$$\Delta\theta_1 = \frac{d}{r_1 S(t_1)} = \frac{d(1+z)}{r_1 S(t_0)} \qquad (۷۰.۳)$$

پاسخ به پرسش موردنظر است.

توجه کنید که با افزایش r_1 کهکشانهای دورتر و دورتر را خواهیم دید، که عصرهای اولیه‌تری از t_1 را نشان می‌دهند. اما، در عالم در حال انبساط $S(t_1)$ در عصرهای اولیه t_1 کوچکتر بوده است، بنابراین معلوم نیست که $rS(t_1)$ با نگریستن به کهکشانهای دورتر به‌تدریج زیادتر شود. این اثر را می‌توان به «خم‌شدن تا کانونی‌شدن گرانشی» نور در عبور از فضازمان خمیده نسبت داد. بدیهی است که باید سرعت کاهش $S(t_1)$ با افزایش r_1 را بدانیم. اگرچه (۴۹.۳) پاسخی تلویحی در اختیارمان می‌گذارد، اما باید $S(t)$ را بدانیم تا بتوانیم این انتگرال‌گیریها را انجام دهیم.

تنها چیزی که فعلاً می‌توان گفت این است که اندازه زاویه‌ای کهکشانها، برخلاف عالم اقلیدسی، الزاماً تابع نزولی یکنواختی از فاصله‌شان نیستند.

۱۰.۳ روشنایی سطحی

یک نتیجه مربوط به انتقال به سرخ تغییر ظاهری روشنایی سطحی با آن است. می توان روشنایی سطحی را میانگین روشنایی ظاهری چشمه به‌ازای واحد مساحت سطح تصویر در نظر گرفت. گرچه باید به طیف چشمه (یا تصحیح K) توجه کنیم، اما بگذارید ببینیم تأثیر آن بر روشنایی تابش‌سنجی چیست.

فرمول (۵۷.۳) روشنایی ظاهری تابش‌سنجی را نشان می‌دهد، در حالی که فرمول (۷۰.۳) قطر ظاهری آن است. از مربوط ساختن روشنایی سطحی به

$$B = \frac{\mathcal{F}_{\text{bol}}}{(\pi/۴)\Delta\theta^۲} \qquad (۷۱.۳)$$

به‌دست می‌آوریم

$$B = \text{const.} \times (۱+z)^{-۴}. \qquad (۷۲.۳)$$

توجه کنید که رابطهٔ B با انتقال به سرخ نسبتاً ساده است و می‌توان آن را نشانهٔ فرض عالم در حال انبساط در نظر گرفت. زیرا برای انتقال به سرخ توجیه‌های دیگری نیز وجود دارد که همهٔ آنها بستگی روشنایی سطحی را مانند فرمول (۷۲.۳) پیش‌بینی نمی‌کنند. بنابراین می‌توان در پی رابطه‌ای رصدی برای B_z برای آزمودن فرض عالم در حال انبساط بود.

۱۱.۳ شمارشهای چشمه

توزیع چشمه‌های درخشان گسسته تا فاصله‌های زیاد شاید دال بر آن باشد که هندسهٔ فضازمان نااقلیدسی است. تعداد کهکشانهای تا فاصلهٔ مختصهٔ $r_۱$(یعنی تا فاصلهٔ کهکشان $G_۱$) چگونه افزایش می‌یابد؟ فرض کنید که در هر عصر t تعداد $n(t)$ کهکشان در واحد حجم دستگاه مختصات همراه (با استفاده از مختصات r، θ و ϕ) وجود داشته باشد. واژهٔ «همراه» نشان می‌دهد که اگرچه هر یک از کهکشانها مختصات (ϕ، θ و r) را حفظ می‌کنند، اما ویژه‌فاصلهٔ بین آنها در هر زمان باید با عامل مقیاس $S(t_۱)$ افزایش یابد. بنابراین، ویژه حجم در هر ناحیه محدود به این کهکشانها باید به‌صورت $S^۳$ افزایش یابد.

وقتی کهکشانها را در مختصات شعاعی بین r و $r+\mathrm{d}t$ رصد می‌کنیم ، آنها را در زمانهای بین t و $t+\mathrm{d}t$ می‌بینیم، که از (۴۹.۳) داریم

$$\int_t^{t_\circ} \frac{c\mathrm{d}t'}{S(t')} = \int_\circ^r \frac{\mathrm{d}r'}{\sqrt{1-kr'^2}}. \quad (۷۳.۳)$$

بنابراین، تعداد کهکشانهایی که در این پوسته می‌بینیم برابر است با

$$\mathrm{d}N = \frac{4\pi r^2 \mathrm{d}r}{\sqrt{1-kr^2}} n(t), \quad (۷۴.۳)$$

که t از طریق (۵۴.۳) به r مربوط می‌شود. بنابراین، تعداد کهکشانهای لازم تا فاصلهٔ $r=r_1$ برابر است با

$$N(r_1) = \int_\circ^{r_1} \frac{4\pi r^2 n(t)\mathrm{d}r}{\sqrt{1-kr^2}}. \quad (۷۵.۳)$$

اگر هیچ کهکشانی بین $r=\circ$ و $r=r_1$ خلق یا نابود نشود، می‌توانیم $n(t)$ را ثابت بگیریم، و انتگرال را به‌طور صریح محاسبه کنیم. بدیهی است که جواب به پارامتر k بستگی دارد. تابع $N(r_1)$ از شکل اقلیدسی (αr_1^3) در عالم بسته $(k=+1)$ تندتر و در این شکل از عالمهای باز با خمیدگی منفی کندتر افزایش می‌یابد. با این همه، به لحاظ فیزیکی معنی زیر به‌دست می‌آید. اگر کره‌ای را بکشیم که سطح آن در ویژه‌فاصلهٔ R از مرکز در فضای $k=\circ$ (اقلیدسی) قرار داشته باشد. حجم آن $4\pi R^3/3$ خواهد بود. با این همه، همین کره در فضای $k=+1$ (بسته) حجمی کمتر از $4\pi R^3/3$، و در فضای $k=-1$ (باز) حجمی بیش از این مقدار خواهد داشت. در فصل ۱۱ این فکر را به شکلی تا اندازه‌ای متفاوت مطرح می‌کنیم تا برای رصدهای کهکشانها، چشمه‌های رادیویی و کوازارها مناسب باشد.

با بررسی برخی از ویژگیهای کلی عالمهای رابرتسون‌ـواکر، اکنون بهتر است به مدلهای خاص، یعنی مدلهایی که فریدمان ابتدا مطرح کرد، بپردازیم و آنها را در فصل ۴ مطالعه کنیم. این مدلها اطلاعاتی را که تاکنون نداشتیم، یعنی مقدار k و تابع $S(t)$ را در اختیارمان می‌گذارد.

تمرینها

۱. تانسور سرعت‌ـفاصلهٔ $H_{\mu\nu}$ در کیهان‌شناسی نیوتونی را مجموع یک تانسور همسانگرد، یک تانسور متقارن با اثر صفر و یک تانسور پادمتقارن در نظر بگیرید. این سه تانسور را به (۱) انبساط، (۲) برش، و (۳) چرخش مربوط سازید.

۲. در مدل کیهان‌شناختی نیوتونی $S(t) \propto t^{۲/۳}$ و $H_{۰}$ مقدار اندازه‌گیری‌شده فعلی ثابت هابل است. نشان دهید، در زمان $۲/(۳H_{۰})$ بیش، تمام چارچوب ناظران بنیادی در یک نقطه متمرکز بوده است.

۳. با جای‌گذاری مستقیم نشان دهید که رابطهٔ (۱۶.۳) از (۱۵.۳) به‌دست می‌آید.

۴. نشان دهید که حجم عالم اینشتین $۲\pi^{۲}S^{۳}$ است. دربارهٔ این گزاره که این عالم «متناهی اما بدون مرز است» اظهارنظر کنید. این حجم مربوط به فضای کروی است یا بیضوی؟

۵. پرتویی از نور در جهت معینی از عالم اینشتین گسیل می‌شود. چقدر طول می‌کشد تا این پرتو مداری را دور عالم بپیماید و به‌جای اول خود بازگردد؟

۶. با بهره‌گیری از مؤلفه‌های متریک و نمادهای کریستوفل این کتاب، رابطه‌های (۲۰.۳) و (۲۱.۳) را اثبات کنید.

۷. با درنظرگرفتن $\rho_{۰} = ۱۰^{-۳۱}\text{g cm}^{-۳}$، شعاع عالم اینشتین و جرم کل آن را در عالم کروی محاسبه کنید.

۸. با چگالی تمرین ۷، جملهٔ λ را محاسبه و کسری از جاذبهٔ خورشید برای زمین را که به‌واسطهٔ دافعهٔ λکم می‌شود برآورد کنید. دربارهٔ اثر این نیرو بر آزمونهای تجربی نسبیت عالم اظهارنظر کنید.

۹. اگر (۲۹.۳) تبدیل مختصات (۲۷.۳) باشد، قانون تبدیل بین (R, T) و (r, t) را به‌دست آورید.

۱۰. دربارهٔ اینکه چرا نمی‌توان عالم دوسیته را به‌رغم جزء خط ظاهراً ایستای (۲۷.۳) ایستا درنظر گرفت، اظهارنظر کنید.

۱۱. عالم دوسیته دارای یک افق رویداد به مفهوم زیر است. اگر ذارت آزمون با r و θ و ϕ ثابت سیگنالهای نوری به مبدأ $r = ۰$ گسیل دارند، در هر زمان t یک مقدار حدی $r_{۰}$ وجود دارد به‌طوری که سیگنالهای گسیل‌شده از تمام ذره‌های با $r \geq r_{۰}$ که در t گسیل شده‌اند هرگز به مقصد نمی‌رسند. $r_{۰}$ را محاسبه کنید.

۱۲. فرض کنید که در اصل موضوع وایل شرط متعامدبودن رویه‌های $t = \text{const.}$ نسبت به ژئودزیک $x^{\mu} = \text{const.}$ را حذف کنیم، به‌طوری که (۳۰.۳) برقرار نباشد. نشان دهید که $g_{۰\mu}$ باید مستقل از t باشد.

۱۳. با محاسبهٔ ۳ـحجم فضا در ناحیهٔ مختصات $r = \text{const.}$ در فضاهای با جزء خط فضایی

$$\mathrm{d}\sigma^{۲} = S^{۲}\left(\frac{\mathrm{d}r^{۲}}{۱ - kr^{۲}} + r^{۲}(\mathrm{d}\theta^{۲} + \sin^{۲}\theta\mathrm{d}\phi^{۲})\right), \qquad k = ۰, ۱, -۱$$

مشابه سه‌بعدی آزمایش برای پوشاندن رویه‌های با خمیدگی صفر، مثبت، و منفی توصیف‌شده در کتاب را به‌دست آورید.

۱۴. با بهره‌گیری از اصول اولیه، تبدیل مختصات $r = f(\overline{r})$ را که جزء خط رابرتسون-واکر را از شکل (۴۵.۳) به‌صورت (۴۷.۳) در می‌آورد به‌دست آورید.

۱۵. پارامتر آفین را برای ژئودزیک صفر شعاعی از کهکشان G_1 به مبدأ $r = 0$ در فضازمان رابرتسون-واکر تعیین کنید.

۱۶. ذره‌ای به جرم m در $t = t_0$ با تکانهٔ خطی P_0 از یک کهکشان شلیک می‌شود. نشان دهید که تکانهٔ ذره هنگام رسیدن به کهکشان دیگر در زمان بعدی t (چنانکه در چارچوب سکون کهکشان اندازه‌گیری می‌شود) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$P = P_0 \frac{S(t_0)}{S(t)}.$$

این نتیجه را با انتقال به سرخ کیهان‌شناختی برای فوتونها مقایسه کنید.

۱۷. کهکشانی به‌جای دنبال کردن یک ژئودزیک وایل نوعی، دارای سرعت کاتوره‌ای کوچکی نسبت به آن است. با بهره‌گیری از شکل غیرنسبیتی تمرین ۱۶، تعیین کنید که چگونه این سرعت برحسب زمان کم می‌شود.

۱۸. کهکشان G_1 را در (r_1, θ, ϕ) به‌عنوان ناظر بنیادی در نظر بگیرید و فرض کنید u_1^k را بردار سرعت آن در چارچوب رابرتسون-واکر باشد. فرض کنید که انتشار موازی این بردار (نگاه کنید به فصل ۲) در امتداد پرتو صفر کهکشان را در عصر t_0 رصد به مبدأ متصل سازد. فرض کنید که این بردار v_1^k در O باشد. این نشانگر یک سرعت شعاعی نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی در O است. با بهره‌گیری از اثر دوپلر انتقال به سرخ را برای این حرکت به‌دست آورید و نشان دهید که این چیزی بجز z در فرمول (۵۱.۳) نیست. می‌توانید این تمرین را برای جزء خط شوارتس‌شیلد فصل ۲ انجام و نشان دهید که انتقال به سرخ گرانشی را می‌توان اثر دوپلر برای انتقال موازی بردار سرعت چشمه در امتداد ژئودزیک صفر به‌طرف ناظر در نظر گرفت.

۱۹. در عالمی با $S(t) \propto t^{2/3}$ و $k = 0$، مشاهده می‌کنیم که کهکشانی دارای انتقال به سرخ $z = 1/25$ است. چقدر طول می‌کشد تا نور از این کهکشان به ما برسد؟ پاسخ خود را برحسب یکاهای τ_0 بیان کنید.

۲۰. اگر طیف چشمهٔ گسیلنده درگسترهٔ رصدها به‌صورت $J(\nu) \propto \nu^{-\alpha}$، و $\alpha = \text{const.}$ باشد، شکلهای (۵۵.۳) و (۵۶.۳) چگونه به‌نظر می‌رسند؟

۲۱. نشان دهید که برای $S \propto \exp(H_\circ t)$ و $k = \circ$، $H_\circ = \text{const.}$، رابطهٔ (۵۷.۳) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi(c/H_\circ)^2 z^2(1+z)^2}.$$

۲۲. رابطهٔ قدر انتقال به سرخ را برای قدرهای تابش‌سنجی در عالم تمرین ۲۱ به‌دست آورید.

۲۳. فرمول (۵۷.۳) را برای عالم با $S \propto t^{2/3}$ و $k = \circ$ به‌دست آورید و آن را با نتیجهٔ تمرین ۲۱ مقایسه کنید. کهکشان موجود در عالم تمرین ۲۱ چقدر پرنورتر است؟

۲۴. اگر ثابت هابل به‌صورت $h_\circ$ برحسب یکاهای $100\,\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ داده شود، نشان دهید که $\tau_\circ \simeq 9{,}8 h_\circ^{-1}$ بیلیون سال است.

۲۵. نشان دهید اگر $k = \circ$، $S \propto t^{2/3}$، اندازه‌های زاویه‌ای ظاهری اجسام دوردست با اندازهٔ خطی یکسان کمینه‌ای در $z = 1{,}25$ خواهند داشت.

۲۶. تمرین ۲۵ را برای عالم با $k = \circ$، $S \propto \exp(H_\circ t)$ تکرار کنید. مقدار کمینهٔ اندازهٔ زاویه‌ای ظاهری در چه انتقال به سرخی قرار دارد؟

۲۷. اگر در (۷۵.۳) $k = 1$ و $n(t)$ ثابت و برابر $n_\circ$ باشد، نشان دهید که تعداد کهکشانها در کل عالم از رابطهٔ $2\pi^2(c/H_\circ)^3 n_\circ$ به‌دست می‌آید. مشخص کنید که این جواب مربوط به فضای کروی است یا بیضوی.

۲۸. برروی کرهٔ واحد دایرهٔ به فاصلهٔ r از نقطهٔ O را مشخص کنید، که r در امتداد کمانهای دایرهٔ عظیمه از O اندازه گرفته می‌شود. نشان دهید که مساحت این دایره $4\pi \sin^2 r/2$ است، که از πr^2 یعنی دایرهٔ اقلیدسی کمتر می‌شود. مشابه سه‌بعدی این نتیجه را برای عالمهای $k = +1$ و $k = -1$ به‌دست آورید.

۲۹. با قرار دادن $k = -1$، $n(t) = n_\circ \text{const.}$ در (۷۵.۳) نشان دهید که برای $S(t) = ct$، تعداد کهکشانهای با انتقال به سرخ کمتر از z برابر است با

$$N(z) = \pi \left(\frac{c}{H_\circ}\right)^3 n_\circ \left[\frac{(z^2+2z)(z^2+2z+2)}{2(1+z)^2} - 2\ln(1+z)\right].$$

۴

مدلهای فریدمان

۱.۴ مقدمه

آنچه در فصل ۳ بررسی کردیم، دو بخش از اطلاعات مهم دربارهٔ عالم را مشخص نمی‌کند: (۱) آهنگ انبساط آن برحسب $S(t)$، و (۲) اینکه بخشهای فضایی $t = \text{const.}$ که با پارامتر k مشخص می‌شوند باز هستند یا بسته. برای یافتن پاسخ این پرسشها باید از اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی فراتر رفت. پس به نظریه‌ای دینامیکی نیاز داریم تا نشان دهد که چگونه عامل مقیاس را از نسبت ماده به تابش موجود در عالم مشخص کنیم. اگرچه قبلاً چارچوبی نسبیتی را به‌وجود آورده‌ایم تا در آن این ایده‌ها را بیان کنیم، اما بهتر است ابتدا از دیدگاه نیوتونی به مسئله نگاه کنیم. درک مسئله نیوتونی به لحاظ شهودی آسان است، و چنانکه بعداً خواهیم دید نتیجه‌هایی به‌دست می‌دهد که به آنچه از مدلهای نسبیتی بسیار دقیقتر و منطقیتر به‌دست می‌آید شباهت بسیار دارد.

۱.۱.۴ کیهان‌شناسی نیوتونی

در تداوم بخش دوم فصل ۳، چارچوب نیوتونی را برای مطرح ساختن اثرهای دینامیکی بسط می‌دهیم. فرض می‌کنیم که مادهٔ موجود در عالم به شکل «گردوغبار» باشد. منظورمان از گردوغبار

شارهٔ بی‌فشار و نوعی آرمان‌گرایی است که آن را در مدلهای نسبیتی بررسی می‌کنیم. بنابراین نمونه‌ای از جزء شاره داریم که دارای چگالی ρ ماده و سرعت کپه‌ای $\mathbf{v}$ است که از قانون هابل به‌دست می‌آید

$$\mathbf{v} = H(t)\mathbf{r}, \qquad H(t) = \dot{S}/S. \tag{۱.۴}$$

سپس از معادلهٔ پیوستگی مکانیک شاره‌ها به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \tag{۲.۴}$$

یعنی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \, \mathrm{div} \, \mathbf{v} = 0. \tag{۳.۴}$$

اما، از (۱.۴) داریم $\mathrm{div}\,\mathbf{v} = 3H(t)$، که به رابطهٔ زیر می‌انجامد

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + 3\frac{\dot{S}}{S}\rho = 0$$

یعنی،

$$\rho S^3 = \mathrm{const.} = \rho_0 S_0^3. \tag{۴.۴}$$

این رقیق‌شدن چگالی در طی انبساط بی‌درروست.

سپس معادلهٔ ناویه‌ـاستوکس[1] برای دینامیک شاره‌ها را در نظر می‌گیریم

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}\right) = -\nabla p + \rho \mathbf{F}, \tag{۵.۴}$$

که p فشار و $\mathbf{F}$ نیروی خارجی به‌ازای واحد جرم موجود در جزء شاره است. در این مورد، نیرو گرانشی است و در رابطهٔ زیر صدق می‌کند

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = -4\pi G\rho. \tag{۶.۴}$$

با قراردادن (۱.۴) در (۵.۴) با $p = 0$، به‌دست می‌آوریم

$$\dot{H}\mathbf{r} + H^2\mathbf{r} = \mathbf{F}. \tag{۷.۴}$$

1. Navier-Stokes

با گرفتن دیورژانس از این رابطه و استفاده از $\nabla \cdot \mathbf{r} = ۳$، به‌دست می‌آوریم

$$\dot{H} + H^{۲} = -\frac{۴\pi G\rho}{۳}. \qquad (۸.۴)$$

با $H = \dot{S}/S$ و ρ از رابطهٔ (۴.۴) سرانجام معادلهٔ دیفرانسیل زیر را برای $S(t)$ به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\ddot{S}}{S} = -\frac{۴\pi G\rho_{\circ} S_{\circ}^{۳}}{۳}\frac{۱}{S^{۳}},$$

یعنی

$$\ddot{S} = -\frac{۴\pi G\rho_{\circ} S_{\circ}^{۳}}{۳S^{۲}} \qquad (۹.۴)$$

این معادله را پس از ضرب کردن در $۲\dot{S}$ می‌توان به سادگی انتگرال‌گیری کرد و رابطهٔ زیر را به دست آورد:

$$\dot{S}^{۲} = \frac{۸\pi G\rho_{\circ} S_{\circ}^{۳}}{۳}\frac{۱}{S} - kc^{۲}. \qquad (۱۰.۴)$$

این خانواده‌ای از معادله‌های دیفرانسیل یک پارامتری را می‌دهد، که در آن پارامتر k عددی مثبت، صفر، یا منفی است. می‌توان آن را با انرژی انبساط اولیه مرتبط ساخت: فرض می‌شود که عالم در حجم کوچک S منفجر شده است. اگر $k < ۰$ باشد، درمی‌یابیم که در $S \to \infty$ دارای انرژی جنبشی متناهی است. برای $k > ۰$ عالم در S متناهی متوقف می‌شود و شروع به رمبش به طرف $S \to ۰$ خواهد کرد. حالت $k = ۰$ نشانگر حالت حدی است که در آن عالم در $S \to \infty$ به حالت سکون در خواهد آمد.

اگرچه مجموعه‌ای از مدلهای کارامد برای عالم را بدین‌گونه به‌دست آورده‌ایم، اما هنوز احساس راحتی نمی‌کنیم. مثلاً، به‌نظر می‌رسد که معادلهٔ (۶.۴) نیرویی به‌ازای واحد حجم را نشان می‌دهد که به طرف مرکز دستگاه مختصات برگزیدهٔ ماست. چرا باید چنین جهت برتری وجود داشته باشد، در حالی که فرض کردیم عالم همگن و همسانگرد است؟ بررسی دقیقتر نشان می‌دهد که این نتیجه از این رو به‌دست می‌آید که با دستگاهی بسیار گسترده سروکار داریم که در آن حد به‌طرف بینهایت با توجه به مبدأ مختصات در مرکز در نظر گرفته شده است. در شکل نسبیتی این مدلها این مشکل تفسیری به‌وجود نمی‌آید.

گرچه می‌توانیم بحث دربارهٔ ویژگیهای فیزیکی این مدلها در چارچوب نیوتونی را دنبال کنیم، اما این کار را انجام نمی‌دهیم. بلکه، به کیهان‌شناسی نسبیتی برمی‌گردیم و می‌بینیم که این مدلها چه

شباهت نزدیکی با مدلهای نیوتونی دارند. سپس معادله‌های (۴.۴) و (۱۰.۴) را با نظیر نسبیتی آنها مقایسه خواهیم کرد.

۲.۴ معادله‌های میدان اینشتین در کیهان‌شناسی

همان‌طور که در فصل ۱ دیدیم، نسبیت عالم اینشتین در وهلهٔ اول مناسبترین نظریه برای بحث دربارهٔ کیهان‌شناسی است. در فصلهای ۸ و ۹، رهیافتهای متفاوتی را به کیهان‌شناسی در نظر می‌گیریم. اما، فعلاً تکیهٔ ما بر نظریهٔ نسبیت استاندارد است.

وقتی تصمیم به استفاده از نسبیت گرفتیم، رهیافت ما کاملاً جاافتاده است. اگرچه نظریه مجموعهٔ رعب‌انگیزی از معادله‌های میدان دارد (ده معادلهٔ دیفرانسیل جزئی برحسب چهار متغیر مستقل)، اما این معادله‌ها در شرایط کیهان‌شناختی، به‌واسطهٔ تقارنهای مطرح‌شده در فصل ۳، یعنی اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی، ساده می‌شوند، بنابراین، جزء خطی که کار را باید با آن شروع کنیم بسیار ساده می‌شود

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\mathrm{d}t^2 - S^2(t)\left(\frac{\mathrm{d}r^2}{1-kr^2} + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi^2)\right)\cdot \qquad (۱۱.۴)$$

با استفاده از آن تانسور اینشتین را محاسبه و سپس معادله‌های میدان نسبیت عام را فرمولبندی می‌کنیم. برای حل آنها به تانسور انرژی موجود در عالم نیاز داریم.

در نتیجه، قرار می‌دهیم

$$x^0 = ct, \quad x^1 = r, \quad x^2 = \theta, \quad x^3 = \phi \qquad (۱۲.۴)$$

به‌طوری که مؤلفه‌های غیرصفر g_{ik} و g^{ik} عبارت‌اند از

$$g_{00} = 1, \quad g_{11} = -\frac{S^2}{1-kr^2}, \quad g_{22} = -S^2r^2, \quad g_{33} = -S^2r^2\sin^2\theta,$$

$$g^{00} = 1, \quad g^{11} = -\frac{1-kr^2}{S^2}, \quad g^{22} = -\frac{1}{S^2r^2}, \quad g^{33} = -\frac{1}{S^2r^2\sin^2\theta},$$

$$\sqrt{-g} = \frac{S^3r^2\sin\theta}{\sqrt{1-kr^2}}. \qquad (۱۳.۴)$$

پس مؤلفه‌های غیرصفر Γ^i_{kl} به قرار زیرند

$$\Gamma^1_{01} = \Gamma^2_{02} = \Gamma^3_{03} = \frac{1}{c}\frac{\dot{S}}{S},$$

$$\Gamma^0_{11} = \frac{S\dot{S}}{c(1-kr^2)}, \qquad \Gamma^0_{22} = \frac{S\dot{S}r^2}{c}, \qquad \Gamma^0_{33} = \frac{S\dot{S}r^2\sin^2\theta}{c},$$

$$\Gamma^1_{11} = \frac{kr}{1-kr^2}, \qquad \Gamma^2_{12} = \Gamma^3_{13} = \frac{1}{r},$$

$$\Gamma^1_{22} = -r(1-kr^2), \qquad \Gamma^1_{33} = -r(1-kr^2)\sin^2\theta,$$

$$\Gamma^2_{33} = -\sin\theta\cos\theta, \qquad \Gamma^3_{23} = \cot\theta.$$

اکنون از عبارت تانسور ریچی (نگاه کنید به فصل ۲) استفاده می‌کنیم که می‌توان آن را به‌صورت زیر نوشت:

$$R_{ik} = \frac{\partial^2 \ln\sqrt{-g}}{\partial x^i \partial x^k} - \frac{\partial \Gamma^l_{ik}}{\partial x^l} + \Gamma^m_{in}\Gamma^n_{km} - \Gamma^l_{ik}\frac{\partial \ln\sqrt{-g}}{\partial x^l}. \tag{۱۴.۴}$$

سپس با محاسبات سرراست و خسته‌کننده می‌توان مؤلفه‌های غیرصفر R^i_k را به‌دست آورد

$$R^0_0 = \frac{3}{c^2}\frac{\ddot{S}}{S}, \tag{۱۵.۴}$$

$$R^1_1 = R^2_2 = R^3_3 = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{2\dot{S}^2 + 2kc^2}{S^2}\right). \tag{۱۶.۴}$$

از این رابطه‌ها به‌دست می‌آوریم

$$R = \frac{6}{c^2}\left(\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2}\right), \tag{۱۷.۴}$$

و در نتیجه

$$G^1_1 \equiv R^1_1 - \frac{1}{2}R = -\frac{1}{c^2}\left(2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2}\right) = G^2_2 = G^3_3, \tag{۱۸.۴}$$

$$G^0_0 \equiv R^0_0 - \frac{1}{2}R = -\frac{3}{c^2}\left(\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2}\right). \tag{۱۹.۴}$$

ما به جزئیات محاسبه پرداختیم تا نشان دهیم چگونه می‌توان از روشهای نسبیت عام که در فصل ۲ توسعه یافتند برای مسئله‌های کیهان‌شناسی استفاده کرد. خواننده می‌تواند ببیند که چگونه با قرار دادن $S = \text{const.} = S_0$ و $k = +1$ می‌توان فرمولهای (۲۰.۳) و (۲۱.۳) را برای عالم اینشتین در فصل ۳ به‌دست آورد. به عنوان اظهار نظری کلی متذکر می‌شویم که به‌واسطهٔ همگنی فضایی، مؤلفه‌های تانسوری بالا (معادله‌های (۱۵.۴) تا (۱۹.۴)) حاوی هیچ مختصهٔ فضایی نیستند. علاوه بر آن، به‌واسطهٔ همسانگردی، سه‌مؤلفهٔ فضا‌ـفضای تانسور اینشتین برابر می‌شوند. اکنون با به یادآوردن معادله‌های اینشتین، از معادله‌های (۱۸.۴) و (۱۹.۴)، تنها معادله‌های غیرصفر مجموعه را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{8\pi G}{c^2}T_1^1 = \frac{8\pi G}{c^2}T_2^2 = \frac{8\pi G}{c^2}T_3^3, \qquad (۲۰.۴)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}T_0^0. \qquad (۲۱.۴)$$

سپس تانسور انرژی را در نظر می‌گیریم.

۳.۴ تانسورهای انرژی عالم

پیش از پرداختن به شکلهای ویژهٔ T_k^i، بهتر است به دو مشخصه‌ای که هر تانسور انرژی در چارچوب کنونی کیهان‌شناسی باید داشته باشد توجه کنیم. اولین ویژگی از (۲۰.۴) نمایان است

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -p. \qquad (۲۲.۴)$$

این واقعیت که این سه مؤلفه T_k^i برابرند تعجب‌آور نیست چون قبلاً با شرط همسانگردی را به عالم اعمال کرده‌ایم. با توجه به بحث فصل ۲، کمیت p همان فشار است. همین‌طور چگالی انرژی را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$T_0^0 = \varepsilon. \qquad (۲۳.۴)$$

ویژگی دوم چندان بدیهی نیست، اما می‌توان آن را از معادله‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) به‌دست آورد. این ویژگی فشار را به چگالی انرژی مرتبط می‌سازد. متوجه می‌شویم که اگر از (۲۱.۴) نسبت به t مشتق بگیریم، می‌توانیم جواب حاصل را به صورت ترکیب خطی از (۲۰.۴) و (۲۱.۴)

بنویسیم. نتیجه با اتحاد زیر هم‌ارز است:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[S(\dot{S}^{۲}+kc^{۲})]\equiv\dot{S}[۲S\ddot{S}+\dot{S}^{۲}+kc^{۲}];$$

یعنی،

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S}(\varepsilon S^{۳})+۳pS^{۲}=۰. \qquad (۲۴.۴)$$

به هر حال، لازم نیست که برای رسیدن به (۲۴.۴) معادله‌های میدان (۲۰.۴) و (۲۱.۴) را به‌صورت کامل بنویسیم. نتیجهٔ بالا پیامد مستقیم قانون پایستگی نهفته در معادله‌های اینشتین است:

$$T^{i}_{k;i}=۰. \qquad (۲۵.۴)$$

توجه کنید که (۲۵.۴) از اتحادهای بیانکی نیز به‌همین ترتیب به‌دست می‌آید. اکنون به شکلهای ویژهٔ تانسور انرژی می‌پردازیم.

۱.۳.۴ حرکتهای کاتوره‌ای در عالم درحال انبساط

رصدهای کنونی نشان می‌دهند که کهکشانها اجزای اصلی تشکیل‌دهندهٔ عالم هستند. اگر کهکشانها دقیقاً تابع اصل موضوع وایل بودند، بردار سرعت مشخصهٔ کهکشان به‌صورت زیر می‌بود

$$u^{i}=(۱,۰,۰,۰). \qquad (۲۶.۴)$$

در تقریب شاره هموار ما، میدان سرعت (۲۶.۴) نشانگر یک حرکت منظم بدون فشار است. بنابراین، در این مورد سیستم کهکشانهای ما مانند گردوغبار رفتار می‌کند، با

$$p=۰,\qquad \varepsilon=\rho c^{۲}, \qquad (۲۷.۴)$$

که ρ چگالی جرم سکون کهکشانهاست.

با توجه به جزئیات مورد بحث در فصل ۱، در اینجا تقریبی را به‌کار می‌بریم، با در نظرگرفتن نمونه‌ای از کهکشان که مسیر ناظر بنیادی را دنبال می‌کند و این فرض که چگالی ρ نشانگر چگالی «هموار شدهٔ» مادهٔ به‌صورت کهکشانهاست. این تقریب شارهٔ هموار در صورتی معتبر است که حجم نوعی مورد نظر حاوی تعداد زیادی کهکشان باشد. اگر قبول کنیم که همگنی در مقیاس مثلاً $\sim$ ۲۰۰Mpc به‌کار می‌رود، تعداد کهکشانهای موجود در این حجم باید متجاوز از یک میلیون

باشد. برای مقایسه، آنچه شعاع هابل عالم نامیده می‌شود، یعنی مقیاس طول مربوط به انبساط عالم $\sim ۳۰۰۰ h_۰^{-۱}$ است. بنابراین فرض همگن‌بودن توزیع ماده منطقی است، اما فقط تقریباً چنین است. این همان فرضی بود که با در نظرگرفتن مدل توزیع یکنواخت گردوغبار در کیهان‌شناسی نیوتونی نیز انجام دادیم.

در عمل، کهکشانها دقیقاً تابع اصل موضوع وایل نیستند، و بردارهای سرعت آنها از (۲۶.۴) منحرف می‌شود. این انحرافهای سرعت را می‌توان برای خوشه‌های کهکشانی اندازه گرفت و در حدود $\leqslant ۱۰۰۰ \mathrm{km\ s^{-۱}}$ هستند. اگر یک نمونه انحراف سرعت را $v \approx ۱۰۰۰ \mathrm{km\ s^{-۱}}$ در نظر بگیریم، با توجه به بحث فصل ۲، برای p در رابطهٔ (۲۷.۴) مقدار غیرصفری در حدود زیر خواهیم داشت

$$p \approx \frac{v^۲}{c^۲}\varepsilon \sim ۱۰^{-۵}\varepsilon. \qquad (۲۸.۴)$$

بنابراین، نادیده گرفتن جملهٔ p در عصر حاضر در مقایسه با جملهٔ ε برای وضعیت ایده‌آل (۲۷.۴)، موجه است.

اما عصرهای آینده و گذشته چه می‌شوند؟ برای ارزیابی اهمیت جملهٔ فشار باید ببینیم که چگونه حرکتهای کاتوره‌ای کهکشانها در عالم منبسط‌شونده تغییر می‌کند. ۴ـسرعت یک کهکشان را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$u^i \equiv [۱, u^\mu], \qquad |u^\mu| \ll ۱.$$

علامت $\ll$ نشان می‌دهد که باید توانهای دوم u^μ را در مقایسه با ۱ نادیده گرفت. بنابراین، شرط $u_i u^i = ۱$ برقرار است، و ضمناً این فرض تلویحی را نیز داریم که حرکتهای کاتوره‌ای کوچک‌اند. بنابراین، در نبود نیروهای خارجی، سرعت u^i در معادله ژئودزیک زیر صدق می‌کند

$$\frac{\mathrm{d}u^i}{\mathrm{d}s} + \Gamma^i_{kl} u^k u^l = ۰.$$

با قرار دادن Γ^i_{kl} به‌جای جزء خط رابرتسون‌ـواکر به نتیجهٔ زیر می‌رسیم

$$u^\mu S^۲ = \mathrm{const.}$$

به هر حال، u^μ سرعت در مختصات همراه (r, θ, ϕ) است. به‌هرحال این حرکتها، حرکتهای فیزیکی نیستند، چون به مختصات همراه مربوط می‌شوند. از ضرب فاصله‌های مختصات در

عامل مقیاس S می‌توان ویژه‌فاصله‌ها را به‌دست آورد. ویژه‌سرعتهای کاتوره‌ای v برحسب S به‌صورت $S^{-۱}$ تغییر می‌کنند

$$v = S(t)(u_\mu u^\mu)^{۱/۲} \propto S^{-۱}. \qquad (۲۹.۴)$$

(به تمرینهای ۱۶ و ۱۷ در انتهای فصل ۳ نیز رجوع کنید، که در آنها این نتیجه به‌صورت تقریب غیرنسبیتی برای چگونگی کاهش تکانه در عالم در حال انبساط نشان داده شده است.)

بنابراین، مادامی که S در فراتر از عصر حاضر افزایش یابد، تقریب $p \ll \varepsilon$ معتبر خواهد ماند. اما، اگر به گذشته برگردیم، حرکتهای کهکشان بیشتر و بیشتر متلاطم می‌شود، چون v در گذشته بزرگتر بوده است. بنابراین، اگر از $S \approx ۱۰^{-۲} S_۰$ استفاده کنیم ($S_۰$ مقدار S در عصر حاضر است)، از (۲۹.۴) به‌دست می‌آوریم $p \sim ۱۰^{-۱}\varepsilon$. بدیهی است که در این صورت دیگر نمی‌توان در این عصر و دوران قبل از آن جملهٔ p را نادیده گرفت.

در این عصرها باید تصویر ساده‌شدهٔ کیهان‌شناسی را کنار بگذاریم و بپرسیم که آیا کهکشانها در آن عصر به‌صورت واحدهای جداگانه وجود داشته‌اند. بدیهی است که کهکشانها در مرحله‌ای در گذشته شکل گرفته‌اند و در یک نظریهٔ مناسب کیهان‌شناسی باید بگوییم که آنها در چه هنگام و چگونه تشکیل شده‌اند. به این پرسش در فصل ۷ رجوع خواهیم کرد. فعلاً فقط می‌گوییم که چارچوب کنونی کیهان‌شناختی کهکشانهایی که از هم دور می‌شوند، همین‌طور تقریب گردوغبار (۲۷.۴) در چنین عصرهایی فرو می‌ریزد.

به هر حال، با برونیابی $v \propto S^{-۱}$ تا مقادیر بسیار کم S مقدار v با c قابل مقایسه می‌شود و تقریب غیرنسبیتی ما که به $v \propto S^{-۱}$ انجامیده بود بی‌اعتبار می‌شود. فرمول صحیح (نگاه کنید به تمرین ۱۶.۳) نشان می‌دهد که P به‌صورت $S^{-۱}$ تغییر می‌کند. در این حوزه باید از فرمول (۸۷.۲) استفاده کنیم، و قرار می‌دهیم

$$p = \frac{۱}{۳}\varepsilon. \qquad (۳۰.۴)$$

بنابراین، به نمونه حجم این عصرهای اولیه به‌صورت ذرات مادی می‌نگریم که به‌طور نسبیتی و به‌صورت کاتوره‌ای در حرکت‌اند، اما هر حجم کروی از این نوع دارای مرکز جرمی در حال سکون در چارچوب رابرتسون-واکر است. در این مورد اصل موضوع برای یک ذرهٔ نوعی صادق نیست، اما هنوز می‌توان آن را برای مرکز جرم نمونه‌ای از حجم کروی به‌کار برد.

۲.۳.۴ سیطرهٔ ماده در برابر تابش

بنابراین، اگر S از مقادیر بسیار کوچک به صعود ادامه دهد، رابطهٔ (۳۰.۴) برای عصرهای اولیه برقرار است، درست همان‌طور که (۲۷.۴) در حال حاضر و برای دوره‌های اخیر صادق است. گذار بین این دو عصر از مرحله‌ای به‌هم‌ریخته است که در آن نه (۲۷.۴) اعتبار دارد و نه (۳۰.۴).

اگر (۲۷.۴) صادق باشد، از (۲۴.۴) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S}(\rho S^{3}) = 0, \qquad (۳۱.۴)$$

که با انتگرال‌گیری می‌دهد

$$\rho = \rho_0 \frac{S_0^{3}}{S^{3}}, \qquad (۳۲.۴)$$

ρ_0 و S_0 مقادیر ρ و S در عصر حاضر هستند. همین‌طور، با قرار دادن (۳۰.۴) در (۲۴.۴) خواهیم داشت

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S}(\varepsilon S^{4}) = 0, \qquad (۳۳.۴)$$

که می‌دهد

$$\varepsilon \propto S^{-4}. \qquad (۳۴.۴)$$

بنابراین، دارای تصویر زیر هستیم. برای توزیعی از ماده (۳۴.۴) هنگامی برقرار است که S در مقایسه با S_0 بسیار کوچک باشد، و (۳۲.۴) در عصرهای جدیدتر اعتبار دارد. به هر حال، اگر علاوه بر ماده، تابش الکترومغناطیسی هم داشته باشیم، این تابش موجود در عالم نیز در T^i_k سهیم می‌شود. برای S کوچک، (۳۰.۴) هم برای ماده (که به‌صورت نانسبیتی حرکت می‌کند) و هم تابش به یک اندازه صادق است. اما، با افزایش S باید در سهم ماده و تابش در T^i_k دقت بیشتری بکنیم و بین آنها فرق بگذاریم. زیرا، چنانکه خواهیم‌دید، گرچه ماده و تابش در S کوچک برهم‌کنش تنگاتنگ داشتند، در عصرهای بعد کاملاً از هم جدا می‌شدند. در فصل ۵ به جزئیات این موضوع خواهیم پرداخت.

فعلاً، اجازه دهید فرض کنیم که در فراتر از عصری که با $S = S_{\text{dec}}$ مشخص می‌شود، تابش و ماده از یکدیگر جدا می‌شوند و هر یک راه خود را می‌گیرند. بنابراین، می‌توان نوشت

$$T^i_k = T^i_{k|\text{ماده}} + T^i_{k|\text{تابش}} \qquad (۳۵.۴)$$

و فرض کرد که دیورژانس هر تانسور انرژی جداگانه صفر می‌شود چون برای تانسور انرژی تابش داریم (برای $\mu = ۱, ۲, ۳$)

$$-T^{\mu}_{\mu|\text{تابش}} = \frac{۱}{۳} T^{\circ}_{\circ|\text{تابش}} = \frac{۱}{۳}\varepsilon \qquad (۳۶.۴)$$

برای $S > S_{\text{dec}}$، به‌دست می‌آوریم

$$\varepsilon = \varepsilon_{\circ} \frac{S_{\circ}^{۴}}{S^{۴}}. \qquad (۳۷.۴)$$

t_{dec} چیست؟ چرا باید از تابش واجفتیده شود؟ قبل از $t = t_{\text{dec}}$ چه اتفاقی افتاده است؟ بحث دربارهٔ این پرسشها را به فصل ۵ موکول می‌کنیم. با این همه، عصر مهم دیگری در گذشته عالم وجود دارد، که در آن چگالیهای ماده و تابش برابر بودند. آن را با $t = t_{\text{eq}}$ نشان می‌دهیم، که در آن S برابر S_{eq} بوده است. به‌راحتی می‌توان این مقیاس را به‌صورت زیر برآورد کرد.

برآورد فعلی $\varepsilon_{\circ} \approx ۴ \times ۱۰^{-۱۳}\text{erg cm}^{-۳}$، و $\rho_{\circ} c^{۲} \geq ۳ \times ۱۰^{-۱۰}\text{erg cm}^{-۳}$ نشان می‌دهد که چگالی جرم بیش از $۱۰^{۳}$ برابر چگالی تابش است. پس $\rho_{\circ} c^{۲} \gg \varepsilon_{\circ}$، و می‌توان سهم تابش (در مقایسه با سهم جرم) را در معادله‌های میدان (۲۰.۴) و (۲۱.۴) در عصر حاضر، و برای $S > S_{\circ}$ نادیده گرفت. به هر حال، برای دوره‌های گذشته با $S < S_{\circ}$، از (۳۲.۴) و (۳۷.۴) داریم

$$\frac{\varepsilon}{\rho c^{۲}} = \frac{\varepsilon_{\circ}}{\rho_{\circ} c^{۲}} \frac{S_{\circ}}{S} \qquad (۳۸.۴)$$

و نمی‌توانیم سهم تابش را برای مثلاً $S_{\circ}/S \sim ۱۰^{۳}$ نادیده بگیریم. این عصر t_{eq} است. در واقع، قبل از این عصر، یعنی برای $S < S_{\text{eq}}$، اهمیت نسبی تابش و ماده معکوس می‌شود: در تصمیم‌گیری دربارهٔ اینکه S برحسب t چگونه باید تغییر کند، تابش عامل تعیین‌کننده‌تری بود.

از بحث بالا مشاهده می‌کنیم که در $S = S_{\text{eq}} \approx ۱۰^{-۳} S_{\circ}$، گذاری از عالم با سیطرهٔ تابش به عالم با سیطرهٔ ماده داریم. در این فصل دوره‌های با سیطرهٔ ماده را در نظر می‌گیریم. بنابراین، باید معادله‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) را با

$$T^{۱}_{۱} = \circ, \qquad T^{\circ}_{\circ} = \rho_{\circ} c^{۲} \frac{S_{\circ}^{۳}}{S^{۳}}. \qquad (۳۹.۴)$$

حل کرد. این ساده‌سازی به مدلهای کلاسیک می‌انجامد که اِی. فریدمان اولین بار بین سالهای ۱۹۲۲ و ۱۹۲۴ (شکل ۱.۴) بررسی کرد. اصولاً ،این مدلها هرگونه سهم تابش الکترومغناطیسی



شکل ۱.۴ الکساندر فریدمان (۱۹۲۵ـ ۱۸۸۸).

را در T^i_k نادیده می‌گیرد و فرض می‌کند که مادهٔ موجود در عالم را می‌توان با گردوغبار تقریب زد.

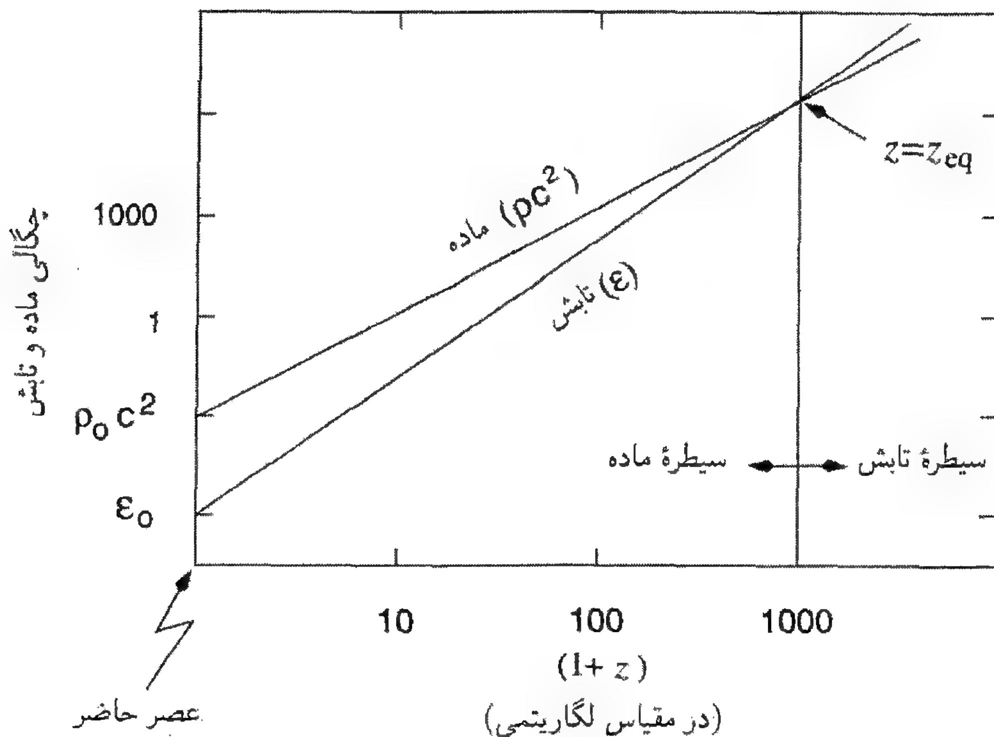
مثال

اگر $\xi = \rho_\circ c^\text{۲}/\varepsilon_\circ$ باشد، انتقال به سرخ عصر قبل از اینکه عالم تحت سیطرهٔ تابش قرار گیرد را برآورد کنید.

در طی عصر t، انتقال به سرخ z نسبت به عصر حاضر $t_\circ$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\text{۱} + z \equiv \frac{S(t_\circ)}{S(t)}$$

(نگاه کنید به فصل ۳). از (۳۸.۴)، برای این عصر نسبت چگالیهای انرژی ماده و تابش $(\text{۱}+z)^{-\text{۱}}$ برابر مقدار کنونی ξ بود. بنابراین، عصر t_{eq}، که در آن چگالیهای انرژی برابر بودند، از انتقال به سرخ $z_{\text{eq}} = \xi - \text{۱}$ به‌دست می‌آید. برای عصرهای پیش از t_{eq}، یعنی برای $z > z_{\text{eq}}$، عالم تحت سیطرهٔ تابش بود. شکل ۲.۴ این انتقال سیطره را نشان می‌دهد. توجه کنید که اگر مقدار زیادی مادهٔ تاریک موجود باشد، برآورد کنونی $\rho_\circ$ زیاد می‌شود و همین‌طور مقدار z_{eq}.



شکل ۲.۴ نمودار چگالیهای تابش و ماده در عالم برحسب انتقال به سرخ روی مقیاس log-log. توجه کنید که با انبساط عالم چگالی تابش با شیبی بیشتر از چگالی ماده فرو می‌افتد. خطها طوری تنظیم شده‌اند که چگالی کنونی ماده هزار برابر چگالی تابش باشد. بنابراین این دو وقتی قابل مقایسه می‌شدند که اندازهٔ عالم $\sim ۱۰^{۳}$ بارکوچکتر بوده است. این با نقطهٔ برخورد دو خط نشان داده شده است. انتقال به سرخ z_{eq} نظیر عصری است که در آن دو چگالی برابر بودند.

البته، فرض می‌کنیم که عالم مقیاس در عصرهای گذشته به‌صورت یکنواخت رشد کرده است. خواهیم دید که این نتیجه‌گیری از ساده‌ترین مدل عالم به‌دست می‌آید.

۴.۴ مدلهای فریدمان

فرض می‌کنیم عالم (در حال حاضر) تحت سیطرهٔ گردوغبار باشد. برای گردوغبار معادله‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) به‌صورت زیر درمی‌آیند

$$۲\frac{\ddot{S}}{S}+\frac{\dot{S}^{۲}+kc^{۲}}{S^{۲}}=۰, \qquad (۴۰.۴)$$

$$\frac{\dot{S}^{۲}+kc^{۲}}{S^{۲}}=\frac{۸\pi G\rho_{۰}}{۳}\frac{S_{۰}^{۳}}{S^{۳}}. \qquad (۴۱.۴)$$

با توجه به قانون پایستگی در (۳۱.۴)، دو معادلهٔ بالا مستقل از هم نیستند، و فقط یکی از آنها برای تعیین $S(t)$ کافی است. چون (۴۱.۴) دارای مرتبهٔ پایینتری است، آن را برای حل برمی‌گزینیم، و سه حالت $k = ۰, ۱, -۱$ را جداگانه بررسی می‌کنیم. با این همه، قبل از ادامهٔ بحث متوجه شباهت این معادله‌ها با معادله‌های کیهان‌شناسی نیوتونی می‌شویم که قبلاً در این فصل به‌دست آوردیم. مثلاً، به معادلهٔ (۱۰.۴) نگاه کنید که شبیه معادلهٔ (۴۱.۴) در بالاست. در آن معادله یک ثابت k وجود داشت، که به انرژی جنبشی کل اولیه‌ای مربوط می‌شد که به مدلهای انبساطی انجامید. در اینجا ثابت صرفاً به خمیدگی مقطعهای فضایی مربوط می‌شود. با این همه، رفتار دینامیکی این مدلها شبیه مدلهای نیوتونی است.اکنون سه مورد $k = ۰, ۱, -۱$، را بررسی می‌کنیم.

۱.۴.۴ مقطعهای اقلیدسی ($k = ۰$)

این ساده‌ترین مورد است، و آن را مدل اینشتین-دوسیته نیز می‌نامند، چون اینشتین و دوسیته آن را در یک مقالهٔ مشترک در سال ۱۹۳۲ ارائه کردند. معادلهٔ (۴۱.۴) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\dot{S}^{۲} = \frac{۸\pi G\rho_{۰}}{۳}\frac{S_{۰}^{۳}}{S}. \qquad (۴۲.۴)$$

از فصل ۳ به‌خاطر داریم که مقدار فعلی ثابت هابل برابر است با

$$\left.\frac{\dot{S}}{S}\right|_{t_{۰}} = H_{۰}. \qquad (۴۳.۴)$$

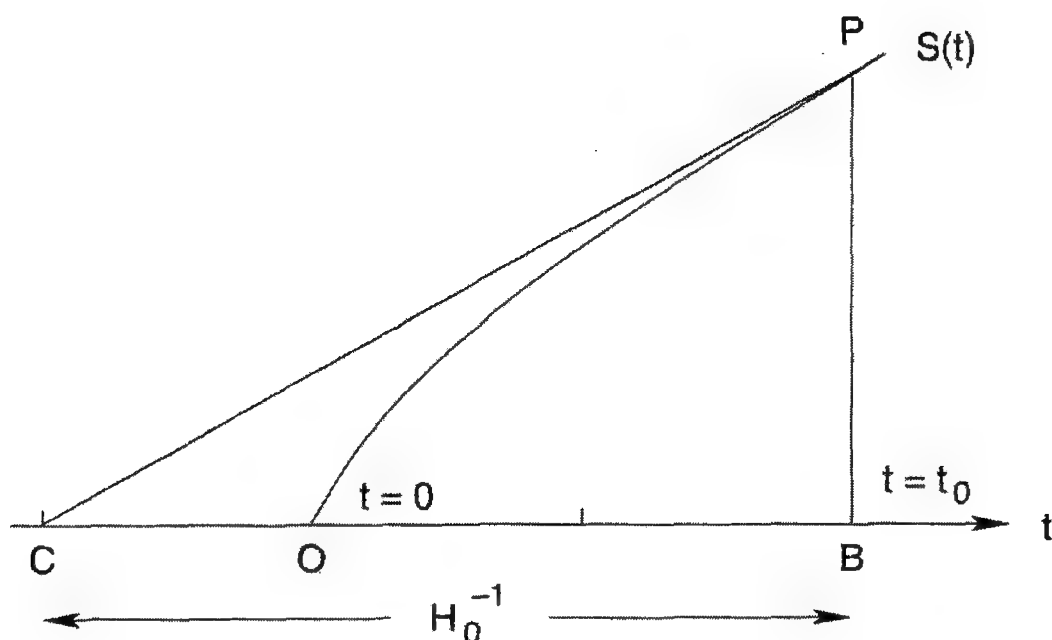
بنابراین با اعمال (۴۳.۴) به عصر حاضر، به‌دست می‌آوریم

$$\rho_{۰} = \frac{۳H_{۰}^{۲}}{۸\pi G} \equiv \rho_{c}. \qquad (۴۴.۴)$$

به دلایلی که بعداً روشن می‌شود، ρ_c را اغلب چگالی بستار می‌نامند. با گسترهٔ مقادیر $H_{۰}$ که در فصل ۳ ذکر شد، داریم

$$\rho_{c} = ۲ \times ۱۰^{-۲۹} h_{۰}^{۲}\,\mathrm{g\,cm}^{-۳}. \qquad (۴۵.۴)$$

این مقادیر به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیش از چگالی ماده‌ای است که اکنون مشاهده می‌کنیم، و این موضوع را به تفصیل در فصلهای بعد بررسی می‌کنیم.



شکل ۳.۴ نموداری کلی از $S(t)$ برحسب t برای مدل اینشتین‌ـدوسیته. عصر حاضر $t_\circ$ با نقطهٔ B روی محور t مشخص شده است. عرض نقطه B برابر است با $PB = S_\circ$، مقدارکنونی پارامتر مقیاس. اگر PB را واحد طول بگیریم، مقدار فعلی ثابت هابل از نسبت $1/BC$ به‌دست می‌آید، که C نقطهٔ برخورد محور t با مماس بر منحنی $S(t)$ در نقطهٔ P است. بنابراین $BC = H_\circ^{-1}$. همان‌طورکه شکل نشان می‌دهد، سن عالم که با OB مشخص می‌شود، دو سوم BC است.

با رجوع به (۴۲.۴)، مشاهده می‌کنیم که اثبات جواب‌داشتن آن راحت است.

$$S = S_\circ \left(\frac{t}{t_\circ}\right)^{2/3}. \qquad (۴۶.۴)$$

با انتگرال‌گیری از معادله دیفرانسیل یک ثابت اختیاری وارد می‌شود که می‌توان با فرض $S = 0$ در $t = 0$ آن را صفر گرفت. همین‌طور از معادلهٔ (۴۳.۴) سن عالم مقدار کنونی t است:

$$t_\circ = \frac{2}{3H_\circ}. \qquad (۴۷.۴)$$

ثابت $S_\circ$، مقدار عامل مقیاس در عصر حاضر، تعیین نشده است. این ثابت دارای بُعد طول است، و می‌توان آن را در یکای طول برگزیده ادغام کرد. شکل ۳.۴ این جواب را نشان می‌دهد. اگر اندیس ° را حذف کنیم، نتایج (۴۳.۴)، (۴۴.۴)، و (۴۷.۴) در هر دورهٔ دلخواه t برقرار خواهد بود.

۲.۴.۴ مقطعهای بسته $(k=1)$

معادله‌های (۴۰.۴) و (۴۱.۴) اکنون به شکل زیر درمی‌آیند

$$2\frac{\ddot{S}}{S}+\frac{\dot{S}^2+c^2}{S^2}=0, \qquad (۴۸.۴)$$

$$\frac{\dot{S}^2+c^2}{S^2}-\frac{8\pi G\rho_0 S_0^3}{3S^3}=0. \qquad (۴۹.۴)$$

بهتر است کمیتهای $q(t)$ و $H(t)$ را به‌صورت زیر وارد کنیم

$$\frac{\ddot{S}}{S}=-q(t)[H(t)]^2, \qquad H(t)=\frac{\dot{S}}{S} \qquad (۵۰.۴)$$

که مقادیر فعلی آنها با q_0 و H_0 نشان داده می‌شود. قبلاً با H_0، پارامتر هابل، روبه‌رو شدیم. پارامتر دوم q_0 را پارامتر شتاب منفی می‌نامند، و در بیان ρ_0 برحسب چگالی بستار سودمند است.

با تعریفهای بالا، (۴۸.۴) و (۴۹.۴) برای عصر حاضر به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{c^2}{S_0^2}=(2q_0-1)H_0^2, \qquad (۵۱.۴)$$

$$\rho_0=\frac{3}{8\pi G}\left(H_0^2+\frac{c^2}{S_0^2}\right)=\frac{3H_0^2}{4\pi G}q_0. \qquad (۵۲.۴)$$

چگالی ρ_0 را گاهی به شکل زیر بیان می‌کنند:

$$\rho_0=\rho_c\Omega_0 \qquad (۵۳.۴)$$

به‌طوری که از (۵۲.۴)، (۵۳.۴) و (۴۴.۴) پارامتر چگالی را به‌دست می‌آوریم

$$\Omega_0=2q_0. \qquad (۵۴.۴)$$

چون طرف چپ (۵۱.۴) مثبت است، باید داشته باشیم

$$q_0>\frac{1}{2}, \qquad \Omega_0>1. \qquad (۵۵.۴)$$

پس چگالی مدل بستهٔ ما از چگالی بستار ρ_c بیشتر است. این موضوع نام «چگالی بستار» را توجیه می‌کند. اگر بخواهیم که این مدل عالمی بسته را بیان کند، چگالی آن باید از چگالی کلی

تجاوز کند. در اینجا باید متذکر شویم که در نتیجه مربوط به مدلهای باز $(k = -1)$ نامساویهای (۵۵.۴) معکوس می‌شوند(این موضوع را به‌زودی ثابت می‌کنیم).

با بهره‌گیری از (۵۱.۴) و (۵۲.۴) برای حذف $S_\circ$ و $\rho_\circ$ از (۴۹.۴)، معادلهٔ دیفرانسیل زیر را به‌دست می‌آوریم

$$\dot{S}^۲ = c^۲ \left(\frac{\alpha}{S} - ۱\right) \qquad (۵۶.۴)$$

که α از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\alpha = \frac{۲q_\circ}{(۲q_\circ - ۱)^{۳/۲}} \frac{c}{H_\circ} \qquad (۵۷.۴)$$

پارامتر α دارای بُعد طول است. بدین‌ترتیب مدل با پارامترهای $H_\circ$ و $q_\circ$ (یا با $\Omega_\circ$) مشخص می‌شود.

از معادلهٔ (۵.۴) می‌توان به‌صورت زیر انتگرال گرفت. به‌دست می‌آوریم

$$ct = \int \frac{\sqrt{S}\mathrm{d}S}{\sqrt{\alpha - S}}$$

با قرار دادن

$$S = \alpha \sin^۲\left(\frac{\Theta}{۲}\right) = \frac{۱}{۲}\alpha(۱ - \cos\Theta)\cdot \qquad (۵۸.۴)$$

انتگرال به‌صورت زیر در می‌آید

$$ct = \int \alpha \sin^۲\left(\frac{\Theta}{۲}\right) \mathrm{d}\Theta = \frac{۱}{۲}\alpha(\Theta - \sin\Theta)\cdot \qquad (۵۹.۴)$$

مجدداً، مانند مورد $k = \circ$ در $t = \circ$ $(\Theta = \circ)$ مقدار $S = \circ$ را در نظر گرفته‌ایم. بنابراین، از شرط $S = S_\circ$ به‌دست می‌آوریم $t = t_\circ$. از (۵۱.۴) و (۵۷.۴) می‌بینیم که در $\Theta = \Theta_\circ$ داریم $S = S_\circ$، که

$$\frac{۱}{۲}\alpha(۱ - \cos\Theta_\circ) = \frac{c}{H_\circ}(۲q_\circ - ۱)^{-۱/۲} = \frac{(۲q_\circ - ۱)}{۲q_\circ}\alpha;$$

یعنی

$$\cos\Theta_\circ = \frac{۱ - q_\circ}{q_\circ}, \qquad \sin\Theta_\circ = \frac{\sqrt{۲q_\circ - ۱}}{q_\circ}\cdot \qquad (۶۰.۴)$$

بنابراین سن عالم را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$t_\circ = \frac{\alpha}{۲c}(\Theta_\circ - \sin\Theta_\circ)$$

$$= \frac{q_\circ}{(۲q_\circ - ۱)^{۳/۲}}\left[\cos^{-۱}\left(\frac{۱-q_\circ}{q_\circ}\right) - \frac{\sqrt{۲q_\circ - ۱}}{q_\circ}\right]\frac{۱}{H_\circ}. \qquad (۶۱.۴)$$

به‌عنوان مثال، برای $q_\circ = ۱$ به‌دست می‌آوریم

$$t_\circ = \left(\frac{\pi}{۲} - ۱\right)H_\circ^{-۱}. \qquad (۶۲.۴)$$

توجه کنید که در $\Theta = \pi$ مقدار S بیشینه می‌شود،

$$S = S_{\max} = \alpha = \frac{۲q_\circ}{(۲q_\circ - ۱)^{۳/۲}}\frac{c}{H_\circ}. \qquad (۶۳.۴)$$

بدین ترتیب برای $q_\circ = ۱$، عالم تا دو برابر اندازهٔ فعلی‌اش منبسط می‌شود.

بنابراین، در مدلهای بسته پس از انبساط انقباض صورت می‌گیرد و S به صفر کاهش می‌یابد. مقدار $S = ۰$ در $\Theta = ۲\pi$ حاصل می‌شود؛ یعنی، وقتی که

$$t = t_{\rm L} = \frac{\pi\alpha}{c} = \frac{۲\pi q_\circ}{(۲q_\circ - ۱)^{۳/۲}}\frac{۱}{H_\circ}. \qquad (۶۴.۴)$$

کمیت $t_{\rm L}$ را می‌توان طول عمر عالم نامید. برای $q_\circ = ۱$، $t_{\rm L} = ۲\pi H_\circ^{-۱} = ۲\pi\tau_\circ$، که $\tau_\circ$ از رابطهٔ (۶۹.۳) به‌دست می‌آید.

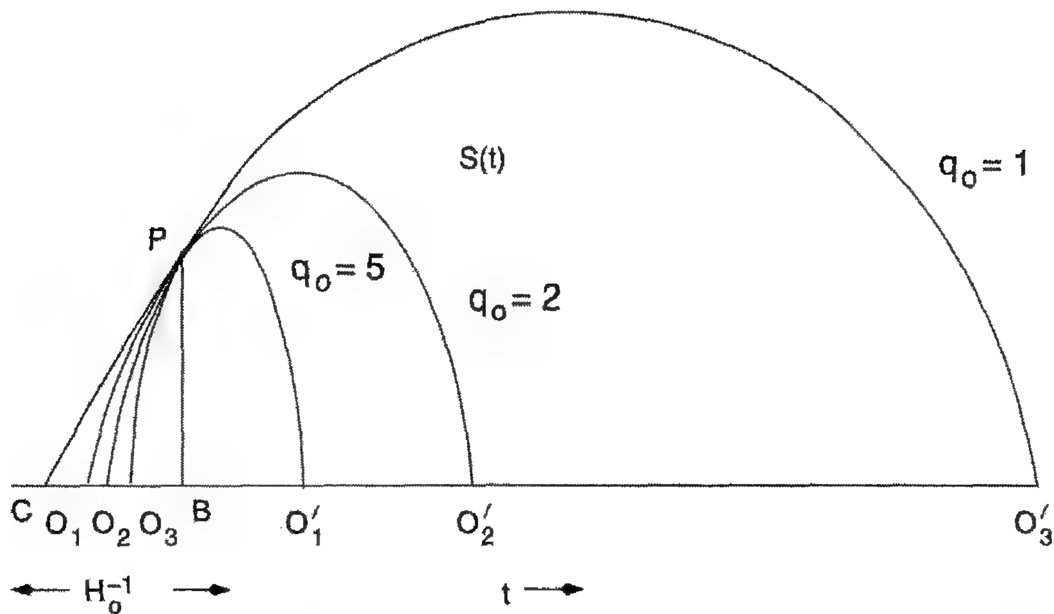
شکل ۴.۴ تابع $S(t)$ را برای مدلهای بسته و برای تعدادی پارامتر $q_\circ$ نشان می‌دهد. تمام منحنیها طوری تنظیم شده‌اند که در نقطهٔ P دارای مقدار $H_\circ$ برابر باشند. توجه کنید که با افزایش $q_\circ$ به بیش از $\frac{۱}{۲}$ مقدار $S = ۰$ درگذشتهٔ نزدیکتری حاصل می‌شود.

۳.۴.۴ مقطعهای باز $(k = -۱)$

معادله‌های (۴۰.۴) و (۴۱.۴) در این مورد به‌صورت زیر درمی‌آیند

$$۲\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^۲ - c^۲}{S^۲} = ۰, \qquad (۶۵.۴)$$

$$\frac{\dot{S}^۲ - c^۲}{S^۲} - \frac{۸\pi G\rho_\circ S_\circ^۳}{۳S^۳} = ۰. \qquad (۶۶.۴)$$



شکل ۴.۴ منحنیهای $S(t)$ برای $q_\circ = ۱, ۲, ۵$. همه منحنیها طوری مقیاس‌بندی شده‌اند که در P، نقطهٔ حاضر، به‌هم برخورد کنند و دارای مماس مشترک PC باشند. فاصلهٔ $BC = H_\circ^{-۱}$. توجه کنید که با افزایش $q_\circ$ منحنیهای $S(t)$ مقطع گذشتهٔ خط‌ـt را در نقطه‌های O۱، O۲، O۳... قطع می‌کنند که به نقطهٔ B نزدیکتر است، یعنی با افزایش $q_\circ$ سن عالم کاهش می‌یابد. نقطه‌های O′۱، O′۲، O′۳،... در مقطع آینده خط‌ـt تکینگیهایی را نشان می‌دهد که در آنها موجودیت این مدلها به پایان می‌رسد.

دوباره از تعریفهای (۵۰.۴) استفاده می‌کنیم و با اعمال آنها به عصر حاضر به‌دست می‌آوریم

$$\frac{c^۲}{S_\circ^۲} = (۱ - ۲q_\circ)H_\circ^۲, \qquad (۶۷.۴)$$

$$\rho_\circ = \frac{۳H_\circ^۲}{۴\pi G} q_\circ. \qquad (۶۸.۴)$$

بنابراین به‌جای (۵۵.۴) اکنون داریم

$$\circ \leqslant q_\circ \leqslant \frac{۱}{۲}, \qquad \circ \leqslant \Omega_\circ < ۱. \qquad (۶۹.۴)$$

و به‌جای (۵۶.۴) به‌دست می‌آوریم

$$\dot{S}^۲ = c^۲\left(\frac{\beta}{S} + ۱\right), \qquad (۷۰.۴)$$

با

$$\beta = \frac{۲q_\circ}{(۱ - ۲q_\circ)^{۳/۲}} \frac{c}{H_\circ}. \qquad (۷۱.۴)$$

مانند مورد $k = +1$، جواب (۷۰.۴) را می‌توان با زاویهٔ Ψ پارامتری‌سازی کرد با

$$S = \frac{1}{2}\beta(\cosh\Psi - 1), \qquad ct = \frac{1}{2}\beta(\sinh\Psi - \Psi). \tag{۷۲.۴}$$

مقدار فعلی Ψ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\cosh\Psi_0 = \frac{1 - q_0}{q_0}, \qquad \sinh\Psi_0 = \frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} \tag{۷۳.۴}$$

باید مانند دو مورد قبلی در $t = 0$ بگذاریم $S = 0$. سن عالم از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{\beta}{2c}(\sinh\Psi_0 - \Psi_0) \\ &= \frac{q_0}{(1 - 2q_0)^{3/2}}\left[\frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} - \ln\left(\frac{1 - q_0 + \sqrt{1 - 2q_0}}{q_0}\right)\right]\frac{1}{H_0} \end{aligned} \tag{۷۴.۴}$$

این مدلها مانند مدل اینشتین-دوسیته تا ابد منبسط خواهند شد. رفتار $S(t)$ در این مدلها در شکل ۵.۴ نشان داده شده است.

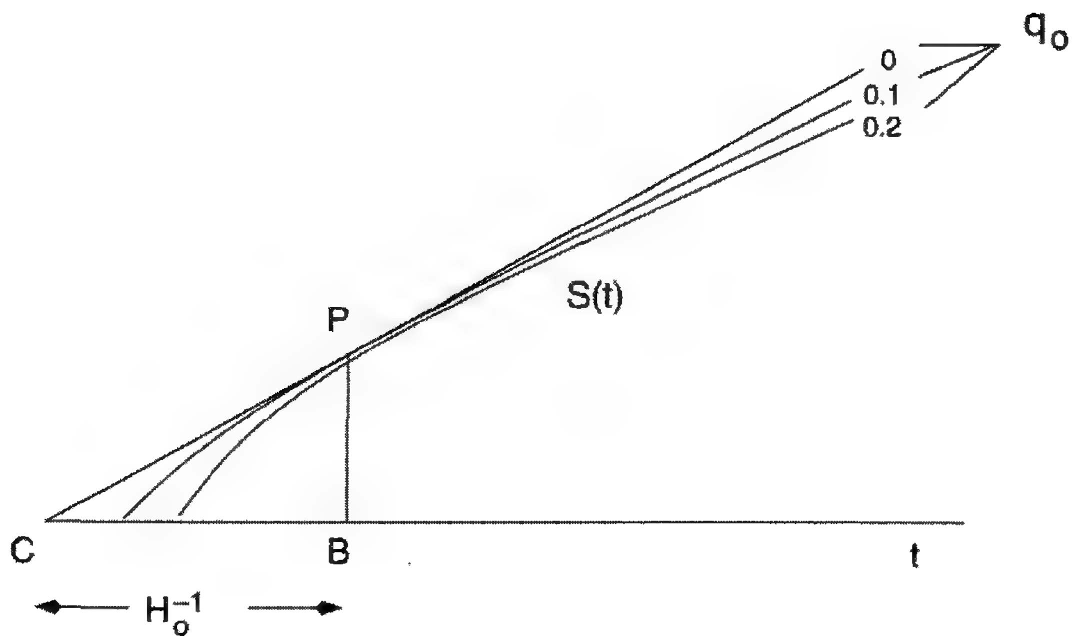
شایان ذکر است که مدل با $q_0 = 0$، $S(t) = ct$ نشانگر فضازمان تخت است. در واقع، با تبدیل مختصات زیر می‌توان جزء خط را طوری تغییر داد تا به شکل آشکارا مینکوفسکی درآید

$$\begin{aligned} &R = ctr, \qquad T = t\sqrt{1 + r^2}, \\ &ds^2 = c^2 dT^2 - dR^2 - R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \end{aligned} \tag{۷۵.۴}$$

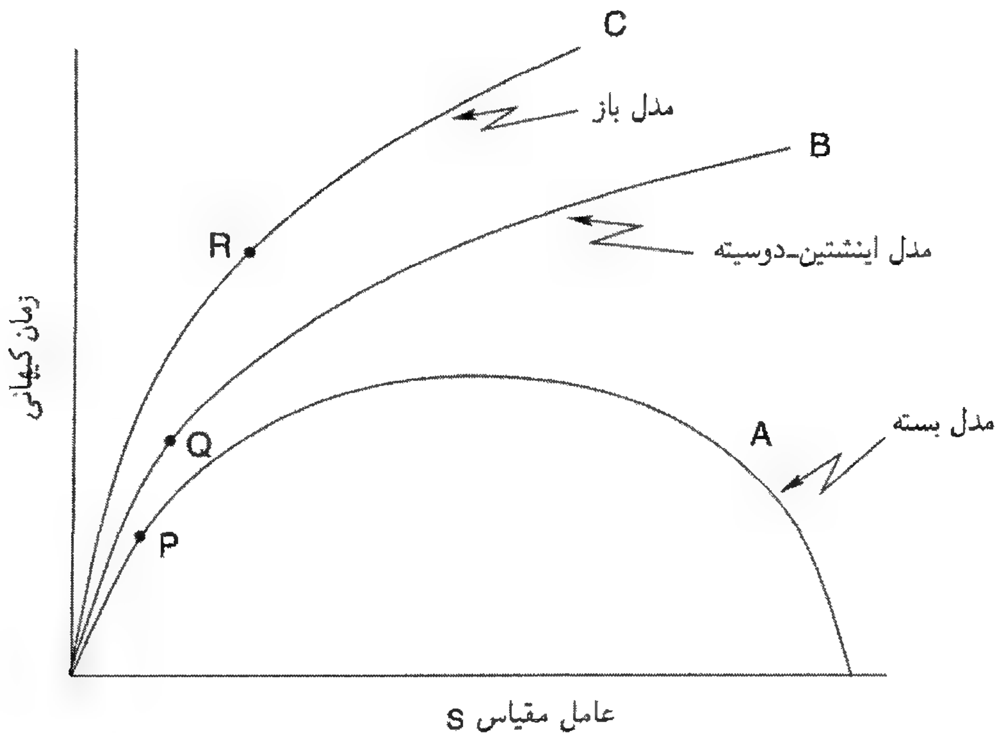
این مدل در سینماتیک نسبیتی میلنه[1]، که نظریه‌ای کیهان‌شناختی با شالوده‌هایی متفاوت از نسبیت عام بود، به‌صورت طبیعی به‌دست می‌آمد. بدین دلیل مدل بالا را گاهی مدل میلنه می‌نامند.

برای مقایسه سه نوع مدل فریدمان ($k = 0, \pm 1$) در شکل ۶.۴ با هم روی یک نمودار نشان داده شده‌اند. یک مدل «تخت» یکتا(که مدل $k = 0$ را اغلب چنین می‌نامند؛ اما این گاهی می‌تواند گمراه‌کننده باشد چون «تختی» مربوط به بخش فضایی $t = \text{const.}$ است، نه فضازمان به‌طور کلی)، و گسترهٔ پیوسته‌ای از مدلهای $k = \pm 1$، که دو مورد نمونه از آنها نشان داده شده است. نقطهٔ روی منحنی یک عصر نوعی $H(t) = \text{const.}$ را نشان می‌دهد. بنابراین، برای ثابت هابل یکسان، مدلهای باز سن بیشتری را می‌دهند. بعداً در این فصل به این ویژگی خواهیم پرداخت.

1. Milne



شکل ۵.۴ منحنیهای $S(t)$ برای $q_\circ = \circ, \circ/\text{۱}, \circ/\text{۲}$. مانند شکل ۲.۴، همهٔ منحنیها در P دارای مقدار یکسان $H_\circ$ هستند. مشاهده می‌شود که با کاهش $q_\circ$ سن عالم افزایش می‌یابد و برای $q_\circ = \circ$ برابر مقدار بیشینهٔ $(H_\circ^{-\text{۱}})$ می‌شود.



شکل ۶.۴ سه نوع مدل فریدمان باهم روی یک نمودار $S(t)$ برحسب t نشان داده شده‌اند. نقطه‌های P، Q و R عصر حاضر را روی منحنیهای مختلف نشان می‌دهند. با گذر از مدلهای باز به بسته، این عصر به عصر تکین اولیه نزدیکتر می‌شود.

۴.۴.۴ تکینگی فضازمان

شکل ۶.۴ نشان می‌دهد چگونه همهٔ مدلهای فریدمان این ویژگی مشترک را دارند که دارای $S = 0$ در یک عصر شوند (که آن را با $t = 0$ مشخص کردیم). با نزدیک شدن به $S = 0$ ثابت هابل به سرعت افزایش می‌یابد، و در $S = 0$ بینهایت می‌شود، به‌استثنای مورد خاص مدل میلنه $k = -1$، $q_0 = 0$. پس این عصر نشانگر فعالیت شدید است و مهبانگ نامیده می‌شود. این خرد هویل بود که در اواخر دهه ۱۹۴۰ این نام‌گذاری را، تا اندازه‌ای به‌صورت تمسخرآمیز انجام داد، چون او منتقد مفهوم مهبانگ بود (و هنوز هم هست). ما دربارهٔ دلایل این موضوع به تفصیل در فصلهای بعد بحث خواهیم کرد. اکنون صرفاً می‌گوییم که این نام جاافتاده و اکثریت بزرگی از کسانی که در زمینهٔ کیهان‌شناسی کار می‌کنند آن را پذیرفتند. اما، یک دلیل انتقاد هویل را اکنون شرح می‌دهیم.

به‌لحاظ ریاضی، $S = 0$ بیانگر یک تکینگی در فضازمان است. اگر مؤلفه‌های R_{iklm} را محاسبه و با آنها ناورداهای زیر را بسازیم

$$R, \qquad R_{ik}R^{ik}, \qquad R_{iklm}R^{iklm}, \ldots,$$

این ناورداها وقتی S به‌صفر میل کند واگرا می‌شوند. بنابراین، صحبت کردن دربارهٔ هندسهٔ فضازمان در $S = 0$ بی‌معنی است.

$S = 0$ نشانگر سدی نفوذناپذیر در مقابل فیزیکدانها نیز هست. اگر از اصل محکم هم‌ارزی (نگاه کنید به فصل ۲) برای مطالعهٔ طرزکار فرایندهای فیزیکی در میدانهای گرانشی قوی استفاده کنیم، شیوهٔ کار ما دیگر در $S = 0$ معتبر نیست. بنابراین، تکینگی مهبانگ مهمتر (و شاید پردردسرتر) از بینهایتهایی است که در بقیهٔ موارد فیزیک (مانند تصحیحهای تابشی الکترودینامیک کوانتومی) به‌وقوع می‌پیوندد.

وجود تکینگی به‌دلیل فنی زیر دردسرآفرین است. مدلهای فریدمان از معادله‌های میدان اینشتین به‌دست می‌آیند، که به نوبهٔ خود از یک اصل کُنش حاصل می‌شوند. با این همه، معادله‌های میدان و همین‌طور اصل کُنش نمی‌تواند در فضازمانی به‌کار رود که حاوی یک تکینگی است، زیرا شرایط لازم برای پیوستگی، یعنی مشتق‌پذیری و غیره، نقض می‌شوند. بنابراین مسئله‌ای منطقی از این نظر وجود دارد که جوابهای حاصل به وضعیتی می‌انجامند که باعث می‌شود ساختار بنیادی این معادله‌ها نقض شود.

با این همه، کوشش در جهت از بین بردن تکینگی با اصلاح تانسور انرژی احتمالاً موفق نخواهند

بود اگر این اصلاحات به‌صورت متداول باشند. این موضوع را راجر پن‌رز[۱]، استیون هاوکینگ[۲]، رابرت گروش[۳] و دیگران در اواخر سالهای ۱۹۶۰ نشان دادند. فعلاً وجود این تکینگی را به‌صورت یک واقعیت در رژیم نسبیت عام می‌پذیریم و با آن کنار می‌آییم.

۵.۴ فاصلهٔ درخشندگی

چون اغلب از مدلهای فریدمان برای تفسیر رصدهای کیهان‌شناختی استفاده می‌کنیم، باید کمیتهای مشاهده‌پذیر این مدل را با شروع از فاصلهٔ درخشندگی که در فصل ۳ تعریف شد به‌دست آوریم. هدف ما بیان پاسخ نهایی برحسب دو پارامتر مشخصهٔ مدل فریدمان یعنی $H_۰$ و $q_۰$ است.

۱.۵.۴ مدل اینشتین-دوسیته

از رابطهٔ (۴۹.۳) برای ایجاد ارتباط میان $r_۱$، مختصهٔ شعاعی کهکشان $G_۱$ با زمان $t_۱$ و انتقال به سرخ z آن استفاده می‌شود:

$$r_۱ = \int_{t_۱}^{t_۰} \frac{c\mathrm{d}t}{S(t)} = \frac{c}{S_۰}\int_{t_۱}^{t_۰} t_۰^{۲/۳} t^{-۲/۳}\mathrm{d}t$$

$$= \frac{c}{S_۰} t_۰^{۲/۳} \times ۳(t_۰^{۱/۳} - t_۱^{۱/۳})$$

$$= \frac{۳c}{S_۰} t_۰ \left[۱ - \left(\frac{t_۱}{t_۰}\right)^{۱/۳}\right].$$

اکنون با توجه به (۵۱.۳) داریم

$$۱ + z = \frac{S(t_۰)}{S(t_۱)} = \left(\frac{t_۰}{t_۱}\right)^{۲/۳},$$

به‌طوری که به‌کمک (۴۷.۴) داریم

$$r_۱ = \frac{۳ct_۰}{S_۰}[۱ - (۱ + z)^{-۱/۲}]$$

$$= \frac{۲c}{S_۰ H_۰}[۱ - (۱ + z)^{-۱/۲}]. \qquad (۷۶.۴)$$

1. Roger Penrose 2. Stephen Hawking 3. Robert Geroch

بنابراین فاصلهٔ درخشندگی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} D_1 &= r_1 S_0 (1+z) \\ &= \frac{2c}{H_0}[(1+z)-(1+z)^{1/2}]. \end{aligned} \quad (۷۷.۴)$$

۲.۵.۴ مدل بسته

محاسبه پیچیده‌تر است. معادلهٔ (۴۹.۳) به‌صورت زیر در می‌آید

$$\int_0^{r_1} \frac{\mathrm{d}r}{\sqrt{1-r^2}} = \int_{t_1}^{t_0} \frac{c\mathrm{d}t}{S(t)}.$$

از طرف چپ رابطهٔ بالا می‌توان به‌راحتی انتگرال گرفت. برای انتگرال‌گیری از طرف راست از (۵۶.۴) استفاده می‌کنیم تا به‌دست آوریم

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{c\mathrm{d}t}{S(t)} = \int_{S_1}^{S_0} \frac{\mathrm{d}S}{\sqrt{S(\alpha-S)}}.$$

اکنون با استفاده از شکل پارامتری (۵۸.۴): $S=\alpha\sin^2(\Theta/2)$ به‌دست می‌آوریم

$$\int_{S_1}^{S_0} \frac{\mathrm{d}S}{\sqrt{S(\alpha-S)}} = \int_{\Theta_1}^{\Theta_0} \mathrm{d}\Theta = \Theta_0 - \Theta_1.$$

با توجه به اینکه انتگرال طرف چپ (۴۹.۳) می‌دهد $\sin^{-1} r_1$، داریم

$$r_1 = \sin(\Theta_0 - \Theta_1). \quad (۷۸.۴)$$

اکنون باید این پاسخ را به z ربط دهیم. داریم

$$1+z = \frac{S(t_0)}{S(t_1)} = \frac{\sin^2(\Theta_0/2)}{\sin^2(\Theta_1/2)},$$

که می‌دهد

$$\sin\Theta_1 = \frac{2}{1+z}\sin\left(\frac{\Theta_0}{2}\right)\left[z+\cos^2\left(\frac{\Theta_0}{2}\right)\right]^{1/2},$$

$$\cos\Theta_1 = \frac{z+\cos\Theta_0}{1+z} \quad (۷۹.۴)$$

همین‌طور، از (۶۰.۴) داریم

$$\sin\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) = \sqrt{\frac{2q_0 - 1}{2q_0}}, \qquad \cos\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{2q_0}}.$$

با گرد هم آوردن رابطه‌های حاصل و ساده‌سازی جبری به‌دست می‌آوریم

$$r_1 = \frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0^2(1+z)}[q_0 z + (1-q_0)(1-\sqrt{1+2zq_0})]. \tag{۸۰.۴}$$

بنابراین، فاصلهٔ درخشندگی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} D_1 &= r_1 S_0(1+z) \\ &= \frac{c}{H_0}\frac{1}{q_0^2}[q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1+2zq_0} - 1)]. \end{aligned} \tag{۸۱.۴}$$

این فرمول را نخستین بار متیگ[1] در سال ۱۹۵۸ به‌دست آورد.

۳.۵.۴ مدل باز

محاسبه در این مورد مانند مدل بسته است، با این تفاوت که تابعهای هذلولوی جانشین توابع مثلثاتی می‌شوند. ما به گامهای میانی نمی‌پردازیم، بلکه فقط نتیجه‌های نهایی را ذکر می‌کنیم

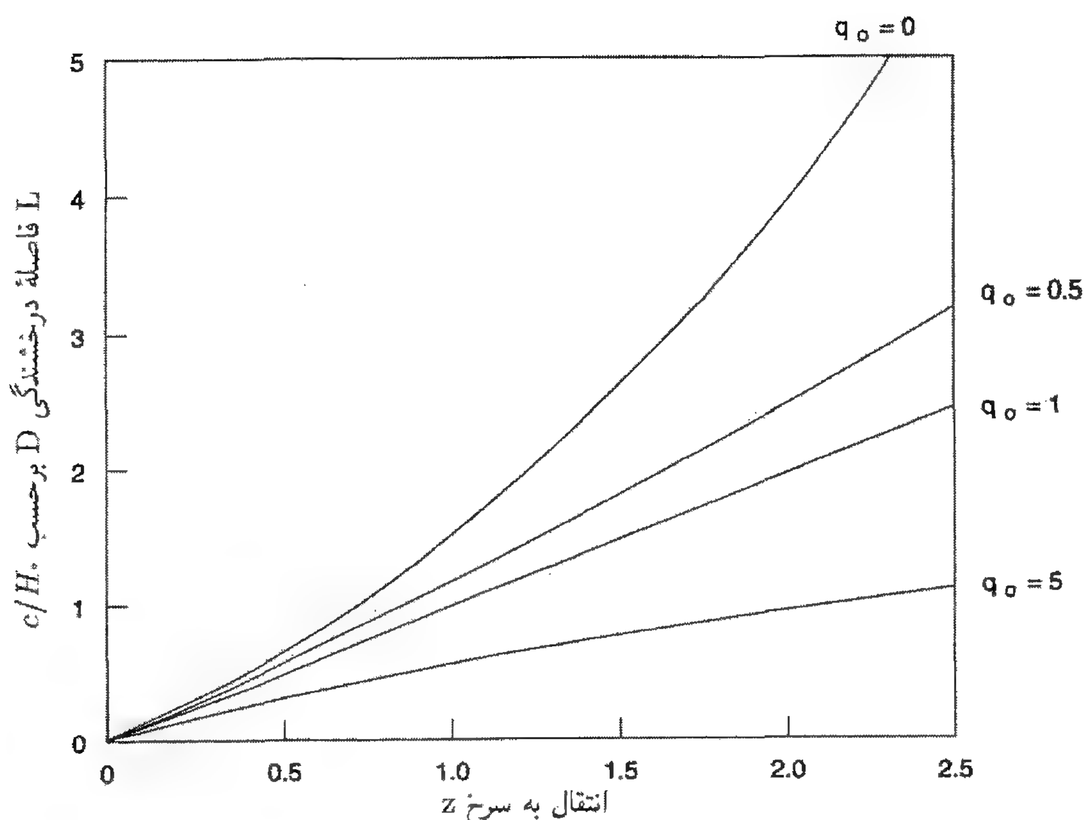
$$r_1 = \frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0^2(1+z)}[q_0 z + (1-q_0)(1-\sqrt{(1+2zq_0)})]. \tag{۸۲.۴}$$

$$D_1 = \frac{c}{H_0}\frac{1}{q_0^2}[q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1+2zq_0} - 1)]. \tag{۸۳.۴}$$

جالب توجه است که عبارت نهایی D_1 یکسانی را برای $k = \pm 1$، $|q_0 - \frac{1}{2}| > 0$ به‌دست می‌آوریم. اگر بگذاریم $q_0 \to \frac{1}{2}$، به‌راحتی می‌بینیم که مدل اینشتین-دوسیته نیز دارای D_1 به‌دست آمده از همان فرمول است.

شکل ۷.۴ نمودار $D_1(q_0, z)$ را برحسب z برای مقادیر پارامتری مختلف q_0 نشان می‌دهد. توجه کنید که همهٔ منحنیها با قانون خطی هابل (۶۶.۳) برای z کوچک آغاز و سپس شاخه

1. Mattig



شکل ۷.۴ فاصلهٔ درخشندگی $D_۱$ (با یکاهای $c/H_\circ$) برحسب انتقال به سرخ z برای $q_\circ = \circ, \frac{۱}{۲}, ۱, ۵$ نشان داده شده است. این رابطه برای $q_\circ = ۱$، طبق پیش‌بینی قانون هابل، خطی است. برای $q_\circ < ۱$، $D_۱$ با z سریعتر از پیش‌بینی قانون هابل افزایش می‌یابد، در حالی که برای $q_\circ > ۱$، افزایش $D_۱$ برحسب z کندتر است. برای z کوچک همهٔ منحنیها یکی می‌شوند.

شاخه می‌شوند. متوجه می‌شویم که به‌عنوان یک قانون کلی برای انتقال به سرخ یکسان، فاصلهٔ درخشندگی برای مقادیر کمتر $q_\circ$ بزرگتر است. بنابراین، برای $q_\circ = ۱$ داریم

$$D_۱ = \frac{c}{H_\circ} z, \qquad (۸۴.۴)$$

در حالی که برای $q_\circ = \circ$ به‌دست می‌آوریم

$$D_۱ = \frac{c}{H_\circ} z \left(۱ + \frac{z}{۲}\right). \qquad (۸۵.۴)$$

$S_\circ$ در $z = ۱$ با توجه به رابطهٔ (۸۵.۴) ۵۰ درصد بیش از (۸۴.۴) است. در فصل ۱۱ دربارهٔ امکان تعیین $q_\circ$ از رصدهای نوع هابل کهکشانهای دوردست بحث خواهیم کرد. این بحث را با

بیان دوبارهٔ فرمول (۸۱.۴) برحسب $H_\circ$ و $\Omega_\circ$ به پایان می‌رسانیم:

$$D_۱ = \frac{۲c}{H_\circ \Omega_\circ^۲}\{[\Omega_\circ z + (\Omega_\circ - ۲)][(۱ + z\Omega_\circ)^{۱/۲} - ۱]\}. \qquad (۸۶.۴)$$

۶.۴ افقها و شعاع هابل

در بحثهای کیهان‌شناسی اغلب دو نوع افق نمایان می‌شود. از این دو یکی افق ذره است که به حدود ارتباط با گذشته مربوط می‌شود، در حالی که افق رویداد به حدود ارتباط با آینده در ارتباط است. ما به ترتیب این دو مفهوم را بررسی می‌کنیم.

۱.۶.۴ افق ذره

بجاست این پرسش را مطرح کنیم که حد ویژه‌فاصله‌ای که در آن می‌توانیم چشمه‌های نور را ببینیم چیست؟ پاسخ این پرسش به‌صورت زیر است. با بازگشت به معادلهٔ (۴۹.۳) فصل ۳، می‌توانیم وضعیتی را داشته باشیم که در آن انتگرال طرف چپ در عصر معین $t_\circ$ بیشینه است. در نتیجه بیشینه‌ای برای مقدار $r_{\rm P}$ مختصهٔ شعاعی $r_۱$ به‌دست می‌آید. برای $r_۱ > r_{\rm P}$ ارتباطی با ما به‌صورت بالا صورت نمی‌گیرد.

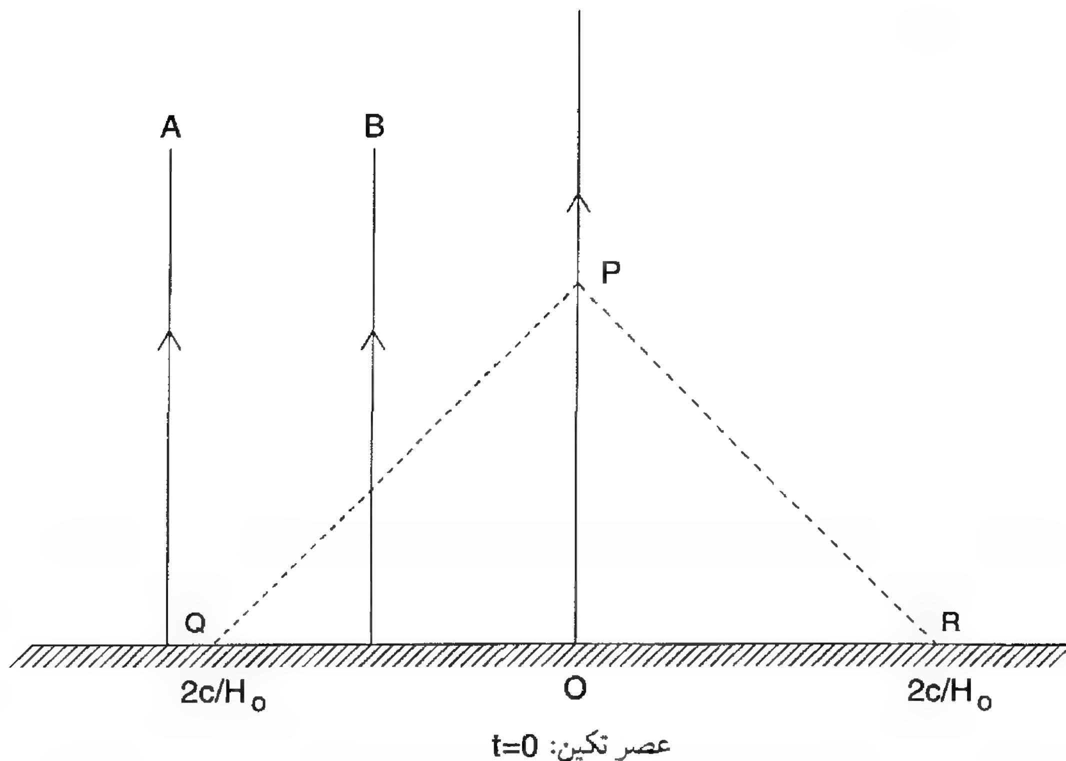
محاسبهٔ این مقدار حدی $r_۱$، در مورد مدلهای فریدمان با قرار دادن حد پایین انتگرال برابر با صفر و نامیدن آن به‌عنوان $r_{\rm P}$ انجام می‌شود. ویژه‌فاصلهٔ حدی نظیر آن عبارت است از

$$R_{\rm P} = S_\circ \int_\circ^{r_{\rm P}} \frac{{\rm d}r}{\sqrt{۱ - kr^۲}}.$$

سپس به‌راحتی می‌توان ثابت کرد که برای مدلهای فریدمان

$$R_{\rm P} = \frac{c}{H_\circ} \times \begin{cases} ۲(k = \circ, q_\circ = \frac{۱}{۲}) \\ \dfrac{۲}{\sqrt{۲q_\circ - ۱}} \sin^{-۱}\left(\sqrt{\dfrac{۲q_\circ - ۱}{۲q_\circ}}\right) (k = ۱, q_\circ > \frac{۱}{۲}) \\ \dfrac{۲}{\sqrt{(۱ - ۲q_\circ}} \sinh^{-۱}\left(\sqrt{\dfrac{۱ - ۲q_\circ}{۲q_\circ}}\right) (k = -۱, q_\circ < \frac{۱}{۲}) \end{cases} \qquad (۸۷.۴)$$

وجود مقدار محدود $R_{\rm P}$ به معنی آن است که عالم دارای یک افق ذره است. ذرات با $S(t_\circ)r_۱ > R_{\rm P}$ را، هر قدر هم که روشهای رصدی ما پیشرفته باشد، نمی‌توانیم مشاهده کنیم.



شکل ۸.۴ مخروط نور گذشته که از P در عصر حاضر $r = \circ$ در عالم اینشتین-دوسیته با عصر $t = \circ$ در مقطع QR برخورد می‌کند. جهانخطهای ناظر بنیادی چون B در این مقطع با مخروط برخورد می‌کنند. بنابراین سیگنال نور از B به P می‌رسد. از طرف دیگر، خط A خارج از افق ذرهٔ P قرار می‌گیرد که با QR نشان داده شده است.

مثال

مدل اینشتین-دوسیته را در نظر بگیرید. از (۸۷.۴) در این مورد به‌دست می‌آوریم $R_{\rm P} = ۲c/H_\circ$. این به‌معنی آن است که اکنون فقط می‌توانیم کهکشانهایی را ببینیم که ویژه‌فاصله‌شان از ما کمتر از $۲c/H_\circ$ است. نگاه کنید به شکل ۸.۴.

۲.۶.۴ افق رویداد

افق ذره حد ارتباطات با گذشته را مشخص می‌کند. افق رویداد، برخلاف آن حد ارتباطات با آینده را تعیین می‌کند. بگذارید پرسش زیر را مطرح کنیم. ناظری در $r = r_۱$، $t = t_\circ$ یک سیگنال نوری را برای ناظری در $r = \circ$ می‌فرستد. آیا این سیگنال هرگز به مقصد خواهد رسید؟ فرض کنید که برسد و $t_۱$ زمان رسیدن آن باشد. در این صورت از (۴۹.۳) به‌دست می‌آوریم

$$\int_{t_\circ}^{t_۱} \frac{c\mathrm{d}t}{S(t)} = \int_\circ^{r_۱} \frac{\mathrm{d}r}{\sqrt{۱ - kr^۲}}$$

این رابطه t_1 مربوط به هر r_1 را در صورتی به‌دست می‌دهد که انتگرال طرف چپ به اندازهٔ کافی بزرگ باشد تا با انتگرال سمت راست جور شود. حال ممکن است با $t_1 \to \infty$ انتگرال طرف چپ به مقدار محدودی همگرا شود که متناظر با مقدار انتگرال سمت راست برای مثلاً $r_1 = r_{\mathrm{E}}$ است. در این مورد، امکان برقراری رابطهٔ بالا برای $r_1 > r_{\mathrm{E}}$ وجود ندارد. به‌عبارت دیگر، سیگنالی که ناظر واقع در $r_1 > r_{\mathrm{E}}$ می‌فرستد هرگز به ناظر واقع در r_0 نخواهد رسید. بنابراین،هیچ ناظر فراتر از ویژه‌فاصلهٔ

$$R_{\mathrm{E}} = S_0 \int_{t_0}^{\infty} \frac{c\mathrm{d}t}{S(t)} \qquad (۸۸.۴)$$

در $t = t_0$ نمی‌تواند با ناظر دیگر ارتباط برقرار کند.

این حد را افق رویداد می‌نامند. این حد برای مدلهای فریدمان وجود ندارد، اما برای مدل دوسیته، چنانکه در محاسبهٔ زیر خواهیم دید، دارای مقدار c/H_0 است.

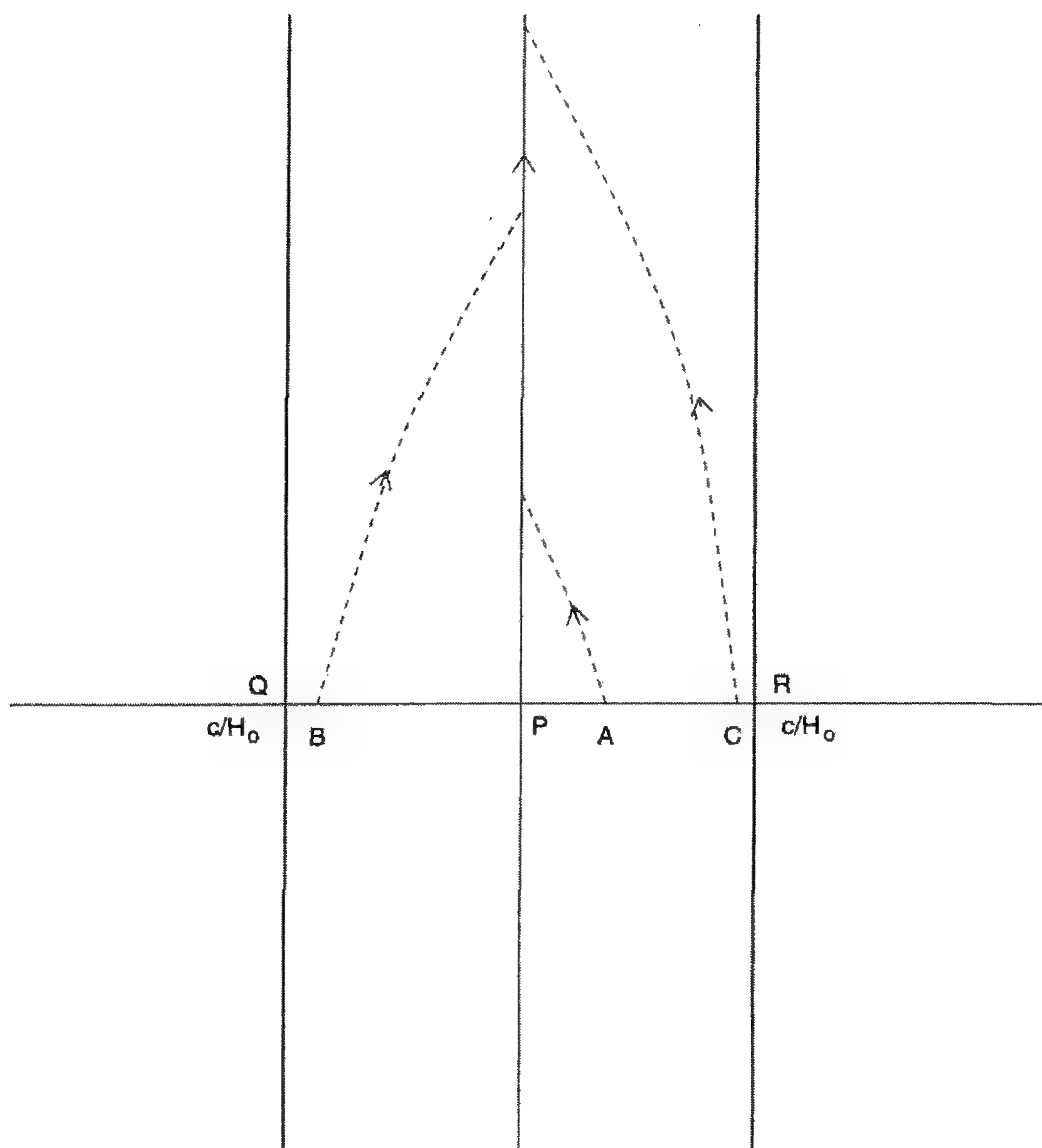
مثال

عالم اینشتین-دوسیته را که در فصل ۳ شرح دادیم، در نظر بگیرید. در اینجا داریم $k = 0$ و $S = \mathrm{e}^{Ht}$، بنابراین به‌دست می‌آوریم

$$R_{\mathrm{E}} = \mathrm{e}^{Ht_0} \int_{t_0}^{\infty} c\mathrm{e}^{-Ht}\mathrm{d}t = \frac{c}{H_0}.$$

یعنی، اگر یک چشمهٔ نور پرتویی را به فراتر از این گسترهٔ زمانی t_0 به ناظری در $r = 0$ بفرستد، این پرتو هرگز به ناظر نخواهد رسید (نگاه کنید به شکل ۹.۴).

توجه کنید که هر دوی افق رویداد و افق ذره شعاعهای قابل مقایسه با c/H_0 دارند، که به این نتیجه‌گیری غلط می‌انجامد که طول $R_{\mathrm{H}} = c/H_0$ در هر کیهان‌شناسی اندازهٔ افق است. وجود یک افق (ذره یا رویداد) در یک مدل کیهان‌شناسی به عامل مقیاس و رفتار انتگرال مربوط(که در بالا بحث شد) بستگی دارد. بنابراین، در بعضی مدلهای کیهان‌شناسی افق ذره وجود ندارد و برای این مدلها طول بالا هیچ اهمیتی در محدودیت سیگنال ندارد. در این موارد بهتر است آن را R_{H}، شعاع هابل، بنامیم. شعاع هابل که به این صورت تعریف می‌شود فقط مقیاس فاصلهٔ مشخصهٔ عالم در $t = t_0$ را نشان می‌دهد؛ این شعاع هیچ‌گونه اهمیت علیتی ندارد مگر اینکه معلوم شود که طول افق است. در بحث دربارهٔ کیهان‌شناسی تورمی در فصلهای ۶ و ۷ به این مطالب باز خواهیم گشت.



شکل ۹.۴ افق رویداد در عالم با مقطع QR نشان داده شده است. ذره‌های A، B، C، و غیره در این مقطع می‌توانند با ناظر P در مرکز ارتباط برقرار کنند. هیچ سیگنالی که خارج از این مقطع قرار داشته باشد نمی‌تواند هرگز به P برسد.

۷.۴ رابطهٔ اندازهٔ زاویه‌ای‌ـانتقال به سرخ

اکنون از نتیجهٔ به‌دست آمده در بخش ۹.۳ برای مطالعهٔ چگونگی تغییر اندازه‌های زاویه‌ای ظاهری با انتقال به سرخ در مدلهای فریدمان استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم که چشمه‌های دارای اندازهٔ زاویه‌ای ثابت d با انتقال به سرخهای متفاوت رصد شوند. بنابراین، چشمهٔ واقع در $(r_۱, \theta_۱, \phi_۱)$ با انتقال به سرخ z در محل ناظر واقع در $r = ۰$ زاویهٔ زیر را تشکیل می‌دهد

$$\Delta\theta_۱ = \frac{d}{r_۱ S(t_۱)} = \frac{d(۱+z)^۲}{D_۱}. \qquad (۸۹.۴)$$

چون $D_۱$ را از (۸۳.۴) می‌دانیم، $\Delta\theta_۱$ را برحسب z و $q_۰$ تعیین می‌کنیم. این واقعیت جالب توجه نمایان می‌شود که $\Delta\theta_۱$ با افزایش z به‌طور منظم کاهش نمی‌یابد؛ بلکه در مقدار معینی از z که تابع $q_۰$ است کمینه می‌شود.

این نتیجه را می‌توان برای $q_۰ = \frac{۱}{۲}$ به‌راحتی به‌دست آورد. از (۷۷.۴) به‌دست می‌آوریم

$$\Delta\theta_۱ = \frac{dH_۰}{۲c}\,\frac{(۱+z)^{۳/۲}}{(۱+z)^{۱/۲}-۱}. \qquad (۹۰.۴)$$

با مشتق‌گیری سرراست به این نتیجه می‌رسیم که مقدار کمینهٔ $\Delta\theta_۱$ (مثلاً $\theta_{\min}$) و انتقال به سرخ $z = z_{\rm m}$ که در آن این رویداد به‌وقوع می‌پیوندد عبارت‌اند از

$$\theta_{\min} = ۳/۳۷۵\frac{dH_۰}{c}$$

و

$$z_{\rm m} = ۱/۲۵. \qquad (۹۱.۴)$$

حالتهای $q_۰ \geq \frac{۱}{۲}$ پیچیده‌ترند. این مورد را برای $q_۰ > \frac{۱}{۲}$ نشان می‌دهیم. به‌جای استفاده از $D_۱$ رابطهٔ (۸۱.۴)، بهتر است از پارامتر Θ در رابطه‌های (۵۸.۴) و (۵۹.۴) و رابطهٔ (۷۸.۴) استفاده کنیم. به‌دست می‌آوریم

$$\Delta\theta_۱ = \frac{d}{r_۱ S(t_۱)} = \frac{۲d}{\alpha}[(۱-\cos\Theta_۱)\sin(\Theta_۰-\Theta_۱)]^{-۱}. \qquad (۹۲.۴)$$

ثابت α از معادلهٔ (۵۷.۴) معلوم می‌شود. مشتق‌گیری نسبت به $\Theta_۱$ نشان می‌دهد که کمینه وقتی به‌وجود می‌آید که

$$\sin\Theta_۱\sin(\Theta_۰-\Theta_۱) - (۱-\cos\Theta_۱)\cos(\Theta_۰-\Theta_۱) = ۰$$

یعنی،

$$\sin\left(\Theta_۰ - \frac{۳\Theta_۱}{۲}\right) = ۰,$$

که می‌دهد

$$\Theta_۱ = \frac{۲\Theta_۰}{۳}, \qquad ۱+z_{\rm m} = \frac{۱-\cos\Theta_۰}{۱-\cos(۲\Theta_۰/۳)}. \qquad (۹۳.۴)$$

با استفاده از (۵۷.۴) به‌دست می‌آوریم

$$\Theta_{\min}=\frac{(2q_0-1)^{3/2}}{q_0}\frac{1}{[1-\cos(2\Theta_0/3)]\sin(\Theta_0/3)}\frac{dH_0}{c}. \qquad (94.4)$$

نتیجه نظیر آن برای $q_0<\frac{1}{2}$ عبارت است از

$$\Theta_{\min}=\frac{(1-2q_0)^{3/2}}{q_0}\frac{1}{[\cosh(2\Psi_0/3)-1]\sinh(\Psi_0/3)}\frac{dH_0}{c} \qquad (95.4)$$

در انتقال به سرخ z_m که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$1+z_m=\frac{\cosh\Psi_0-1}{\cosh(2\Psi_0/3)-1} \qquad (96.4)$$

شکل ۱۰.۴ نمودار $\Delta\theta_1$ برحسب z برای مدلهای فریدمان مختلف است. توجه کنید که چگونه همهٔ منحنیها در نزدیکی نتیجهٔ اقلیدسی $\Delta\theta_1\propto z^{-1}$ شروع و سپس در مقادیر بزرگ z با یکدیگر متفاوت می‌شوند. اصولاً، این اثر را می‌توان برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه کدام عالم فریدمان (اگر وجود داشته باشد!) به عالم واقعی نزدیک است به‌کار برد.

۸.۴ شمارشهای چشمه

اکنون به فرمول کلی (۷۵.۳) باز می‌گردیم و آن را در مورد مدلهای فریدمان به‌کار می‌بریم. به‌کارگیری انتقال به سرخ به‌عنوان پارامتر فاصله راحت‌تر از r یا t است. مانند قبل، از مورد $k=+1$ شروع می‌کنیم. از (۵۸.۴) و عبارتهای پس از آن داریم

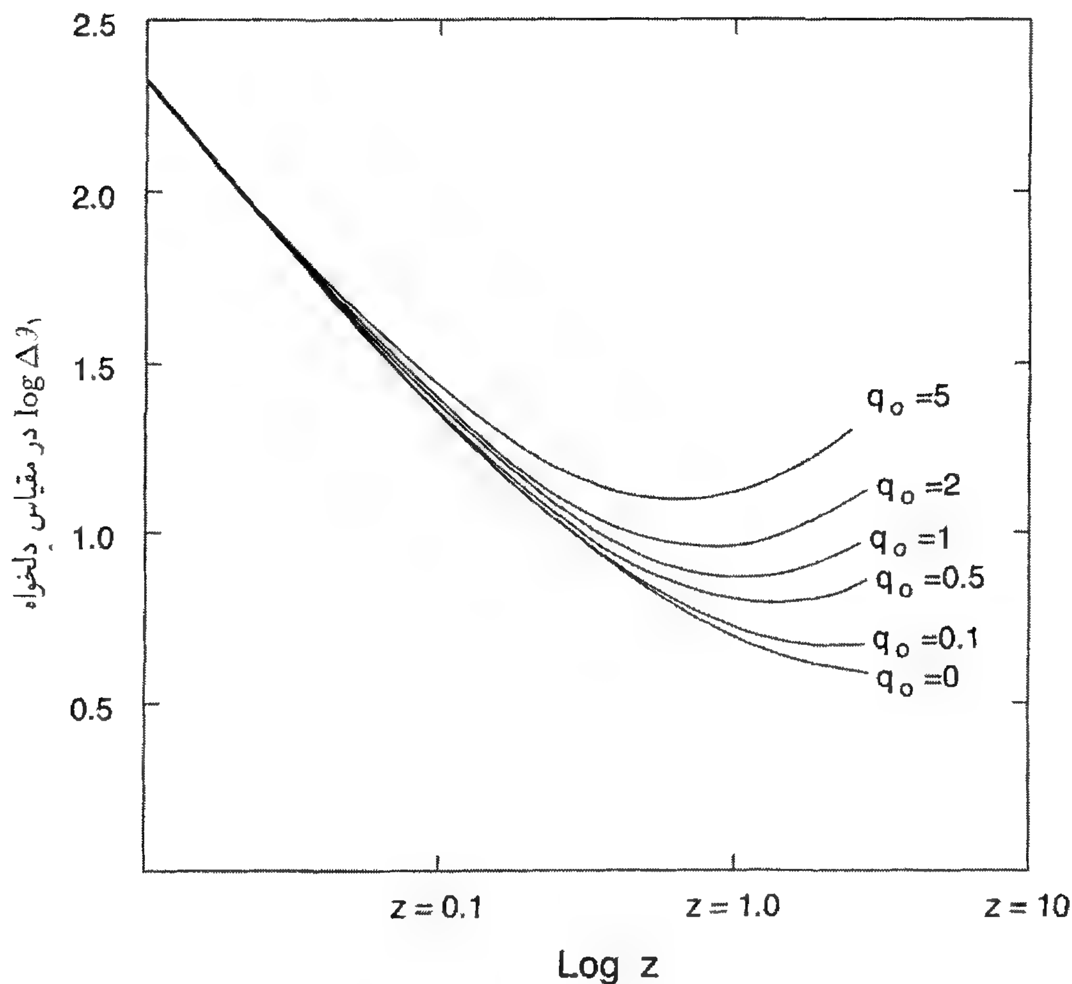
$$r=\sin(\Theta_0-\Theta_1),$$

$$\left|\frac{\mathrm{d}r}{\sqrt{1-r^2}}\right|=|\mathrm{d}\Theta_1|,\qquad 1+z=\frac{\sin^2(\Theta_0/2)}{\sin^2(\Theta_1/2)},$$

$$\left|\frac{\mathrm{d}z}{1+z}\right|=\cot\left(\frac{\Theta_1}{2}\right)|\mathrm{d}\Theta_1|=\sqrt{\frac{1+2q_0z}{2q_0-1}}|\mathrm{d}\Theta_1|.$$

بنابراین تعداد چشمه‌های نجومی با انتقال به سرخهای در گسترهٔ $(z,z+\mathrm{d}z)$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathrm{d}N=4\pi\sin^2(\Theta_0-\Theta_1)n(t)\left|\frac{\mathrm{d}\Theta_1}{\mathrm{d}z}\right|\mathrm{d}z.$$



شکل ۱۰.۴ این نموادر $\log \Delta\theta_۱$ را برحسب $\log z$ برای مدلهای فریدمان با $q = ۰, ۰/۱, ۰/۵, ۱, ۲, ۵$. همهٔ منحنیها در z کوچک در یک خط راست ادغام می‌شوند که تغییرات $\Delta\theta_۱$ برحسب فاصله را در عالم اقلیدسی توصیف می‌کند.

فرض می‌کنیم که $n(t)$ به‌صورت تابع $n(z)$ از z مشخص شود. با بهره‌گیری از (۸۰.۴) و دستکاری جبری، به‌دست می‌آوریم

$$\mathrm{d}N = ۴\pi n(z)\frac{(۲q_۰ - ۱)^{۳/۲}}{q_۰^۴}\,\frac{[q_۰ z + (q_۰ - ۱)\sqrt{۱ + ۲zq_۰} - ۱]^۲\mathrm{d}z}{\sqrt{۱ + ۲q_۰ z}(۱ + z)^۳}. \quad (۹۷.۴)$$

فرض کنید که $n(z)$ به شکل اندکی متفاوت بیان شود. به‌خاطر داریم که n تعداد چشمه‌ها به‌ازای واحد مختصهٔ حجم، برحسب مختصات همراه (r, θ, ϕ) است. رابطهٔ میان n و تعداد چشمه‌ها به‌ازای واحد ویژه‌حجم چیست؟ اگر این مورد اخیر را با $\overline{n}$ نشان دهیم، داریم

$$n = \overline{n}S^۳ = \frac{\overline{n}S_۰^۳}{(۱ + z)^۳}. \quad (۹۸.۴)$$

از (۵۱.۴) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\overline{n}}{(1+z)^3} = (2q_0 - 1)^{3/2}\left(\frac{H_0}{c}\right)^3 n. \qquad (99.4)$$

با قرار دادن در (۹۷.۴) به‌دست می‌آوریم

$$\mathrm{d}N = 4\pi\left(\frac{c}{H_0}\right)^3 \frac{[q_0 z + (q_0 - 1)\sqrt{1+2zq_0} - 1]^2 \overline{n}\mathrm{d}z}{q_0^4 (1+z)^6 \sqrt{1+2q_0 z}}. \qquad (100.4)$$

بدین صورت رابطهٔ (۱۰۰.۴) را می‌توان در مورد همهٔ مدلهای فریدمان به‌کار برد، اگرچه در به‌دست آوردن آن فرض کردیم که $q_0 > \frac{1}{2}$ و $k = 1$. موقعیتهایی برای استفاده از این نتیجه در ارتباط با رصدهای شمارشهای کهکشان و شمارشهای چشمه داریم.

۹.۴ زمینهٔ تابش از چشمه‌ها

بگذارید با بهره‌گیری از فرمولهای بالا شار تابش را از چشمه‌هایی که در سراسر عالم توزیع شده‌اند محاسبه کنیم. برای تثبیت ایده‌ها فرض کنید $\overline{n}(z)\mathrm{d}z$ چشمه به‌ازای واحد ویژه حجم با انتقال به سرخ در گسترهٔ $(z, z+\mathrm{d}z)$ وجود دارد. فرض کنید که نمونه‌ای از چشمه با انتقال به سرخ z طیف شدت بهنجارشده‌ای به‌صورت زیر

$$J(\nu; z)$$

و درخشندگی کل $L(z)$ دارد. بنابراین

$$\int_0^\infty J(\nu; z)\mathrm{d}\nu = 1. \qquad (101.4)$$

اکنون چشمه‌هایی را در نظر بگیرید که در زاویهٔ فضایی کوچک $\mathrm{d}\Omega$ در جهت $\theta = \theta_1$ و $\phi = \phi_1$ از مبدأ قرار دارند. رابطهٔ زیر

$$f(\nu_0)\Delta\nu_0 \mathrm{d}\Omega$$

شارکلی تابش دریافتی در $r = 0$ در گسترهٔ بسامد $(\nu_0, \nu_0 + \Delta\nu_0)$ از تمام چشمه‌های واقع در زاویهٔ فضایی مورد نظر است.

اکنون تعداد چشمه‌ها در گسترهٔ انتقال به سرخ نوعی $(z, z+\mathrm{d}z)$ از ضرب کردن $\mathrm{d}N$ در $\mathrm{d}\Omega/(4\pi)$، و شار تابش ناشی از چشمه‌ای در این گستره از کاربرد رابطهٔ (۵۶.۳) به‌دست می‌آید. با کنار هم‌گذاشتن این نتیجه‌ها، به‌دست می‌آوریم

$$f(\nu_0) = \frac{c}{H_0}\frac{1}{4\pi}\int_0^\infty \frac{\overline{n}(z)L(z)J[\nu_0(1+z); z]\mathrm{d}z}{(1+z)^5\sqrt{1+2q_0 z}}. \qquad (102.4)$$

این فرمول در برآورد سهم چشمه‌ها در تابش زمینهٔ کیهانی سودمند است. توجه کنید که شار $S(\nu_0; z)$ از یک چشمهٔ نوعی در محاسبهٔ بالا با رابطهٔ زیر به کمیت $\mathrm{d}N/\mathrm{d}z$ مربوط می‌شود

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}z}\cdot[\tilde{S}(\nu_0, z)] = \frac{c}{H_0}\frac{L(z)\overline{n}(z)J[\nu_0(1+z); z]}{(1+z)^5\sqrt{1+2q_0 z}}. \qquad (103.4)$$

حال، در یک فضای اقلیدسی با توزیع یکنواخت چشمه‌ها، تعداد چشمه‌ها تا فاصلهٔ اقلیدسی R از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$N = \frac{4\pi}{3}R^3\overline{n}_0.$$

که $\overline{n}_0$ چگالی عددی چشمه‌هاست که ثابت فرض می‌شود.

به‌علاوه، نمونه‌ای از چشمه در فاصلهٔ R با درخشندگی L در مبدأ شاری تولید می‌کند که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$S = \frac{L}{4\pi R^2}$$

بنابراین به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}R}S = \overline{n}_0 L = \text{const.} \qquad (104.4)$$

برای به‌دست‌آوردن نظیر این نتیجه در عالم فریدمان، باید فرض کنیم که $\overline{n}(z) = \overline{n}_0(1+z)^3$ که متناظر با تعداد چشمه‌های ثابت در واحد مختصهٔ حجم است. همین‌طور فرض می‌کنیم که $L(z) = \text{const.}$ و از (۱۰۳.۴) روی همهٔ ν_0 انتگرال می‌گیریم. سپس با بهره‌گیری از (۱۰۱.۴) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}z}S = \left(\frac{c}{H_0}\right)\frac{L\overline{n}_0}{(1+z)^3\sqrt{1+2q_0 z}} \qquad (105.4)$$

بنابراین، حاصلضرب طرف چپ با افزایش z در تمام مدلهای فریدمان به‌طور مداوم کاهش می‌یابد. عاملهای انتقال به سرخ در مخرج سبب می‌شوند که حاصلضرب تعداد شمارش دیفرانسیلی برحسب شار برای چشمه‌های دوردست کمتر از چشمه‌های نزدیک شود.

این اثر را در سهم چشمه در زمینه در (۱۰۵.۴) نیز می‌بینیم. سهم پوسته‌های دور دست به‌واسطهٔ انتقال به سرخ بی‌وقفه کم می‌شود. بدین ترتیب، این راهی برای حل پارادوکس قدیمی معروف به پارادوکس اولبرس[1] بود. در سال ۱۸۲۶ هاینریش اولبرس، منجم آلمانی، تابش حاصل از توزیع یکنواختی از چشمه‌ها را در یک عالم اقلیدسی با پهنهٔ نامتناهی فضا و زمان محاسبه کرد. اولبرس با بهره‌گیری از (۱۰۴.۴) نتیجه گرفت که شار خالص بینهایت است! پارادوکس اولبرس اغلب به‌صورت این پرسش مطرح می‌شود که «چرا آسمان در شب تاریک است»؟ با استفاده از (۱۰۵.۴) به‌جای (۱۰۴.۴) مشاهده می‌کنیم که تضعیف در انتقال به سرخهای بزرگ باعث می‌شود که $f(\nu_0)$ متناهی شود. جنبه‌های مختلف پارادوکس اولبرس در تمرینهای ۲۵ تا ۲۹ بررسی می‌شود که نشان می‌دهد عالم در حال انبساط تنها راه رسیدن به یک پاسخ متناهی نیست.

۱۰.۴ مدلهای کیهان‌شناختی با جملهٔ λ

اگرچه موضوع این فصل مدلهای فریدمان است، اما اکنون رده‌ای دیگر از مدلها را بررسی می‌کنیم که ارتباط نزدیکی با مدل فریدمان دارند. اینها مدلهایی هستند که از معادله‌های اینشتین اصلاح‌شده (۱۰۴.۲) ــ معادله‌های حاوی ثابت کیهان‌شناختی λ، به‌دست می‌آیند. قبلاً دو مورد خاص از این جوابها یعنی مدل ایستای اینشتین و مدل تهی دوسیته را در فصل پیش بررسی کردیم. وقتی رصدهای هابل تصویر عالم در حال انبساط را تثبیت کرد، اینشتین قبول کرد که دلیل خاصی برای جملهٔ λ در این معادله‌ها وجود ندارد. وی حتی تا این حد پیش رفت که بگوید واردکردن این جمله بزرگترین گاف زندگی او بوده است، مدل اینشتین‌ـدوسیته که در این فصل بررسی شد حاصل همکاری اینشتین با دوسیته پس از کنار گذاشتن جملهٔ λ است.

با وجود این، در سالهای ۱۹۳۰ کیهان‌شناسانی چون ای. اس. ادینگتون و آبه لومتر متوجه شدند که جملهٔ λ جنبه‌های جالب توجهی را وارد کیهان‌شناسی می‌کند و مدلهای مبتنی بر آن باید به تفصیل بررسی شوند. درکیهان‌شناسی جدید برخورد با جملهٔ λ از خصمانه تا پرشور تغییر

1. *Olbers paradox*

می‌کند. ورودیهای فیزیک ذرات در مراحل اولیهٔ عالم تفسیر جدیدی از جملهٔ λ را فراهم آورده است که در فصل ۶ بررسی می‌شود.

قرار دادن $\lambda \neq 0$ رابطه‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) را به‌صورت زیر درمی‌آورد

$$2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \lambda c^2 = \frac{8\pi G}{c^2}T^1_1 \tag{۱۰۶.۴}$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \frac{1}{3}\lambda c^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}T^0_0 \tag{۱۰۷.۴}$$

قانونهای پایستگی که در بخش ۳.۴ مطرح شدند از جملهٔ λ تأثیر نمی‌پذیرند. اگر فقط گردوغبار را در نظر بگیریم، معادلهٔ (۱۰۷.۴) معادلهٔ دیفرانسیل زیر را به‌جای (۴۱.۴) به ما می‌دهد:

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \frac{1}{3}\lambda c^2 = \frac{8\pi G\rho_0}{3}\,\frac{S_0^3}{S^3}. \tag{۱۰۸.۴}$$

همین‌طور، (۱۰۶.۴) به‌صورت زیر در می‌آید

$$2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \lambda c^2 = 0. \tag{۱۰۹.۴}$$

بگذارید ابتدا مدل ایستای اینشتین را به‌دست آوریم. با قراردادن $S = S_0$، $\dot{S} = 0$ و $\ddot{S} = 0$ در (۱۰۸.۴) و (۱۰۹.۴) به‌دست می‌آوریم

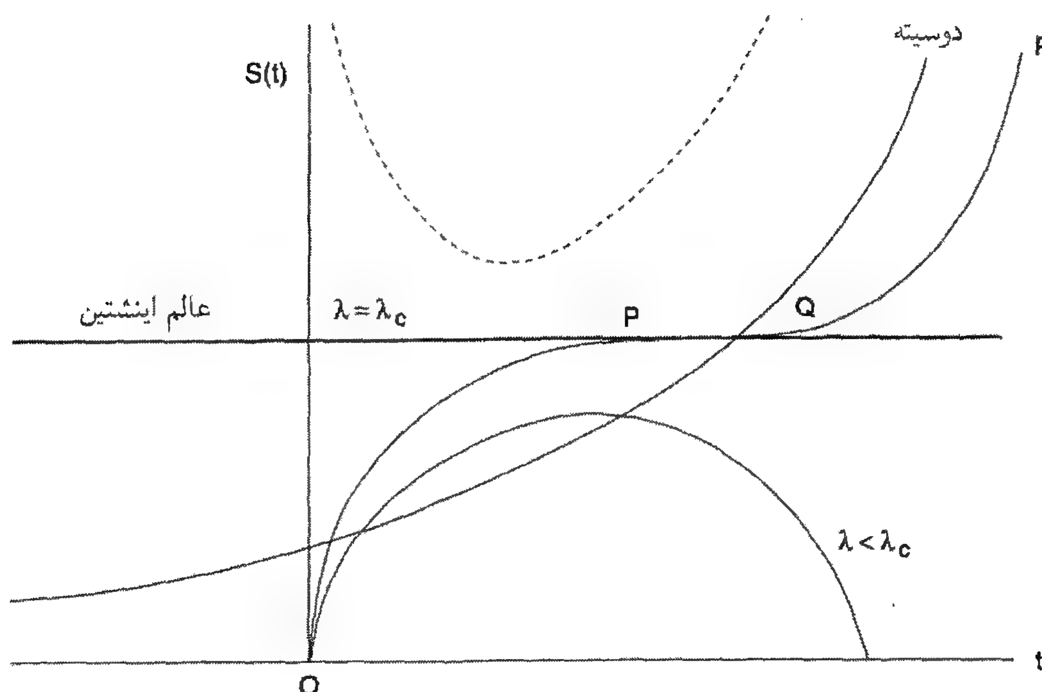
$$\frac{kc^2}{S_0^2} - \frac{1}{3}\lambda c^2 = \frac{8\pi G\rho_0}{3}; \qquad \frac{kc^2}{S_0^2} = \lambda c^2.$$

با استفاده از این عبارتها اثبات اینکه $k = +1$ مشکل نیست، و عبارتهایی را که در بخش ۳.۳ پیدا کردیم باز می‌یابیم:

$$\lambda = \frac{1}{S_0^2} \equiv \lambda_c, \tag{۱۱۰.۴}$$

$$\rho_0 = \frac{\lambda_c c^2}{4\pi G} \tag{۱۱۱.۴}$$

مقدار حدی λ را که برای آن یک جواب ایستا امکان‌پذیر است با $\lambda = \lambda_c$ نشان می‌دهیم. ادینگتون متذکر شد که عالم اینشتین ناپایدار است. اختلالی مختصر شرایط تعادل (۱۱۰.۴)



شکل ۱۱.۴ کیهان‌شناسیهای‌-λ برای $k = 1$. برای جزئیات به متن کتاب رجوع کنید.

و (۱۱۱.۴) را برهم می‌زند و باعث رمبش به تکینگی ($S \to 0$) یا انبساط به بینهایت ($S \to \infty$) می‌شود. ادینگتون و لومتر در عوض مدلی را پیشنهاد کردند که در آن λ اندکی از λ_c تجاوز می‌کرد. در این صورت عالم از $S = 0$(مهبانگ) فوران می‌کند و در حوالی $S = S_0$ کند می‌شود، و برای مدت زیادی در همین حدود باقی می‌ماند و سپس تا بینهایت منبسط می‌شود. استدلال می‌شد که دورهٔ شبه ایستای عالم برای تشکیل کهکشانها مناسب است. این مدل در شکل ۱۱.۴ نشان داده شده است که در آن $S(t)$ برای گستره مقادیر λ به‌ازای $k = 1$ رسم شده‌است. توجه کنید که برای $\lambda < \lambda_c$ عالم منقبض می‌شود(مانند مورد فریدمان)، در حالی که برای $\lambda > \lambda_c$ سرانجام تا بینهایت پخش و شبیه عالم دوسیته می‌شود.

شکل ۱۱.۴ با منحنی خط‌چین مدلهای دیگری را نیز نشان می‌دهد که از بینهایت تا مقدار کمینهٔ $S > 0$ منقبض می‌شوند و سپس دوباره تا $S \to \infty$ انبساط می‌یابند. این مدلها را گاهی مدل نوسانی نوع دوم می‌نامند، تا از مدلهایی که به $S = 0$ برمی‌گردند و مدلهای نوسانی نوع اول خوانده می‌شوند متمایزگردند. به هر حال، این اصطلاحات کاملاً مناسب نیستند، زیرا در این مدلها هیچ تکراری که از واژهٔ «نوسانی» انتظار می‌رود وجود ندارد.

مدلهای با $k = 0$ و $k = -1$ این رفتارهای مختلف برای $\lambda > 0$ را از خود نشان نمی‌دهند.

از (۱۰۸.۴) رابطه‌ای به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$\dot{S}^{۲} = -kc^{۲} + \frac{۱}{۳}\lambda c^{۲} S^{۲} + \frac{۸\pi G\rho_{\circ} S_{\circ}^{۳}}{۳S}. \qquad (۱۱۲.۴)$$

که در آن تمام جمله‌های سمت راست نامنفی هستند. بنابراین، $\dot{S}$ تغییر علامت نمی‌دهد، و مدلهایی را به‌دست می‌آوریم که همواره منبسط می‌شوند. اما، برای $\lambda < ۰$، می‌توانیم به عالمهایی دست یابیم که مانند مورد $k = ۱$ و $\lambda < \lambda_c$ منبسط و سپس باز منقبض می‌شوند.

این بحث ما دربارهٔ رفتار دینامیکی کلی کیهان‌شناسیهای-λ را به پایان می‌رساند. این بخش را با نوشتن (۱۰۸.۴) و (۱۰۹.۴) در عصر حاضر برحسب $H_{\circ}$ و $q_{\circ}$ ختم می‌کنیم. بدین ترتیب به‌جای عبارتهای قبلی داریم

$$H_{\circ}^{۲} + \frac{kc^{۲}}{S_{\circ}^{۲}} - \frac{۱}{۳}\lambda c^{۲} = H_{\circ}^{۲}\Omega_{\circ},$$

$$(۱ - ۲q_{\circ})H_{\circ}^{۲} + \frac{kc^{۲}}{S_{\circ}^{۲}} - \lambda c^{۲} = ۰.$$

و از آنها به‌دست می‌آوریم

$$\Omega_{\circ} = ۲q_{\circ} + \frac{۲}{۳}\lambda \frac{c^{۲}}{H_{\circ}^{۲}}. \qquad (۱۱۳.۴)$$

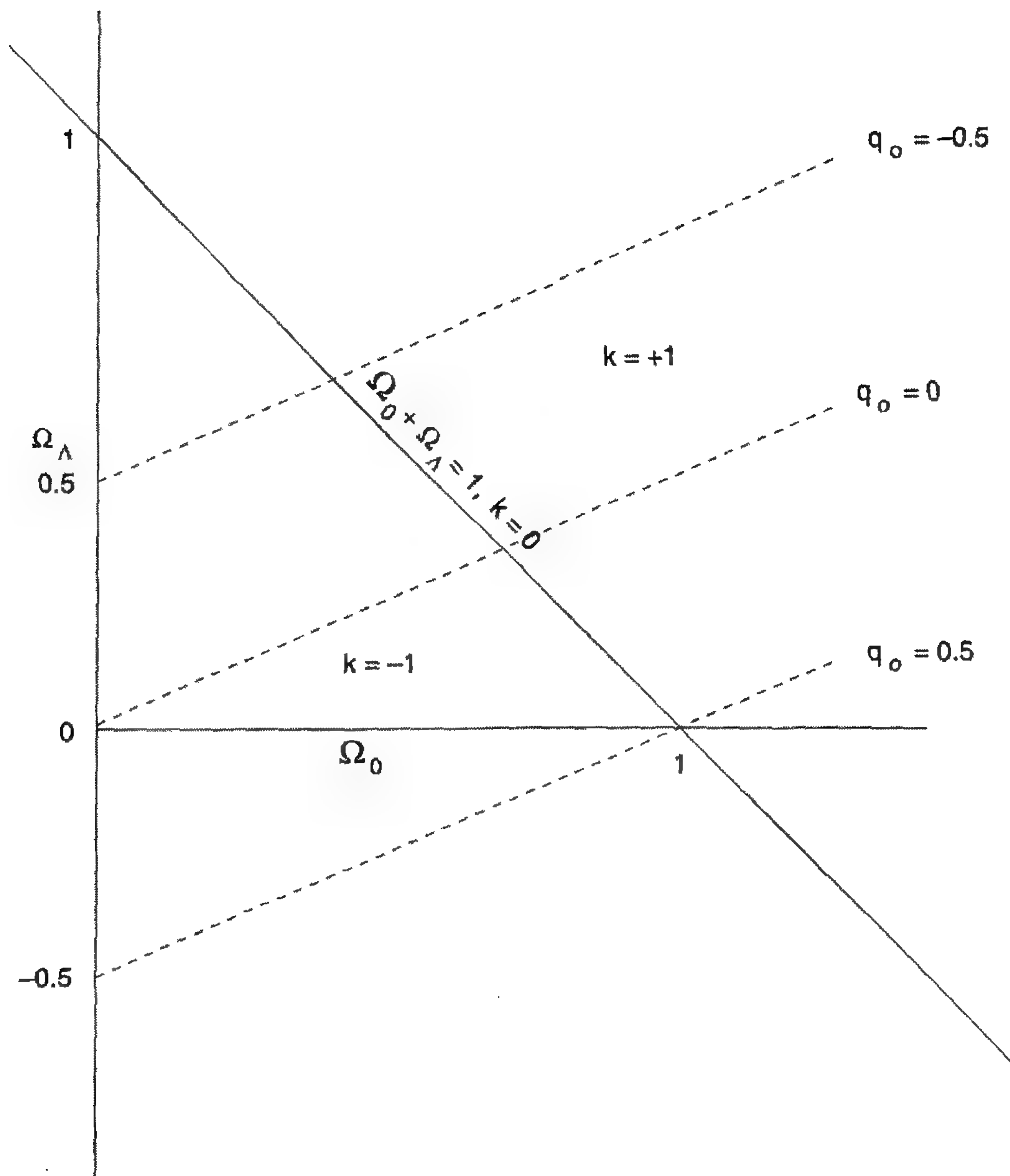
بنابراین، رابطهٔ یکتایی بین $q_{\circ}$ و $\Omega_{\circ}$ وجود ندارد؛ یک پارامتر اضافی وارد رابطه می‌شود. همچنین توجه کنید که نمی‌توان $q_{\circ}$ منفی، یعنی انبساط شتابدار داشت، اگر $\lambda < ۰$ باشد. زیرا جملهٔ λ یک نیروی دافعهٔ کیهانی را وارد می‌کند.

سرانجام، اگر عالم به‌لحاظ فضایی تخت باشد، یعنی $k = ۰$، می‌توان رابطهٔ زیر را برای تأیید این واقعیت نوشت

$$\Omega_{\circ} + \frac{۱}{۳}\frac{\lambda c^{۲}}{H_{\circ}^{۲}} = ۱.$$

با نوشتن

$$\frac{۱}{۳}\frac{\lambda c^{۲}}{H_{\circ}^{۲}} = \Omega_{\Lambda} \qquad (۱۱۴.۴)$$



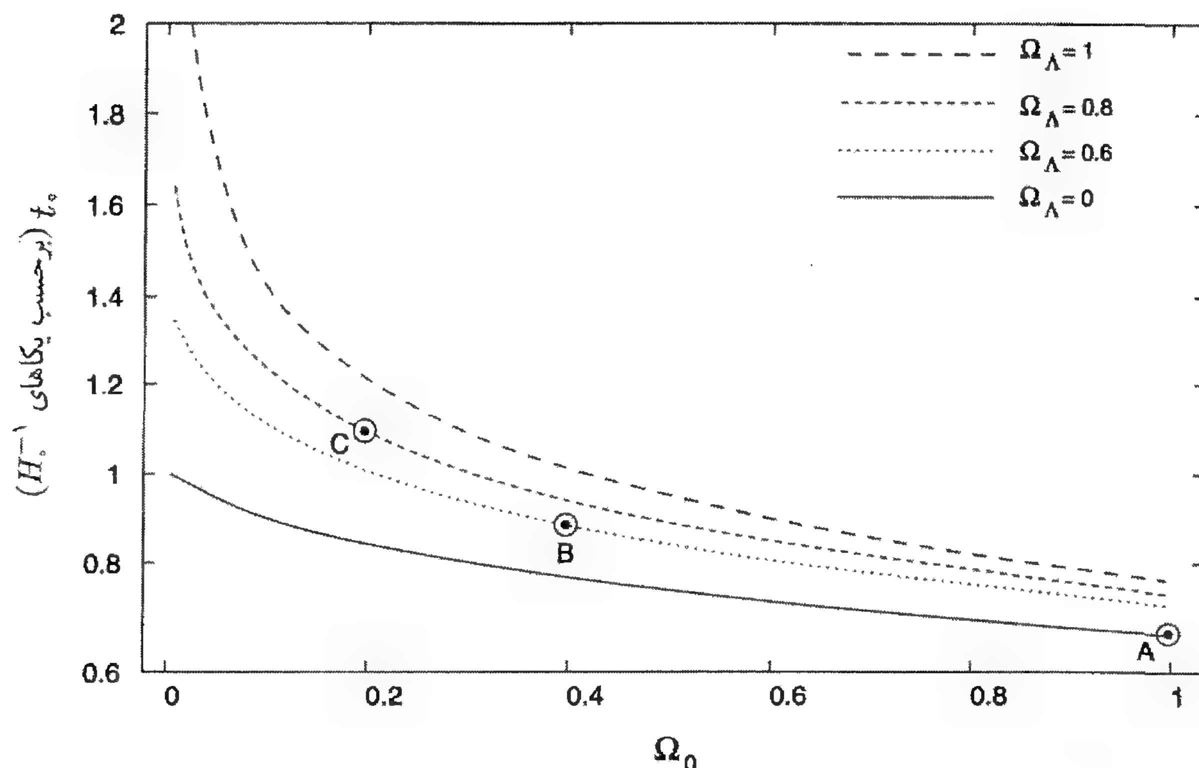
شکل ۱۲.۴ صفحهٔ $(\Omega_\circ, \Omega_\Lambda)$ با خط $\Omega_\circ + \Omega_\Lambda = ۱$ که رسم شده است تا $k = \circ$ را نشان دهد. بالای این خط $k = ۱$؛ زیر آن $k = -۱$.

رابطهٔ بالا را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد

$$\Omega_\circ + \Omega_\Lambda = ۱. \qquad (۱۱۵.۴)$$

شکل ۱۲.۴ این رابطه‌ها را در صفحهٔ $(\Omega_\circ\ ,\ \Omega_\Lambda)$ نشان می‌دهد.

در اینجا با چند کلمه دلیل این را بیان می‌کنیم که چرا این روزها مدلهای λ را ترجیح می‌دهند. اندازه‌گیریهای ثابت هابل و برآوردهای سن ستارگان در خوشه‌های گویسان نشان می‌دهد که سن



شکل ۱۳.۴ سن عالم در مقیاس یکاهای H_0^{-1} برحسب Ω_0 برای مدلهای دارای مقادیر مختلف Ω_Λ، از جمله صفر، رسم شده است. منحنیها سن را برای یک Ω_Λی، ثابت نشان می‌دهند. توجه کنید که با ثابت کیهان‌شناختی مثبت سنهای بیشتری به‌دست می‌آید. (برای تعریف Ω_Λ به معادله (۱۱۴.۴) رجوع کنید.) همین‌طور جالب توجه است که نقطه‌های $A, B, C, \ldots$ به‌ترتیب با افزایش سهم Ω_Λ در $\Omega_\Lambda + \Omega_0 = 1$، نظیر سنهای بیشتری هستند.

مدلهای $\lambda = 0$ برای سازگاری با سن ستاره‌ای ناکافی است. همان‌طور که شکل ۱۳.۴ نشان می‌دهد، با داشتن ثابت کیهان‌شناختی ثابت، سن عالم را می‌توان افزایش داد. در نتیجه اگر $\lambda > 0$ باشد قید سن سست می‌شود.

۱۱.۴ اظهارنظرهای نهایی

بحث دربارهٔ ویژگیهای دینامیکی و هندسی عالم در حال انبساط اکنون کامل شده است. کار را با کیهان‌شناسی نیوتونی آغاز کردیم و مدلهای ساده‌ای را به‌دست آوردیم، که معلوم شد به مدلهای نسبیت عام شباهت بسیار دارند ــ نظریه‌ای که این ایدهٔ منحصر به فرد را مطرح کرد که اثرهای گرانشی با هندسهٔ نااقلیدسی فضازمان ارتباطی تنگاتنگ دارند در واقع همان‌طور که قبلاً دیدیم، نسبیت دیدگاه بهتری را از کیهان‌شناسی نسبت به نظریهٔ نیوتونی در اختیار می‌گذارد. در هیچ‌جا

بجز کیهان‌شناسی نمی‌توان اثرهای بزرگ مقیاس هندسهٔ نااقلیدسی را مشاهده کرد. انتقال به سرخ، تار شدن نور حاصل از چشمه‌های دوردست، رفتار عجیب اندازه‌های زاویه‌ای، وجود افقهای ذره، و شگفت‌انگیزتر از همه، تکینگی فضازمان: همه نمونه‌هایی از این اثرها هستند.

به هر حال، در تحلیل نهایی، کیهان‌شناسی تمرینی در خیال‌پردازیهای ریاضی نیست، بلکه نظریه‌ای فیزیکی است که باید پیش‌بینی‌های آزمون‌پذیر رصدی داشته باشد. بنابراین، اکنون باید به کیهان‌شناسی فیزیکی و بحث دربارهٔ ویژگیهای فیزیکی عالم در حال انبساط بپردازیم. آیا هیچ بازمانده‌ای از دوره‌های بلافاصله پس از مهبانگ داریم؟ چگونه کهکشانها، که آنها را واحدهای بنیادی عالم در نظر گرفتیم، در مرحلهٔ اول شکل گرفتند؟ و چگونه خود ماده در حالت اولیهٔ خود به‌وجود آمد؟ در سه فصل بعد به این موضوعها می‌پردازیم.

تمرینها

۱. عبارتهای مربوط به تانسور ریچی و تانسور اینشتین را برای جزء خط رابرتسون-واکر اثبات کنید.

۲. نشان دهید چگونه فرضهای مربوط به اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی تعداد معادله‌های مستقل اینشتین را از ۱۰ به ۲ کاهش می‌دهد. به کمک قانون پایستگی چه نتیجهٔ دیگری را می‌توان دربارهٔ این معادله‌ها به‌دست آورد؟

۳. از (۲۴.۴) رابطه (۲۵.۴) را نتیجه بگیرید.

۴. با بهره‌گیری از مدل اینشتین-دوسیته، عصری را تخمین بزنید که در آن چگالیهای ماده و تابش در عالم برابر بوده است. برای این محاسبه‌ها $\rho_0 = 10^{-29}\mathrm{g\ cm^{-3}}$ و $\varepsilon_0 = 10^{-13}\mathrm{erg\ cm^{-3}}$ را در نظر بگیرید و پاسخ خود را به صورت کسری از سن عالم بیان کنید.

۵. چگالی بستار چه اهمیتی دارد؟ نشان دهید که رابطهٔ یکتایی میان پارامتر شتاب منفی q_0 و پارامتر چگالی Ω_0 در عالم فریدمان وجود دارد. جملهٔ λ چه تغییری در این رابطه می‌دهد؟

۶. یک کهکشان با انتقال به سرخ ۰٫۶۹ مشاهده می‌شود. با فرض اینکه در عالم اینشتین-دوسیته با ثابت هابل برابر $70\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^{-1}}$ زندگی می‌کنیم چقدر طول می‌کشد تا نور از این کهکشان به ما برسد؟

۷. با بهره‌گیری از اصول اولیه سن عالم فریدمان با $q_0 = 2$ را محاسبه کنید.

۸. در عالم فریدمان با $q_0 = 1$، کهکشانی با $z = 1$ مشاهده می‌شود، در زمانی که این کهکشان نوری را گسیلیده که ما امروز آن را دریافت می‌کنیم سن عالم چقدر بوده است؟ ($H_0 = 100\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^{-1}}$.)

۹. پرتویی از نور در دورهٔ فعلی در عالم بستهٔ فریدمان گسیل شده است. دربارهٔ امکان اینکه نور دور عالم بگردد و به نقطهٔ اولیهٔ بازگردد بحث کنید.

۱۰. فرمولی برای r_1 و D_1 برای مدل فریدمان باز با q_0 و H_0 معین به‌دست آورید.

۱۱. نشان دهید که عبارتهای مربوط به D_1 برای حالتهای $q_0 = \frac{1}{2}$ و $q_0 = 0$ را می‌توان با فرایندهای حدی مناسب از (۸۱.۴) به‌دست آورد.

۱۲. نشان دهید که مقدار منحصر به فردی از q_0 وجود دارد که برای آن قانون خطی هابل دقیقاً برقرار است.

۱۳. فرمول (۸۱.۴) را وارون کنید تا z برحسب $x \equiv D_1 H_0 / c$ به‌دست آید. نشان دهید که

$$z = q_0 x - (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2x} - 1).$$

با استفاده از این رابطه نشان دهید که چگونه رابطهٔ سرعت‌ـ‌فاصله هابل در مدلهای کیهان‌شناختی با q_0 مختلف شروع به جدا شدن از یکدیگر می‌کنند.

۱۴. با محاسبهٔ R_{iklm} نشان دهید که مدل فریدمان با $q_0 = 0$ بیانگر یک فضازمان تخت است.

۱۵. با فرض اینکه مدل فریدمان با $q_0 = 0$ فضازمانی تخت را توصیف کند، مختصاتی را بیابید که جزء خط آن به‌وضوح مربوط به فضازمان مینکوفسکی باشد.

۱۶. منظور از افق ذره چیست؟ وابستگی اندازهٔ افق ذره به دورهٔ مشاهده در مدل فریدمان معین چگونه است؟

۱۷. نشان دهید که چرا مدلهای فریدمان افق رویداد ندارند.

۱۸. در مدل اینشتین‌ـ‌دوسیته n چشمه در واحد حجم مختصات همراه وجود دارد. تعداد چشمه‌هایی را که اصولاً در عصر حاضر برای ما قابل مشاهده‌اند برای n ثابت حساب کنید.

۱۹. در یک مدل فریدمان اندازهٔ زاویه‌ای کمینه در $z = 1$ به‌وقوع می‌پیوندد. از روی آن مقدار q_0 را به‌دست آورید.

۲۰. درخشندگی سطحی یک جسم نجومی بنا به تعریف شار دریافتی از جسم تقسیم بر مساحت مقابل زاویه‌ای است که جسم در نقطهٔ رصد به‌وجود می‌آورد. تغییر درخشندگی سطحی برحسب انتقال به سرخ چگونه است؟

۲۱. با استفاده از اصول اولیه نشان دهید که اندازه‌های زاویه‌ای اجسام نجومی با اندازهٔ زاویه‌ای ثابت در مدل اینشتین‌ـ‌دوسیته دارای کمینه‌ای در $z = 1{,}25$ است.

۲۲. رابطهٔ (۹۳.۴) را با مشتق‌گیری مستقیم از $D_1(z)$ نسبت به z به‌دست آورید.

۲۳. رابطهٔ (۹۶.۴) را از اصول اولیه به‌دست آورید و با استفاده از آن نشان دهید که با $q_0 \to 0$ داریم $z_{\mathrm{m}} \to \infty$.

۲۴. اگر در عالم فریدمان تعداد ثابتی چشمه در واحد حجم مختصات همراه داشته باشیم، و هر چشمه تابش خطی با شدت کل ثابت L_0 در بسامد $\bar{\nu}$ گسیل کند، نشان دهید که تابش زمینهٔ حاصل از این چشمه‌ها در عصر فعلی دارای طیف بسامد $S(\nu)\mathrm{d}\nu$ است، که در آن برای $\nu > \bar{\nu}$ داریم $S(\nu) = 0$ و برای $\bar{\nu} < \nu$

$$S(\nu) = \frac{c}{H_0} n_0 L_0 \frac{\nu^{3/2}}{\bar{\nu}^2 \sqrt{2q_0 \bar{\nu} - (2q_0 - 1)\nu}}$$

که n_0 ویژه چگالی عددی چشمه‌ها در عصر حاضر است.

۲۵. دربارهٔ محاسبهٔ اولبرس در مورد تاریکی آسمان شب در عالم اقلیدسی بحث کنید.

۲۶. نشان دهید که پاسخ متناهی برای محاسبهٔ نوع اولبرس را می‌توان در صورتی به‌دست آورد که گستره یا سن عالم محدود باشد.

۲۷. نشان دهید که پاسخ متناهی در محاسبهٔ نوع اولبرس را می‌توان با فرض محدودبودن اندازهٔ چشمه‌ها، به‌طوری که چشمه‌های نزدیک تابش چشمه‌های دورتر را مسدود کنند، به‌دست آورد.

۲۸. نشان دهید که پارادوکس اولبرس را می‌توان با این فرض که یک چشمهٔ نوعی، به‌واسطهٔ منبع انرژی محدود خود، فقط می‌تواند در بازهٔ محدودی از زمان تابش کند حل کرد.

۲۹. با توجه به راه‌حلی ترجیحی خود تمام راههای ممکن حل پارادوکس اولبرس را مرور کنید.

۳۰. (۱۰۶.۴) و (۱۰۷.۴) را برای کیهان‌شناسیهای λ به‌دست آورید و از آنها قانون پایستگی را نتیجه بگیرید.

۳۱. با فرض اینکه اجسام در طی مرحلهٔ شبه‌ایستای کیهان‌شناسی ادینگتون_لومتر اکنون با انتقال به سرخ $z = 2$ مشاهده شوند، چه چیزی می‌توانید در مورد مقدار λ بگویید؟

۳۲. نشان دهید که عامل مقیاس در کیهان‌شناسی λ با $k = 1$ در معادلهٔ زیر صدق می‌کند

$$\dot{S}^2 = c^2 \left(\frac{1}{3}\lambda S^2 - 1 + \frac{\gamma}{S} \right),$$

که در آن

$$\gamma = \frac{2q_0 + \frac{2}{3}\frac{\lambda c^2}{H_0^2}}{\left(2q_0 - 1 + \frac{\lambda c^2}{H_0^2}\right)^{3/2}} \left(\frac{c}{H_0}\right).$$

۳۳. انتگرالی را بنویسید که سن عالم مهبانگ را بر $\lambda \neq 0$ به‌دست دهد. به‌طور کیفی بحث کنید که چگونه می‌توان از جملهٔ λ برای افزایش سن عالم استفاده کرد.

۳۴. در کیهان‌شناسی λ، با معلوم‌بودن q_0، حد پایین مقدار λ چیست؟

۳۵. ناورداهای R، $R_{ik}R^{ik}$ و $R_{iklm}R^{iklm}$ را برای مدلهای فریدمان محاسبه و نشان دهید که همهٔ آنها برای $S \to 0$ واگرا می‌شوند. آیا هیچ مورد استثنایی وجود دارد؟

۳۶. تمرین ۳۵ را برای کیهان‌شناسیهای λ تکرار و نشان دهید که همین نتیجه‌گیریها برای مدلهای با $S \to 0$ حاصل می‌شود.

۳۷. با یک بحث کلی نشان دهید که برای S به اندازهٔ کافی کوچک، نیروی λ نمی‌تواند مانع از تکینگی فضازمان شود.



بقایای مهبانگ

۱.۵ عالم با سیطرهٔ تابش

در فصل ۴ دیدیم که در همهٔ مدلهای فریدمان عصر درگذشته وجود دارد که در آن عامل مقیاس S صفر بوده است. این دوران را عصر مهبانگ نامیدیم. برای ریاضیدانان مهبانگ مستلزم نقض مفهوم هندسهٔ فضازمان است، و آنها این موضوع را به‌عنوان یکی از جنبه‌های اجتناب‌ناپذیر نسبیت عام اینشتین قبول کرده‌اند. این جنبه مانع از آن می‌شود که فیزیکدانان آنچه راکه در $S = ۰$ یا پیش از آن به‌وقوع پیوسته است بررسی کنند. برای بعضی فیزیکدانان این پایان ناگهانی گذشته دال برکامل نبودن نظریهٔ نسبیت است. از نظر آنها نظریهٔ کاملتری برای آینده ممکن است راه اجتناب از سرشت فاجعه‌آمیز طبیعت در عصر $S = ۰$ را نشان دهد. نتیجهٔ چنین نظریه‌ای می‌تواند عالمی باشد که همواره منبسط می‌شود یا بین مقدارهای بیشینه وکمینه (محدود) نوسان می‌کند. در فصل ۹ به این مدلها می‌پردازیم.

در این فصل رهیافت به اصطلاح استاندارد را درکیهان‌شناسی دنبال و اعتقاد خود به اعتبار نظریه نسبیت عام را حفظ می‌کنیم و بررسیهای خود را متوجه گذشته عالم در دورهٔ تا حد امکان نزدیک به عصر $S = ۰$ خواهیم کرد. هدف این بررسیها این است که ببینیم آیا می‌توان به هیچ

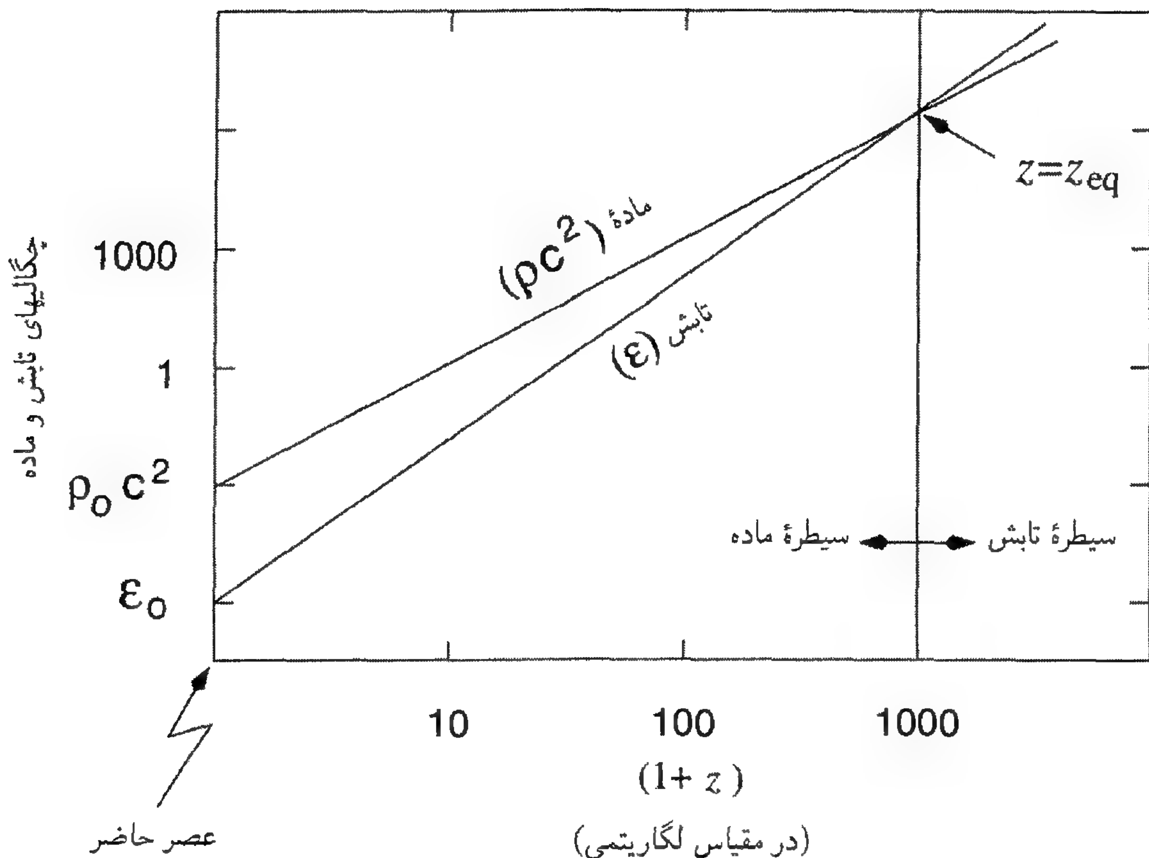


شکل ۱.۵ جورج گاموف (۱۹۶۸ـ ۱۹۰۴).

مدرک حاضر اشاره کرد که نشان دهد عالم در واقع گذشته‌ای داشته که در آن S بسیار نزدیک به صفر بوده است. خلاصه، ما در پی بقایای مهبانگ هستیم.

کار پیشگام در این مورد را جورج گاموف در اواسط دهه ۱۹۴۰ انجام داد. (نگاه کنید به شکل ۱.۵) گاموف به مسئله منشأ عناصر علاقه‌مند بود. او با شروع از اجزای ساختمانی اساسی (موجود در آن زمان) نوترون و پروتون، کوشید تا تشکیل هسته‌ها را از دوتریم، هلیم، و غیره توصیف کند. در فرایندی که او پیش‌بینی کرده بود همجوشی هسته‌ای، یعنی فرایند تشکیل هسته‌ها از پروتونها و نوترونها، دخیل بود. اخیراً فیزیکدانان در سالهای ۱۹۴۰ مطمئن بودند که چنین فرایندهایی در درون ستارگان، که می‌دانستند شرایط مورد نیاز دما و چگالی زیاد وجود دارد، به‌وقوع می‌پیوندد. گاموف متذکر شد که شرایط مشابهی باید در یک عالم فریدمان بلافاصله پس از مهبانگ وجود داشته است.

از رابطهٔ (۳۲.۴) می‌دانیم که چگالی ρ در مقادیر کوچک S بسیار بزرگ بوده است. با این



شکل ۲.۵ شکل ۲.۴ از فصل پیش در اینجا برای رجوع به آن بازتولید شده است. همان‌طور که در آنجا گفته شد، چگالی انرژی تابش به‌صورت S^{-4} فرو می‌افتد، در حالی که چگالی انرژی ماده به‌صورت S^{-3} افت می‌کند. چون اکنون مقدار ماده لااقل 10^3 برابر تابش است، عصر برابری این دو هنگامی به‌وقوع پیوسته که عامل مقیاس بسیار کوچکتر بوده است.

همه، در فصل ۴ دیدیم که عالم در مراحل اولیهٔ خود تحت سیطرهٔ تابش بوده است. یعنی، انبساط چنین عالمی را به‌جای ماده تابش کنترل می‌کرده است. شکل ۲.۵ بازتولید شکل ۲.۴ است و نشان می‌دهد که چگونه نسبت فعلی ماده به تابش عصری را تعیین می‌کند که در آن عالم از سیطرهٔ تابش به سیطرهٔ ماده منتقل شد. انتقال به سرخ این عصر نسبت به عصر حاضر لااقل $\sim 10^3$ بوده است.

دما چطور؟ در عصر سیطرهٔ تابش، دما را تابش تعیین می‌کرد و محاسبه‌ای ساده نشان می‌دهد که دما نیز احتمالاً بسیار زیاد بوده است. این محاسبه نیازمند این فرض است که چگالی کنونی تابش u_0 باقیماندهٔ یک دورهٔ اولیهٔ داغ باشد. با این فرض، چگالی انرژی تابش در دوران گذشته S از رابطهٔ (۳۷.۴) به‌دست می‌آید:

$$u = u_0 \frac{S_0^4}{S^4}. \qquad (1.5)$$

بنابراین، گاموف فرض کرد که در عصرهای اولیه دینامیک انبساط را انرژی تابشی تعیین می‌کرده است نه ماده به‌صورت گرد و غبار و این عصرها دارای دمای بسیار زیاد بودند.

این ایده‌ها را با محاسبه‌ای ساده و این فرض انجام می‌دهیم که تابش ناشی از جسم سیاه با دمای T بوده است، به‌طوری که

$$u = aT^{۴} \tag{۲.۵}$$

که در آن a ثابت تابش است. یعنی در مراحل اولیه عالم مهبانگ

$$T^{\circ}_{\circ} = aT^{۴}, \qquad T^{۱}_{۱} = T^{۲}_{۲} = T^{۳}_{۳} = \frac{۱}{۳}aT^{۴}. \tag{۳.۵}$$

همین‌طور انتظار داریم که پارامتر خمیدگی فضا k تأثیر چندانی در دینامیک عالم اولیه نداشته باشد، و آن را برابر صفر می‌گیریم. این فرض، که به فرض تخت بودن معروف است، بدیهی نیست، اما بحث در جزئیات را به فصل بعد موکول می‌کنیم. فعلاً آن را بدون موشکافی می‌پذیریم. بنابراین از (۲۱.۴) داریم

$$\frac{\dot{S}^{۲}}{S^{۲}} = \frac{۸\pi Ga}{۳c^{۲}}T^{۴}. \tag{۴.۵}$$

به‌علاوه، از (۱.۵) و (۲.۵) به‌دست می‌آوریم

$$T = \frac{A}{S}, \qquad A = \text{const.} \tag{۵.۵}$$

با قرار دادن (۵.۵) در (۴.۵) معادلهٔ دیفرانسیلی برای S به‌دست می‌آوریم که می‌توان آن را به‌راحتی حل کرد. با گذاشتن $S = ۰$ در $t = ۰$ به‌دست می‌آوریم

$$S = A\left(\frac{۳c^{۲}}{۳۲\pi Ga}\right)^{-۱/۴} t^{۱/۲} \tag{۶.۵}$$

و، مهمتر از آن،

$$T = \left(\frac{۳c^{۲}}{۳۲\pi Ga}\right)^{-۱/۴} t^{۱/۲}. \tag{۷.۵}$$

توجه کنید که کمیتهای داخل پرانتز در طرف راست معادلهٔ بالا کمیتهای فیزیکی شناخته شده هستند. بنابراین با قرار دادن مقادیر عددی در (۷.۵)، می‌توان نتیجه بالا را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$T_{\text{کلوین}} = ۱/۵۲ \times ۱۰^{۱۰} t_{\text{ثانیه}}^{-۱/۲}. \tag{۸.۵}$$

به‌عبارت دیگر، در حدود یک ثانیه پس از مهبانگ دمای تابش عالم در حدود $1{,}52 \times 10^{10}\mathrm{K}$ بوده است. عالم در این مرحله بی‌تردید به‌اندازهٔ کافی داغ بوده است تا سنتز هسته‌ای را با توجه به فرض گاموف امکان‌پذیر سازد.

تصویر بالا که ایدهٔ مهبانگ داغ نامیده می‌شود، به این فرض بستگی دارد که بقایای مهبانگ موجود همان تابش زمینهٔ ریزموج باشد که آرنو پنزیاس و رابرت ویلسون در سال ۱۹۶۵ کشف کردند. فعلاً این دلیل را به‌عنوان تأیید نظر گاموف دربارهٔ مهبانگ می‌پذیریم و بحث را ادامه می‌دهیم.

۲.۵ ترمودینامیک عالم اولیه

در سال ۱۹۴۶ جورج گاموف نخستین بار مقاله‌ای دربارهٔ سنتز هسته‌های اولیه نوشت. اولین مقالهٔ مفصل دربارهٔ این موضوع در سال ۱۹۴۸ را شاگرد گاموف رالف آلفر[1]، فیزیکدان هسته‌ای هانس بته[2] (که مدلهای خورشیدی ادینگتون را به‌صورتی مطرح کرد که تولید انرژی هسته‌ای به صراحت در آنها وجود داشت) و خود گاموف منتشر کردند. گفته‌اند که گاموف تبه را قانع کرد که نام خود را به این مقاله اضافه کند تا فهرست مؤلفان به صورت «آلفا، بتا، و گاما»! درآید به هر صورت، این ایده به نظریهٔ α-β-γ معروف شد.

از روزهایی که گاموف و شاگردانش آلفر و رابرت هرمن[3] محاسبه‌های مربوط به سنتز هسته‌های اولیه را انجام دادند، پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در شناخت ما از ویژگیهای ذرات و برهم‌کنشهای آنها صورت گرفته است. برنامهٔ اولیهٔ گاموف برای به‌وجود آوردن اصولاً همهٔ عناصر در دقایق اولیه عالم موفق نبود. به دلایلی که بعداً در این فصل خواهیم دید، فقط هسته‌های سبک می‌توانستند در فرایندهای همجوشی آغازین ساخته شدند. در صفحه‌های بعد اصول بنیادیی را به اختصار بررسی می‌کنیم که محاسبه‌های جدید برمبنای آنها قرار دارد.

ابتدا باید اجزای ساختمانی را مشخص کنیم که هسته‌های در عصرهای آغازین از آنها ساخته شدند. فیزیکدانان طبعاً علاقه‌مندند فکر کنند که عالم از ساده‌ترین اجزای ممکن (هرچه می‌خواهد باشد!) ساخته شده است و ساختارهای پیچیده‌تر براثر برهم‌کنشهای فیزیکی از این اجزا تشکیل شدند. بنابراین کیهان‌شناسان را تشویق می‌کنند که چیزهایی را دربارهٔ فیزیک ذرات بیاموزند. اگرچه گاموف و همکارانش وجود ذراتی چون پروتونها، نوترونها، الکترونها، و غیره را مسلم فرض می‌کردند، اما فیزیکدانان جدید ذرات بر این باورند که چارچوبی بنیادیتر را باید برای آفرینش یا موجودیت این

1. Ralph Alpher 2. Hans Bethe 3. Robert Herman

ذرات در نظر گرفت. در فصل ۶ عصرهای اولیه نظریتری را در نظر می‌گیریم و بحث می‌کنیم که چگونه این ذرات به‌وجود آمدند.

در اینجا داستان را از مرحله‌ای پی‌می‌گیریم که باریونها (نوترونها و پروتونها)، لپتونها (الکترونها، موئونها، نوترینوها، و پاد ذرات آنها)، و فوتونها (ذرات نور) قبلاً موجود و مانند ذرات یک گاز کامل در تعادل ترمودینامیکی بودند. قبل از انجام محاسبات باید روشن کنیم که منظور از «تعادل ترمودینامیکی» و «گاز کامل» چیست. قبلاً گفتیم که در دوره‌های اولیه، بخش اعظم انرژی از ذره‌هایی بود که به‌صورت نسبیتی حرکت می‌کردند. بنابراین، این پرسش مطرح می‌شود که آیا این ذرات با یکدیگر برهم‌کنش داشته‌اند یا اغلب آنها به‌صورت آزاد حرکت می‌کرده‌اند. البته، این ذره‌ها با یکدیگر برهم‌کنش و برخورد داشته‌اند، اما فرض می‌شود که این برخوردها در لحظه‌های کوتاهی از زمان رخ می‌داده‌اند و تأثیر آنها بر حرکت را می‌توان نادیده گرفت. به‌زودی این موضوع را به‌صورت کمی بیان خواهیم کرد.

اما، برخوردها و پراکندگیهای ذرات به باز توزیع انرژیها و تکانه‌های آنها کمک می‌کند. اگر این باز توزیعها با فراوانی کافی به‌وقوع می‌پیوستند، دستگاه ذرات به‌طور کلی به حالت تعادل ترمودینامیکی می‌رسید. در این مورد، برای هر نوع از ذرات قاعده معینی وجود دارد که حاکم بر تعداد ذرات درگسترهٔ تکانه خاص است. برای رسیدن به تعادل ترمودینامیکی، مقیاس زمانی بین پراکندگیهای متوالی باید در مقایسه با مقیاس زمان انبساط عالم کوتاه باشد. باز هم، این فکر را به‌صورت کمّی بیان خواهیم کرد.

۱.۲.۵ تابعهای توزیع

با فرض تقریب گاز کامل و تعادل ترمودینامیکی، می‌توان تابعهای توزیع هر نمونهٔ معین از ذرات را نوشت. فرض می‌کنیم که نماد A نشانگر نوع ذرات باشد ($A = ۱, ۲, \ldots$). بنابراین، $n_A(P)\mathrm{d}P$ نشانگر چگالی عددی گونه‌ها درگسترهٔ تکانهٔ $(P, P + \mathrm{d}P)$ باشد، که در آن

$$n_A(P) = \frac{g_A}{۲\pi^۲\hbar^۳} P^۲ \left[\exp\left(\frac{E_A(P) - \mu_A}{kT}\right) \pm ۱\right]^{-۱}. \qquad (۹.۵)$$

در فرمول بالا، T دمای توزیع، g_A تعداد حالتهای اسپین نمونه‌ها، k ثابت بولتزمن، و

$$E_A^۲ = c^۲P^۲ + m_A^۲c^۴ \qquad (۱۰.۵)$$

انرژی نظیر جرم سکون m_A یک ذرهٔ نوعی است. بنابراین، برای الکترون $g_A = ۲$؛ برای نوترینو $g_A = ۱$ و $m_A = ۰$ و غیره. علامت $+$ در رابطهٔ (۹.۵) نشان می‌دهد که ذرات از آمار

فرمی‌ـدیراک پیروی می‌کنند (این ذرات را فرمیون می‌نامند)، در حالی که علامت − در مورد ذراتی به‌کار می‌رود که تابع آمار بوزـاینشتین هستند (این ذرات را بوزون می‌خوانند). به‌عنوان مثال، الکترونها و نوترینوها فرمیون، و فوتونها بوزون‌اند.

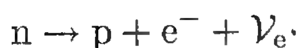
کمیت μ_A پتانسیل شیمیایی گونه‌های A است. برای بحث مفصل دربارهٔ پتانسیلهای شیمیایی، می‌توانید به هرکتاب درسی استاندارد ترمودینامیک و مکانیک آماری مراجعه کنید. در اینجا گوشزد می‌کنیم که در هر فرایند شامل این ذرات، μ_A پایسته است (درست همان‌طور که بار الکتریکی، انرژی، اسپین، و غیره پایسته‌اند). چون فوتونها می‌توانند در هر تعداد از واکنشهای نوعی جذب یا گسیل شوند، برای فوتونها می‌گذاریم $\mu_A = ۰$. از ملاحظات ترمودینامیک نیز می‌توان این نتیجه را با این استدلال به‌دست آورد که برای تابش جسم سیاه تعداد فوتونها ثابت نیست بلکه از شرایط تعادل گرمایی تعیین می‌شود. بنابراین باید انرژی آزاد هلمهولتز $U - TS$ کمینه شود، که به نتیجهٔ $\mu_A = ۰$ برای فوتونها می‌انجامد. چون ذره‌ها و پادذره‌ها (مانند الکترونها و پوزیترونها) به‌صورت زوج نابود می‌شوند و فوتونها را تولید می‌کنند، پتانسیلهای شیمیایی آنها مساوی و با علامت مخالف است.

بجز کمیتهای دینامیکی و بار الکتریکی، چند کمیت دیگر نیز در برهم‌کنشهای ذرات پایسته‌اند. این کمیتها عبارت‌اند از عدد باریونی، عدد لپتونی موئون، و عدد لپتونی الکترون، در محاسبهٔ این عددها، مقدار ۱+ را به ذره و ۱− به پادذره اختصاص می‌دهیم. عدد لپتونی الکترون، الکترونها (e^-) و نوترینوهای مربوطه ($\mathcal{V}_e$) را می‌شمارد، در حالی که عدد لپتونی موئون، موئونها (μ^-) و نوترینوهای مربوط به آنها ($\mathcal{V}_\mu$) را به‌حساب می‌آورد. با توجه به این قاعده‌های پایستگی واکنشهایی چون



$$n \to p + e^- + \overline{\mathcal{V}}_e, \qquad p + \overline{\mathcal{V}}_\mu \to \mu^+ + n$$

مجازند، در حالی که واکنشهای زیر مجاز نیستند:



$$n \to p + e^- + \mathcal{V}_e.$$

(در فصل ۶ وضعیتی را در نظر می‌گیریم که در آن عدد باریونی پایسته نیست. اما، در عصرهایی که موردنظر ماست، می‌توانیم با اطمینان فرض کنیم که پایستگی چگالی عددی باریونها برقرار است.)

بنابراین، اگر فرض کنیم که در هر واکنش بار الکتریکی، عدد باریونی، عدد لپتون الکترونی، و عدد لپتون موئونی پایسته است، فقط چهار پتانسیل شیمیایی مستقل داریم که نظیر پروتونها، نوترینوهای

الکتریکی، و نوترینوهای موئونی هستند (در فصل ۶ امکان وجود گونه‌های لپتون/نوترینوی دیگر را بررسی خواهیم کرد.) از (۹.۵) می‌بینیم که تعداد ذره‌های هر یک از گونه‌ها در واحد حجم برای تعیین μ_Aی مربوطه ضروری است و چگالیهای عددی برای $\mu_A > ۰$ بزرگ است. این چگالیهای عددی را با دقت کافی نمی‌دانیم، فقط می‌دانیم نسبت زیر (چنانکه به‌زودی خواهیم دید)

$$\frac{N_{\mathrm{B}}}{N_\gamma} = \frac{\text{چگالی عددی باریونها}}{\text{چگالی عددی فوتونها}} \sim ۱۰^{-۸} - ۱۰^{-۱۰}$$

در مقایسه با ۱ کوچک است.

کوچکی چگالی عددی باریونی نشان می‌دهد که چگالیهای عددی لپتونها نیز می‌تواند در مقایسه با N_γ کوچک باشد، و معمولاً فرض می‌شود که این فرض توجیه خوبی برای در نظر گرفتن $\mu_A = ۰$ برای تمام نمونه‌ها باشد. در محاسبه‌های بعدی خود فرض خواهیم کرد که برای تمام گونه‌های موردنظر $\mu_A = ۰$ است.

سپس انتگرالهای زیر را برای چگالی عددی ذره (N_A)، چگالی انرژی (ε_A)، فشار (p_A)، و چگالی آنتروپی (s_A) ذرهٔ A به‌دست می‌آوریم

$$N_A = \frac{g_A}{۲\pi^۲\hbar^۳}\int_۰^\infty \frac{P^۲\mathrm{d}P}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm ۱}, \qquad (۱۱.۵)$$

$$\varepsilon_A = \frac{g_A}{۲\pi^۲\hbar^۳}\int_۰^\infty \frac{P^۲ E_A(P)\mathrm{d}P}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm ۱}, \qquad (۱۲.۵)$$

$$p_A = \frac{g_A}{۶\pi^۲\hbar^۳}\int_۰^\infty \frac{c^۲ P^۴ [E_A(P)]^{-۱}\mathrm{d}P}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm ۱}, \qquad (۱۳.۵)$$

$$s_A = (p_A + \varepsilon_A)/T\cdot \qquad (۱۴.۵)$$

می‌توانیم رابطهٔ ساده‌ای را از این فرمولها نتیجه بگیریم یا نشان دهیم که آنتروپی در یک حجم همراه معین با انبساط عالم ثابت می‌ماند. از p_A نسبت به T مشتق بگیرید تا به‌دست آورید

$$\frac{\mathrm{d}p_A}{\mathrm{d}T} = \frac{g_A}{۶\pi^۲\hbar^۳}\int_۰^\infty \frac{c^۲ P^۴ \exp[E_A(P)/(kT)]\mathrm{d}P}{\{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm ۱\}^۲ kT^۲}.$$

حال با انتگرال‌گیری جزءبه‌جزء از انتگرال بالا به‌دست می‌آوریم

$$\frac{g_A}{g\pi^۲\hbar^۳ T}\int_۰^\infty \frac{(۳P^۲ E_A + c^۲ P^۴ E_A^{-۱})\mathrm{d}P}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm ۱} = \frac{P_A + \varepsilon_A}{T}.$$

با تعریف فشار، چگالی انرژی و چگالی آنتروپی برای مخلوطی از این گازهای در تعادل ترمودینامیکی با

$$p = \sum_A p_A, \qquad \varepsilon = \sum_A \varepsilon_A, \qquad s = \sum_A s_A \tag{۱۵.۵}$$

به رابطهٔ زیر می‌رسیم

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{p+\varepsilon}{T}. \tag{۱۶.۵}$$

سپس این رابطه را در مورد عالم در حال انبساط به کار می‌بریم. زیرا چنانکه خواهیم دید، عالم براثر انبساط بی‌دررو خنک می‌شود.

۲.۲.۵ رفتار آنتروپی

ابتدا با توجه به قانون پایستگی برای ε و p در مراحل اولیهٔ عالم در حال انبساط، یعنی قانونی که با رابطهٔ (۲۴.۴) بیان شد، داریم،

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S}(\varepsilon S^{۳}) + ۳pS^{۲} = ۰, \tag{۱۷.۵}$$

و آن را در ارتباط با قانون دوم ترمودینامیک به‌کار می‌بریم با توجه به این قانون آنتروپی در حجم معین $S^{۳}$ با انبساط بی‌درروی حجم ثابت می‌ماند. بنابراین، از (۱۴.۵) و (۱۵.۵) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(S^{۳}s) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{S^{۳}}{T}(p+\varepsilon)\right) = ۰ \tag{۱۸.۵}$$

که، همان‌طورکه در (۱۵.۵) دیدیم $s = \sum_A s_A$ آنتروپی کل ذرات در حجم منبسط‌شونده است.

از بازنویسی (۱۸.۵) به‌کمک (۱۷.۵)، به‌دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} ۰ &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{S^{۳}p}{T}\right) + \frac{۱}{T}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(S^{۳}\varepsilon) + S^{۳}\varepsilon\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{۱}{T}\right) \\ &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{S^{۳}p}{T}\right) - \frac{۳pS^{۲}}{T}\,\dot{S} + S^{۳}\varepsilon\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{۱}{T}\right), \end{aligned} \tag{۱۹.۵}$$

یعنی،

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{۱}{T}(p+\varepsilon). \tag{۲۰.۵}$$

توجه کنید که این نتیجهٔ رابطهٔ (۱۶.۵) را، با دستکاری سادهٔ انتگرالها، مستقیماً از (۱۲.۵) و (۱۳.۵) به‌دست آوردیم. بنابراین، با شروع از (۱۹.۵) می‌توانیم(۱۸.۵) را به‌دست آوریم. در محاسبه‌های بعدی از ثابت بودن رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم

$$\sigma = \frac{S^۳}{T}(p+\varepsilon)\cdot \qquad (۲۱.۵)$$

در تقریب دمای زیاد از (۱۸.۵) به‌دست می‌آوریم $p = \varepsilon/۳ \propto S^{-۴}$. بنابراین، از ثابت بودن σ رابطهٔ (۵.۵) را باز می‌یابیم:

$$T \propto ۱/S\cdot \qquad (۲۲.۵)$$

رابطهٔ ساده‌ای چون این در صورت معتبر نبودن تقریب دمای زیاد، برقرار نیست.

۳.۲.۵ تقریبهای دمای زیاد و کم

عبارتهای بالا برای ذره‌هایی که به‌صورت نسبیتی حرکت می‌کنند ساده می‌شود. در این مورد، انرژی جنبشی به‌ازای هر ذره بسیار بیشتر از انرژی جرم سکون ذره می‌شود، و نامساوی زیر را خواهیم داشت

$$T \gg \frac{m_A c^۲}{k} \equiv T_A\cdot \qquad (۲۳.۵)$$

این مورد را تقریب دمای بالا، یا حد نسبیتی می‌نامند.

جزئیات ترمودینامیکی در جدول ۱.۵ برای گونه‌های مختلف موردنظر درج شده است. عددها برحسب یکاهای کمیتها بیان شده‌اند برای فوتون داریم ($g_A = ۲$؛ نماد فوتون γ است):

$$N_\gamma = \frac{۲/۴۰۴}{\pi^۲}\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^۳, \quad \varepsilon_\gamma = \frac{\pi^۲(kT)^۴}{۱۵\hbar^۳c^۳} = ۳p_\gamma, \quad s_\gamma = \frac{۴\pi^۲ k}{۴۵}\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^۳ \qquad (۲۴.۵)$$

در این تقریب انرژی پتانسیل هر دو الکترون که به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$U = \frac{e^۲}{r}\cdot$$

حال فاصله متوسط بین الکترونها از رابطهٔ $N_e^{-۱/۳} \sim c\hbar/(kT)$ به‌دست می‌آید. بنابراین انرژی میانگین برهم‌کنش برابر است با

$$(U) \sim \frac{e^۲}{\hbar c}kT\cdot$$

جدول ۱.۵ کمیتهای ترمودینامیکی برای گونه‌های مختلف ذرات در $t \gg T_A$

گونه‌های ذره A	نماد	$T_A(\mathrm{K})$	g_A	N_A/N_γ	$\varepsilon_A/\varepsilon_\gamma$	S_A/S_γ
فوتون	γ	۰	۲	۱	۱	۱
الکترون	e^-	$۵/۹۳ \times ۱۰^{۹}$	۲	۳/۴	۷/۸	۷/۸
پوزیترون	e^+		۲	۳/۴	۷/۸	۷/۸
موئون	μ^-	$۱/۲۲ \times ۱۰^{۱۲}$	۲	۳/۴	۷/۸	۷/۸
پادموئون	μ^+		۲	۳/۴	۷/۸	۷/۸۴
نوترینوهای الکترونی و موئونی	ν_e، ν_μ	۰	۱	۳/۸	۷/۱۶	۷/۱۶
و پادذره‌های آنها	$\overline{\nu}_e$، $\overline{\nu}_\mu$		۱	۳/۸	۷/۱۶	۷/۱۶
پیونها	π^+		۱	۱/۲	۱/۲	۱/۲
	π^-	$۱/۶ \times ۱۰^{۱۲}$	۱	۱/۲	۱/۲	۱/۲
	π°		۱	۱/۲	۱/۲	۱/۲
پروتون	p	$۱۰^{۱۳}$	۲	۳/۴	۷/۸	۷/۸
نوترون	n	$T_n - T_p \sim ۱/۵ \times ۱۰^{۱۰}$	۲	۳/۴	۷/۸	۷/۸

اما، kT انرژی حرکت الکترونها را تعیین می‌کند. پس انرژی برهم‌کنش $۱/۱۳۷ \sim e^۲/(\hbar c)$ انرژی حرکت است. چون این کسر کوچک است، در نظر گرفتن الکترونها به‌صورت گاز آزاد موجه است.

برخلاف آن، در دمای کم $T \leq T_A$ برای تمام گونه‌های با $m_A \neq ۰$ داریم

$$N_A = \frac{g_A}{\hbar^۳}\left(\frac{m_A kT}{۲\pi}\right)^۳ \exp\left(-\frac{T_A}{T}\right),$$

$$\varepsilon_A = m_A N A, \qquad p_A = N_A kT, \qquad s_A = \frac{m_A N_A}{T}c^۲. \qquad (۲۵.۵)$$

توجه کنید که با افت دما همهٔ این کمیتها به سرعت فرو می‌افتند. اغلب این حد را تقریب نانسبیتی می‌نامیم. (برای فوتون و نوترینو با جرم سکون صفر، $T_A = ۰$، و این تقریب هرگز به‌کار نمی‌رود.)

وقتی این نتیجه‌ها را در مورد کیهان‌شناسی به‌کار می بریم، ملاحظات زیر معمولاً حائز اهمیت است. اولاً، انبساط عالم را گونه‌هایی کنترل می‌کنند که در حد نسبیتی هستند، زیر اینها ذراتی هستند که به وفور یافت می‌شوند. به‌واسطهٔ میرایی نمایی معادلهٔ (۲۵.۵)، تعداد کمتری از گونه‌های سنگینتر وجود دارد. بنابراین، دمای عالم براثر انبساط فرو می‌افتد، و گونه‌های سنگینتر رفته‌رفته اهمیت دینامیکی خود را از دست می‌دهند.

مثال

رابطهٔ انرژی‌ـدما برای آمیزهٔ کیهانی حاوی ذرات جدول ۱.۵ در هنگامی که دما $10^{10}\mathrm{K}$ بوده چیست؟ می‌دانیم که تقریب نسبیتی در مورد الکترونها و پوزیترونها به‌کار می‌رود، در حالی که فوتونها و زوجهای نوترینو‌ـپادنوترینو همواره نسبیتی هستند. با افزودن سهم چگالی انرژی جدول ۱.۵ برای این ذرات در نظام بالا و استفاده از (۲۴.۵)، به‌دست می‌آوریم

$$\varepsilon = \left(\frac{۷}{۸} + \frac{۷}{۸} + ۱ + ۴ \times \frac{۷}{۱۶}\right)\varepsilon_\gamma = \frac{۹}{۲}\varepsilon_\gamma = \frac{۹}{۲}aT^۴.$$

توجه کنید، که اگر همین محاسبه را در دمای $10^{8}\mathrm{K}$ انجام دهیم، فقط فوتونها و چهارگونهٔ نوترینو نسبیتی خواهند بود و در این مرحله رابطهٔ چگالی انرژی‌ـدما به صورت $\varepsilon = (۱۱/۴)aT^۴$ در می‌آید. بنابراین، ضریب رابطهٔ εـT با توجه با مؤلفهٔ نسبیتی آمیزه کیهانی تغییر می‌کند.

سپس، برای نسبت دادن دمای مشترک به گونه‌های مختلف به تعادل ترمودینامیکی نیاز داریم. شاید بعضی گونه‌ها برهم‌کنش به اندازه کافی قوی برای حفظ تعادل نداشته باشند. برای بررسی وجود این مورد باید آهنگ واکنش (با ذرات دیگر) را برای گونه‌های خاص با آهنگ انبساط که از $H(t)$ به‌دست می‌آید مقایسه کنیم. این کار را با توصیف برهم‌کنش نوترینوها در طی انبساط عالم نشان می‌دهیم.

۳.۵ نوترینوهای آغازین

از جدول ۱.۵ می‌بینیم که برای $T < ۱/۵ \times 10^{12}\mathrm{K}$، تنها ذراتی که با چگالیهای عددی قابل ملاحظه در حالت تعادل گرمایی هستند عبارت‌اند از $\mu^\pm$، $\mathrm{e}^\pm$، $\mathcal{V}_\mathrm{e}$، $\overline{\mathcal{V}}_\mathrm{e}$، $\mathcal{V}_\mu$، $\overline{\mathcal{V}}_\mu$ و γ. باریونها (p و n) و پیونها ($\pi^\pm$ و π°) که تا کمتر از دماهای بحرانی T_A خنک شده‌اند، بنابراین تقریب دمای کم برای آنها صادق است. فوتونها، $e^\pm$ و $\mu^\pm$، از توزیعهای مربوطه از نوع (۹.۵) پیروی می‌کنند. اما، نوترینوها نیاز به توجه خاص دارند، زیرا این مرحله در تعیین میزان بقای آنها بسیار مهم است.

به‌استثنای برهم‌کنش گرانشی، نوترینوها در واکنشهایی نظیر آنچه در زیر می‌آید جذب، گسیل، و یا پراکنده می‌شوند

$$\mathrm{e}^- + \mu^+ \leftrightarrow \mathcal{V}_\mathrm{e} + \overline{\mathcal{V}}_\mu, \quad \mathrm{e}^+ + \mu^- \leftrightarrow \overline{\mathcal{V}}_\mathrm{e} + \mathcal{V}_\mu, \quad \mathcal{V}_\mathrm{e} + \mu^- \leftrightarrow \mathcal{V}_\mu + \mathrm{e}^-$$
$$\overline{\mathcal{V}}_\mathrm{e} + \mu^+ \leftrightarrow \overline{\mathcal{V}}_\mu + \mathrm{e}^+, \quad \mathcal{V}_\mathrm{e} + \mathrm{e}^- \leftrightarrow \mathcal{V}_\mathrm{e} + \mathrm{e}^-, \quad \overline{\mathcal{V}}_\mathrm{e} + \mathrm{e}^+ \leftrightarrow \overline{\mathcal{V}}_\mathrm{e} + \mathrm{e}^+.$$

آهنگ این برهم‌کنشها را شدت جفت‌شدگی برهم‌کنشهای ضعیف تعیین می‌کند. برای $T \leq T_\mu$ سطح مقطع یک برهم‌کنش نوعی از مرتبهٔ زیر است

$$\sum = \mathcal{G}^{2}\hbar^{-4}(kT)^{2}c^{-4}, \qquad (۲۶.۵)$$

که $\mathcal{G} = 1{,}4 \times 10^{-49}\mathrm{erg\ cm}^{-3}$ ثابت جفت‌شدگی برهم‌کنش ضعیف است. از رابطهٔ (۲۴.۵) و جدول ۱.۵ می‌بینیم که چگالیهای عددی ذرات درگیر $\mathrm{e}^{\pm}$ از مرتبهٔ زیر است

$$[kT/(c\hbar)]^{3},$$

در حالی که برای موئونها باید (۲۵.۵) را به‌حساب آوریم و یک ضریب میرایی نمایی به‌صورت زیر وارد کنیم

$$\exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right),$$

بنابراین، آهنگ نوعی برهم‌کنش نوترینو عبارت است از

$$\eta = c\Sigma\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^{3}\exp\left(-\frac{T\mu}{T}\right) = \mathcal{G}^{2}\hbar^{-7}c^{-6}(kT)^{5}\exp\left(-\frac{T\mu}{T}\right)\cdot \qquad (۲۷.۵)$$

اکنون باید توجه کنیم که آهنگ دیگری که به حفظ تعادل نوترینوها مربوط می‌شود، آهنگ انبساط حجمی است که آنها را در بر می‌گیرد. از معادله‌های اینشتین داریم

$$H^{2} = \frac{\dot{S}^{2}}{S} = \frac{8\pi G}{3c^{2}}\varepsilon \approx \frac{16\pi^{3}G}{90\hbar^{3}c^{5}}(kT)^{4}\cdot \qquad (۲۸.۵)$$

H، ثابت هابل در هر دورهٔ خاص، معیار آهنگ انبساط حجم مورد نظر است. بنابراین، نسبت آهنگ واکنش به آهنگ انبساط از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{\eta}{H} \sim G^{-1/2}\hbar^{-11/2}\mathcal{G}^{2}c^{-7/2}(kT)^{3}\exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right) \qquad (۲۹.۵)$$

$$\sim \left(\frac{T}{10^{10}\mathrm{K}}\right)^{3}\exp\left(-\frac{10^{12}\mathrm{K}}{T}\right)$$

$$= \mathrm{T}_{10}^{3}\exp\left(-\frac{1}{T_{12}}\right)\cdot \qquad (۳۰.۵)$$

در اینجا به‌جای G، $\hbar$، $\mathcal{G}$، c، k، و T_μ مقدارهای مربوطه را گذاشته‌ایم و به‌عبارت عددی بالا رسیده‌ایم. به‌علاوه، دما را با بهره‌گیری از نمادی می‌نویسیم که دما را برحسب یکاهای $۱۰^n\mathrm{K}$ نشان می‌دهد، یعنی،

$$T_n = \frac{T}{۱۰^n\mathrm{K}}.$$

۱.۳.۵ عصر واجفتیدگی نوترینو

رابطهٔ (۳۰.۵) چه چیزی را بیان می‌کند؟ با افت دما به کمتر از $۱۰^{۱۲}\mathrm{K}$، نما به سرعت فرو می‌افتد. یعنی واکنشهایی که در آنها نوترینوها دخیل‌اند با آهنگی کندتر از آهنگ انبساط عالم صورت می‌گیرند. بنابراین، نوترینوها دیگر با بقیهٔ مواد برهم‌کنش نمی‌کنند و در نتیجه با افت دما به مقدارهای خیلی کمتر از $T_{۱۲} = ۱$ از تعادل گرمایی خارج می‌شوند. اما دما چقدر باید کمتر از مقدار بالا باشد؟

با توجه به نظریهٔ اولیهٔ برهم‌کنشهای ضعیف این دما در حدود $T_{۱۱} = ۱٫۳$ بود. در اواخر دههٔ ۱۹۶۰ و اوایل سالهای ۱۹۷۰ کوششهای موفقیت‌آمیزی در جهت وحدت برهم‌کنش ضعیف با برهم‌کنش الکترومغناطیسی صورت گرفت که به واکنشهای اضافی (جریان خنثی) انجامید که مانع از برهم‌کنش نوترینوها با مواد دیگر حتی در دماهای کمتر می‌شود. نتیجهٔ این پژوهشها آن بود که نوترینوها می‌توانند تا دماهای حدود $T_{۱۰} = ۱$ در حالت تعادل گرمایی باقی بمانند.

به هر حال، اگرچه نوترینوها از بقیهٔ ماده واجفتیده می‌شوند، اما توزیع آنها با فروافت به $T \propto S^{-۱}$ هنوز شکل اولیه‌اش را حفظ می‌کند. علت این امر آن است که با انبساط عالم تکانه و انرژی هر نوترینو به‌صورت $S^{-۱}$ کم می‌شود و چگالی عددی نوترینوها به‌صورت $S^{-۳}$ فرو می‌افتد. چون دمای بقیهٔ مخلوط نیز به‌صورت $S^{-۱}$ کاهش می‌یابد و چون در هنگام واجفتیدگی نوترینوها از بقیهٔ ماده دو دما با هم مساوی بود، بنابراین پس از آن نیز مساوی باقی می‌مانند، اگرچه نوترینوها و بقیه ماده دیگر با هم برهم‌کنش ندارند. این موضوع برای هر چهار نوع ν_e، $\overline{\nu}_\mathrm{e}$، ν_μ، $\overline{\nu}_\mu$ صادق است.

۲.۳.۵ دورهٔ نابودی e^- و e^+

اما، عصر (بعدی) دیگری وجود دارد که در آن دیگر دمای نوترینو با دمای بقیهٔ مواد مساوی نیست. ابتدا، عالم را در گسترهٔ دمای $T_{۱۲} = ۱$ تا $T_{۱۰} = ۱$ در نظر بگیرید. در این مرحله، دارای نوترینوها، زوجهای الکترون‌ـپوزیترون، و فوتونها هستیم که هر یک دارای تابعهای توزیع به شکل

(۹.۵) در تقریب دمای زیاد هستند (جدول ۱.۵). از این‌رو، با توجه به‌مثال پایان بخش پیش داریم

$$\varepsilon = \frac{۹}{۲} a T^{۴}. \qquad (۳۱.۵)$$

بنابراین، در این دوره معادلهٔ انبساط از شکل ساده‌شدهٔ فرمول (۴.۵) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{\dot{S}^{۲}}{S^{۲}} = \frac{۱۲\pi G a}{c^{۲}} T^{۴} \qquad (۳۲.۵)$$

و رابطهٔ (۷.۵) به شکل زیر در می‌آید

$$T = \left(\frac{c^{۲}}{۴۸\pi G a}\right)^{۱/۴} t^{-۱/۲}, \qquad (۳۳.۵)$$

که می‌توان آن را به‌صورت زیر بازنویسی کرد

$$T_{۱۰} = ۱/۰۴ t_{\text{ثانیه}}^{-۱/۲}. \qquad (۳۴.۵)$$

به‌هرحال، در مرحلهٔ بعد که دیگر زوجهای الکترون-پوزیترون نسبیتی نیستند، وضعیت پیچیده می‌شود. بنابراین، تقریب دمای زیاد دیگر برای آنها معتبر نیست و باید از فرمولهای (۱۲.۵) و (۱۳.۵) برای تعیین ε و p و آهنگ انبساط عالم استفاده کنیم. در اینجا وارد جزئیات این مرحله نمی‌شویم، بلکه در عوض یک‌باره به مرحله‌ای می‌رویم که زوجها نابود شده‌اند و فقط فوتون باقی مانده است:

$$\mathrm{e}^{-} + \mathrm{e}^{+} \rightarrow \gamma + \gamma$$

بنابراین، انرژی که در ابتدا در $\mathrm{e}^{\pm}$ و فوتونها بود، اکنون فقط صرف فوتونها می‌شود و تعداد و دمای آنها را زیاد می‌کند. چگونه می‌توان این تغییر را ارزیابی کرد؟ در اینجاست که رابطهٔ (۲۱.۵) که بیانگر ثابت بودن σ است به‌کمک ما می‌آید.

در مرحلهٔ نسبیتی $(T_{۹} > ۵)$ برای $\mathrm{e}^{\pm}$ داریم

$$\sigma = \frac{۴S^{۳}}{۳T}(\varepsilon_{\mathrm{e}^-} + \varepsilon_{\mathrm{e}^+} + \varepsilon_{\gamma}) = \frac{۱۱}{۳} a (ST)^{۳}. \qquad (۳۵.۵)$$

وقتی $\mathrm{e}^{\pm}$ نابود شده‌اند و فقط فوتونها باقیمانده‌اند، دمای فوتون T_{γ} از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\sigma = \frac{۴}{۳} \frac{S^{۳}}{T_{\gamma}} \varepsilon_{\gamma} = \frac{۴}{۳} a (S T_{\gamma})^{۳}. \qquad (۳۶.۵)$$

اکنون از این نتیجه استفاده می‌کنیم که دمای نوترینو همواره به‌صورت S^{-1} تغییر می‌کند. بگذارید آن را به‌صورت زیر بنویسیم

$$T_\nu = B/S, \qquad B = \text{const.} \tag{۳۷.۵}$$

از (۳۶.۵) به‌دست می‌آوریم

$$\sigma = \frac{11}{3} a B^3 \left(\frac{T}{T_\nu}\right)^3 \cdot \tag{۳۸.۵}$$

همین‌طور، از (۳۶.۵) به‌دست می‌آوریم

$$\sigma = \frac{4}{3} a B^3 \left(\frac{T_\gamma}{T_\nu}\right)^3 \cdot \tag{۳۹.۵}$$

اکنون در عصر قبل از نابودی داریم، $T = T_\nu$، به‌طوری که از (۳۸.۵) به‌دست می‌آوریم $\sigma = \frac{11}{3} a B^3$. پس از نابودی σ باید دارای همین مقدار باشد، بنابراین می‌توانیم آن را برابر مقدار رابطهٔ (۳۹.۵) قرار دهیم. پس به این نتیجه رسیدیم که دمای فوتون در پایان نابودی $\mathrm{e}^{\pm}$ با ضریب زیر از دمای نوترینو بیشتر شده است

$$\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} \cong 1{,}40 \tag{۴۰.۵}$$

بنابراین، دمای کنونی نوترینو با ضریب $(1{,}4)^{-1}$ از دمای فوتون کمتر است. اگر دمای فوتون را $\sim 2{,}7\mathrm{K}$ بگیریم، دمای نوترینو $\sim 1{,}9\mathrm{K}$ است.

۴.۵ نسبت نوترون به پروتون

تاکنون تصویری از عالم اولیه به‌دست آورده‌ایم که به بهترین نحو می‌توان آن را با جدول زمان‌ـدمای رویدادها در جدول ۲.۵ نشان داد (به شکل ۳.۵ نیز نگاه کنید). فعلاً آخرین مدخل جدول ۲.۵ مورد توجه ماست.

تاکنون در بحث خود توجه چندانی به باریونها یعنی پروتونها و نوترونهای موجود در مخلوط نکرده‌ایم. در تقریب قرار دادن پتانسیلهای شیمیایی برابر با صفر، عدد باریونی را صفر گرفتیم. اعتبار این تقریب وابسته به آن که چگالی عددی باریون چند مرتبهٔ بزرگی (۸ تا ۱۰) کوچکتر از

جدول ۲.۵ جدول زمان‌ـدمای رویدادهای پیش از سنتز هسته‌ای در عالم اولیه

زمان سپری‌شده از مهبانگ (s)	دما (K)	رویدادها
$\leq ۱۰^{-۴}$	$> ۱۰^{۱۲}$	باریونها، مزونها، لپتونها، و فوتون در تعادل گرمایی هستند.
$۱۰^{-۴}$ـ$۱۰^{-۲}$	$۱۰^{۱۲}$ـ$۱۰^{۱۱}$	$\mu^{\pm}$ شروع به نابودی و خروج از مخلوط می‌کنند. نوترینوها شروع به واجفتیدن از بقیهٔ ماده می‌کنند.
$۱۰^{-۲}$ـ۱	$۱۰^{۱۱}$ـ$۱۰^{۱۰}$	نوترینوها کاملاً واجفتیده می‌شوند. زوجهای $\mathrm{e}^{\pm}$ هنوز نسبیتی هستند.
۱ـ۱۸۰	$۱۰^{۱۰}$ـ$۱۰^{۹}$	زوجهای $\mathrm{e}^{\pm}$ نابود و ناپدید می‌شوند، دمای گاز فوتونی به $\sim ۱/۴$ برابر دمای نوترینوها افزایش می‌یابد.

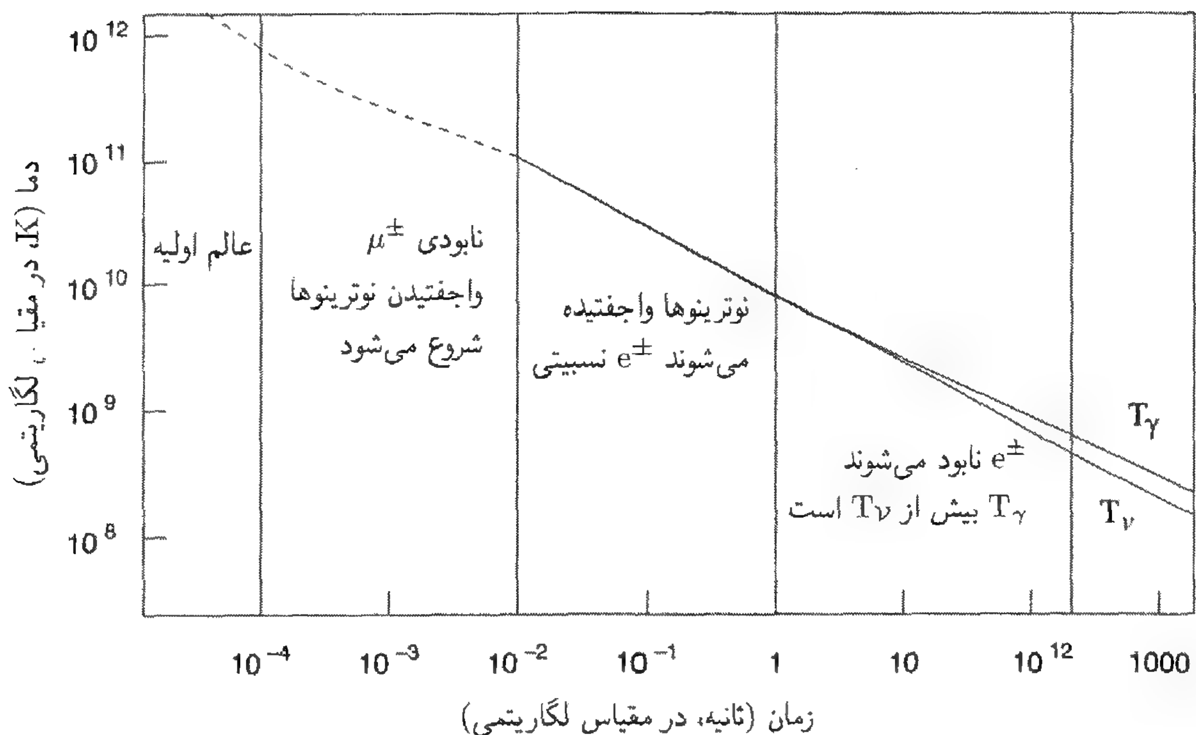
چگالی فوتون باشد. با وجود این، اکنون باید به وجود باریونها، هرچند که چگالی عددی آنها کم باشد، توجه کنیم؛ چون برای در نظر گرفتن ایدهٔ گاموف در مورد سنتز هسته‌ها در عالم داغ به آنها نیازمندیم. همین‌طور تأکید می‌کنیم که باریونها در این مرحله از انبساط عالم (که سنتز هسته‌ها می‌توانست صورت بگیرد) نقش مهمی در انبساط آن ندارند.

تا جایی که به پتانسیلهای شیمیایی مربوط می‌شود، در بخش بعد آشکارا به آنها خواهیم پرداخت. اما ابتدا متوجه می‌شویم که دماهای T_n و T_p جدول ۱.۵ بسیار زیادند، به‌طوری که تابعهای توزیع نوترون و پروتون از تقریبهای غیرنسبیتی (۲۵.۵) پیروی می‌کند. بنابراین، به‌دست می‌آوریم

$$N_\mathrm{p} = \frac{۲}{\hbar^۳}\left(\frac{m_\mathrm{p}kT}{۲\pi}\right)^{۳/۲}\exp\left(-\frac{T_\mathrm{p}}{T}\right),$$
$$N_\mathrm{n} = \frac{۲}{\hbar^۳}\left(\frac{m_\mathrm{n}kT}{۲\pi}\right)^{۳/۲}\exp\left(-\frac{T_\mathrm{n}}{T}\right). \quad (۴۱.۵)$$

در این تقریب نسبت تعداد نوترون به پروتون از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{N_\mathrm{n}}{N_\mathrm{p}} \cong \exp\left(\frac{T_\mathrm{p}-T_\mathrm{n}}{T}\right) = \exp\left(-\frac{۱/۵}{T_{۱۰}}\right). \quad (۴۲.۵)$$



شکل ۳.۵ نمودار زمان-دمای عالم اولیه. بخش خط‌چین رابطهٔ (T,t) را به‌درستی بیان نمی‌کند، زیرا ذرات (به‌ویژه پیونها و μ^+) برهم‌کنش می‌کنند و واقعاً آزاد نیستند. تصویر قابل اعتمادتری برای $t \geq 10^{-2}\mathrm{s}$ به‌دست می‌آید. به تفاوت دمای نوترینوها و فوتونها برای $t \geq 10\mathrm{s}$ توجه کنید. برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

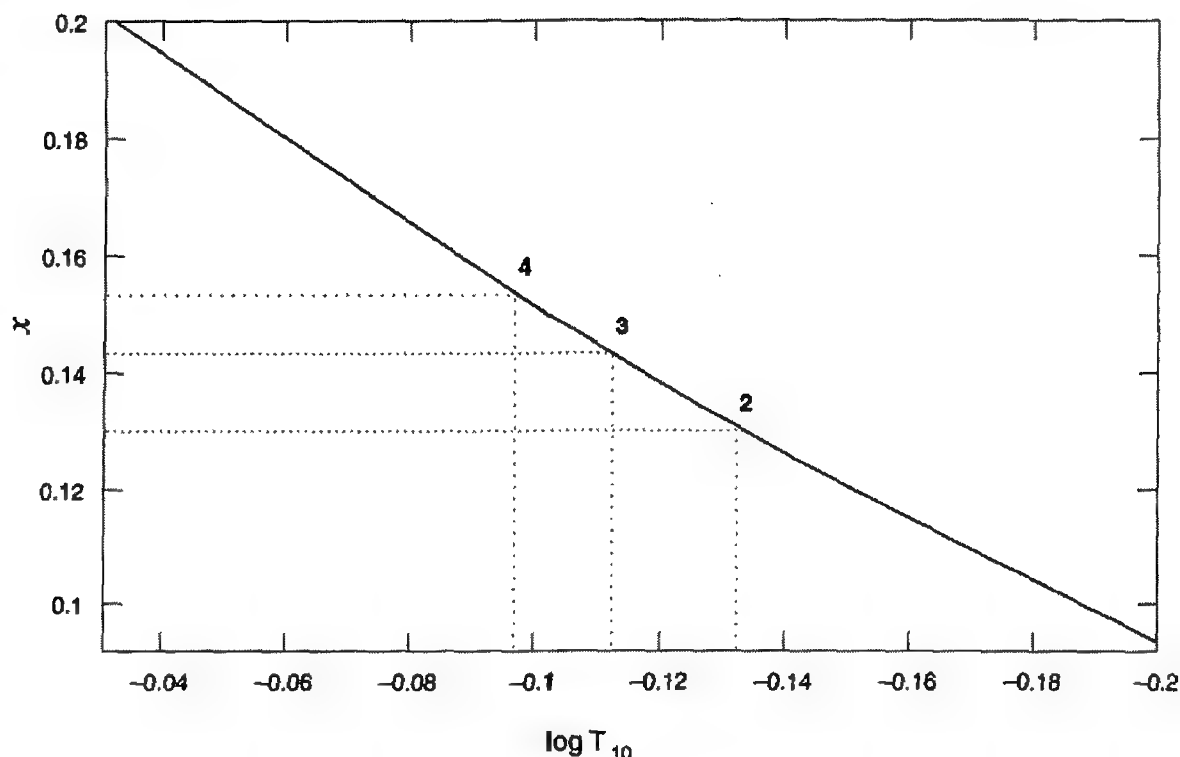
بنابراین نسبت با کاهش دما از تقریباً ۱ : ۱ در $T \geq 10^{12}\mathrm{K}$ به حدود ۵ : ۶ در $T = 10^{11}\mathrm{K}$ و به ۳/۵ در $3 \times 10^{10}\mathrm{K}$ فرو می‌افتد. شکل ۴.۵ این تغییر با دما را نشان می‌دهد.

برای حفظ تعادل ترمودینامیکی، واکنشهایی که نوترونها را به پروتون تبدیل می‌کنند و برعکس باید در مقایسه با آهنگ انبساط عالم سریع باشند. این برهم‌کنشها چیزی جز برهم‌کنشهای ضعیف نیستند که قبلاً در بررسی واجفتیدگی نوترینوها از آمیزهٔ آغازین بررسی شدند(نگاه کنید به بخش ۳.۵). به هر حال، یک تفاوت وجود دارد. در بحث واجفتیدگی نوترینوها، بیشتر به واکنش یک نوترینو با لپتونهایی چون $e^{\pm}$، $\mu^{\pm}$ علاقه‌مند بودیم، و سطح مقطع Σ از رابطهٔ (۲۶.۵) برای این برهم‌کنش‌ها به‌دست می‌آمد. همین‌طور، آهنگ واکنش η از (۲۷.۵) از ضرب کردن در چگالیهای عددی لپتونهای شرکت‌کننده به‌دست می‌آمد.

در این مورد سطح مقطع یک نمونه برهم‌کنش مانند



$$\nu_e + n \leftrightarrow e^- + p$$



شکل ۴.۵ نسبت تعداد نوترون به پروتون برحسب دما رسم شده است. سه‌نقطهٔ روی منحنی مراحلی را مشخص می‌کنند که در آن این نسبت عملاً فراوانی هلیم را تعیین می‌کند: سه مورد نشان داده شده نظیر $l = ۲, ۳, ۴$ گونهٔ نوترینوست.

از واکنش کاملاً لپتونی مانند واکنش زیر بزرگتر است



$$\mathcal{V}_\mu + \mathrm{e} \leftrightarrow \mathcal{V}_\mathrm{e} + \mu\cdot$$

همین‌طور، چگالیهای لپتون به‌کاررفته در (۲۷.۵) به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیشتر از چگالیهای نوکلئونی است که اکنون در نظر می‌گیریم. بنابراین، احتمال اینکه یک نوکلئون با هر نوترینویی برهم‌کنش کند از احتمال برهم‌کنش یک نوترینو با هر نوکلئون بیشتر است. نتیجه آن می‌شود که دمای مؤثری که در آن n و p از تعادل ترمودینامیکی خارج می‌شوند کمتر از دمای مؤثر واجفتیدگی نوترینو خواهد بود که قبلاً تعیین کردیم.

به لحاظ کمّی، سطح مقطع به‌جای $\Sigma \propto T^{۲}$ که در (۲۶.۵) داشتیم به‌صورت $\propto T$ است، و دمای مؤثر واجفتیدگی T_* که در آن آهنگ واکنش تقریباً در حدود H است به‌صورت K ۱۰^{۱۰} $>$ در می‌آید. توجه کنید که اگر عالم با سرعت بیشتر منبسط می‌شد، T زیادتر بود و نسبت $N_\mathrm{n}/N_\mathrm{p}$ در واجفتیدگی که از (۴۲.۵) به‌دست می‌آمد بیشتر می‌شد. در بخش ۱.۵.۵ در هنگام مربوط ساختن فراوانی هلیم به تعداد گونه‌های نوترینو به این نکته خواهیم پرداخت.

هنگامی که تعادل ترمودینامیکی دیگر برقرار نباشد، نسبت $N_\mathrm{n}/N_\mathrm{p}$ دیگر از رابطهٔ (۴۲.۵) به‌دست نمی‌آید، بلکه از ملاحظات تفصیلی واکنشهای خاص به‌دست می‌آید که در آنها نوکلئونها دخیل‌اند.

بنابراین، با خنک شدن بیشتر عالم، این نسبت از واکنشهایی به‌دست می‌آیند که پروتونها را به نوترونها تبدیل می‌کنند و برعکس. این واکنشها اصولاً برهم‌کنشهای ضعیف از نوع زیر هستند

$$\mathrm{n} + \mathcal{V}_\mathrm{e} \leftrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^-, \qquad \mathrm{n} \leftrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \mathcal{V}_\mathrm{e}\cdot$$

آهنگ این واکنشها را سطح مقطعهایی تعیین می‌کنند که با توجه به نظریهٔ برهم‌کنشهای ضعیف محاسبه شده‌اند. قبل از تثبیت نظریهٔ پیمانه‌ای الکتروضعیف در اواخر سالهای ۱۹۷۰، برای این محاسبه‌ها از نظریهٔ V ـ Aی برهم‌کنشهای ضعیف استفاده می‌شد. در اینجا، به جزئیات این محاسبه نمی‌پردازیم، هدف به‌دست آوردن معادلهٔ دیفرانسیل برای نسبت زیر است

$$X_\mathrm{n} = \frac{N_\mathrm{n}}{N_\mathrm{p} + N_\mathrm{n}}\cdot \qquad (۴۳.۵)$$

اگر $\lambda(\mathrm{n} \to \mathrm{p})$ آهنگ تبدیل نوترون به پروتون را نشان دهد و $\lambda(\mathrm{p} \to \mathrm{n})$ نشانگر آهنگ تبدیل پروتون به نوترون باشد، X_n در معادلهٔ زیر صدق می‌کند

$$\frac{\mathrm{d}X_\mathrm{n}}{\mathrm{d}t} = (۱ - X_\mathrm{n})\lambda(\mathrm{p} \to \mathrm{n}) - X_\mathrm{n}\lambda(\mathrm{n} \to \mathrm{p})\cdot \qquad (۴۴.۵)$$

آهنگهای λ به تابعهای توزیع لپتونها بستگی دارند، آنها به‌نوبهٔ خود تابع دما هستند که به عامل مقیاس عالم در حال انبساط بستگی دارد. انتگرال‌گیری از (۴۴.۵) باید به‌صورت عددی انجام شود، و این کار ادامه می‌یابد تا همهٔ زوجهای $\mathrm{e}^\pm$ از مخلوط خارج شوند. این کار در $T \geq ۱۰^۹\mathrm{K}$ صورت می‌گیرد.

وقتی همهٔ $\mathrm{e}^\pm$ از بین رفته باشند، هنوز امکان واپاشی نوترونها از طریق واکنش زیر وجود دارد

$$\mathrm{n} \to \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \overline{\mathcal{V}}_\mathrm{e}$$

که زمان مشخصهٔ آن $\tau = ۱۰۱۳\mathrm{s}$ است. بنابراین، از زمانی که زوجها ناپدید شوند تا شروع سنتز هسته‌ای نسبت X_n نوترون با ضریب نمایی $\exp(-t/\tau)$ کاهش می‌یابد.

پس در شروع سنتز هسته‌ای که همهٔ پارامترهای فرایند برهم‌کنش ضعیف را می‌دانیم، نسبت نوترون به پروتون به‌صورت یکتا تعیین می‌شود. این یک جنبهٔ مفید نظریهٔ سنتز هسته‌ای آغازین است که کوشیرو هایاشی[1] متذکر شد و اکنون به بحث دربارهٔ آن می‌پردازیم.

1. Chushiro Hayashi

۵.۵ سنتز هسته‌های سبک

یک نمونه هستهٔ Q با دو کمیت جرم اتمی A و عدد اتمی Z مشخص و به‌صورت زیر نوشته می‌شود

$$ {}^{A}_{Z}Q. $$

هسته دارای Z پروتون و $(A-Z)$ نوترون است. اگر m_Q جرم هسته باشد، انرژی بستگی آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$ B_Q = [Zm_{\rm p} + (A-Z)m_{\rm n} - m_Q]c^{۲}. \qquad (۴۵.۵) $$

اکنون یک واحد حجم در محیط کیهان‌شناختی را در نظر می‌گیریم که حاوی $N_{\rm n}$ نوکلئون مقید یا آزاد است. چون جرم پروتون و نوترون تقریباً مساوی است، می‌توان جرم یک نمونه نوکلئون را با m نشان داد. بنابراین $m_{\rm n} \approx m_{\rm p} = m$. اگر $N_{\rm n}$ نوترون آزاد و $N_{\rm p}$ پروتون آزاد دو مخلوط وجود داشته باشد

$$ X_{\rm n} = \frac{N_{\rm n}}{N_{\rm N}}, \qquad X_{\rm p} = \frac{N_{\rm p}}{N_{\rm N}} \qquad (۴۶.۵) $$

کسر وزنی نوترونها و پروتونهای آزاد را نشان می‌دهد. اگر یک نمونه هستهٔ مقید Q دارای جرم A باشد، تعداد N_Q از آنها در واحد حجم وجود دارد، و می‌توان کسر وزنی Q را به‌صورت زیر نشان داد

$$ X_Q = \frac{N_Q A}{N_{\rm N}}. \qquad (۴۷.۵) $$

حال در دماهای بسیار زیاد $(T \ll ۱۰^{۱۰}{\rm K})$، انتظار داریم که هسته‌ها در تعادل گرمایی باشند. اما، حتی در این دماها $T \ll T_Q$ و فرمول (۲۵.۵) صادق است. به‌علاوه، چون به چگالیهای عددی نسبی علاقه‌مندیم، دیگر نمی‌توانیم پتانسیلهای شیمیایی را نادیده بگیریم. از این‌رو

$$ N_Q = g_Q \left(\frac{m_Q kT}{۲\pi\hbar^{۲}}\right)^{۳/۲} \exp\left(\frac{\mu_Q - m_Q c^{۲}}{kT}\right). \qquad (۴۸.۵) $$

که در آن پتانسیلهای شیمیایی μ_Q را دوباره وارد کرده‌ایم. چون پتانسیلهای شیمیایی در واکنشهای هسته‌ای پایسته‌اند، داریم

$$ \mu_Q = Z\mu_{\rm p} + (A-Z)\mu_{\rm n} \qquad (۴۹.۵) $$

با فرض اینکه هسته‌ها بر اثر واکنشهای هسته‌های نوترونها و پروتونها به‌وجود آمده باشند.

با استفاده از معادلهٔ (۴۹.۵) پتانسیلهای شیمیایی ناشناخته را می‌توان در رابطهٔ (۴۸.۵) و رابطه‌های مشابه برای N_p و N_n حذف کرد. نتیجه به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$X_Q = \frac{۱}{۲} g_Q A^{۵/۲} X_\mathrm{p}^Z X_\mathrm{n}^{A-Z} \xi^{A-۱} \exp\left(\frac{B_Q}{kT}\right) \qquad (۵۰.۵)$$

که در آن

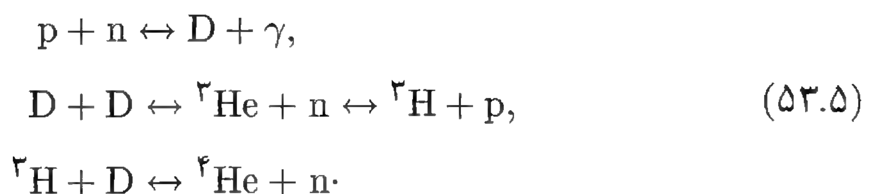
$$\xi = \frac{۱}{۲} N_\mathrm{N} \left(\frac{mkT}{۲\pi\hbar^۲}\right)^{-۳/۲}. \qquad (۵۱.۵)$$

برای تشکیل قابل ملاحظهٔ هسته‌های پیچیده، T باید به اندازهٔ کافی کم شود تا $\exp[B_Q/(kT)]$ برای جبران کوچکی $\xi^{A-۱}$ به‌اندازهٔ کافی بزرگ باشد. این رویداد برای هسته Q هنگامی رخ می‌دهد که T به مقدار زیر کاهش یافته باشد

$$T_Q \sim \frac{B_Q}{k(A-۱)|\ln\xi|}. \qquad (۵۲.۵)$$

بگذارید ببینیم وقتی فرمول بالا را در مورد هستهٔ $^۴\mathrm{He}$ به‌کار بریم چه اتفاقی می‌افتد. انرژی بستگی این هسته $۴{,}۳ \times ۱۰^{-۵}\mathrm{erg} \approx$ است. اگر این مقدار را در (۵۰.۵) بگذاریم و N_N را از مقدار کنونی چگالی نوکلئونها که در حدود $۱۰^{-۶}\mathrm{cm}^{-۳}$ است برآورد کنیم، درمی‌یابیم که T_Q، $۳ \times ۱۰^۹\mathrm{K} \sim$ است (تمرین ۲۳). اما، در این دمای کم چگالیهای عدد نوکلئونهای درگیر به اندازه‌ای کوچک است که برخوردهای چهار جسمی که به تشکیل $^۴\mathrm{He}$ می‌انجامد بسیار نادرند. بنابراین، باید به‌صورتی که کمتر بلند پروازانه باشد، تشکیل هسته‌های پیچیده را توجیه کنیم.

از این‌رو، برخوردهای دو جسمی را (که چندان نادر نیستند) برای توجیه تشکیل هسته‌های سنگینتر امتحان می‌کنیم. دوتریم (D)، تریتیم ($^۳\mathrm{H}$) و هلیم ($^۳\mathrm{He}$ و $^۴\mathrm{He}$) در واکنشهای زیر تولید می‌شوند



$$\begin{aligned} &\mathrm{p} + \mathrm{n} \leftrightarrow \mathrm{D} + \gamma, \\ &\mathrm{D} + \mathrm{D} \leftrightarrow {}^۳\mathrm{He} + \mathrm{n} \leftrightarrow {}^۳\mathrm{H} + \mathrm{p}, \\ &{}^۳\mathrm{H} + \mathrm{D} \leftrightarrow {}^۴\mathrm{He} + \mathrm{n}. \end{aligned} \qquad (۵۳.۵)$$

چون در تشکیل دوتریم فقط برخوردهای دوجسمی دخیل‌اند، فراوانی آن به سرعت به مقدار تعادل

زیر می‌رسد

$$X_{\rm D}=\frac{۳}{\sqrt{۲}}X_{\rm p}X_{\rm n}\xi\exp\left(\frac{B_{\rm D}}{kT}\right)\cdot \qquad (۵۴.۵)$$

به هر حال، انرژی بستگی $B_{\rm D}$ دوتریم به‌اندازه‌ای کوچک است مگر اینکه مقدار T به کمتر از $۱۰^{۹}{\rm K}$ برسد، $X_{\rm D}$ برای آغاز واکنشهای دیگری که به ${}^{۳}{\rm H}$، ${}^{۳}{\rm He}$، و ${}^{۴}{\rm He}$ می‌انجامند به اندازه کافی زیاد نیست. درواقع، واکنشهای (۵۳.۵)، به‌استثنای واکنش اول، قبل از کم شدن دما تا مقدارهای $\sim ۸\times ۱۰^{۸}{\rm K}$ با سرعت کافی صورت نمی‌گیرند.

اگرچه در این دماها، سنتز هسته‌ای با سرعت کافی انجام می‌گیرد، اما این واکنشها فراتر از ${}^{۴}{\rm He}$ نمی‌روند. علت آن است که هیچ هستهٔ پایدار دارای A برابر ۵ تا ۸ وجود ندارد، و هسته‌های سنگینتر از ${}^{۴}{\rm He}$ بلافاصله پس از تشکیل شکسته می‌شوند. فراوانی آغازین آنها بسیار کوچک است. بنابراین، فرایند در اینجا متوقف می‌شود. محاسبه‌های دقیق توسط چند نفر این نتیجه را کاملاً تأیید کرده است.

بنابراین، با شروع از نوترون و پروتونهای آغازین، سرانجام دارای هسته‌های ${}^{۴}{\rm He}$ و پروتونهای آزاد خواهیم شد. همهٔ نوترونها را هسته‌های هلیم بلعیده‌اند. از این‌رو، اگر کسر وزنی هلیم آغازین را در نظر بگیریم، رابطهٔ آن با کمیت X_n، تراکم نوترون قبل از آغاز سنتز هسته‌ای، بسیار ساده می‌شود. اگر این کسر وزنی را با نماد Y نشان دهیم، به‌دست می‌آوریم

$$Y=۲X_{\rm n}\cdot \qquad (۵۵.۵)$$

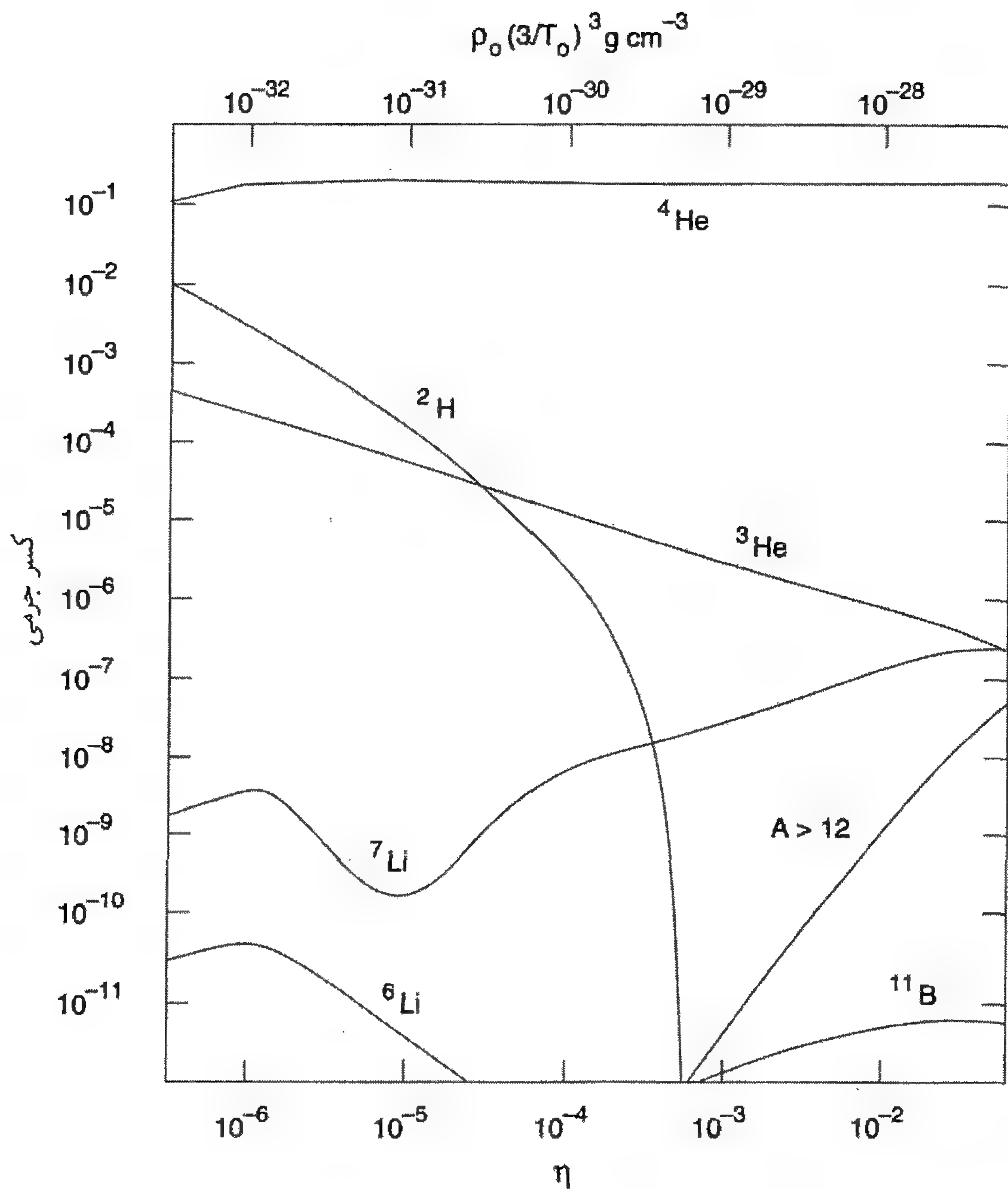
در شکل ۵.۵ کسرهای وزنی ${}^{۴}{\rm He}$، ${}^{۳}{\rm He}$، ${}^{۲}{\rm H}$، و غیره برحسب پارامتر η، که به‌صورت زیر تعریف می‌شود، رسم شده است

$$\eta=\left(\frac{\rho_{\circ}}{۱/۹۷\times ۱۰^{-۲۶}{\rm g\ cm^{-۳}}}\right)\left(\frac{۲/۷}{T_{\circ}}\right)^{۳}\cdot \qquad (۵۶.۵)$$

بنابراین، η اصولاً معیاری از چگالی نوکلئون در عالم اولیه از طریق فرمول زیر است

$$\rho=\eta T_{۹}^{۳},\qquad T_{۹}<۳۰ \qquad (۵۷.۵)$$

اکنون به بحث دربارهٔ تأثیر این پارامتر در تولید آغازین هسته‌های سبک می‌پردازیم.



شکل ۵.۵ فراوانیهای آغازین هسته‌های سبک برحسب چگالی کنونی ماده در عالم فرض شده است که سه نوع نوترینو وجود دارد. . رابطهٔ میان $\rho_\circ$ و η از (۵۶.۵) به‌دست می‌آید.

۱.۵.۵ هلیم آغازین و گونه‌های نوترینو

توجه کنید که کسر وزنی هلیم به پارامتر η بستگی ندارد. زیرا، همان‌طور که دیدیم، مقدار آن فقط تابع $X_{\rm n}$ است، که شدیداً به دوره‌ای بستگی دارد که آهنگ برهم‌کنشهای ضعیف به کمتر از آهنگ انبساط تقلیل‌یافته است. با رجوع به (۴۲.۵) می‌بینیم که در مراحل بسیار ابتدایی نسبت نوترون به پروتون تابع دمای T_* است. آهنگ انبساط سریعتر ایجاب می‌کند که این نسبت در دماهای بالاتری منجمد شود، و در نتیجه به فراوانی $^4{\rm He}$ بالاتری می‌انجامد.

برای مشاهدهٔ کمّی این اثر، از (۴۲.۵) به‌خاطر دارید که یک «عصر آخر» برای دمای T_* وجود داشته است که در آن نسبت نوترون به پروتون را ملاحظات تعادل ترمودینامیکی تعیین می‌کرده است:

$$x = \frac{N_{\rm n}}{N_{\rm p}} = \exp\left(-\frac{۱/۵}{T_{*۱۰}}\right). \qquad (۵۸.۵)$$

دمای T_* از مساوی قرار دادن ثابت هابل H با آهنگ واکنش η برای تبدیلهای $\rm n \leftrightarrow p$ به‌دست می‌آمده است. اکنون داریم

$$\eta \propto T_*^۴ \quad \text{و} \quad H \propto g^{۱/۲} T_*^۲$$

به‌طوری که

$$T_*^۲ \propto g^{۱/۲}. \qquad (۵۹.۵)$$

اگر برای کسر وزنی هلیم بنویسیم $Y = ۲N_{\rm n}/(N_{\rm n}+N_{\rm p})$، می‌توانیم تغییر Y را براثر تغییر g (به‌واسطهٔ افزایش طعمهای نوترینو) به‌صورت زیر برآورد کنیم. با $g \to g + \delta g$، رابطه‌های بالا ایجاب می‌کند $x \to x + \delta x$، $Y \to Y + \delta Y$، که

$$\delta Y = -\frac{x \ln x}{(۱+x)^۲}\,\frac{\delta g}{g}. \qquad (۶۰.۵)$$

اگر l خانوادهٔ لپتون وجود داشته باشد،

$$g = \frac{۷}{۸}(۴ + ۲l) + ۲. \qquad (۶۱.۵)$$

از این‌رو، افزایش $l = ۲$ به $l = ۳$ می‌دهد $\delta g/g \sim \frac{۱}{۵}$. برای $Y = \frac{۱}{۴}$، $x = \frac{۱}{۷}$ به‌دست می‌آوریم $\delta Y \approx ۰/۰۲$.

این نتیجه در ارتباط با این پرسش است که چند نوع نوترینوی آغازین وجود داشته است. در صورتگرایی GUT که در فصل ۶ بیان خواهد شد سه نوع نوترینوی $\nu_{\rm e}$، ν_μ و ν_τ وجود دارد. صورتگراییهای دیگر وجود حتی نوترینوهای بیشتر را مجاز می‌دارند و در نتیجه مقدار Y را افزایش می‌دهند. وقتی به رصدها بنگریم، متوجه خواهیم شد که فراوانی فعلی هلیم وجود بیش از سه نوع نوترینو را منتفی می‌سازد.

جالب است توجه کنیم که آزمایشهای انجام‌شده در شتابگر ذرات نیز به همین نتیجه‌گیری می‌انجامند. یک سری آزمایش که در سال ۱۹۹۰ با برخوردگر بزرگ الکترون–پوزیترون (LEP)[1] در سرن انجام شد (نگاه کنید به شکل ۶.۵) بوزونهای میانی Z° را به تعداد زیاد تولید کرد. وجود

1. Large Electron-Positron Collider



شکل ۶.۵ برخوردگر بزرگ الکترون-پوزیترون (LEP) در سرن، ژنو که در آن آزمایشها حدودی را بر تعداد گونه‌های نوترینو اعمال کرده است. ذرات در عبور از حلقه‌ای عظیم که مطابق شکل در چندین کیلومتر گسترده شده است تا انرژیهای بسیار زیاد شتاب می‌گیرند.

این ذرات (که برهم‌کنشهای الکتروضعیف را مبادله می‌کنند) را می‌توان از آشکارسازی قله‌هایی در سطح مقطع تولید هادرونها و لپتونها برحسب انرژی نتیجه گرفت. عرض قله طول عمر بوزون Z° را تعیین می‌کند که با تعداد گونه‌های موجود نوترینو در ارتباط است. برآوردها به‌وجود سه نوع نوترینو بسیار نزدیک است که با ملاحظات کیهان‌شناختی بالا سازگاری دارد. این واقعیت موفقیت قابل ملاحظه‌ای را در کار پیوند کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات نشان می‌دهد.

۲.۵.۵ دوتریم و هسته‌های سبک دیگر

برخلاف رفتار Y، که حساسیت چندانی به η ندارد، فراوانی سایر هسته‌ها تابع η است. این فراوانیها در مقایسه با Y کوچک‌اند. سرانجام، فقط هسته‌های سنگینتر از $^4\mathrm{He}$ باقی می‌مانند؛ $^3\mathrm{H}$ (تریتیم) به $^3\mathrm{He}$ وامی‌پاشد. از هسته‌های سنگینتر از $^4\mathrm{He}$، فقط $^7\mathrm{Li}$ (لیتیم) به مقدار قابل ملاحظه‌ای وجود دارد، اگرچه مقدار آن از $^3\mathrm{He}$ کمتر است. جالبترین وضعیت برای دوتریم وجود دارد، که فراوانی آن با افزایش η به بیش از 10^{-4} به سرعت فرو می‌افتد. برآورد فعلی کسر جرمی دوتریم

$\sim ۲ \times ۱۰^{-۵}$ است. از شکل ۵.۵، داریم $\eta \cong ۲ \times ۱۰^{-۵}$. برای $T_\circ = ۲/۷\text{K}$، این نظیر چگالی کنونی زیر است

$$\rho_\circ \sim ۴ \times ۱۰^{-۳۱} \text{g cm}^{-۳}. \qquad (۶۲.۵)$$

از مقایسه این مقدار با (۴۵.۴)، مشاهده می‌کنیم که برای $h_\circ \Omega_\circ^۲ \lesssim ۰/۰۲$ و درنتیجه $q_\circ \lesssim ۰/۰۱$. بنابراین، حتی اگر مقدار کمی از دوتریم دارای منشأ آغازین یافت شود، مدلهای فریدمان از نوع بسته بی‌اعتبار می‌شوند. به هر حال، گریزگاهی در این استدلال وجود دارد: می‌توانیم مادهٔ غیرباریونی را وارد عالم کنیم. این ماده در فراوانی دوتریم تأثیری ندارد، اما در $\Omega_\circ$ سهیم است. مادهٔ از این نوع باید تاریک باشد. دربارهٔ شرایط رصدی و مادهٔ تاریک در فصل ۱۰ بحث خواهیم کرد.

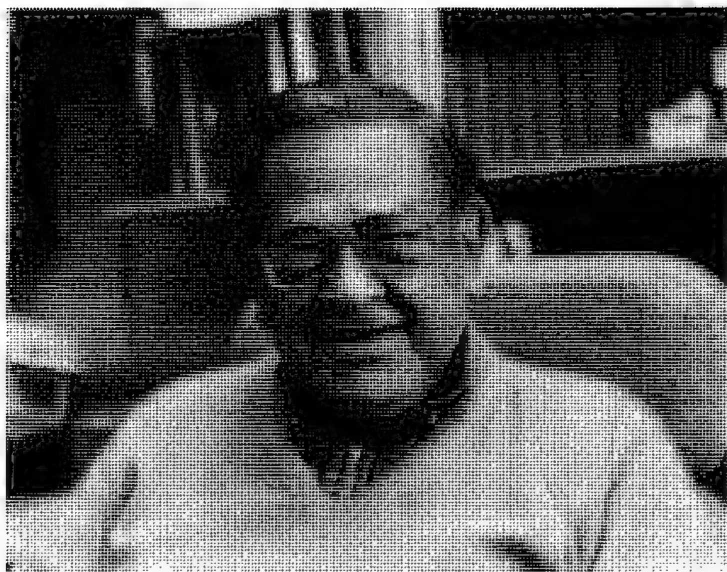
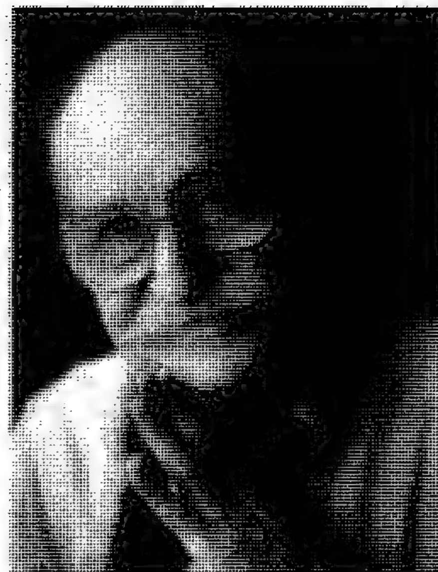
شکل ۵.۵ نشان می‌دهد که تولید آغازین هسته‌های سنگین ($A \geq ۱۲$) بسیار کم است، و به‌هیچ وجه نمی‌تواند فراوانیهای مشاهده‌شده را توجیه کند. علت اصلی این موضوع آن است که هیچ هستهٔ پایداری با $A = ۵, ۸$ وجود ندارد. بنابراین، هر تلاشی در جهت سنتز هسته‌های سنگینتر با افزودن پروتون یا چیز دیگر به ^۴He به شکست می‌انجامد. درواقع، برای عبور از این گاف و رسیدن به هسته‌های پایدار سنگینی چون ^{۱۲}C و ^{۱۶}O، باید سناریوهای متفاوتی را در نظر بگیریم. اعماق ستارگان در مسیر رسیدن به مرحلهٔ غولهای سرخ برای ساخت چنین هسته‌هایی مناسب است. در واقع مقالهٔ کلاسیک مارگارت و جفری بربیج[1]، ویلیام فاؤلر[2] و فرد هویل در سال ۱۹۵۷ (این سه مؤلف را پس از این $\text{B}^۲\text{FH}$ می‌نامیم) نشان داد که چگونه می‌توان این هسته‌ها را در مراحل مختلف تحول ستاره‌ای ساخت.

می‌توان به این جمع‌بندی رسید که این انتظار گاموف که سنتز هر نوع هسته در عالم اولیه امکان‌پذیر بوده تا اندازه‌ای محقق شده است. این ایده برای هسته‌های سبکی چون D، ^۴He، و غیره موفق است. برای به‌دست آوردن هسته‌های سنگینتر از ^۴He (و احتمالاً ^۷Li)، اخترفیزیکدانان باید درپی منابع دیگر یعنی ستارگان باشند.

۶.۵ زمینهٔ ریزموج

گاموف و همکارانش آلفر و هرمن (نگاه کنید به شکل ۷.۵) پیش‌بینی دیگری را هم کرده بودند، که ظاهراً تأیید شده است. پیش‌بینی آنها این بود که فوتونهای دورهٔ اولیهٔ داغ پس از خنک شدن

1. Margaret and Geoffrey Burbidge 2. William Fowler

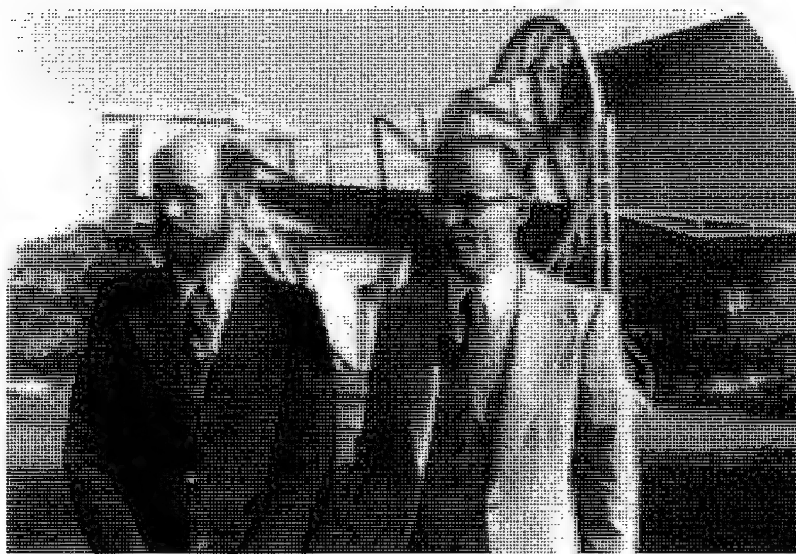
شکل ۷.۵ رالف آلفر (چپ) و رابرت هرمن (راست)، که در سال ۱۹۴۸ وجود تابش زمینهٔ باقیمانده را از محاسبه‌های خود (به اتفاق جورج گاموف) دربارهٔ سنتز هسته‌های اولیه پیش‌بینی کردند.

در حال حاضر یک تابش زمینه گرمایی در ناحیهٔ ریزموج را به‌وجود آورده‌اند. آلفر و گاموف دمای فعلی این تابش را 5K برآورد کرده بودند. در نبود مبنای کمّی محکم، این برآورد بیشتر حدس و گمان بود. خود گاموف در یک مقالهٔ بعدی دما را 7K حدس زد و سپس در گامهای متوالی آن را تا 50K افزایش داد. در سالهای ۱۹۵۰، ایده‌های مربوط به سنتز هسته‌های اولیه چندان مورد توجه قرار نگرفت، زیرا نظریه‌ای وجود نداشت که منشأ هسته‌های سنگین را توضیح دهد. با موفقیتی که سنتز هسته‌ها در ستارگان در این زمینه به‌دست آورد، علاقه به سناریویی برای سنتز هسته‌های اولیه کم شد و پیش‌بینی بقایای تابش زمینه کم‌وبیش به فراموشی سپرده شد.

با این همه، در اوایل سالهای دههٔ شصت با تشخیص این مطلب که همهٔ هلیم موجود در عالم می‌توانند در ستارگان ساخته شده باشند، علاقه به مرحلهٔ آغازین عالم دوباره زنده شد، کار فرد هویل و راجر تیلر[1] درکمبریج بریتانیا و رابرت دیکی و جیم پیبلز در پرینستون ایالات متحده و یاکوب زلدویچ[2] در مسکو شوروی در سالهای ۶۵ـ۱۹۶۴ نشان داد که شکل تجدیدنظر شده‌ای از برنامه سنتز هسته‌ای گاموف می‌تواند فراوانی هلیم را به‌درستی تعیین کند. بنابراین ایده تابش باقیمانده برای دیکی به اندازهٔ کافی جذاب شد تا یک آزمایش تابش‌سنجی برای آشکارسازی آن را برنامه‌ریزی کند.

همان‌طور که قبلاً گفتیم، این تابش را اولین بار آرنو پنزیاس و رابرت ویلسون (نگاه کنید به شکل ۸.۵)، در سال ۱۹۶۵ به صورت کم‌وبیش شانسی آشکار ساختند. آنها می‌خواستند از یک

1. Roger Tayler   2. Yakob Zel'dovich



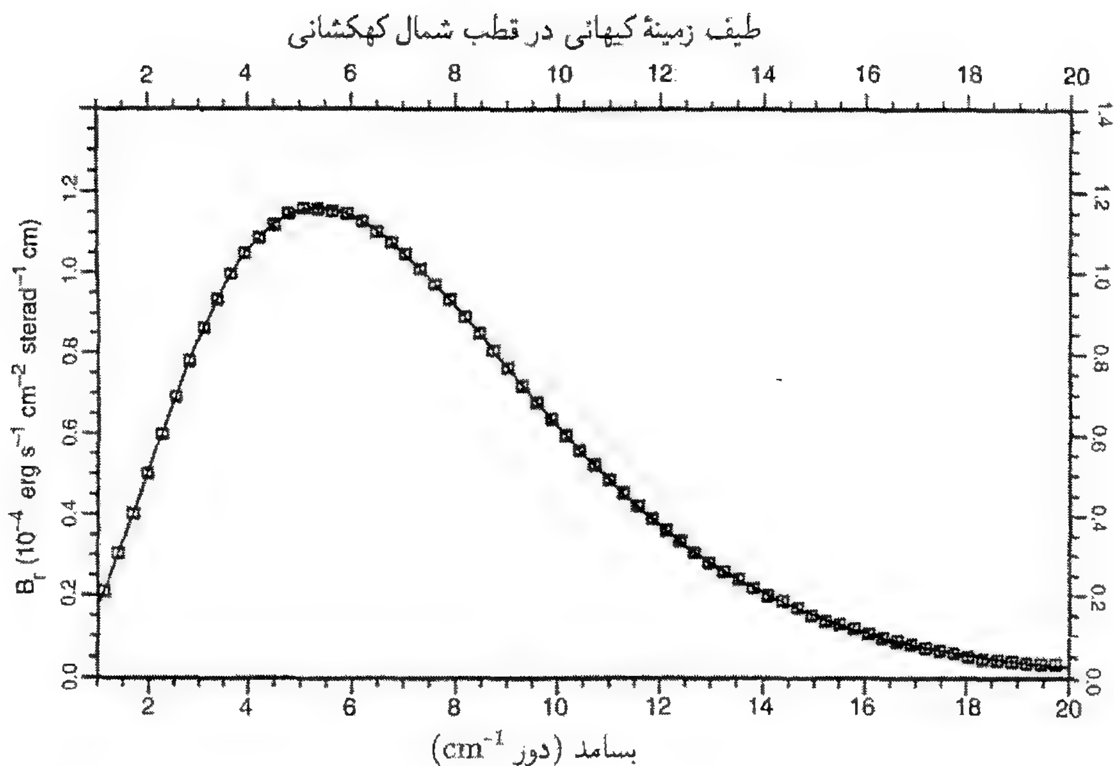
شکل ۸.۵ رابرت ویلسون و آرنو پنزیاس در مقابل آنتن شیپوری خود، که برای کشف زمینهٔ ریزموج به‌کار رفت.

آنتن بازتابی شیپوری ۲۰ فوتی برای مطالعهٔ تابش ریزموج در راه شیری استفاده کنند. در هنگام آزمایش آنتن، آن را در جهتهای مختلف قرار دادند و از طول موج $۷٫۳۵\text{cm}$ استفاده کردند، زیرا نوفهٔ کهکشانی را چندان جذب نمی‌کند. این اندازه‌گیریهای آزمونی حاوی یک مؤلفهٔ همسانگرد بدون توجیه بود، یعنی نمی‌شد آن را به هیچ چشمهٔ کهکشانی یا فراکهکشانی نسبت داد. فقط هنگامی که آنها یادداشتهای خود را با گروه پرینستون مقایسه کردند توانستند آن را به‌عنوان تابش زمینهٔ باقیمانده شناسایی کنند.

اندازه‌گیری پنزیاس-ویلسون در یک طول موج انجام شد، اگر قرار بود آن را به عنوان تابش جسم سیاه تفسیر کنند، دمای آن $۳٫۵\text{K}$ می‌شد. در فصل ۱۰ دربارهٔ جزئیات رصدهای بعدی این تابش بحث خواهیم کرد. شکل ۹.۵ طیف این تابش را نشان می‌دهد که ماهوارهٔ کاوشگر زمینهٔ کیهانی (COBE)[1] در سال ۱۹۹۰ آن را با دمای $۲٫۷۳۵ \pm ۰٫۰۶\text{K}$ اندازه گرفته است. سرشت جسم سیاه منحنی مربوط به شدت-بسامد تا اندازهٔ زیادی درستی آن را تأیید کرده است. برای مشاهدهٔ اینکه این زمینه چگونه تشکیل شده است باید تاریخچه عالم اولیه را در مراحل پس از سنتز هسته‌ای بررسی کنیم.

عصر سنتز هسته‌ای هنگامی آغاز شد که دما در حدود $۱۰^۹\text{K}$ بود. عالم در مرحله‌های بعدی با انبساط یافتن خنک شد و فشار تابش به‌صورت $S^{-۱}$ کاهش یافت. حضور هسته‌ها، پروتونهای آزاد، و الکترونها تأثیر چندانی بر دینامیک عالمی که هنوز تحت سیطرهٔ تابش بود نداشت. اما، این

1. Cosmic Background Explorer



شکل ۹.۵ طیف تابش زمینهٔ ریزموج که ماهوارهٔ COBE اندازه گرفته است با منحنی پیوسته‌ای که از مستطیلهای خطا می‌گذرد و بهترین برازش به منحنی جسم سیاه در دمای ۲٫۷۳K ~ را نشان می‌دهد.

ذرات، به‌ویژه سبکترین آنها، یعنی الکترونها به‌عنوان مرکزهای پراکندگی برای تابش محیط عمل می‌کردند و آن را گرمایی نگه می‌داشتند. بنابراین، عالم در ابتدا کدر بود.

اما، با خنک شدن عالم، جاذبهٔ الکتریکی بین الکترون و پروتون نمایان شد. در محاسبه‌های تفضیلی پی. جِی. ای. پیبلز[1]، مخلوط الکترونها و پروتونها و اتمهای هیدروژن در دماهای مختلف مطالعه شدند. به‌علت دافعهٔ کولنی بین الکترون و پروتون، اتم هیدروژن دارای انرژی بستگی معین B است. بنابراین، مسئلهٔ تعیین چگالیهای عددی نسبی الکترونهای آزاد، پروتونهای آزاد (یعنی یونها)، و اتمهای هیدروژن (H) خنثی در تعادل گرمایی مشابه چیزی است که قبلاً در به‌دست آوردن (۵.۵۰) در بخش ۵.۵ برای مخلوط نوکلئونهای آزاد و مقید انجام دادیم. تنها تفاوت آن است که در این حالت پیوند الکتروستاتیکی است نه هسته‌ای. با استفاده از همان روش، فرمولی را به‌دست می‌آوریم که چگالیهای عددی الکترونها (N_e)، پروتونها ($N_p = N_e$)، و اتمهای H (N_H) را در دمای معین T به‌هم مربوط می‌کند:

$$\frac{N_e^۲}{N_H} = \left(\frac{m_e kT}{۲\pi\hbar^۲}\right)^{۳/۲} \exp\left(-\frac{B}{kT}\right) \qquad (۶۳.۵)$$

1. P. J. E. Peebles



شکل ۱۰.۵ مقناد ساها (۱۹۵۶ـ ۱۸۹۳).

که در آن m_e جرم الکترون است. این معادله حالت خاصی از معادلهٔ یونش ساهاست. در حوالی سال ۱۹۲۰ مقناد ساها[1] (نگاه کنید به شکل ۱۰.۵) مسئله یونش را در شرایط جوّهای ستاره‌ای بررسی کرد و معادلهٔ خود را به‌دست آورد.

اگر N_B چگالی عددی باریونی کل باشد، می‌توانیم کسر یونش را با نسبت زیر نشان دهیم

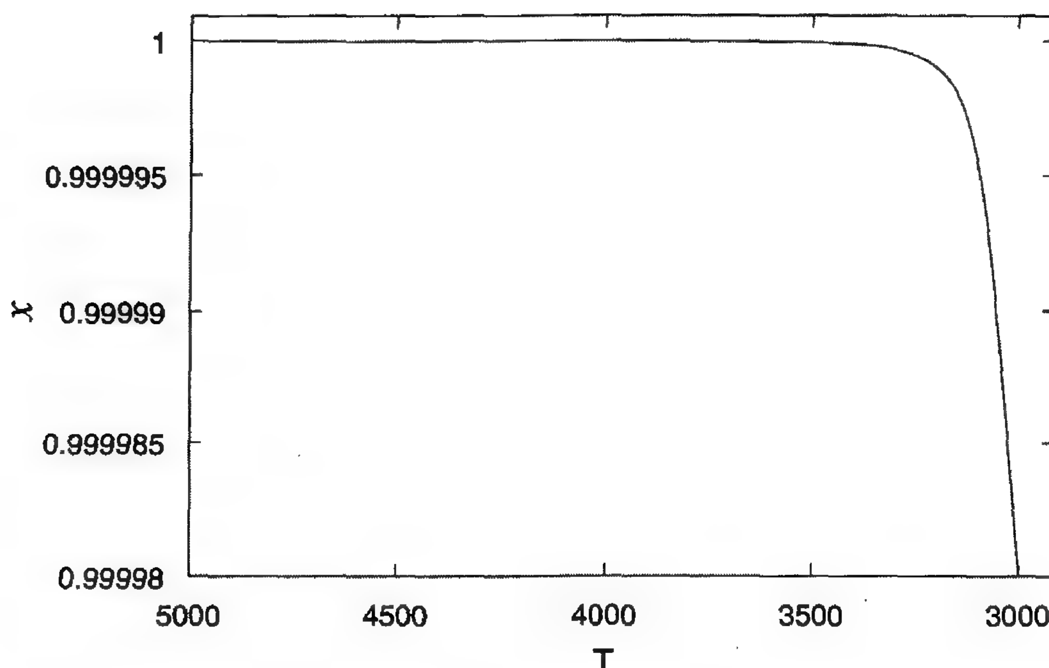
$$x = \frac{N_e}{N_B} \tag{۶۴.۵}$$

سپس، چون $N_H = N_B - N_e$، از (۶۳.۵) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{N_B}\left(\frac{m_e kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{B}{kT}\right) \tag{۶۵.۵}$$

برای اتم H، $B = 13{,}59\text{eV}$. با قرار دادن مقدارهای عددی در طرف راست (۶۵.۵)، می‌توان x را برحسب T به‌دست آورد. نتیجه‌های حاصل (شکل ۱۱.۵) نشان می‌دهند که در گسترهٔ دماهای حدود $5000\,\text{K}$ تا $2500\,\text{K}$ مقدار x، برحسب مقدار N_B، یعنی پارامتر $\Omega_0 h_0^2$ (فصل ۴)، از ۱ به نزدیک صفر فرو می‌افتد. به‌عنوان مثال، برای $\Omega_0 h_0^2 = 0{,}01$، در $T = 3000\,\text{K}$ به‌دست می‌آوریم $x = 0{,}003$.

1. Meghnad Saha



شکل ۱۱.۵ نمودار x برحسب T نشان می‌دهد که چگونه عالم با افت دما رفته‌رفته شفاف و تعداد الکترونهای آزاد کم شده است.

بنابراین، در این زمان بیشتر الکترونهای آزاد از آمیزهٔ کیهان‌شناختی خارج شده‌اند، و در نتیجه عامل اصلی پراکندگی تابش از صحنه خارج شده است. اکنون، عالم عملاً برای تابش شفاف می‌شود. این دوره را عصر بازترکیب می‌نامند، گرچه واژهٔ «بازترکیب» نامناسب است زیرا الکترونها در این عصر برای اولین بار ترکیب می‌شوند. بهتر است که آن را «عصر آخرین پراکندگی» بنامیم.

شفاف شدن عالم به معنی آن است که فوتون نور می‌تواند مسافت زیادی را $(\sim c/H)$ بدون جذب یا پراکنده شدن طی کند. بنابراین، این عصر آغاز مرحلهٔ واجفتیدگی ماده از تابش است. این دوره تا عصر کنونی ادامه داشته است. در این مرحله، بسامد هر فوتون طبق قاعدهٔ زیر انتقال به سرخ یافته است

$$\nu \propto \frac{1}{S}, \tag{۶۶.۵}$$

در حالی که چگالی فوتونها به‌صورت زیر کاهش می‌یابد

$$N_\gamma \propto \frac{1}{S^3}. \tag{۶۷.۵}$$

به‌راحتی می‌توان دید که در این شرایط تابع توزیع فوتون با کاهش دما به‌صورت زیر شکل پلانکی خود را حفظ می‌کند.

$$T \propto \frac{1}{S} \tag{۶۸.۵}$$

بنابراین، دمای کنونی زمینهٔ $\sim ۲/۷\mathrm{K}$ به‌معنی آن است که عصر واجفتیده شدن ماده از تابش نظیر انتقال به سرخ $\sim ۱۰^{۳}$ است. اما، در بخش ۳.۴ دیدیم که عالم در حوالی همین عصر از سیطرهٔ تابش خارج و به دوران تسلط ماده منتقل شده است. اینکه چرا گذار از تیرگی به شفافیت و از عصر تسلط تابش به دوران سیطرهٔ ماده باید همزمان صورت گیرد را فعلاً نمی‌توان توجیه کرد و باید آن را تصادفی تلقی کرد.

نتیجهٔ دیگری که هنوز فیزیک عالم اولیه قادر به توجیه آن نیست نسبت مشاهده‌شدهٔ فوتونها به باریونهاست

$$\frac{N_\gamma}{N_\mathrm{B}} = ۳/۳۳ \times ۱۰^{۷} (\Omega_\circ h_\circ^{۲})^{-۱} \left(\frac{T_\circ}{۲/۷}\right)^{۳}. \qquad (۶۹.۵)$$

این نسبت از زمان شفاف شدن عالم پایسته مانده است، اگرچه N_γ و N_B را می‌توان به‌صورت نظری در عصرهای قبل از آن مطالعه کرد. چرا این نسبت به دست آمده است و نه مقداری دیگر؟ بسیاری از فیزیکدانان بر این باورند که برای حل این معما باید از ایده‌های فیزیک ذرات استفاده کرد.

به هر حال، علامت مهم تابش باقیمانده طیف آن است. اختلالهای مختصری در تابش زمینه وجود دارد که بر اثر تشکیل ساختارهای گسسته به‌وجود آمده‌اند. اما سوای این مطلب، باید شکل طیف زمینه را بسیار نزدیک به شکل پلانکی به‌دست آوریم. وقتی دربارهٔ مشاهده‌های موجود دربارهٔ زمینه ریزموج صحبت می‌کنیم باید این پیش‌بینی را به‌خاطر داشته باشیم.

۷.۵ اظهارنظرهای نهایی

مطالعات ما دربارهٔ عالم اولیه در این فصل با عصری آغاز شد که در آن عالم بسیار داغ بود و سن آن به‌زحمت به $۱۰^{-۴}\mathrm{s}$ می‌رسید. این عصر در انتقال به سرخ $\sim ۱۰^{۳}$ و هنگامی که عالم شفاف شد به پایان رسید. اکنون دو راه پیش پای ما وجود دارد: رو به عقب از $۱۰^{-۴}\mathrm{s}$ یا رو به جلو تا دورهٔ انتقال به سرخ $۱۰^{۳}$. در فصل ۶ به عقب برمی‌گردیم؛ در فصل ۷ جلو می‌رویم.

تیرگی عالم مانع از آن می‌شود که انتقال به سرخهای $\gtrsim ۱۰^{۳}$ را مستقیماً «ببینیم». بنابراین، هر دلیلی بر وجود مهبانگ یا عالم داغ را باید به‌صورت غیرمستقیم دریافت کرد. از این نظر فراوانی هسته‌های سبک و جزئیات زمینهٔ ریزموج تنها وسیله‌های بررسی تاریخچهٔ اولیه عالم هستند. اگر کار انجام‌شده در فصل ۶ بتواند پیش‌بینی‌های آزمون‌پذیری بکند، موفقیتی به‌حساب خواهد آمد.

تمرینها

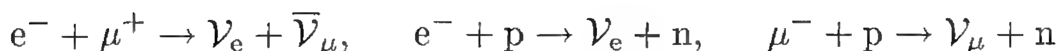
۱. چه استدلالهایی باعث شد که جورج گاموف مفهوم مهبانگ داغ را مطرح کند.

۲. مقدارهای c، G، و a را در (۷.۵) بگذارید و ضریب عددی (۸.۵) را به‌دست آورید.

۳. نمودار T برحسب t را که به‌صورت رابطهٔ (۸.۵) داده شده است برروی مقیاس log_log رسم کنید تا تغییرات دما برحسب زمان به‌دست آید. با بهره‌گیری از این نمودار سن عالم را وقتی دما برابر (الف) 10^{12}K، (ب) 10^{11}K، و (ج) 10^{9}K بوده است به‌دست آورید.

۴. از کتاب درسی مکانیک آماری، استدلالهایی را که به تابعهای توزیع (۹.۵) انجامیده است به‌دست آورید.

۵. از روی واکنشهای



$$\mathrm{e}^- + \mu^+ \to \mathcal{V}_\mathrm{e} + \overline{\mathcal{V}}_\mu, \qquad \mathrm{e}^- + \mathrm{p} \to \mathcal{V}_\mathrm{e} + \mathrm{n}, \qquad \mu^- + \mathrm{p} \to \mathcal{V}_\mu + \mathrm{n}$$

پتانسیلهای شیمیایی مربوطه را که در رابطه‌های زیر صدق کنند به‌دست آورید

$$\mu_{\mathrm{e}^-} - \mu_{\mathcal{V}_\mathrm{e}} = \mu_{\mu^-} - \mu_{\mathcal{V}_\mu} = \mu_\mathrm{n} - \mu_\mathrm{p}$$

۶. استدلالهایی را بیان کنید که نشان دهند فقط چهار عدد کوانتومی مستقل پایسته در واکنشهای شیمیایی نوع مثال ۵ وجود دارد.

۷. رابطه‌های (۱۱.۵) تا (۱۴.۵) را از فرمول (۹.۵) در تقریبی به‌دست آورید که در آن پتانسیلهای شیمیایی نادیده گرفته می‌شوند.

۸. از رابطه‌های (۱۱.۵) تا (۱۴.۵) رابطهٔ (۱۶.۵) را در تقریب دمای زیاد به‌دست آورید.

۹. با بهره‌گیری از جدول ثابتهای موجود در انتهای کتاب، T_A را برای گونه‌های جدول ۱.۵ به‌دست آورید و اعداد موجود در جدول را بررسی کنید.

۱۰. از رابطه‌های (۱۱.۵) تا (۱۴.۵)، رابطهٔ (۱۷.۵) را در تقریب دمای کم به‌دست آورید.

۱۱. رابطهٔ (۲۰.۵) را از (۱۳.۵) و (۱۲.۵) مستقیماً به‌دست آورید.

۱۲. توصیف مک‌کرئا_میلنه از کیهان‌شناسی نیوتونی را می‌توان در صورتی به عالم اولیه بسط داد که به‌جای چگالی تابش ρ در (۶.۴) $\rho + 3p$ را برای تابش بگذاریم. این نتیجه‌ها را با مقادیر مربوط به کیهان‌شناسی نسبیتی مقایسه کنید.

۱۳. همهٔ واکنشهای ممکن را که شامل الکترون، موئون و نوترینوهای مربوطه و همهٔ پادذره‌های آنهاست بنویسید.

۱۴. چرا نوترینو دارای عامل واگنی $g_\nu = ۱$ است؟

۱۵. با بهره‌گیری از جدول مقادیر ثابت در انتهای کتاب رابطهٔ (۲۴.۵) را به‌دست آورید.

۱۶. با استفاده از معادله‌های اینشتین (۲۴.۵) نتیجه بگیرید که اگر عالم با سرعت بیشتر منبسط می‌شد، نسبت نوترون به پروتون در دمای بالاتری منجمد می‌شد.

۱۷. استدلالهایی را بیان کنید که نشان دهد دمای نوترینو پس از واجفتیدن آن از بقیهٔ ماده به‌صورت $S^{-۱}$ کاهش می‌یابد.

۱۸. چرا انتظار داریم که دمای فعلی نوترینو کمتر از دمای فوتون باشد؟ نسبت دو دما را از ملاحظات عالم اولیه به‌دست آورید.

۱۹. با بهره‌گیری از فرمولهای (۱۲.۵) تا (۱۴.۵)، نتیجه بگیرید که در مرحلهٔ نابودی e^+ و e^- و تولید فوتونها، از روی ثابت بودن σ نتیجه می‌گیریم که دمای فوتون T برحسب S طبق قانون زیر تغییر می‌کند

$$ST\xi(T) = \text{const.}$$

که در آن

$$[\xi(x)]^۳ = ۱ + \frac{۱۵}{۲\pi^۴}\int_۰^\infty \frac{y^۲(۳x^۲+۴y^۲)\mathrm{d}y}{\sqrt{x^۲+y^۲}[\exp(\sqrt{x^۲+y^۲})+۱]}$$

۲۰. چگالی کل مخلوط آغازین بوزونها و فرمیونهای عالم اولیه در دمای T از فرمول زیر به‌دست می‌آید

$$\varepsilon = \frac{\pi^۲}{۳۰\hbar^۳c^۳}g_*(kT)^۴$$

نشان دهید $g_* = g_\mathrm{b} + \frac{۷}{۸}g_\mathrm{f}$، که g_b واگنی اسپین کل همهٔ بوزونها و g_f واگنی اسپین کل همهٔ فرمیونهاست.

۲۱. به‌کمک تمرین ۲۰ نشان دهید که چگونه آهنگ انبساط عالم متأثر از تعداد گونه‌های مختلف ذرات نسبیتی موجود در آن است. تأثیر آن بر رابطهٔ زمان‌ـدما چیست؟

۲۲. با بهره‌گیری از رابطه‌هایی مانند (۴۸.۵)، μ_Q، μ_n، و μ_p را برحسب کمیتهای باقیمانده بیان کنید. سپس با استفاده از (۴۹.۵) رابطهٔ (۵۰.۵) را به‌دست آورید.

۲۳. انرژی بستگی هستهٔ $^۴\mathrm{He}$ عبارت است از $B \approx ۴{,}۳ \times ۱۰^{-۵}\mathrm{erg}$. نشان دهید که برای این هسته $B/k(A-۱) \cong ۱۰^{۱۱}\mathrm{K}$. سپس فرض کنید که مقدار کنونی دمای تابش ۳K، و مقدار

مربوط به چگالی هسته 10^{-6}cm^{-3} است. با استفاده از این نتیجه که $N_{\text{N}}T^{3} = \text{const.}$، نشان دهید که رابطهٔ (۵۲.۵) مقدار T_Q برای ^4He را به‌صورت $3/2 \times 10^{9}\text{K} \sim$ می‌دهد.

۲۴. استدلالهایی را ذکر کنید که نشان دهند چرا فراوانی هلیم آغازین به چگالی عددی باریونهای موجود در عالم حساس نیست.

۲۵. فراوانی کدام هسته‌ها می‌تواند آزمون حساسی برای چگالی باریونی در عالم باشد؟

۲۶. آیا گریزگاهی به نظرتان می‌رسد که $\Omega_0 = 1$ را مجاز دارد و هنوز امکان تشکیل دوتریم را در مراحل آغازین در یک مدل استاندارد عالم داغ بدهد؟

۲۷. اگر m جرم نوکلئون و Ω_0 پارامتر چگالی باشد. نشان دهید که چگالی عددی کنونی باریونها برابر است با $3H_0^2\Omega_0/(8\pi Gm)$. با بهره‌گیری از این فرمول و دمای کنونی زمینهٔ ریزموج $T_0 = 2/7\text{K}$، مقدار N_{B} در رابطهٔ (۶۵.۵) را برآورد کنید. معادلهٔ ساها را برای $\Omega_0 = 0/1$، $h_0 = 1$ حل کنید و نشان دهید که در $3000\ \text{K}$، داریم $x = 0/003$.

۲۸. با بهره‌گیری از طیف جسم سیاه و کیهان‌شناسی فریدمان رابطهٔ (۶۹.۵) را به‌دست آورید. نسبت N_{ν}/N_{B} مربوطه برای نوترینوها چیست؟

۲۹. نشان دهید که با انبساط عالمی که در آن دمای مؤثر به‌صورت S^{-1} کاهش می‌یابد، شکل طیف سیاه بدون تغییر می‌ماند.

۳۰. چرا نمی‌توان گذشته عالم را فراتر از انتقال به سرخ $10^{3} \sim$ مشاهده کرد؟

۳۱. کاندیداهای ممکن باقیمانده‌های مهبانگ کدام‌اند؟

۳۲. اگر طیف زمینهٔ ریزموج تفاوت بارزی با شکل پلانکی داشته باشد، پیامدهای آن برای مهبانگ داغ چیست؟

۳۳. نشان دهید که پارامتر خمیدگی فضا k برای ثابت کیهان‌شناختی تأثیری در محاسبه‌های عالم اولیه ندارد.

۳۴. با استفاده از سطح مقطع پراکندگی تامسون برای الکترونها، نشان دهید که عمق اپتیکی عالم در عصر کنونی از رابطهٔ $0/08\Omega_0 h_0$ به‌دست می‌آمد اگر همهٔ الکترونهای موجود در عالم آزاد و تعدادشان برابر تعداد باریونها می‌بود.

۳۵. با فرض اینکه درگذشته چگالی عددی الکترون به‌صورت $(z+1)^{3}$ افزایش یافته است، از تحلیل تمرین ۳۴ برای برآورد کوچکترین انتقال به سرخ که در آن عالم اینشتین‌ـدوسیته برای تابش مات بوده است استفاده کنید. ($h_0 = 1$ را در نظر بگیرید). دربارهٔ این واقعیت که پاسخ شما بسیار کوچکتر از $z \sim 1000$ به‌دست می‌آید اظهارنظر کنید.



عالم نخستین

۱.۶ کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات

در فصل ۵ دربارهٔ ویژگیهای عالم مهبانگ صحبت کردیم که آغاز آن در عصری بود که عالم سنی برابر $\sim 10^{-4}\text{s}$ داشت، در آن هنگام مخلوطی از باریونها، مزونها، لپتونها، و فوتونها در تعادل ترمودینامیکی در دمای $\sim 10^{12}\text{K}$ بودند. دیدیم که چگونه این گاز داغ آغازین با انبساط و خنک شدن عالم تحول یافت. داستان خود را در مرحله‌ای به پایان رساندیم که هسته هلیم تشکیل شد، در آن زمان سن عالم در حدود ۳ دقیقه بود.

در سالهای ۱۹۶۰ گسترهٔ عصرهای بالا را توصیف‌کنندهٔ عالم اولیه در نظر می‌گرفتند. در واقع، در اواخر سالهای دهه چهل، وقتی جورج گاموف برای اولین بار به این موضوع پرداخت، جامعهٔ فیزیک آن را حدسی‌تر از آن در نظر می‌گرفت که بتوان جدی گرفت. با این همه، فراوانی هسته‌های موجود در عالم، دلیل قانع‌کننده‌ای به نفع این سناریو بود. در سال ۱۹۶۷، رابرت واگونر[1]، ویلیام فاؤلر و فرد هویل به‌شدت تصویر سنتز هسته‌های اولیه را با استفاده از داده‌های هسته‌ای موجود

1. Robert Wagoner

در آن زمان بازسازی کردند و این موضوع را بر شالوده‌ای محکم بنا نهادند. کشف زمینهٔ ریزموج اعتبار بیشتری به سناریوی عالم اولیهٔ داغ بخشید.

بنابراین، اکنون کیهان‌شناسان با شهامت بیشتری به «عالم نخستین» علاقه نشان می‌دهند: یعنی عصر قبل از این مرحله، وقتی ماده به‌صورت حتی ابتدایی‌تر از چیزی بود که در بالا فرض کردیم. دلیل این تغییر بیش از آنکه به دستاوردهای کیهان‌شناسی مربوط شود با فیزیک ذرات در ارتباط است. دستاوردهای نظری فیزیک ذرات، که پیشرفت به طرف وحدت برهم‌کنشهای بنیادی فیزیک را نشان می‌دهد، پژواکهای قابل ملاحظه‌ای در کیهان‌شناسی داشته است. در واقع، چون فیزیکدانان ذرات و کیهان‌شناسان مهبانگ کار مشترکی را در زمینهٔ مطالعات عصرهای اولیه آغاز کرده‌اند که برای هر دو سودمند است، موضوع جدیدی به نام اختر فیزیک ذرات از اواخر دههٔ ۱۹۷۰ به‌وجود آمده است. منطق آن به‌قرار زیر است.

تاکنون، فیزیکدانان برای مطالعهٔ برهم‌کنشهای ذرات در انرژیهای زیاد به شتابگرهای پرتوان متکی بوده‌اند. از نظریهٔ کوانتومی مقدماتی، نتیجه می‌گیریم که برای کاوش فاصله‌های کوتاهتر و کوتاهتر، باید به تکانه‌های بالا و بالاتری دست یابیم. بنابراین، برای کاویدن ساختار ذراتی چون پروتون و پیون به شتابگرهای با انرژی زیاد نیازمندیم. شتابگرهای فعلی به انرژیهای حدود چند ده تا صدها $(1\mathrm{GeV} = 10^{9}\mathrm{eV} \approx 1.6 \times 10^{-3}\mathrm{erg})$. رسیده‌اند. LEP موجود در آزمایشگاههای انرژی زیاد در سرن، ژنو، می‌توانند ذرات با انرژی حدود $10^{3}\mathrm{GeV}$ تولید کنند. این مقادیر را می‌توان با انرژیهای $\sim 10^{16}\mathrm{GeV}$، که در آن فیزیکدانهای ذرات بنیادی پدیده‌های جالب توجه وحدت را پیش‌بینی کرده‌اند، مقایسه کرد. انرژیهای در این گستره فراتر از چیزی است که فناوری می‌تواند در آینده قابل پیش‌بینی به آن دست یابد. بنابراین، ایده‌های وحدت به علت نداشتن قابلیت آزمون‌پذیری صرفاً به‌صورت حدس و گمان باقی مانده‌اند.

با توجه به این زمینه است که فیزیکدانان ذرات برای توجه به این موضوع که لحظه‌های اولیهٔ عالم شتابگر پرانرژی فقر است، به کیهان‌شناسی روی آورده‌اند، زیرا انرژی نوعی ذرات وقتی سن عالم $10^{-37}\mathrm{s}$ بود، به اندازهٔ «انرژی وحدت بزرگ» یعنی $\sim 10^{16}\mathrm{GeV}$ می‌شد. اگر باز هم به مهبانگ نزدیکتر شویم، یعنی در محدودهٔ $10^{-43}\mathrm{s}$ از آن قرار بگیریم، به انرژیهای از مرتبهٔ $10^{19}\mathrm{GeV}$ می‌رسیم، که در آن دینامیک عالم را نظریه کوانتومی گرانش کنترل می‌کرده است. خلاصه آنکه، عالم نخستین تنها مکان ممکن برای تأثیر متقابل برهم‌کنشهای بنیادی مختلف در انرژیهای بسیار زیاد را در اختیارمان می‌گذارد. بدین سبب است که جامعهٔ فیزیک از احتیاط و

تردید اواخر دهۀ چهل به حدس و گمان و ماجراجویی امروز روی آورده است.

این اولین بار نیست که فیزیکدانان برای مطالعۀ رفتار فرایندهای فیزیکی در شرایط دست‌نیافتنی در آزمایشگاههای زمینی به نجوم روی آورده‌اند. حتی قبل از دستیابی به همجوشی گرمایی برروی زمین، فیزیکدانها این فرایند را در درون ستارگان مطالعه می‌کردند. اگر باز هم به عقبتر برگردیم، متوجه می‌شویم که این نجوم منظومۀ شمسی بود که زمینۀ آزمون واقعی را برای قانونهای گرانش، یعنی اولین برهم‌کنش بنیادی طبیعت که فیزیکدانها بررسی کردند، فراهم ساخت.

طبیعی است که تأثیر متقابل کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات، که در این فصل به آن خواهیم پرداخت، در هر دو زمینه بسیار نامطمئن است. این موضوع به مدل کیهان‌شناختی موردنظر و کارایی ایده‌های فیزیک ذرات بستگی دارد. که هنوز قابل‌تغییرند. بهترین ادعایی که در این مورد می‌توان داشت سازگاری این دو زمینه است. خواننده باید این موضوع را در سراسر محاسبه‌هایی که در اینجا صورت می‌گیرد به‌خاطر داشته باشد.

۱.۱.۶ ترکیب ذره‌ای عالم نخستین

ابتدا بگذارید ببینیم که چه ذراتی در عالم اولیه وجود داشته‌اند، که باریونها و مزونها از آنها تشکیل شدند. این اطلاعات را فیزیک ذرات در اختیار ما می‌گذارد و فهرست آنها در جدول ۱.۶ آمده است. توجه کنید که کوارکها برحسب شش «طعم» بالا، پایین، شگفت، افسون، حقیقت، و زیبایی (یا «بالا» و «پایین») وارد فهرست شده‌اند. هر کوارک با سه برچسب مجرد به نام «رنگ» مشخص می‌شود: قرمز، سبز، و آبی. این کوارکها اجزای تشکیل‌دهندۀ باریونها و مزونها هستند، باریون از سه کوارک و مزون از یک زوج کوارک‌ـ‌پادکوارک تشکیل شده است. کوارکها با مبادلۀ گلوئونها با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند، درست همان‌طور که برهم‌کنش الکترونها از طریق مبادلۀ فوتونهاست.

جدول ۱.۶ فهرست شش لپتون نیز هست، که به‌صورت زوج آمده‌اند. دو زوج $(\nu_{\mathrm{e}}, \mathrm{e})$ و $(\mu$، $\nu_\mu)$ را قبلاً در فصل ۵ دیدیم. زوج سوم $(\tau$، $\nu_\nu)$ اکنون شناخته شده است. فهرست بوزونها شامل گراویتون، فوتون، هشت گلوئون، به‌علاوۀ ذرات باردار $\mathrm{W}^{\pm}$ و ذرۀ خنثی Z° است. آیا این اعداد هیچ معنایی دارند؟ چرا شش کوارک؟ چرا شش لپتون؟ چرا هشت گلوئون؟ فیزیکدانان ذرات توصیف همۀ این ذرات را در چارچوب زبان مجرد نظریۀ گروه سودمند یافته‌اند (نگاه کنید به بخش ۳.۶).

جرمها در جدول ۱.۶ برحسب یکای MeV است $(1\mathrm{MeV} \equiv 10^{6}\mathrm{eV})$ است. تاکنون دربارۀ این یکا صحبت نکرده‌ایم. اکنون به این کار می‌پردازیم، زیرا از ایده‌های فیزیک ذرات بنیادی

جدول ۱.۶ ذرات بنیادی در عالم اولیه

ذره		جرم (MeV)[الف]	اسپین، $\hbar$	بار الکتریکی، e	برهم‌کنش[ب]
کوارکها	u	$? + ۴$		$\frac{۲}{۳}$	
	d	$? + ۸$		$-\frac{۱}{۳}$	G, W
	c	$? + ۱۱۵۰$	$-\frac{۱}{۲}$	$\frac{۲}{۳}$	E, C
	s	$? + ۱۵۰$		$-\frac{۱}{۳}$	
	t	$?+ \geq ۵۰۰۰$		$\frac{۲}{۳}$	
	b	$? + ۴۵۰۰$		$-\frac{۱}{۳}$	
لپتونها	$\mathcal{V}_e$	$< ۶ \times ۱۰^{-۴}?$		۰	G, W
	e	۰٫۵۱۱۰		-۱	G, W, E
	$\mathcal{V}_\mu$	$< ۰٫۶۵$	$\frac{۱}{۲}$	۰	G, W
	μ^-	۱۰۵٫۶۶		-۱	G, W, E
	$\mathcal{V}_\tau$	< ۲۵۰		۰	G, W
	τ^-	< ۱۷۸۰		-۱	G, W, E
بوزونها	گراویتون	$\leq ۱۰^{-۳۶}$	۲	۰	G
	γ	$\leq ۷ \times ۱۰^{-۲۲}$	۱	۰	G, E
	گلوئونها (۸)	≤ ۱۰۰	۱	۰	G, C
	$W^\pm$	$\sim ۸ \times ۱۰^۴$	۱	-۱	G, W, E
	Z°	$\sim ۹ \times ۱۰^۴$	۱	۰	G, W

الف. جرم کوارک به‌صورت یکتا تعیین نشده است، چون کوارکهای آزاد هنوز یافت نشده‌اند. دلایلی وجود دارد که نشان می‌دهد جرم $\mathcal{V}_e$ ممکن است از مقدار ذکرشده در اینجا بیشتر باشد.

ب. G: گراویتون؛ W: برهم‌کنش ضعیف؛ E: الکترومغناطیسی؛ C: کرومودینامیک.

استفاده خواهیم کرد، که در آن معمولاً از این یکا استفاده می‌شود. بنابراین، برای هر جرم برحسب گرم، $mc^۲$ انرژی برحسب ارگ است. از این رو، از مقیاس تبدیل زیر استفاده می‌کنیم:

$$۱\text{MeV} = ۱٫۶۰۲۱۹۱۷ \times ۱۰^{-۶}\text{erg}$$

به‌علاوه، چون می‌خواهیم عالم داغ را توصیف کنیم، بیان دما برحسب همین یکا سودمند است. بنابراین، برای T برحسب کلوین، kT انرژی برحسب ارگ بیان می‌شود، که می‌توان آن را برحسب

یکاهای MeV یا GeV نیز بیان کرد. از این رو داریم

$$1\text{g} \sim 5.618 \times 10^{28}\text{MeV} = 5.618 \times 10^{25}\text{GeV},$$
$$1\text{K} \sim 8.617 \times 10^{-11}\text{MeV} = 8.617 \times 10^{-14}\text{GeV}$$

اگرچه در این ضریبهای تبدیل توانهای زیادی از ۱۰ دخیل‌اند، اما نشان می‌دهند که چرا آنها یکاهای مناسبی برای عالم اولیه هستند. به عنوان مثال، دمای در حدود 10^{12}K برابر چند MeV است. همین‌طور، جدول ۱.۶ نشان می‌دهد که جرمهای موجود در جدول ۱.۶ اگر برحسب MeV بیان شوند اعداد مناسبی را به‌دست می‌دهند. برای انرژیهای بیشتر می‌توان از GeV استفاده کرد.

اکنون از فصل ۵ نتیجه‌ای را یادآور می‌شویم که دمای عالم را به سن آنکه از معادلهٔ اینشتین به‌دست می‌آمد مرتبط می‌ساخت.

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \qquad (۱.۶)$$

اگر بوزونها دارای عامل gِی کل برابر g_{b}، و فرمیونها دارای عامل gِی کل برابر g_{f} باشند، معادلهٔ بالا دارای جواب زیر است

$$\rho c^2 = \frac{1}{2} g a T^4 \qquad (۲.۶)$$

با

$$g = g_{\text{b}} + \frac{7}{8} g_{\text{f}} \qquad (۳.۶)$$

از این رو برای $g = \text{const.}$ داریم

$$S \propto t^{1/2} \qquad (۴.۶)$$

با

$$t = \left(\frac{3c^2}{16\pi G a}\right)^{1/2} g^{-1/2} T^{-2} \qquad (۵.۶)$$

این عبارت را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد

$$t_{\text{ثانیه}} = 2.4 g^{-1/2} T_{\text{MeV}}^{-2} = 2.4 \times 10^{-6} g^{-1/2} T_{\text{GeV}}^{-2} \qquad (۶.۶)$$

که از ضریبهای تبدیل برای نوشتن دما برحسب مگاالکترون ولت وگیگا الکترون ولت استفاده شده است.

۲.۶ بقای ذرات جرم‌دار

کار را با یک برونیابی ساده از رهیافتی آغاز می‌کنیم که در فصل ۵ در پیش گرفتیم. در این بخش فرض می‌کنیم که کوارکها با هم ترکیب شده‌اند و ذرات (و پادذرات) را به‌وجود آورده‌اند و معیارهای بقای گونه‌ای خاص از ذرات را تعیین می‌کنیم. در تقریب گازکامل، فرض می‌کنیم که تابعهای توزیع از (۹.۵) به‌دست آیند. در تقریب نسبیتی (دمای زیاد) بخش ۲.۵، از فرمول زیر برای چگالی عددی ذرات گونهٔ A استفاده کردیم:

$$N_A = \eta g_A N_\gamma = \eta g_A \frac{۲/۴}{\pi^۲}\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^۳ \qquad (۷.۶)$$

که N_γ چگالی عددی فوتونهاست و برای بوزونها $\eta = \frac{۱}{۲}$ و برای فرمیونها $\eta = \frac{۳}{۸}$ است. در تقریب نانسبیتی به‌دست می‌آوریم

$$N_A = \frac{g_A}{\hbar^۳}\left(\frac{m_A kT}{۲\pi}\right)^{۳/۲} \exp\left(-\frac{m_A c^۲}{kT}\right) \qquad (۸.۶)$$

این فرض که همهٔ گونه‌ها در تعادل ترمودینامیکی با بقیهٔ ذرات هستند به (۷.۶) یا (۸.۶) انجامید. برای اینکه رابطهٔ (۷.۶) برقرار باشد از $T \gg T_A \equiv m_A c^۲/k$ استفاده کردیم، در حالی که برای برقراری (۸.۶) باید داشته باشیم $T \ll T_A$. اگر گونه‌های A دارای پادذرهٔ $\bar{A}$ باشند، درست همین نتایج به‌دست می‌آیند. برای تثبیت ایده‌ها (چون سرانجام از این فرمولها برای باریونها، پروتونها، و نوترونها استفاده خواهیم کرد) فرض می‌کنیم که A یک فرمیون باشد. بنابراین خواهیم داشت $\eta = \frac{۳}{۸}$.

به‌طوری کلی، A و $\bar{A}$ براثر نزدیک شدن به‌هم نابود خواهند شد. در یک نمونهٔ واکنش، فوتونها تولید خواهند شد:



$$A + \bar{A} \rightarrow \gamma + \gamma \qquad (۹.۶)$$

در واکنش معکوس زوجهای (A، $\bar{A}$) تولید می‌شوند. پرسشی که می‌خواهیم به آن پاسخ دهیم این است که جابه‌جا کردن چه تأثیری در چگالی عددی N_A یا $N_{\bar{A}}$ دارد؟

برای شروع، فرض کنید که $N_A = N_{\bar{A}}$، و ذرات (پادذرات) موجود در حجم همراه $V_\circ$ را در نظر بگیرید. ویژه حجم متناظر $V_\circ S^۳(t)$ است. تعریف می‌کنیم

$$\mathcal{N}_A = N_A V_\circ S^۳(t), \qquad \mathcal{N}_{\bar{A}} = N_{\bar{A}} V_\circ S^۳(t) \qquad (۱۰.۶)$$

اگر $\psi(T)$ آهنگ تولید به‌ازای واحد حجم و $\beta(T)$ ضریب آهنگ نابودی باشد. هردوی ψ و β تابع دما هستند و

$$\beta = \langle v\sigma \rangle. \tag{۱۱.۶}$$

که σ سطح مقطع نابودی و v سرعت ذرات است. آزمایشهای شتابگر در مورد سطح مقطع نوکلئون-پادنوکلئون نتیجه $\beta \sim 10^{-15}\text{cm}^3\text{s}^{-1}$ را در گسترهٔ انرژی ۰٫۴ تا ۷ GeV می‌دهد. بنابراین، بهتر است بنویسیم

$$\beta = 10^{-15}\bar{\beta}\text{cm}^3\text{s}^{-1} \tag{۱۲.۶}$$

و انتظار داشته باشیم که $\bar{\beta} \sim 1$. بد نیست توجه کنیم که اگر طول موج کامپتون ذره‌ای به جرم m را به‌صورت $\sigma = \pi(\hbar/mc)^2$ تعریف کنیم، برای پروتون یا نوترونی با $v = c$، از (۱۱.۶) به‌دست می‌آوریم $\beta \sim 4 \times 10^{-17}\ \text{cm}^3\text{s}^{-1}$. از این رو، می‌توان قرار داد

$$\beta = \zeta \frac{\pi \hbar^2}{m^2 c} \tag{۱۳.۶}$$

و انتظار داریم که برای پروتون یا نوترون $\zeta = 100$ باشد.

آهنگ تغییر $\mathcal{N}_A(\mathcal{N}_{\bar{A}})$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{N}_A}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\mathcal{N}_{\bar{A}}}{\mathrm{d}t} = [\psi(T) - \beta(T)N_A^2(T)]V_0 S^3(t) \tag{۱۴.۶}$$

برای برقراری تعادل برخوردهای مکرر ضروری است. آهنگ برخورد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\Gamma(T) = N_A(T)\beta(T) \propto T^3\beta(T) \tag{۱۵.۶}$$

به‌طور کلی، $\beta(T)$ با افزایش T کاهش نمی‌یابد. بنابراین، در مراحل اولیهٔ $\Gamma(T)$ چنان بزرگ نبوده است که از آهنگ انبساط حجم، که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید، تجاوز کند

$$3H(t) = \frac{3}{2t} \propto T^2 \tag{۱۶.۶}$$

بنابراین، در ابتدا

$$t\Gamma(T) \gg 1 \tag{۱۷.۶}$$

که برخوردهای متعدد را تضمین می‌کرد. در این شرایط تعادلی با توازن تفصیلی میان فرایندهای خلق و نابودی به‌وجود می‌آید. در حالت تعادل، $\psi(T) = \beta(T)N_{A\circ}^{2}(T)$، که در آن $N_{A\circ}(T)$ مقدار تعادل $N_A(T)$ است. بنابراین، (۱۴.۶) برای هر کدام از A یا $\bar{A}$ به‌صورت زیر در می‌آید

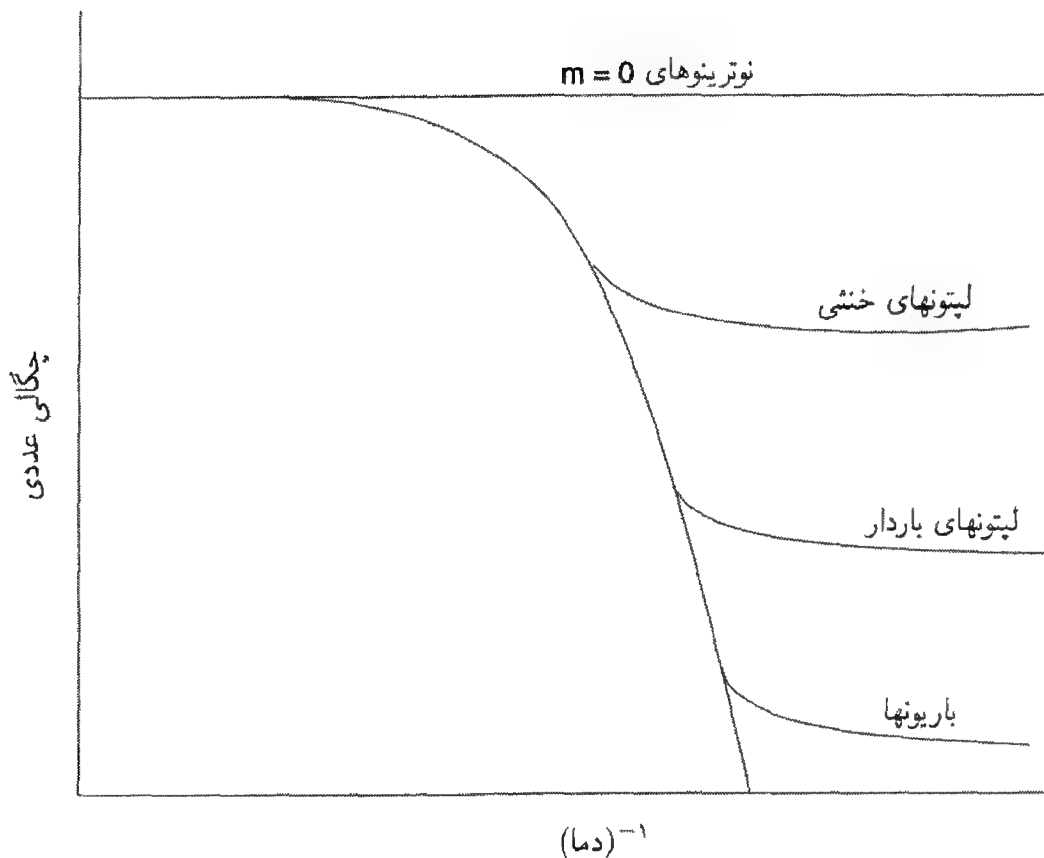
$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{N}}{\mathrm{d}t} = \beta(\mathcal{N}_\circ + \mathcal{N})(\mathcal{N}_\circ - \mathcal{N}) \qquad (۱۸.۶)$$

اکنون با رجوع به (۷.۶) می‌بینیم که در تقریب نسبیتی $N \propto T^{3} \propto S^{-3}$، به‌طوری که $\mathcal{N} \propto NS^{3} = \text{const.}$ از این رو، اگر ذارت نسبیتی باشند، $\mathcal{N} = \text{const.} = \mathcal{N}_\circ$ یک جواب (۱۸.۶) است. اگر علاوه بر آن فرض کنیم که رژیم نسبیتی به اندازهٔ کافی دوام آورده است تا $t\Gamma(T)$ به کمتر از ۱ تقلیل یابد، به وضعیتی برمی‌خوریم که در آن $\mathcal{N}_\circ$ برای دوره‌های بعدی پایسته است. علت این امر آن است که نادر بودن برخوردها، این احتمال را که وقتی $t\Gamma(T)$ به کمتر از ۱ رسید، تولید یا نابودی مقدار $\mathcal{N}$ را به‌طور قابل ملاحظه‌ای تغییر دهد نامحتمل می‌سازد.

برای ذره‌های بی‌جرم، رژیم نسبیتی همواره تداوم دارد. از این رو، برای آنها شرایط بالا همیشه برقرار است. در واقع، به مثالی از این استدلال در مورد نوترینوهای بی‌جرم در فصل ۵ برخوردیم. توزیع کنونی نوترینو را می‌توان تا دوره‌ای ردیابی کرد که آنها از بقیهٔ ماده واجفتیده‌اند، یعنی هنگامی که فرایندهای برهم‌کنش ضعیف از آهنگ انبساط عالم کندتر شدند.

اما، این امکان وجود دارد که ذرات دارای جرم، حتی در هنگامی که غیرنسبیتی شده‌اند، در تعادل ترمودینامیکی باشند. در این مورد، (۸.۶) به‌کار می‌رود و تعداد $\mathcal{N}_A$ با کاهش T به سرعت فرو می‌افتد. در بعضی مراحل که $\mathcal{N}_A \ll \mathcal{N}_\gamma$ است، آهنگ برخورد سقوط می‌کند ($t\Gamma \ll ۱$)، به‌طوری که تغییرات بیشتر در $\mathcal{N}_A$ از طریق خلق و نابودی ممکن نیست. این دوره را با $t*$ و دمای متناظر با آن را با $T*$ نشان می‌دهیم. مقدار $\mathcal{N}_A$ در این عصر منجمد می‌شود؛ یعنی، در دوره‌های بعد تغییر نمی‌کند. این عدد به‌عنوان باقیماندهٔ عالم داغ دوام می‌آورد.

شکل ۱.۶ نشان می‌دهد که چگونه $\mathcal{N}_A$ تابع جرم گونه‌های A است. برای ذرات بی‌جرمی چون فوتون (و نوترینو اگر جرم آن $m = \circ$ باشد)، $\mathcal{N}_A$ تغییر نمی‌کند. لپتونهای خنثی در مقدار کمتر بعدی منجمد می‌شوند. لپتونهای باردار می‌توانند برای مدتی طولانیتر از طریق نیروی الکترومغناطیسی برهم‌کنش کنند و در نتیجه دیرتر و در مقدار $\mathcal{N}_A$ی کمتر از لپتونهای خنثی واجفتیده می‌شوند. پایینتر از همه هادرونها (مزونها، نوترونها، پروتونها، و غیره) قرار دارند، که برهم‌کنش قوی آنها را به‌هم پیوند می‌دهد و بیشترین جرم را دارند.



شکل ۱.۶ توصیف طرح‌وار چگونگی بقای چگالی عددی یک ذره به جرم و شدت برهم‌کنش آن بستگی دارد. این عدد برای نوترینوها (با جرم سکون صفر و برهم‌کنش ضعیف) از همه بیشتر و برای باریونها (با جرم زیاد و برهم‌کنش قوی) از همه کمتر است.

بگذارید این اثر را به‌صورت کمّی برآورد کنیم. در t_* برای گونهٔ A در رژیم نانسبیتی داریم

$$N_A = \frac{g_A}{\hbar^۳}\left(\frac{m_A k T_*}{۲\pi}\right)^{۳/۲} \exp\left(-\frac{m_A c^۲}{kT_*}\right) \qquad (۱۹.۶)$$

با اعمال شرط $t_*\Gamma(T_*) = ۱$ و استفاده از (۱۵.۶) و (۱۹.۶)، به‌دست می‌آوریم

$$t_*\beta\frac{g_A}{\hbar^۳}\left(\frac{m_A k T_*}{۲\pi}\right)^{۳/۲} \exp\left(-\frac{m_A c^۲}{kT_*}\right) = ۱ \qquad (۲۰.۶)$$

تعریف می‌کنیم

$$x_* = \frac{m_A c^۲}{kT_*} \qquad (۲۱.۶)$$

و جرمها و دماها را برحسب یکاهای MeV بیان می‌کنیم. بنابراین، برحسب این یکاها $x_* = m_A/T_*$.

سپس از (۶.۶) داریم

$$۲٫۴g^{-۱/۲}T_*^{-۲}\beta\frac{g_A}{\hbar^۳c^۳}\left(\frac{m_AT_*}{۲\pi}\right)^{۳/۲}\mathrm{e}^{-x_*}=۱ \qquad (۲۲.۶)$$

یعنی،

$$۲٫۴g^{-۱/۲}\cdot\frac{g_A}{\hbar^۳c^۳}\;\frac{m_A}{(۲\pi)^{۳/۲}}x_*^{۱/۲}\mathrm{e}^{-x_*}=۱ \qquad (۲۳.۶)$$

این رابطه را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$x_*^{-۱/۲}\mathrm{e}^{x_*}=\Lambda g_AZ \qquad (۲۴.۶)$$

که

$$Z=m_A\bar{\beta}g^{-۱/۲} \qquad (۲۵.۶)$$

با بهره‌گیری از (۱۲.۶)، (۲۴.۶)، و (۲۳.۶)، به‌دست می‌آوریم

$$\Lambda=\frac{۲٫۴\times ۱۰^{-۱۵}}{(۲\pi)^{۳/۲}}(\hbar c)^{-۳}\approx ۲\times ۱۰^{۱۶} \qquad (۲۶.۶)$$

(تذکر: در اینجا از یکاهای ثانیه، سانتی‌متر، و MeV استفاده کرده‌ایم. بنابراین $\hbar c$ باید برحسب این یکاها بیان شود.)

اکنون این نتیجه‌ها را برای نوکلئونها، یعنی نوترونها و پروتونها و پادذره‌های آنها به‌کار می‌بریم. پس $g_A=۸$، و با $g_\gamma=۲$ برای فوتونها از (۳.۶) به‌دست می‌آوریم

$$g=۲+۷=۹ \qquad (۲۷.۶)$$

جرم نوکلئون $m_A\simeq ۹۴۰\,\mathrm{MeV}$، و از (۱۲.۶) داریم $\bar{\beta}\cong ۱$. بنابراین، $Z\cong ۳۱۳$. با $g_A=۸$ از (۲۳.۶) و (۲۵.۶) داریم

$$x_*^{-۱/۲}\mathrm{e}^{x_*}\cong ۵\times ۱۰^{۱۹} \qquad (۲۸.۶)$$

و از این رو $x_*\simeq ۴۷$ بنابراین

$$T_*\cong ۲۰\,\mathrm{MeV},\qquad t_*\cong ۰٫۰۰۲\mathrm{s} \qquad (۲۹.۶)$$

از محاسبه بالا می‌توان نسبت نوکلئون به فوتون در عصر حاضر را نیز محاسبه کرد. با فرض اینکه نابودی A_$\bar{A}$ چشمه اصلی فوتونها باشد، نتیجه می‌گیریم که تعداد فوتونها در واحد حجم همراه عملاً در مقدار مربوط به دورهٔ t_* منجمد می‌شود. پس مقدار فعلی N_A/N_γ همان مقدار مربوط به $t = t_*$ است. با بهره‌گیری از (۸.۶) برای N_A و (۷.۶) با $\eta = \frac{۱}{۲}$، $g_A = ۲$ برای فوتونها، به‌دست می‌آوریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} = \frac{g_A \pi^۲}{۲{,}۴(۲\pi)^{۳/۲}} \left(\frac{m_A c^۲}{kT}\right)^{۳/۲} \exp\left(-\frac{m_A c^۲}{kT}\right) \qquad (۳۰.۶)$$

با $g_A = ۸$ و x_* از رابطهٔ (۲۱.۶)، به‌دست می‌آوریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} \simeq ۲ x_*^{۳/۲} \mathrm{e}^{-x_*} \qquad (۳۱.۶)$$

اکنون با بهره‌گیری از (۲۸.۶) و $x_* \simeq ۴۷$ داریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} \simeq ۲ \times ۱۰^{-۱۸} \qquad (۳۲.۶)$$

در فصل ۵ رابطهٔ (۶۹.۵) مقدار تقریبی فعلی N_γ/N_{B} را به‌دست داد. با نمادگذاری کنونی، این مقدار از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{N_A}{N_\gamma} \simeq ۳ \times ۱۰^{-۸} (\Omega_\circ h_\circ^۲) \left(\frac{T_\circ}{۲{,}۷}\right)^{-۳} \qquad (۳۳.۶)$$

چون $T_\circ \sim ۲{,}۷$، و انتظار نداریم $\Omega_\circ h_\circ^۲$ کمتر از $۱۰^{-۳} \sim$ باشد در نهایت، اختلاف زیادی را باید توجیه کنیم. نکتهٔ انتقادی دیگری نیز وجود دارد. اگر اطمینان داریم که عالم بیشتر از ماده ساخته شده است، پس $N_A \gg N_{\bar{A}}$ و فرمول (۳۲.۶) در مورد N_A به‌کار می‌رود (که تقریباً برابر $N_A - N_{\bar{A}}$ یعنی چگالی عددی باریونی است). به هر حال، تحلیل ما تاکنون برای ماده و پادماده متقارن بود و بنابراین به $N_A = N_{\bar{A}}$ می‌انجامد. بدیهی است که ورودیهای جدیدی در بحث بالا ضروری است تا بفهمیم چرا $N_A \gg N_{\bar{A}}$ و چرا N_A/N_γ به اندازه‌ای که (۳۳.۶) نشان می‌دهد بزرگ است.

متوجه می‌شویم N_A/N_γ که از (۳۱.۶) به‌دست می‌آید عدد کوچکی است. در به‌دست آوردن آن رد ثابتهای بنیادی را که وارد آن می‌شد گم کردیم. مشاهده اینکه (۳۱.۶) برحسب c،

$\hbar$ و G، و m_A چگونه به نظر می‌رسد سازنده است. با قرار دادن $a = \pi^2 k^4/(15c^3\hbar^3)$ و بهره‌گیری از (۱۳.۶)، (۵.۶)، (۲۰.۶)، و (۳۰.۶)، به‌دست می‌آوریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} = \frac{\pi g^{1/2}}{7{,}2} \frac{x_*}{\zeta} \left(\frac{2Gm_A^2}{c\hbar}\right)^{1/2} \tag{۳۴.۶}$$

قبلاً دیدیم که $x_*/\zeta \sim \frac{1}{2}$ و $g^{1/2} \sim 3$، به‌طوری که ضریب جلوی عبارت داخل پرانتز از مرتبهٔ واحد است. بنابراین، کوچکی N_A/N_γ مستقیماً به نسبت شدتهای برهم‌کنش گرانشی و قوی مربوط می‌شود. اگر این نسبت را به‌صورت زیر نشان دهیم

$$\alpha_G = \frac{Gm_A^2}{c\hbar} \sim 6 \times 10^{-39} \tag{۳۵.۶}$$

داریم

$$N_A/N_\gamma \sim \alpha_G^{1/2} \tag{۳۶.۶}$$

شدت برهم‌کنش الکترومغناطیسی با ثابت ساختارریز $\alpha = e^2/(\hbar c) \sim 1/137$ اندازه‌گیری می‌شود. توجه کنید که برهم‌کنش گرانشی در مقایسه چقدر ضعیف است. اگر G به‌طور قابل ملاحظه‌ای از مقدار فعلی بیشتر می‌بود، مقدار N_A/N_γ بزرگتر می‌شد.

۳.۶ نظریه‌های وحدت بزرگ و بی‌تقارنی باریونی

محاسبه‌های ساده‌شدهٔ بخش قبل ما را به دردسر انداخته است، بدیهی است که چیز دقیقتری برای درک (۱) غلبهٔ فعلی باریونها بر پادباریونها، و (۲) نسبت باریون به فوتون در حدود 10^{-9} ضروری است. چون در محاسبهٔ خود فرض کردیم تعادل ترمودینامیکی وجود دارد و ذره‌ـپادذره متقارن‌اند، انتظار داریم که هر ورودی جدید این دو فرض را زیر سؤال ببرد. در این بخش رئوس کلی یکی از راههای حل این مسئله را بیان می‌کنیم.

این راه‌حل از طریق نظریه‌های معروف به وحدت بزرگ (GUTs) است یعنی نظریه‌ای که چهار برهم‌کنش بنیادی فیزیک را در یک چارچوب گردهم می‌آورد. استفاده از صورت جمعی نشان می‌دهد که تاکنون نظریهٔ واحدی وجود ندارد که پذیرش عام یافته باشد. در این بخش فقط از چارچوب $SU(5)$ به‌عنوان یک مثال روشنگر استفاده می‌کنیم و معانی تلویحی آن را برای عالم اولیه شرح می‌دهیم. برای درک موارد دخیل در این موضوع، ابتدا نگاهی سطحی به سه برهم‌کنش بنیادی از دید نظریهٔ گروه خواهیم انداخت.

۱.۳.۶ الکترودینامیک

بگذارید کار را با ساده‌ترین و شناخته‌شده‌ترین برهم‌کنش یعنی برهم‌کنش الکترومغناطیسی آغاز کنیم. این برهم‌کنش نشان می‌دهد که چگونه لپتونهای باردار ($\mathrm{e}^{\pm}$، $\mu^{\pm}$، $\tau^{\pm}$) با مبادلهٔ فوتونها بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند. وقتی یک الکترون تکان داده شود فوتونهایی گسیل می‌کند. فوتون در برخورد با الکترون به آن شتاب می‌دهد. اطلاعات لازم برای مطالعهٔ این برهم‌کنش به یک تابع موج اسپینوری ψ برای لپتون و یک میدان برداری A_i (۴ـپتانسیل الکترومغناطیسی) برای فوتون نیاز دارد. دو اثر فیزیکی که در بالا توصیف شد با معادله‌های زیر بیان می‌شوند (که در فضازمان مینکوفسکی تخت نوشته می‌شوند):

$$(A^{k,i} - A^{i,k})_{,k} \equiv F^{ik}_{,k} = \frac{4\pi e}{c}\, \bar{\psi}\gamma^i\psi, \qquad (۳۷.۶)$$

$$\gamma^i\left(\nabla_i - \frac{e}{\hbar c}\boldsymbol{A}_i\right)\psi - \frac{mc}{\hbar}\psi = 0 \qquad (۳۸.۶)$$

γ_iها ماتریسهای ۴ × ۴ دیراک، و e بار الکتریکی است. ∇_i مشتق‌گیری نسبت به مختصات فضازمان را نشان می‌دهد.

به‌راحتی دیده می‌شود که این معادله‌ها تحت تبدیلهای زیر ناوردا هستند

$$A_i \to A_i + \Theta_{,i}, \qquad \psi \to \psi \exp\left(-\frac{ie\Theta}{\hbar c}\, Q\right) \qquad (۳۹.۶)$$

که Θ هر تابع خوش‌رفتار از مختصات فضازمان و Q عدد صحیح ۱ است. تبدیل ψ تبدیلی یکانی است، و چون نما یک عدد است (یعنی، یک ماتریس ۱ × ۱ است)، این تبدیلها یک گروه یکانی یک‌بعدی را تشکیل می‌دهند که با $U(1)$ نشان داده می‌شود.

۲.۳.۶ برهم‌کنش ضعیف

این برهم‌کنش ضعیف به هر دو زوج لپتونهای باردار و بدون بار یعنی $(\mathrm{e}, \mathcal{V}_\mathrm{e})$، $(\mu, \mathcal{V}_\mu)$ ، $(\tau, \mathcal{V}_\tau)$ و غیره مربوط می‌شود. در یک نمونه برهم‌کنش اعضای زوج جابه‌جا می‌شوند[1]. بنابراین، برای توصیف زوج به دو تابع موج نیاز داریم: به‌عنوان مثال، ترکیب زیر

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_{\mathcal{V}} \end{pmatrix} \qquad (۴۰.۶)$$

۱. این قانون پایستگی عدد لپتونی است که در بخش ۲.۳ به آن اشاره کردیم.

زوج $(\mathrm{e}, \mathcal{V})$ را توصیف می‌کند. با توجه به ملاحظات تجربی استدلال می‌شود که برهم‌کنش ضعیف تحت تبدیلهای Ψ با ماتریسهای ۲ × ۲ که یکانی و دارای دترمینان ۱ هستند ناورداست. این تبدیلها گروهی را تشکیل می‌دهند که با $SU(۲)$ نشان داده می‌شود. به‌واسطهٔ نقض پاریته و اینکه نوترینوها فقط یک حالت اسپینی دارند ـــ یعنی فقط چپگردند ـــ معمولاً از اندیس پایین L به‌صورت $SU(۲)_{\mathrm{L}}$ استفاده می‌شود. یک عضو گروه را به‌صورت زیر نشان می‌دهند

$$U = \exp(-\mathrm{i}H) \qquad (۴۱.۶)$$

که H یک ماتریس هرمیتی ۲ × ۲ با اثر صفر است. عام‌ترین نوع این ماتریس عبارت است از

$$\begin{pmatrix} a & b+ic \\ b-ic & -a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} ۱ & \\ & -۱ \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} & ۱ \\ ۱ & \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} & i \\ -i & \end{pmatrix} \qquad (۴۲.۶)$$

بنابراین، به‌جای یک عدد تنهای Q در (۳۹.۶) به سه عدد حقیقی a، b، و c یا به بیان دقیقتر سه ماتریس نیاز داریم. (این ماتریسها با ماتریسهای معروف پاؤلی متناسب‌اند.) در این مورد «بارها» سه ماتریس هستند که دوتای آنها قطری نیست. ماتریسهای ناقطری تعویض ψ_{e} و $\psi_{\mathcal{V}}$ در (۴۰.۶) را مجاز می‌دارند. یعنی به لحاظ فیزیکی این e و $\mathcal{V}$ هستند که تعویض می‌شوند. در این فرایند یک بوزون $\mathrm{W}_۱$ مبادله می‌شوند؛ به‌عنوان مثال،

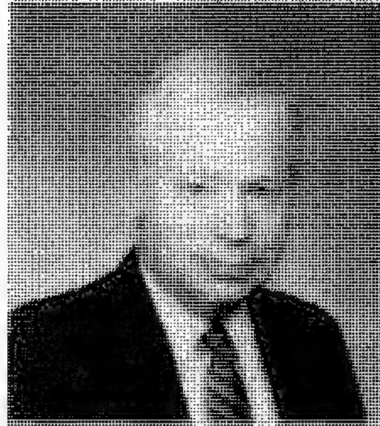
$$\mathrm{e} \to \mathrm{W}_۱ + \mathcal{V} \qquad (۴۳.۶)$$

سه ماتریس رابطهٔ (۴۲.۶) نظیر سه ذرهٔ W هستند که دوتای آنها دارای بار $\pm e$ هستند و سومین ذره $(\mathrm{W}_۳)$ خنثی است.

اگرچه بار الکتریکی مستقیماً در برهم‌کنش ضعیف دخیل نیست، اما به‌نظر می‌رسد که هنوز به بوزونهای باردار $\mathrm{W}_۱$ و $\mathrm{W}_۲$ نیاز داشته باشیم. این شرایط باعث شد کوششهایی در جهت پیوند دادن آن به برهم‌کنش الکترومغناطیسی به‌عمل آید. این پیوند از طریق چارچوب $SU(۲)_{\mathrm{L}} \times U(۱)$ انجام شد که در ابتدا اِی. سلام[1] و اس. واینبرگ[2] (شکل ۲.۶) پیشنهاد کرده بودند و گاهی برهم‌کنش الکتروضعیف نامیده می‌شود. این پیوند فوتون را (که یک بوزون است) به سه ذرهٔ $\mathrm{W}_۱$، $\mathrm{W}_۲$، و $\mathrm{W}_۳$ نزدیکتر می‌کند. در این تصویر وحدت‌یافته بهتر است که به‌جای $\mathrm{W}_۳$ از ذرهٔ خنثای دیگری به‌نام Z° صحبت کنیم. Z° درست مانند فوتون دارای جرم و بار صفر است، و از این رو تبادل آن

1. A. Salam 2. S. Weinberg


(الف)


(ب)

شکل ۲.۶ (الف) عبدالسلام (۱۹۹۶ـ۱۹۲۶) و (ب) استیون واینبرگ، که به‌طور مستقل روش وحدت الکترومغناطیس با برهم‌کنش ضعیف را یافتند.

بار الکتریکی را تغییر نمی‌دهد، در نتیجه برهم‌کنش را برهم‌کنش جریان خنثی می‌نامند. بنابراین، در پراکندگی الکترون نوترینوی زیر

$$\mathrm{e} + \mathcal{V}_\mathrm{e} \rightarrow \mathrm{e} + \mathcal{V}_\mathrm{e}$$

در برهم‌کنش جریان خنثی داریم $\mathrm{e} \rightarrow \mathrm{e}$ و $\mathcal{V}_\mathrm{e} \rightarrow \mathcal{V}_\mathrm{e}$، در حالی که در برهم‌کنش جریان باردار $\mathrm{e} \rightarrow \mathcal{V}_\mathrm{e}$ و $\mathcal{V}_\mathrm{e} \rightarrow \mathrm{e}$.

برنامهٔ اتحاد از نظریه‌های پیمانه‌ای معروف بهره می‌گیرد. نظریهٔ الکترومغناطیسی از این رو یک نظریهٔ پیمانه‌ای است که معادله‌های آن تحت تبدیل پیمانه‌ای پتانسیل آن ناوردا هستند. تبدیل A_i که با رابطهٔ (۳۸.۶) داده می‌شود یک تبدیل پیمانه‌ای است و در مدل واینبرگ‌ـسلام، تبدیلهای پیمانه‌ای مشابه نقشی اساسی برای چارچوب $SU(۲)_\mathrm{L} \times U(۱)$ دارند.

یک دلیل استفاده از نظریهٔ پیمانه‌ای آن است که کار «باز بهنجارش» را انجام می‌دهد. این یک اصطلاح فنی رایج در الکترودینامیک کوانتومی (QED) است که نظریه‌ای پیمانه‌ای و باز بهنجارپذیر است. در QED محاسبه‌های استاندارد از دامنه‌های احتمال، مقادیر میانگین، ترازهای انرژی، و غیره، به‌واسطهٔ واگرا شدن انتگرالها در انرژیهای زیاد؛ بینهایت می‌شوند. باز بهنجارش روش کم کردن یک بینهایت از بینهایت دیگر برای رسیدن به جوابی متناهی است که به لحاظ فیزیکی معنی دارد. اگرچه ریاضیدانان مایل به انجام این کار نیستند، اما فیزیکدانان نظری آن را پذیرفته‌اند زیرا این حسن را دارد که کار با آن صریح و روشن است. به هر حال، بحث در مورد این موضوع بسیار جالب توجه ما را از کیهان‌شناسی دور و وارد جزئیات فنی نظریهٔ میدان می‌کند. بنابراین، فقط

متذکر می‌شوم که آزمایشهای انجام‌شده با شتابگرها جرم بوزونهای W و Z را تعیین کرده‌اند که این مقادیر با پیش‌بینی‌های نظری کاملاً سازگارند.

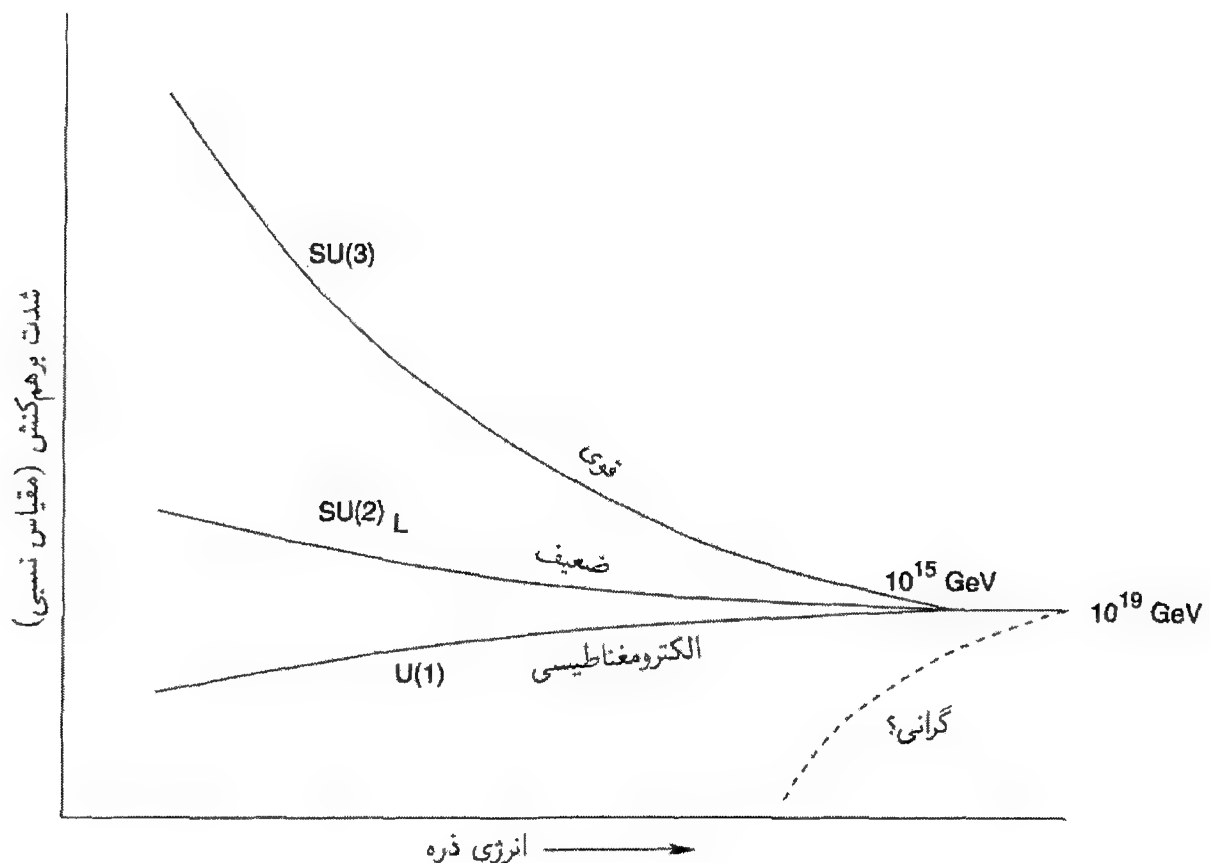
۳.۳.۶ الکترودینامیک کوانتومی

سومین برهم‌کنش بنیادی فیزیک، برهم‌کنش قوی است که در چارچوب کرومودینامیک کوانتومی (QCD) بیان می‌شود. این نظریه از تبدیلهای تحت گروه $SU(۳)$ بهره می‌گیرد. میدانهای بنیادی در اینجا عبارت‌اند از میدانهای کوارکی که بردارهایی سه مؤلفه‌ای در فضای مجردی به نام فضای رنگ با سه «بُعد» قرمز، سبز، و آبی هستند. دوباره رابطه‌ای چون (۴۱.۶) با ماتریسهای ۳ × ۳ داریم. ماتریس H اکنون هشت مؤلفهٔ مستقل دارد، و بنابراین مانند (۴۲.۶) دارای هشت ماتریس بار $T_۱ \dots T_۸$ هستیم که دوتای آنها $(T_۳, T_۸)$ قطری است. باز هم ویژگی ماتریسی (۴۱.۶) مبادلهٔ کوارکها را مجاز می‌دارد. متناظر با سه $\mathrm{W_s}$ در چارچوب $SU(۲)$ هشت بوزون $G_۱ \dots G_۸$ را داریم که گلوئون نامیده می‌شوند. در هنگام مبادلهٔ گلوئونهای $G_۳$ و $G_۸$ هیچ تغییر رنگی صورت نمی‌گیرد.

گلوئونها یک نیروی میان کوارکی تولید می‌کنند (درست همان‌طور که فوتون مسئول نیروی الکترومغناطیسی بین ذرات باردار است). گمان می‌رود که این نیرو چنان بزرگ باشد که انتظار پیوند کوارکها را در گروههای دو و سه‌تایی داریم. حالتهای با دو ذره، یک کوارک و یک پادکوارک، مزونها (مانند π^+) را تشکیل می‌دهند، در حالی که حالتهای سه کوارکی باریونها هستند. کوارکها دارای بار کسری هستند. بار کوارک u برابر $\frac{۲}{۳}e$ و بار کوارک d مساوی $-\frac{۱}{۳}e$ است. بنابراین، پروتون از دو کوارک u و یک کوارک d، و نوترون از دو کوارک d و یک کوارک u تشکیل شده است.

۴.۳.۶ GUTs: SU(۵)

در هرگونه تلاش در جهت وحدت بخشیدن انتظار داریم که برهم‌کنشهای دخیل شدتهای قابل مقایسه داشته باشند. در انرژیهای معمولی آزمایشگاهی برهم‌کنش قوی (کرومودینامیک کوانتومی) پرتوان‌ترین آنهاست و پس از آن به ترتیب الکترودینامیک و برهم‌کنش ضعیف قرار دارند. اما، با افزایش انرژی گاف میان این سه باریک می‌شود. در حدود ۱۰۰ GeV، شدت دو برهم‌کنش آخر قابل مقایسه، و در نتیجه یک نظریهٔ «الکتروضعیف» امکان‌پذیر می‌شود. ملاحظات نظری نشان می‌دهد که اگر برونیابی تا انرژیهای بسیار زیاد صورت گیرد، شدت برهم‌کنش قوی کم و شدت برهم‌کنش الکتروضعیف زیاد می‌شود. در حوالی $۱۰^{۱۵}\mathrm{GeV}$ این برهم‌کنشها قابل مقایسه می‌شوند و وحدت آنها طبیعی به‌نظر می‌رسد. شکل ۳.۶ تغییرات شدت این سه برهم‌کنش را با افزایش



شکل ۳.۶ در انرژیهای از مرتبهٔ $\sim ۱۰^{۱۵}\text{GeV}$ شدتهای برهم‌کنشهای قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی قابل مقایسه می‌شود. از این رو معلوم می‌شود که این انرژی برای وحدت بزرگ مناسب است. در انرژی باز هم فراتر یعنی در $۱۰^{۱۹}$ انرژی شاخص دیگری را می‌بینیم که در آن انتظار داریم گرانش کوانتیده شود. در این مرحله شاید یک نظریه واحد برای همهٔ برهم‌کنشهای بنیادی داشته باشیم.

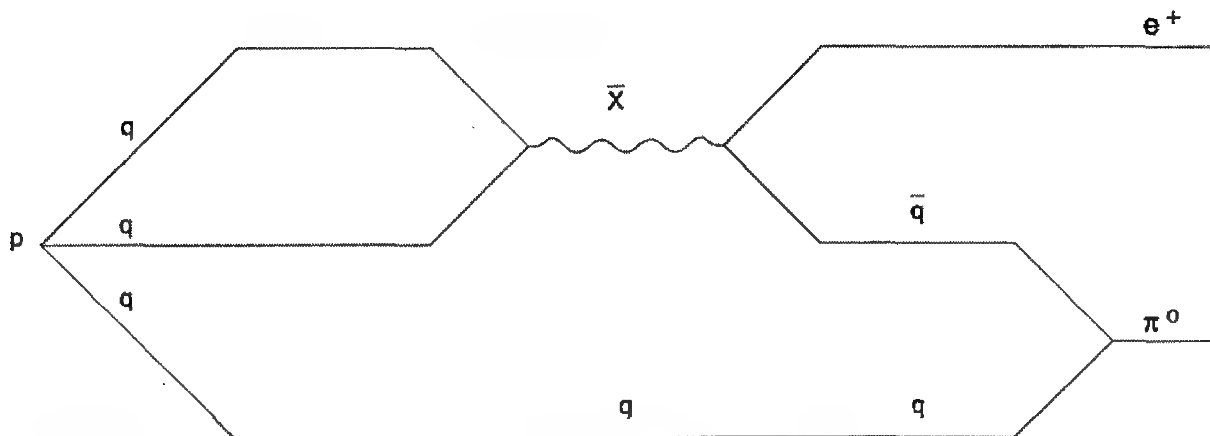
انرژی نشان می‌دهد. شکل ۳.۶ شاخص دیگری را در انرژی $\sim ۱۰^{۱۹}\text{GeV}$ نشان می‌دهد. که انرژی پلانک است

$$E_{\rm P} = \left(\frac{c^{۵}\hbar}{G}\right)^{۱/۲} \cong ۱/۲ \times ۱۰^{۱۹}\text{GeV} \qquad (۴۴.۶)$$

بدیهی است که G و $\hbar$ در این عبارت باید به گرانی کوانتومی مربوط باشند. بعداً، آن را جداگانه بررسی می‌کنیم. فعلاً، آن را از کوشش در جهت وحدت بخشیدن کنار می‌گذاریم.

اگر بخواهیم سه برهم‌کنش را در یک طرح وحدت بزرگ متحد کنیم، می‌توانیم آن سه را در ساختار زیر با هم ترکیب کنیم

$$SU(۳) \times SU(۲)_{\rm L} \times U(۱)$$



شکل ۴.۶ واپاشی پروتون از طریق مبادلهٔ بوزونهای X صورت می‌گیرد، که کوارک‌ها را به لپتونها تبدیل می‌کند و برعکس. شکل نشان می‌دهد که چگونه این کار انجام می‌شود. دو تا از سه کوارک (q) در پروتون (p) با هم ترکیب می‌شوند و $\bar{X}$ را به‌وجود می‌آورند که به یک پوزیترون و پادکوارک وامی‌پاشد. سپس پادکوارک در ترکیب با سومین کوارک مزون π را تشکیل می‌دهد.

به هر حال، معلوم شده است که چنین ساختاری می‌تواند بخشی از یک ساختار بزرگتر را تشکیل دهد که با $SU(۵)$ نشان داده می‌شود. باز هم، اگر به (۴۱.۶) رجوع کنیم و آن را به ماتریسهای ۵ × ۵ اعمال کنیم، ماتریس H دارای ۲۴ ثابت اختیاری است. بنابراین، ۲۴ بوزون وجود دارد که اکنون بین موجودات بنیادی مختلف مبادله می‌شوند. ۴ تا از این بوزونها را قبلاً در ارتباط با برهم‌کنش الکتروضعیف و ۸ تا (گلوئونها) را در کرومودینامیک دیدیم. بنابراین، ۱۲ بوزون دیگر را لازم داریم تا فهرست ۲۴تایی را کامل کنیم. به‌منظور تخصیص نشانهٔ مشخص، آنها را به سادگی بوزونهای X می‌نامیم.

انتظار داریم که بوزونهای X شرکت‌کنندگان در کرومودینامیک (یعنی، کوارکها) را با شرکت‌کنندگان در برهم‌کنش الکتروضعیف (یعنی، لپتونها) مرتبط سازند. بنابراین، در نظریهٔ $SU(۵)$ می‌توان هر یک از شش کوارک (u، d، c، s، t، b) را با مبادلهٔ بوزونهای X به هر یک از شش لپتون ($\mathcal{V}_\tau$، $\mathcal{V}_\mu$، $\mathcal{V}_e$، τ، μ، e) تبدیل کرد و برعکس. در اینجاست که می‌توان باریونها را خلق یا نابود کرد. شکل ۴.۶ سناریویی را نشان می‌دهد که به واپاشی پروتون می‌انجامد.

در شکل ۴.۶ یک $\bar{X}$ (یعنی، یک پادذرهٔ X) گسیل و جذب می‌شود. با فرض اینکه جرم این ذره m_X باشد، دامنهٔ احتمال برهم‌کنش بالا حاوی یک ضریب $m_X^{-۲}$ است. بنابراین، طول عمر واپاشی پروتون τ_p به‌صورت توان چهارم m_X تغییر می‌کند. چون انتظار داریم که طول عمر حاوی ضریبهای $\hbar$، c، و جرم پروتون m_p باشد، با توجه به ملاحظات ابعادی می‌نویسیم

$$\tau_{\rm P} \sim \frac{\hbar m_{\rm X}^{۴}}{m_{\rm P}^{۵} c^{۲}} \sim ۲{,}۸۷ \times ۱۰^{-۳۲} [m_{\rm X} c^{۲} ({\rm GeV})]^{۴} {\rm years} \qquad (۴۵.۶)$$

مشاهده نشدن واپاشی پروتونها در تجربه‌های آزمایشگاهی حد پایینی را برای $\tau_{\rm P}$ در $۱۰^{۲۹} \sim$ سال تعیین می‌کند. بنابراین، (۴۵.۶) نشان می‌دهد که

$$m_{\rm X} c^{۲} \geq ۱۰^{۱۵} {\rm GeV} \qquad (۴۶.۶)$$

با مقدار سال $\tau_{\rm P} \sim ۱۰^{۳۰}$ هیچ امیدی به مشاهدهٔ یک پروتون خاص نداریم. اما، در جمعیت بزرگی از پروتونها، تعداد کمی ممکن است واپاشیده شوند. به‌عنوان مثال، اگر سال $\tau_{\rm P} \sim ۱۰^{۳۰}$ باشد، انتظار داریم که در هر ۱۰۰۰ تن ماده در حدود ۵۰ پروتون در هر سال واپپاشد. آزمایشهای انجام‌شده در سالهای ۱۹۸۰ نتوانستند چنین واپاشیهایی را بدون ابهام برای سال $\tau_{\rm P} \leq ۱۰^{۳۱}$ مشاهده کنند. این موضوع باعث شد که این نظریهٔ ساده $SU(۵)$ به نفع چارچوبهای پیچیده‌تر کنار گذاشته شود.

نظریه‌های دینامیکی دقیق برای کمّی کردن $\tau_{\rm P}$ و $m_{\rm X}$ ضروری هستند. اما، در حالی که آزمایش واپاشی پروتون برای سال $\tau_{\rm P} \leq ۱۰^{۳۳}$ به سختی امکان‌پذیر است، آزمون کامل پیش‌بینی‌های GUTs فراتر از دیدگاه فناوری کنونی است. لازم به ذکر است که یک پیش‌بینی شناخته‌شده به فرضیهٔ آزادی مجانبی معروف است. با توجه به این فرضیه، در انرژیهای بسیار زیاد برهم‌کنشهای ذرات شروع به از دست دادن شدت خود می‌کنند. اما، حتی این فرضیه را هنوز باید به‌صورت تجربی آزمود.

البته، شق دیگر بهره‌گیری از عالم داغ برای آزمودن پیش‌بینی‌های نظری است. حتی در اینجا، برای جرم $۱۰^{۱۵}{\rm GeV}$، دما $(= mc^{۲}/k)$ دارای مقدار $۱۰^{۲۸}{\rm K} \sim$ خواهد بود! دمای $۱۰^{۱۵}{\rm GeV}$ با توجه به (۶.۶)، سن عالم را $۱۰^{-۳۶}{\rm s} \sim$ به‌دست می‌دهد. ما آن را عصر GUT می‌نامیم. ام. یوشی‌مورا[1] مطرح کرده است که با توجه به GUTs می‌توان اندکی باریون بیش از پاد باریون داشت، زیرا عدد باریونی پایسته نیست. اما، فرضهای بیشتری لازم است تا بتوان نتیجه‌ای سازگار با مشاهده‌ها به‌دست آورد. سناریوی زیر چیزی است که اس. واینبرگ و اِف. ویلزک[2] پیشنهاد کرده‌اند.

1. M. Yoshimura 2. F. Wilczek

۵.۳.۶ پیدایش باریون در عالم اولیه

بگذارید جرم بوزون X را (که باعث ناپایستگی باریون می‌شود) با $m_{\rm X}$، و شدت جفت‌شدگی آن را با $\alpha_{\rm X}$ نشان دهیم. شدت جفت‌شدگی، برحسب نوع ذرهٔ X، می‌تواند از $۱۰^{-۲}$ تا $۱۰^{-۵}$ تغییر کند. آهنگ برخوردهایی را که در آنها عدد باریونی پایسته نیست با $\Gamma_{\rm c}$ نشان می‌دهیم؛ یعنی، برخوردهایی که در آنها بوزون X دخیل است. خود بوزون X دوام چندانی ندارد، مقیاس زمانی آن از مرتبهٔ $\hbar/(m_{\rm X}c^۲)$ است. آهنگ واپاشی مشخصهٔ بوزون X را با $\Gamma_{\rm X}$ نشان می‌دهیم. بنابراین دارای سه مقیاس زمانی $\Gamma_{\rm X}^{-۱}$، $\Gamma_{\rm c}^{-۱}$، و $H^{-۱}$ هستیم. شگرد کار تنظیم مناسب این مقیاسها به‌گونه‌ای است که جواب مطلوب را تولید کند. این بحث به‌صورت کیفی، به‌قرار زیر است.

در عصرهای اولیه با دمای $\geq ۱۰^{۱۹}{\rm GeV}$، گرانی قوی‌ترین نیروی بین اجزای مختلف عالم بود. سایر برهم‌کنشها (از جمله قوی‌ترین آنها QCD) با توجه به فرضیهٔ آزادی مجانبی اهمیتی نداشتند. با ادامهٔ انبساط عالم و افت دمای آن دوره‌ای فرا رسید که گرانی ضعیف‌تر شد، در حالی که سایر برهم‌کنشها هنوز اهمیت پیدا نکرده بودند. بنابراین برای $T \leq ۱۰^{۱۹}{\rm GeV}$ ذرات اساساً برای مدتی آزاد باقی ماندند.

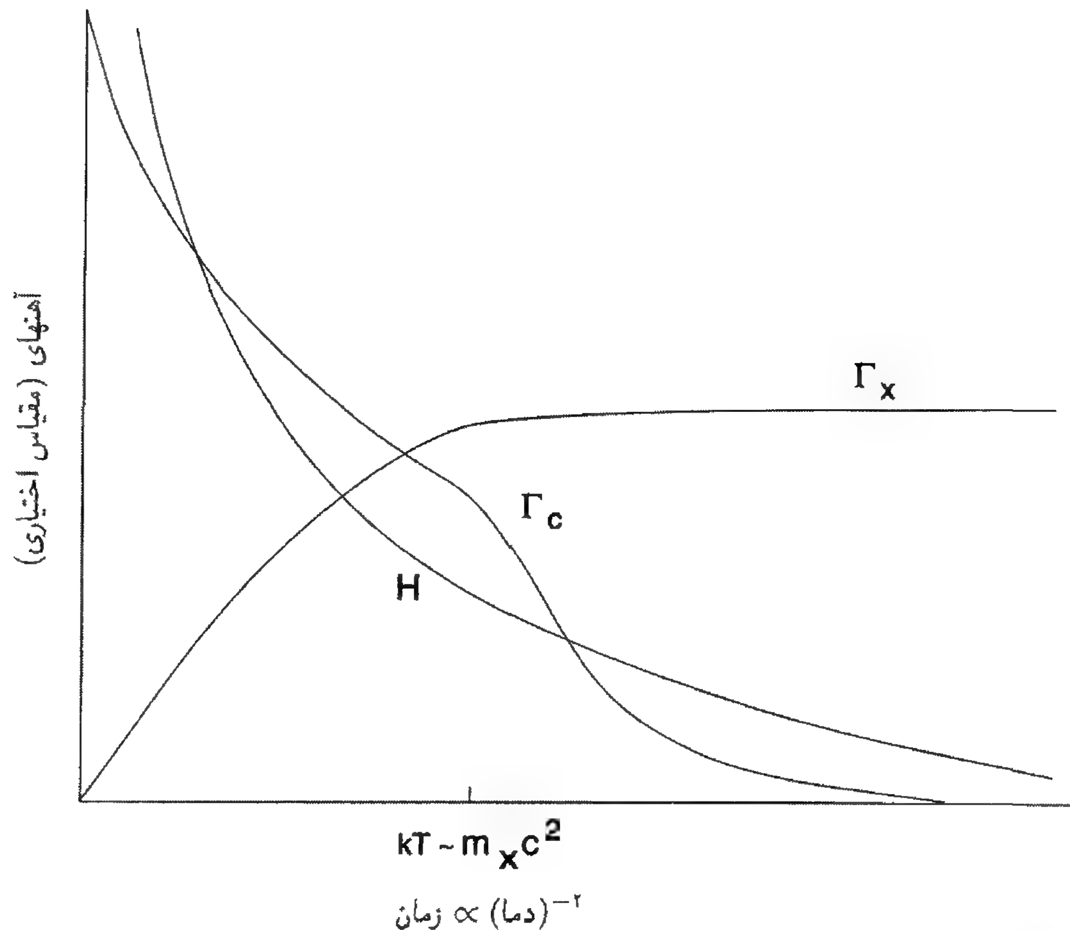
در این مرحله لازم است که سرشت تابعهای توزیع را که با فرمول (۹.۵) داده می‌شود بررسی کنیم. در اینجا می‌بینیم تا زمانی که $T \ll T_A$، یعنی، تا هنگامی که در رژیمهای نسبیتی هستیم، تابع توزیع شکل تعادل خود را در طی انبساط آزاد با $T \propto S^{-۱}$ حفظ می‌کند. اما، اگر $T \leq T_A$ شود تابع نمی‌تواند براثر انبساط آزاد شکل خود را حفظ کند. از این رو، ممکن است از شکل تعادل منحرف شود.

حال در میان گونه‌های مختلف در عالم اولیه، بوزونهای X احتمالاً سنگینترین آنها هستند. بنابراین، اگر مقدار $T_{\rm X}$ به اندازهٔ کافی زیاد باشد. این امکان وجود دارد که بوزونهای X ابتدا از تعادل خارج شوند. اما، برای این کار باید آنها تا آن زمان واپاشیده نشده باشند. آهنگ واپاشی بوزون X از مرتبهٔ زیر است

$$\Gamma_{\rm X} \cong \alpha_{\rm X} g m_{\rm X} c^۲/\hbar \qquad (۴۷.۶)$$

که g تعداد مؤثر درجه‌های آزادی برای گونه‌های مختلف ذرات است (g می‌تواند بین ۱۰۰ و ۲۰۰ باشد؛ برای $SU(۵)$ مقدار آن ~ ۱۶۰ است).

از طرف دیگر، آهنگ انبساط از (۱.۶) به‌دست می‌آید. آهنگ برخورد $\Gamma_{\rm c} \approx \alpha_{\rm X} \ll \Gamma_{\rm X}$. مقایسهٔ این سه آهنگ نشان می‌دهد که $\Gamma_{\rm c} < \Gamma_{\rm X} < H$ یعنی بلافاصله پس از آن است که گرانی ضعیف شد. از این رو، عالم در این مرحله بدون هیچ‌گونه برهم‌کنش بین گونه‌های مختلف



شکل ۵.۶ سه آهنگ H، Γ_c، و Γ_X برای مورد $m_X c^۲ < \alpha_X ۱۰^{۲۰}\,\mathrm{GeV}$. وقتی kT به کمتر از $m_X c^۲$ فروافتد، Γ_X از آهنگ انبساط H تجاوز می‌کند و تعداد بوزونهای X، ضمن حفظ توزیع تعادل، به‌طور نمایی کاهش می‌یابد. هیچ اضافه باریون خالصی در این مورد به‌وجود نمی‌آید.

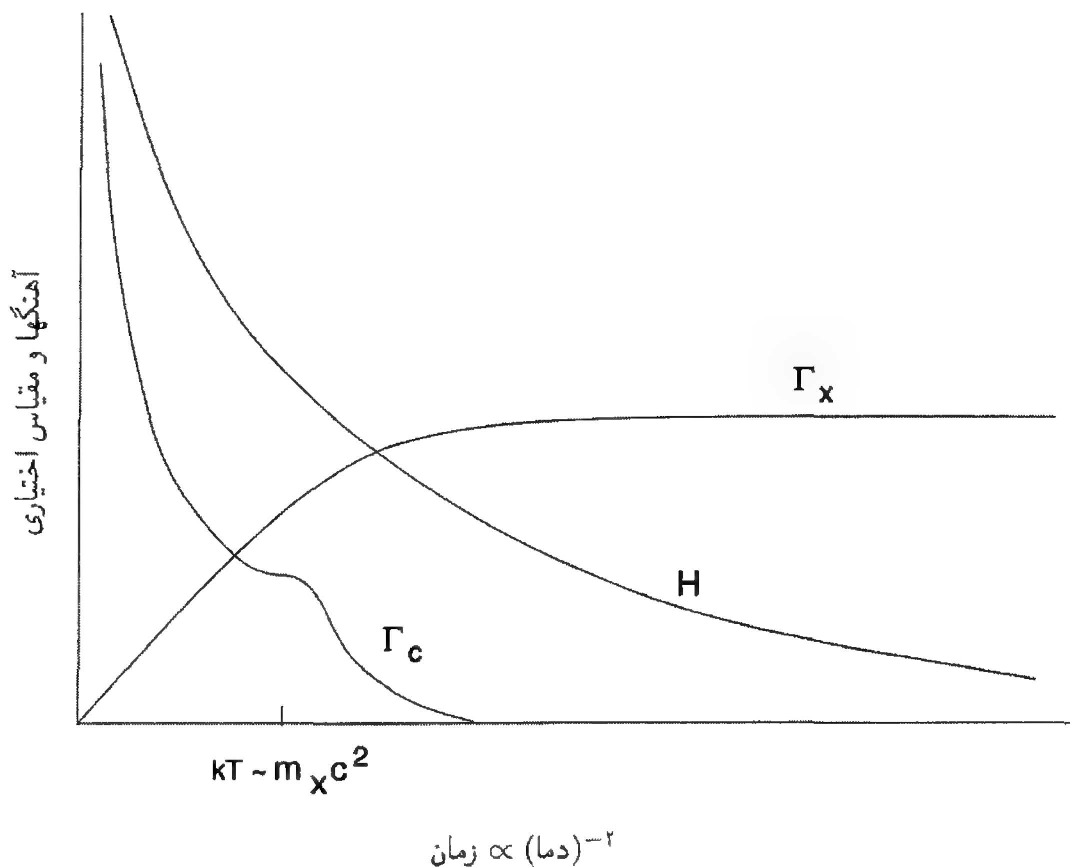
منبسط می‌شده است. بوزونهای X هنگامی شروع به واپاشی کردند که سن عالم با $\Gamma_X^{-۱}$ قابل مقایسه شد. با بهره‌گیری از (۱.۶)، (۲.۶)، و (۴۷.۶) به‌دست می‌آوریم

$$T = \left(\frac{۳g\alpha_X^۲ m_X^۲ c^۴}{۴\pi G a \hbar^۲}\right)^{۱/۴} \qquad (۴۸.۶)$$

هنگامی که عالم تا دمای بالا سرد شده بود، بوزونهای X شروع به واپاشی کردند. پس این پرسش مطرح می‌شود که آیا این ذرات تا آن زمان در حالت تعادل بوده‌اند؟

همان‌طورکه دیدیم، با مقایسهٔ T با T_X می‌توان به این پرسش پاسخ داد. به دو مورد علاقه‌مندیم: (۱) $T \gg T_X$ و (۲) $T \leq T_X$. این موارد به ترتیب در شکلهای ۵.۶ و ۶.۶ نمایش داده شده‌اند.

در مورد (۱) واپاشیها هنگامی رخ داده است که تابعهای توزیع بوزونهای X هنوز شکل تعادل



شکل ۶.۶ شکل ۵.۶ که برای مورد $m_X c^۲ > \alpha_X ۱۰^{۲۰}\,\mathrm{GeV}$ دوباره رسم شده است. وقتی kT به کمتر از $m_X c^۲$ فرو می‌افتد، واپاشیها و نابودیها مؤثر نیستند، چون هر دوی Γ_X و Γ_c کمتر از H هستند. تا زمانی که Γ_X بیش از H شود، بوزونهای X به حالت تعادل نمی‌رسند. در این مرحله X، $\overline{X}$ آزادانه وامی‌پاشند و می‌توانند اضافه باریون خالص تولید کنند. چون $\Gamma_c < H$ این اضافه باریون باقی می‌ماند.

خود را داشته‌اند. در این شرایط بوزونهای X نمی‌توانسته‌اند اضافه باریون خالصی تولید کنند؛ زیرا تعادل گرمایی ایجاب می‌کند که هر واپاشی (مانند مورد شکل ۴.۶) که به از بین رفتن عدد باریونی می‌انجامد با واپاشیهای معکوس جبران شود. اما، در مورد (۲)، تابع توزیع بوزونهای X از شکل تعادل منحرف می‌شود و در نتیجه توازن تفضیلی میان واپاشیهای مستقیم و معکوس به‌وجود نمی‌آید. بنابراین، ورودی جدیدی برای بحث دربارهٔ سناریوی عالم اولیه در بخش ۲.۶ را مورد (۲) فراهم می‌آورد. با دور شدن از تعادل ترمودینامیکی در زمان مناسب، توزیع بوزون X امکان تولید عدم تقارن باریونی را دارد.

شرط تجاوز T_X از مقدار T در رابطهٔ (۴۸.۶) را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد

$$m_X > \left(\frac{۳g\alpha_X^۲ k^۴}{۴\pi G a c^۴}\right)^{۱/۲} = g^{۱/۲}\alpha_X m_p \qquad (۴۹.۶)$$

ملاحظات تجربی چارچوب $SU(5)$ نشان می‌دهد که با توجه به نامساوی بالا $m_X c^2$ باید متجاوز از $10^{16}\mathrm{GeV} \sim$ شود. این با برآورد قبلی ما در مورد جرم بوزون X از حد پایین طول عمر پروتون سازگار است.

تاکنون فرض انحراف از تعادل ترمودینامیکی را مطرح کردیم. اکنون فرض دیگری را دربارهٔ عدم تقارن باریون-پادباریون وارد می‌کنیم. فرض کنید که بوزون X به دو حالت با عددهای باریونی B_1 و B_2 با کسرهای r در حالت ۱ و $1 - r$ در حالت ۲ وامیپاشد. در یک وضعیت کاملاً متقارن، بوزون $\overline{\mathrm{X}}$ با عدد باریونی $-B_1$ و کسر r به حالت ۱، و عدد باریونی $-B_2$ و کسر $1 - r$ به حالت ۲ وامی‌پاشد. به هرحال، اگر تقارن کامل وجود نداشته باشد، کسرها برای واپاشی $\overline{\mathrm{X}}$ به‌ترتیب $\overline{r}$ و $1 - \overline{r}$ خواهند بود $(\overline{r} \neq r)$. تعداد خالص باریون تولیدشده در این فرایندها برابر است با

$$\Delta B = (r - \overline{r})(B_1 - B_2) \qquad (6.50)$$

چون برخوردهایی که در آنها عدد باریونی پایسته نیست و ΔB را از بین می‌برند با آهنگی کندتر از $H(H > \Gamma_c)$ به‌وقوع می‌پیوندند، انتظار داریم که ΔB پایسته بماند.

از این رو، برای به‌حساب آوردن اضافه باریون مشاهده‌شده نسبت به پادباریون و بحث دربارهٔ چگالی عدد باریونی کنونی که $10^9 \sim$ برابر چگالی فوتون مشاهده‌شده است، باید اطمینان حاصل کنیم که پارامترهای GUT به گونه‌ای هستند که عبارت کمّی مناسب را برای ΔB می‌دهند. ادعا شده است که مقدارهای منطقی برای پارامترهای GUTs در واقع به فرمولی می‌انجامند که با (۶.۳۳) سازگار است.

اگر این ادعاها منطقی باشند یا نباشند، استدلال بالا نشان می‌دهد چگونه عالم اولیه صحنهٔ جالب توجهی برای کاربرد GUTs است.

۶.۳.۶ شکست خودبه‌خود تقارن

تغییر گروه بزرگتری از تقارنها به زیر گروه $SU(3) \times SU(2)_{\mathrm{L}} \times U(1)$ خودبه‌خود است. در سازوکار واقعی مجموعه‌ای از میدانهای نرده‌ای به‌نام میدانهای هیگز ϕ دخیل‌اند که در هنگام این کار از مقدارهای اولیهٔ صفر به مجموعه‌ای از مقادیر محدود تغییر می‌یابند. چگونگی و چرایی این رویداد و نقش میدانهای هیگز در فرایند داستان مفصلی است که ما را به هزارتوی نظریه‌های میدان پیمانه‌ای می‌کشاند. توضیح زیر از کنار مسئله می‌گذرد و توصیفی سطحی فراهم می‌آورد.

کار را از مقایسه فرومغناطیسی و نقش اساسی دمای کوری ($770^\circ\mathrm{C}$ برای آهن) آغاز می‌کنیم. در بالاتر از این دما یک میلهٔ آهنی هیچ‌گونه آثار مغناطیسی در میدان خارجی از خود نشان

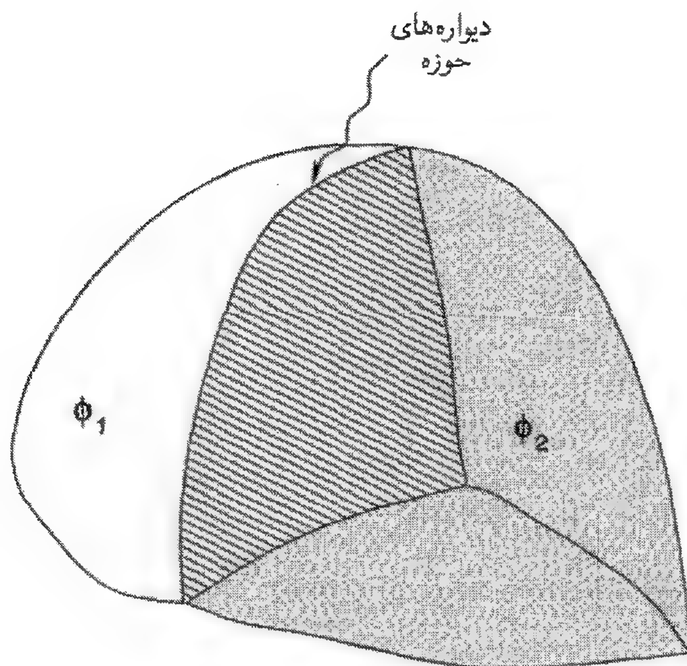
نمی‌دهد. زیرا آهنرباهای هسته‌ای بنیادی به‌صورت کاتوره‌ای توزیع شده‌اند و مغناطیدگیی برایند صفر است. به‌لحاظ انرژی، این پایینترین حالت میله است که میله به‌عنوان پایدارترین حالت در آن باقی می‌ماند. در زیر دمای کوری حالت با کمترین انرژی به حالتی تغییر می‌کند که در آن همهٔ هسته‌ها در امتداد میله ردیف شده‌اند، و دو قطب در دو انتهای آن به‌وجود آورده‌اند. برحسب اینکه کدام یک از دوقطب (شمال یا جنوب) در یک سر معین قرار گرفته باشد، دو حالت با کمترین انرژی یکسان وجود دارد. گزینش نهایی یک حالت ظاهراً تقارن را می‌شکند، اگرچه به‌لحاظ نظری و ذاتی تقارن همواره وجود دارد.

در عالم نخستین پدیده مشابهی برای میدان ϕ رخ داده است. بالاتر از یک دمای T_c، حالت خلأ یعنی حالت با کمترین انرژی چیزی جز حالت $\phi = 0$ نیست. درکمتر از T_c حالت با کمترین انرژی تغییر می‌کند. اکنون این حالت نظیر وضعیتی است که در آن ϕ دارای مقادیر غیرصفر است. با مثالهای صریح این موضوع در بخش ۵.۶ مواجه می‌شویم.

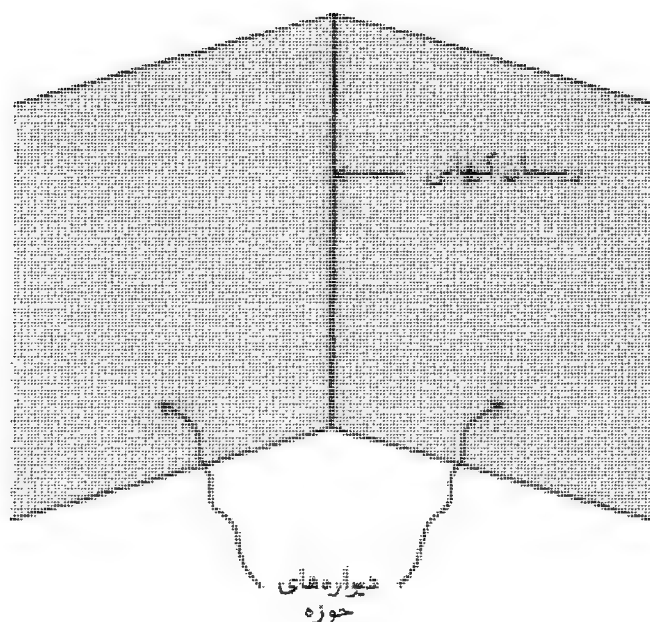
فعلاً، فرض می‌کنیم مقدارهای متفاوت $\phi_i(i = 1, 2, \ldots)$ برای میدان ϕ وجود دارد، که همهٔ آنها نظیر حالتهای با کمترین انرژی هستند که اکنون وضعیت خلأ را به‌دست آورده است. تقارنی بنیادی نسبت به همهٔ ϕ_iها وجود دارد، اما در عمل سیستم فقط می‌تواند به‌صورت خودبه‌خود به یکی از آنها دست یابد. این دوباره یک شکست آشکار تقارن است.

پیامدهای این موضوع برای لحظه‌های اولیهٔ عالم، که در شکلهای ۷.۶ (الف) نشان داده شده، به این صورت است که آن را به سه حوزهٔ مختلف تقسیم می‌کند که هر کدام از آنها ϕ_i متفاوتی هستند. بدین طریق، عالم دارای ناپیوستگیهایی در امتداد دیواره‌های حوزه می‌شود. این موضوع به‌صورت ناپیوستگیهای بارزی در توزیع ماده ظاهر می‌شود. توجیه اینکه در واقع چنین ناپیوستگیهایی را نمی‌بینیم (مثلاً به‌صورت ورقه‌های ماده) دشوار است. این مشکل به مسئلهٔ دیوارهٔ حوزه معروف است. این به ناپیوستگیهای بارزی در توزیع ماده می‌انجامد. توضیح این واقعیت که چرا این ناپیوستگیها را واقعاً (مثلاً به صورت ورقه‌های بزرگ ماده) نمی‌بینیم دشوار است. این مشکل به مسئلهٔ دیوارهٔ حوزه معروف است.

محل برخورد دو دیوارهٔ حوزه، ساختاری خطی به‌نام «ریسمان کیهانی» است (نگاه کنید به شکل ۷.۶ (ب)). این ساختارهای رشته‌ای در سناریوهای تشکیل کهکشانها فراخوانده می‌شوند. (نگاه کنید به فصل ۷) که در آن معلوم می‌شود تعداد زیادی از کهکشانها در ساختارهای خطی توزیع شده‌اند.



(الف)



(ب)

شکل ۷.۶ شکست خودبه‌خود تقارن می‌تواند مرزهایی را در فضا به‌جا گذارد که حوزه‌های شرایط فیزیکی متفاوت را از هم جدا می‌کنند. در (الف) این جدایی به‌صورت «دیوارهٔ حوزه» نشان داده شده است. در (ب) می‌بینیم که چگونه دو دیوارهٔ حوزه در ساختاری خطی به نام «ریسمان کیهانی» برخورد می‌کنند.

۴.۶ بعضی مسئله‌های کیهان‌شناسی فریدمان

از بحث بالا شاید به نظر برسد که با رفتن به لحظه‌های اولیهٔ عالم به پیشرفتی در شناخت بعضی از جنبه‌های کنونی عالم نائل شده‌ایم. در واقع، وضعیت درست برعکس است: بیش از آن مسئله پیدا کرده‌ایم که بتوانیم با این ابزار حل کنیم. مسئلهٔ دیوارهٔ حوزه یکی از آنهاست. سایر مسئله‌های مهمتر را در زیر مطرح می‌کنیم.

۱.۴.۶ مسئلهٔ افق

فرض می‌کنیم که شرایط اولیهٔ عالم بسیار زود و در عصر t در دورهٔ سیطرهٔ تابش تثبیت شده باشد. از ملاحظات فصل ۴ در مورد عامل مقیاس $S \propto t^{۱/۲}$ ویژه شعاع افق ذره در آن دوره را به‌صورت زیر به‌دست آوریم

$$R_{\mathrm{P}} = ۲ct \qquad (۵۱.۶)$$

بُرد تمام فرایندهای فیزیکی در این دوره را R_{P} محدود می‌کرده است. به‌طوری که انتظار نداریم همگنی کمیتهای فیزیکی به فراتر از قطر $۲R_{\mathrm{P}}$ گسترش یافته باشد، مگر اینکه این فرض تا حدی سرهم‌بندی شده را بپذیریم که عالم همگن خلق شده است. به‌عبارت دیگر، محدودیتهای تصادفی نشان می‌دهند که هیچ منطقه با اندازهٔ بزرگتر از $۲R_{\mathrm{P}}$ نمی‌تواند همگن باشد.

وقتی شرایط اولیه تثبیت شدند، این منطقه تا اندازه‌های بسیار بزرگتر از دورهٔ حاضر رشد کرد؛ ضریب رشد η نسبت عاملهای مقیاس در عصر حاضر و دورهٔ اولیه است

$$\eta = \frac{S(t_\circ)}{S(t)}$$

چگونه می‌توان η را برآورد کرد؟

ساده‌ترین روش مقایسهٔ دماها در t و $t_\circ$ است، چون (از ملاحظات فصل ۵) $S \propto T^{-۱}$، بنابراین

$$\eta = \frac{T(t)}{T(t_\circ)}$$

$T(t)$ از (۶.۶) به‌دست می‌آید بهتر است $T_\circ$ را نیز برحسب GeV بیان کنیم:

$$T_\circ\,(\mathrm{GeV}) = ۲{,}۳ \times ۱۰^{-۱۳} \left(\frac{T_\circ}{۲/۷\mathrm{K}}\right) \qquad (۵۲.۶)$$

با ترکیب (۶.۶) و (۵۲.۶) و نوشتن مقدار c در (۵۱.۶)، حد فعلی منطقهٔ همگن را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$R_{\text{همگن}}(t_\circ) = ۲ct$$
$$= ۶{,}۲ \times ۱۰^{۱۷} \times T_{\text{GeV}}^{-۱} g^{-۱/۲} \times \left(\frac{۲/۷\text{K}}{T_\circ}\right) \text{cm} \quad (۵۳.۶)$$

برای $T_{\text{GeV}} \cong ۱۰^{۱۵}$، $g \cong ۱۰۰$، $T_\circ \cong ۲{,}۷\text{K}$ مقدار شگفت‌انگیز کوچک ۶۲cm به‌دست می‌آید! به‌عبارت دیگر، هیچ دلیلی نداریم که انتظار همگنی در مقیاس بزرگتر از مثلاً ۱ متر را داشته باشیم. این واقعیت که بقایای زمینهٔ ریزموج در مقیاس کیهانی $۱۰^{۲۸}\text{cm} \sim$ همگن است نشان می‌دهد که استدلال بالا دارای اشکال اساسی است. با وجود این، مدل استاندارد هیچ راه گریزی از این به‌اصطلاح مسئله افق در اختیارمان نمی‌گذارد. همین‌طور توجه کنید که هرچه (در کوشش برای تثبیت شرایط اولیه) به گذشتهٔ دورتر برویم، T_{GeV} بزرگتر و مقدار $R_{\text{همگن}}(t_\circ)$ کوچکتر می‌شود. شکل ۸.۶ مسئلهٔ افق را نشان می‌دهد.

۲.۴.۶ مسئله تخت بودن

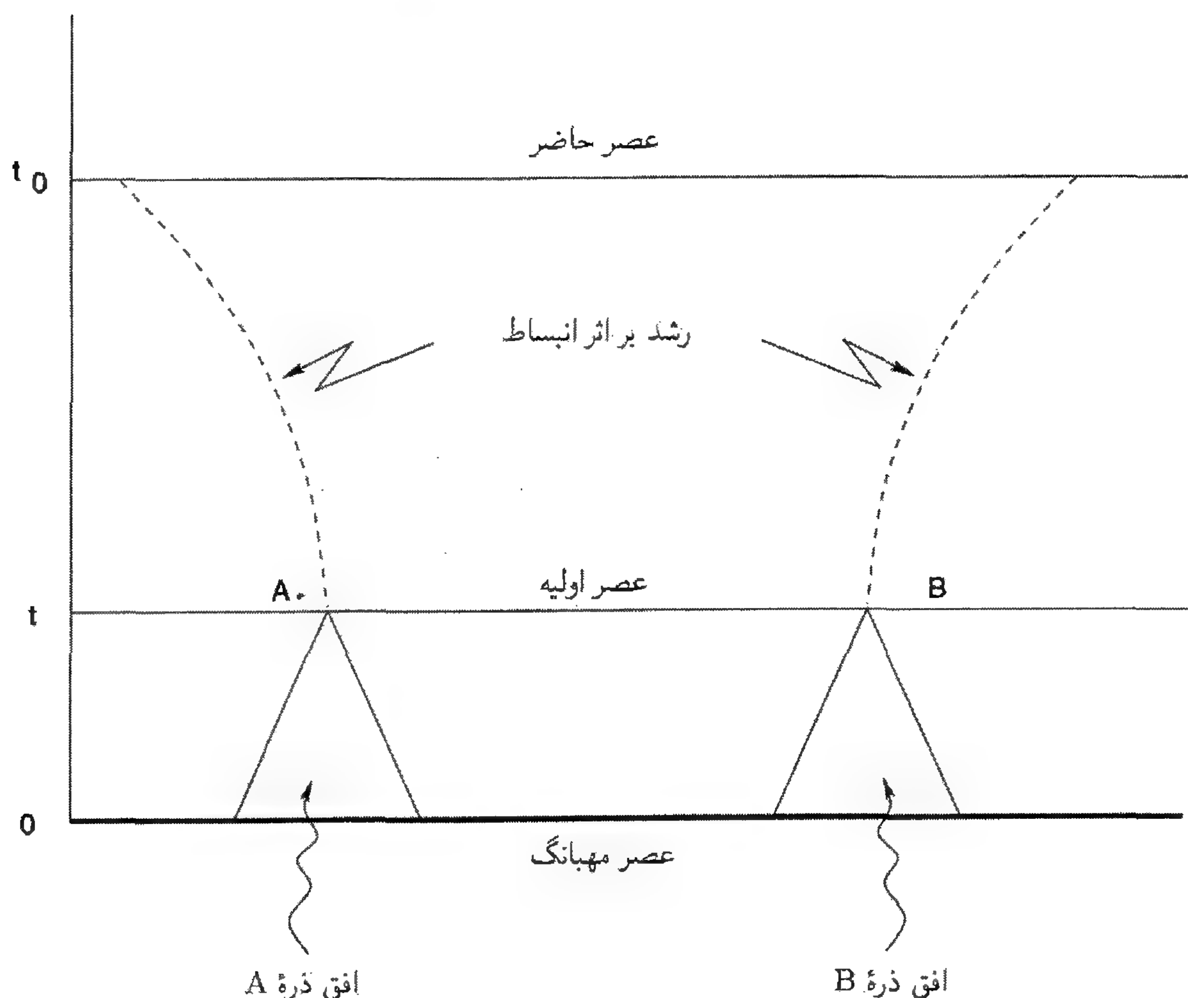
هنگام بحث دربارهٔ عالم اولیه و نخستین جملهٔ $kc^۲/S^۲$ را در معادله‌های میدان نادیده گرفتیم. بنابراین، (۱.۶) در واقع باید به‌صورت زیر باشد

$$\frac{\dot{S}^۲}{S^۲} + \frac{kc^۲}{S^۲} = \frac{۸\pi G\rho}{۳} \quad (۵۴.۶)$$

توجیه ما در چشمپوشی از این جمله آن بود که با $S \to ۰$ داریم $\dot{S}^۲ \to \infty$، و در نتیجه اولین جمله بسیار بزرگتر از $|kc^۲|$ در طرف چپ (۵۴.۶) می‌شود. اما، این استدلال وابسته به مقیاس است. از این رو، اگر بنویسیم $S = At^{۱/۲}$، خواهیم داشت $\dot{S}^۲ = A^۲/(۴t)$. اینکه $\dot{S}^۲$ به‌ازای $k = \pm ۱$ از $c^۲$ تجاوز کند به A بستگی دارد. مقدار A را از پیش نمی‌دانیم، مگر اینکه آن را به‌اندازهٔ فعلی عالم مرتبط سازیم. راحت‌تر است که به‌جای آن پارامتر چگالی Ω را در نظر بگیریم.

با نوشتن $\rho = \Omega\rho_c$ مانند (۵۳.۴)، در هر عصری که $S \propto t^{۱/۲}$ باشد خواهیم داشت

$$\frac{kc^۲}{S^۲} = (\Omega - ۱)\frac{\dot{S}^۲}{S^۲} = \frac{\Omega - ۱}{۴t^۲} \quad (۵۵.۶)$$



شکل ۸.۶ در عصرهای بسیار اولیهٔ t، ناظران A و B دارای افقهای ذره‌ای هستند که برهم‌نهاده نمی‌شوند. بنابراین، دلیل پیشینی برای اینکه چرا A و B باید شرایط اولیهٔ یکسانی داشته باشند وجود ندارد. با وجود این، عالمی که اکنون مشاهده می‌شود در فاصله‌هایی بسیار بیش از آنچه AB می‌تواند در حال حاضر تا آن اندازه رشد کند (قسمت خط‌چین) همگن است.

از طرف دیگر، برای دورهٔ فعلی داریم

$$\frac{kc^۲}{S_\circ^۲} = (\Omega_\circ - ۱)H_\circ^۲ \qquad (۵۶.۶)$$

از تقسیم (۵۵.۶) بر (۵۶.۶) و بهره‌گیری از $S \propto T^{-۱}$ به‌ازای $k = \pm ۱$ به‌دست می‌آوریم

$$\Omega - ۱ = ۴H_\circ^۲ t^۲ \frac{T^۲}{T_\circ^۲}(\Omega_\circ - ۱)$$

بجز $(\Omega_\circ - ۱)$، تمام کمیتهای طرف راست معلوم هستند. با استفاده از (۶.۶) برای t و (۵۲.۶)

برای $T_\circ$، به‌دست می‌آوریم

$$(\Omega - 1) \cong 4{,}3 h_\circ^2 g^{-1} \times 10^{-21} T_{\mathrm{GeV}}^{-2} \left(\frac{2{,}7\mathrm{K}}{T_\circ}\right)^2 (\Omega_\circ - 1) \qquad (57.6)$$

برای $T_{\mathrm{GeV}} = 10^{15}$ و $g \cong 100$ به‌ازای $T_\circ \cong 2{,}7\mathrm{K}$ به‌دست می‌آوریم

$$\Omega - 1 \cong 4{,}3 h_\circ^2 \times 10^{-53} (\Omega_\circ - 1) \qquad (58.6)$$

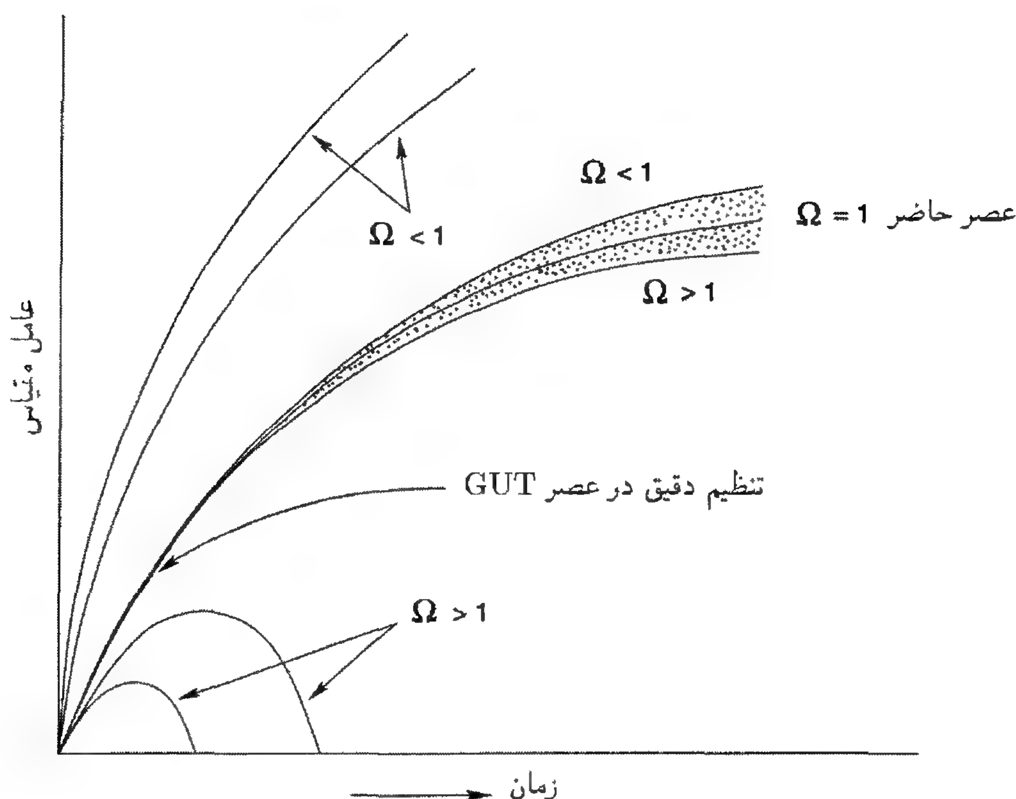
این عبارت تجلی چیزی است که به مسئله تخت بودن معروف است. فرض کنید که شرایط اولیه از جمله پارامتر چگالی Ω در عصر GUT یعنی هنگامی که $T \cong 10^{15}\mathrm{GeV}$ است تعیین شده باشد. در این صورت مقدارکنونی $(\Omega_\circ - 1)$ از (۵۸.۶) به‌دست می‌آید. یا با معکوس کردن روند استدلال، فرض کنید که عدم قطعیت رصدی فعلی نشان دهد که $|\Omega_\circ - 1| \sim \mathcal{O}(1)$. در این صورت، از (۵۸.۶) در عصر GUT اختلاف Ω با واحد کسری از مرتبهٔ 10^{-53} بوده است. به عبارت دیگر، انحراف از مقدار تخت $\Omega = 1$ در این مرحله باید بسیار کوچک باشد. هرگونه تسامح از این تنظیم دقیق در حال حاضر ضربه گسترهٔ بسیار وسیعی از $\Omega_\circ$ خواهد انجامید که بسیار فراتر از مقادیری است که رصدها مجاز می‌دارند.

بنابراین، نادیده گرفتن جملهٔ خمیدگی kc^2/S^2 با تنظیم دقیق عالم به مدل تخت $(k = 0)$ در ارتباط است. اگر این تنظیم وجود نداشت، عالم در مقیاسهای زمانی در حدود $10^{-35}\mathrm{s}$، که مشخصهٔ عصر GUT است، یا فرو می‌ریخت $(k = 1)$ و یا تا بینهایت منبسط می‌شد $(k = -1)$.

شکل ۹.۶ این معضل را نشان می‌دهد. ناحیهٔ سایه‌دار مجموعه‌ای از مدلهای فریدمان خوب تنظیم‌شده را نشان می‌دهد که به گسترهٔ مقادیر مشاهده‌شدهٔ $|\Omega_\circ - 1| \sim \mathcal{O}(1)$ کنونی می‌انجامند. منحنی بالا و پایین شکل با مقیاسهای زمانی $\sim 10^{-35}\mathrm{s}$، معمولاً باید در مرحلهٔ GUT عمل می‌کردند. چه عاملی باعث شده است که عالم به‌جای آن وارد ناحیهٔ سایه‌دار شود؟

این مسئله را ابتدا ار. اچ. دیکی[1] و پی. جی. ای. پیبلز، مطرح کردند. آنها عصر GUT را در $t \sim 1\mathrm{s}$ بررسی می‌کردند که در آن نوترینوها واجفتیده بودند و نابودی زوج $(\mathrm{e}^\pm)$ در آستانهٔ شروع بود. بنابراین $T \sim 10^{-3}\mathrm{GeV}$، $g \sim 10$، و به‌جای 10^{-53} به‌عنوان ضریب (۵۸.۶)، مقدار $\sim 10^{-16}$ را به‌دست می‌آوریم. بدیهی است که اگر به زمانهای باز هم عقبتر و نزدیکتر به $t = 0$ برویم، تنظیم دقیقتری ضروری می‌شود. مثلاً، اگر مسئله را در عصر پلانک آغاز کنیم برای گسترهٔ تنظیم، به‌جای 10^{-53} مقدار 10^{-61} را به‌دست می‌آوریم.

1. R. H. Dicke



شکل ۹.۶ مسئلهٔ تخت بودن، که به کمک تابعهای توزیع برای مدلهای $k = ۰, \pm ۱$ ($۱ > \Omega$ و $\Omega \geq ۱, \Omega = ۱$) رسم شده است. عدم قطعیت قابل مشاهده فراتر از گسترهٔ منحنیهای ناحیهٔ سایه‌دار می‌رود، که همهٔ آنها در عصر GUT، نزدیک به منحنی $\Omega = ۱$، در یک جا جمع شده بودند.

۳.۴.۶ مسئلهٔ آنتروپی

این تکرار مسئلهٔ تخت بودن و مسئلهٔ افق به‌صورتی متفاوت است. آنتروپی در یک حجم همراه معین در انبساط بی‌دررو ثابت می‌ماند (بخش ۲.۵). آنتروپی فوتونی کنونی در عالم قابل مشاهده با شعاع $R \approx h_{\circ}^{-۱} \times ۱۰^{۲۸}\text{cm}$ از مقدار بسیار بزرگ زیر به‌دست می‌آید

$$\Sigma = \frac{۴\pi}{۳k}\alpha T_{\circ}^{۳} R^{۳} \approx h_{\circ}^{-۳} \times ۴{,}۴^{۸۷} \left(\frac{T_{\circ}}{۲{,}۷}\right)^{۳} \qquad (۵۹.۶)$$

چرا این مقدار بزرگ؟ اگر آنتروپی پایسته بود به‌دست می‌آوریم $ST = \text{const.}$ اما، در مسئلهٔ تخت بودن دیدیم که این فرض به تنظیم دقیق می‌انجامید در حالی که برای مسئلهٔ افق اندازهٔ همگنی بسیار کوچکی به‌دست می‌آید. بنابراین، به نظر می‌آید که مشکل به $\Sigma = \text{const.}$ مربوط باشد: این مسئله در صورتی حل می‌شود که فرض انبساط بی‌دررو در مرحله‌ای نقض شود و Σ با ضریب بسیار بزرگی تا مقدار کنونی خیز بردارد.

۴.۴.۶ مسئلهٔ تک‌قطبی

در یک GUT، هرگاه شکست تقارن یک گروه بنیادی بزرگتر مانند $SU(5)$ به زیرگروهی مانند $SU(3) \times SU(2)_{\rm L} \times U(1)$ رخ می‌دهد که حاوی گروه $U(1)$ است، به‌طور اجتناب‌ناپذیر ذراتی به‌وجود می‌آیند که ویژگیهای تک‌قطبی مغناطیسی را دارند. این یک نتیجه‌گیری ریاضی دقیق در نظریه‌های میدان پیمانه‌ای است. جرم تک‌قطبی نوعاً (برحسب یکاهای انرژی) در حدود 10^{16}GeV است. تک‌قطبی‌ها ذراتی بسیار پایدارند که وقتی تولید شدند دیگر نابود نمی‌شوند. بنابراین، به‌عنوان بقایای واقعه تا عصر حاضر دوام می‌آورند.

در عصر GUT یعنی t که اندازهٔ افق $2ct$ است، انتظار داریم حداقل یک تک‌قطبی به‌ازای کره‌ای به شعاع اندازهٔ افق وجود داشته باشد، یعنی چگالی جرمی تک‌قطبی برابر است با

$$\frac{10^{16}{\rm GeV}/c^2}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)(2ct)^3}$$

اکنون این چگالی با ضریب $(T_0/T)^3$ رقیق شده است. برای T_0 برحسب گیگاالکترون‌ولت از رابطهٔ (۵۲.۶) و $T = 10^{15}$GeV برای چگالی فعلی تک‌قطبی به‌دست می‌آوریم

$$\rho_{\rm M} \cong 1{,}5 \times 10^{-13}\left(\frac{T_0}{2{,}7{\rm K}}\right)^3 {\rm g\ cm}^{-3} \qquad (60.6)$$

این مقدار بسیار بیشتر از چگالی بستار $10^{-29}{\rm g\ cm}^{-3} \sim$ است، بنابراین مسئله تک‌قطبی یکی از مسئله‌های ناجور مدل استاندارد است. باز هم مانند موارد قبل، اگر به‌جای عصر GUT حتی از عصر اولیه‌تری استفاده کنیم، این تضاد زیادتر می‌شود.

۵.۶ عالم تورمی

این مشکلات مدل مهبانگ هنگامی نمایان شدند که کیهان‌شناسی فیزیکی تا عصرهای اولیه گسترش یافت. حل این مشکلات به یک ورودی جدید در حوالی عصر GUT نیاز داشت، این ورودی دینامیک عالم را لااقل به‌طور موقت تغییر می‌داد. این ورودیها را دی. کازاناس[1] در سال ۱۹۸۰، آلن گوث[2] در سال ۱۹۸۱ و همین‌طور کی. ساتو[3] در سال ۱۹۸۱ به طور مستقل مطرح کردند. این رهیافتها اصولاً مشابه‌اند؛ رهیافت گوث را، که شناخته‌شده‌ترین فرد بین این سه نفر است، در زیر توصیف می‌کنیم.

1. D. Kazanas 2. Alan Guth 3. K. Sato

آلن گوث مدل موسوم به فاز تورمی را برای حل این مسائل مطرح کرد. کلمهٔ «تورم» برای مشخص کردن انبساط سریع در نظر گرفته شده است. بنابراین رشتهٔ زیر را در نظر می‌گیریم:

$$t < t_1 : \text{عامل مقیاس}\ S(t) \propto t^{1/2}$$
$$t_1 < t < t_2 : \text{عامل مقیاس}\ S(t) \propto \exp(t/\tau), \quad \tau = \text{const.}$$
$$t_2 < t : \text{عامل مقیاس}\ S(t) \propto t^{1/2} \qquad (۶۱.۶)$$

به‌طور خلاصه، مرحله‌ای با انبساط سریع نمایی را در مدت $[t_1, t_2]$ وارد کرده‌ایم. این گسترهٔ زمانی چیست؟ مقدار ثابت زمانی τ را چگونه تعیین کنیم؟ برای پاسخ به این پرسشها روش گوث را بررسی می‌کنیم.

۱.۵.۶ مدل تورمی گوث

همان‌طور که قبلاً دیدیم شکست تقارن GUT به $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$ به گذار فازی می‌انجامید که در آن حالت خلأ (یعنی حالت با کمترین انرژی) میدان هیگز ϕ تغییر می‌کرد. خلأ اولیه با $\phi = 0$ دیگر خلأ واقعی نیست. به هر حال، اگر بلافاصله به حالت خلأ واقعی دست یابیم، حالت تورمی به‌وجود می‌آید.

مقایسه‌ای که این سناریو را مجسم سازد مناسب خواهد بود. فرض کنید بخار در دمای تغییر حالت $100°C$ سرد شود. معمولاً انتظار داریم که بخار در این دما به آب تبدیل شود. به هر حال، می‌توان بخار را تا دماهای کمتر از $100°C$ فوق سرد کرد. اگرچه بخار در این مورد در حالتی ناپایدار خواهد بود. ناپایداری هنگامی به‌وجود می‌آید که بخشهایی از بخار به قطره‌های ریز آب چگالیده و این قطره‌های ریز درهم ادغام شوند تا سرانجام چگالش تکمیل گردد. در حالت فوق سرد بخار هنوز گرمای نهان خود را دارد که این گرما با تشکیل قطره‌های ریز آزاد می‌شود.

فرض کنید که فوق سرد شدن مشابهی در دمای گذار فاز GUT صورت گرفته باشد. آنچه به‌وقوع می‌پیوندد تا اندازه‌ای شبیه مورد بخار_آب است. جزئیات آن به تابع انرژی پتانسیل $V(\phi, T)$ بستگی دارد که در زیر آن را بررسی می‌کنیم.

اصل کنش بیانگر دینامیک میدان ϕ را به‌صورت زیر در نظر بگیرید

$$\mathcal{A}(\phi) = \int \left(\frac{1}{2}\phi_i \phi^i - V(\phi) \right) \alpha^4 x \qquad (۶۲.۶)$$

که $\phi_i = \partial\phi/\partial x^i$ و $V(\phi)$ به‌صورت زیر داده شده است. اولاً، ϕ یک میدان پیمانه‌ای نرده‌ای

است، اما درجه‌های آزادی داخلی آن را تعداد مولدهای گروه پیمانه‌ای مشخص می‌کند. اگر ماتریسهای مولد را $\tau_A(A = ۱, ۲, \ldots, N)$ بگیریم. می‌توانیم بنویسیم

$$\phi = \sum_A \phi^A \tau_A \qquad (۶۳.۶)$$

و صورت درجهٔ دوم زیر را برای V در نظر بگیریم

$$V = -\frac{۱}{۲}\mu^۲ \mathrm{Tr}\phi^۲ + \frac{۱}{۴}a(\mathrm{Tr}\phi^۲)^۲ + \frac{۱}{۲}b\mathrm{Tr}\phi^۴ + \frac{۱}{۳}c\mathrm{Tr}\phi^۳ \qquad (۶۴.۶)$$

که μ، a، b و c ثابتهای جفت‌شدگی هستند.

در یک نمونه شکست تقارن از نوع زیر

$$SU(۵) \to SU(۳) \times SU(۲)_{\mathrm{L}} \times U(۱)$$

داریم

$$\langle\phi\rangle = \Phi \mathrm{diag}(۱, ۱, ۱, -\frac{۳}{۲}, -\frac{۳}{۲}) \qquad (۶۵.۶)$$

که Φ یک نرده‌ای معمولی است. همین‌طور، اگر

$$SU(۵) \to SU(۴) \times U(۱) \qquad (۶۶.۶)$$

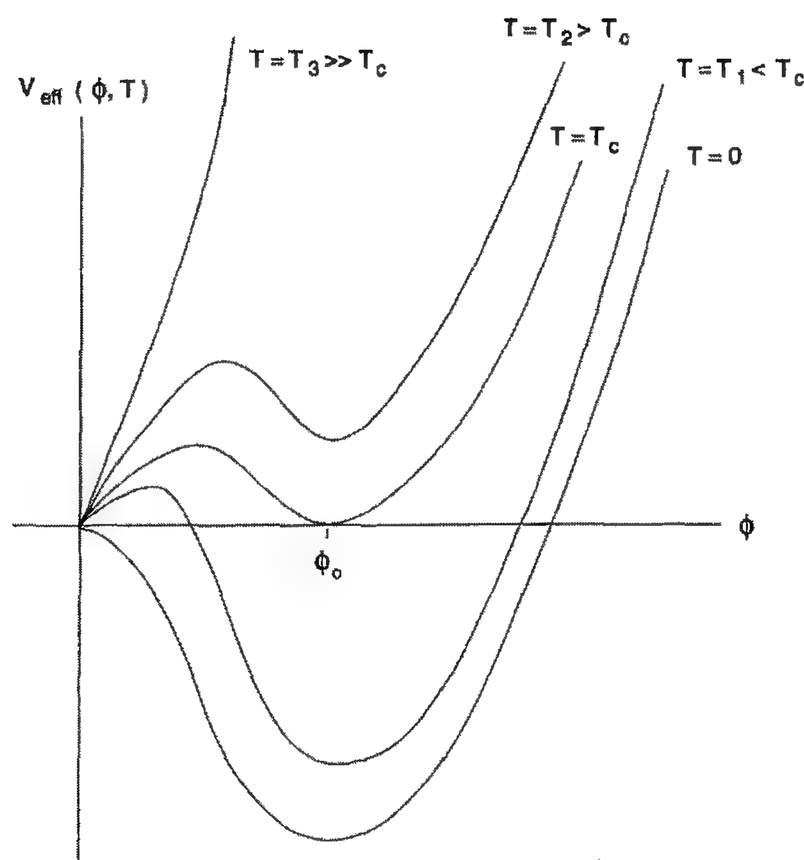
آنگاه

$$\langle\phi\rangle = \sigma \mathrm{diag}(۱, ۱, ۱, ۱, -۴) \quad \text{یک نرده‌ای است } \sigma \qquad (۶۷.۶)$$

در هر مورد $\mathrm{Tr}\phi = ۰$. اگر گروه تقارن بنیادی GUT متفاوت باشد، البته نمایشهای متفاوتی برای ϕ خواهیم داشت. برای اهداف کیهان‌شناختی باید بدانیم که $V(\phi)$ از طریق معادله‌های اینشتین چه تأثیری بر هندسهٔ فضازمان دارد. بدین منظور باید روی افت‌وخیزهای کوانتومی میدان ϕ میانگین بگیریم تا یک پتانسیل میانگین «مؤثر» به دست آوریم

$$V_{\mathrm{eff}}(\phi) = \alpha\phi^۲ - \beta\phi^۴ + \gamma\phi^۴ \ln(\phi/\sigma^۲) \qquad (۶۸.۶)$$

که α، β، γ و σ پارامترهایی از فیزیک ذرات است.



شکل ۱۰.۶ پتانسیل مؤثر میدان هیگز، $V_{\rm eff}(\phi,T)$ در دماهای مختلف. برای $T < T_{\rm c}$ خلأً واقعی یعنی حالت با کمترین انرژی دیگر در $\phi = ۰$ قرار ندارد.

چون تحلیل باید برای عالم اولیهٔ داغ صورت گیرد، افت‌وخیزهای گرمایی نیز وجود خواهند داشت. وارد کردن آنها به اضافه کردن یک مؤلفهٔ گرمایی به $V_{\rm eff}(\phi)$ می‌انجامد تا پتانسیل کل به‌دست آید

$$V(\phi,T) = V_{\rm eff}(\phi) + \frac{۱۸T^۴}{\pi^۲}\int_۰^\infty x^۲ \ln\left\{۱ - \exp\left[-\left(x^۲ + a\frac{\phi^۲}{T^۲}\right)^{۱/۲}\right]\right\}{\rm d}x \qquad (۶۹.۶)$$

در اینجا a مقداری ثابت است. شکل ۱۰.۶ نمودار تغییرات $V(\phi,T)$ را برحسب ϕ برای گستره‌ای از مقادیر T نشان می‌دهد.

توجه کنید که برای مقدار بحرانی $T = T_{\rm c}$، تابع $V(\phi,T)$ بر محور ϕ در دو نقطهٔ $\phi = ۰$ و $\phi = \phi_۰$ مماس می‌شود که هر دو نقطه کمینه‌های محلی برای $V(\phi,T)$ هستند. برای $T \gg T_{\rm c}$، فقط یک کمینه، در $\phi = ۰$، وجود دارد. با کم شدن T، کمینهٔ دیگری در سطح بالاتر ظاهر می‌شود،

در حالی که با رفتن T به کمتر از T_c این کمینهٔ دوم به سطح پایینتری سقوط می‌کند. به‌عبارت دیگر، برای $T < T_c$ حالت دارای کمترین انرژی میدان ϕ نه در $\phi = ۰$ که در مقدار $\phi > ۰$ قرار می‌گیرد. این جایی است که دارای وضعیت بخار فوق سرد می‌شویم.

فرض کنید که عالم را تا کمتر از دمای بحرانی T_c خنک کنیم. با سقوط T به کمتر از T_c حالت با کمترین انرژی به‌صورت گسسته جابه‌جا می‌شود که علامت تغییر فاز است. اما، اگر عالم فوق سرد باشد، در $\phi = ۰$ در خلأ «دروغی» باقی می‌ماند تا اینکه در مرحله‌ای میدان ϕ در سد $V(\phi) > ۰$ تونل بزند و در سراشیبی $V(\phi)$ به خلأ «واقعی» برسد. بگذارید اختلاف انرژی این دو حالت خلأ را با $\varepsilon_۰$ نشان دهیم. قبل از اینکه تونل‌زنی صورت گیرد عالم دارای چگالی انرژی $\varepsilon_۰$ است که باید از طریق معادله‌های اینشتین تأثیرهای دینامیکی داشته باشد

$$\frac{\dot{S}^۲ + kc^۲}{S^۲} = \frac{۸\pi G}{۳c^۲}(\varepsilon_۰ + \varepsilon_r) \qquad (۷۰.۶)$$

در اینجا $\varepsilon_r \propto ۱/S^۴$ چگالی انرژی تابش و ذرات نسبیتی است. چون مقدار ε_r با انبساط عالم فرو می‌افتد، در حالی که $\varepsilon_۰$ ثابت می‌ماند پس مقدار اخیر غالب می‌شود. بنابراین، ε_r را نادیده می‌گیریم و (۷۰.۶) را حل می‌کنیم، به‌عنوان مثال، برای $k = +۱$ به‌دست می‌آوریم

$$S = \left(\frac{۳c^۴}{۸\pi G\varepsilon_۰}\right)^{۱/۲} \cosh\left[\left(\frac{۸\pi G\varepsilon_۰}{۳c^۲}\right)^{۱/۲} t\right] \qquad (۷۱.۶)$$

برای $k = -۱$ عبارت مشابهی را به‌دست می‌آوریم که در آن "sinh" جایگزین "cosh" شده است. نکتهٔ مهمی که باید در نظر بگیریم این است که برای

$$t \gg \left(\frac{۳c^۲}{۸\pi G\varepsilon_۰}\right)^{۱/۲} \qquad (۷۲.۶)$$

هر یک از جوابها به جواب $k = ۰$ (تخت) نزدیک می‌شود

$$S \propto \exp\,(at), \qquad a = \left(\frac{۸\pi G\varepsilon_۰}{۳c^۲}\right)^{۱/۲} \qquad (۷۳.۶)$$

بسط نمایی شبیه مدل دوسیته است. درواقع، تانسور انرژی خلأ دروغی جملهٔ λg_{ik} در معادله‌های اینشتین را شبیه‌سازی می‌کند.

بسط سریع به‌صورت نمایی ادامه می‌یابد تا تونل‌زنی صورت گیرد و ϕ به مقدار خلأ واقعی برسد. میانگین زمان τ برای تونل‌زنی را می‌توان به‌طور کوانتومی مکانیکی محاسبه کرد. به‌دست می‌آوریم

$$a\tau \approx ۶۷, \qquad Z = \exp(a\tau) \approx ۱۰^{۲۹} \tag{۷۴.۶}$$

به‌عبارت دیگر، بسط نمایی تورم به مدت کافی دوام می‌آورد تا عامل مقیاس با ضریب بسیار بزرگ، $Z \sim ۱۰^{۲۹}$، منفجر شود. بنابراین، اگر با جملهٔ خمیدگی $(kc^۲/S^۲)$ قابل مقایسه با جملهٔ $(\dot{S}^۲/S^۲)$ قبل از تورم کار را شروع می‌کردیم در پایان کار جملهٔ اول با ضریب $Z^۲ \sim ۱۰^{۵۸}$ کاهش می‌یافت در حالی که جملهٔ دوم ثابت می‌ماند. این ضریب بزرگ Z نه تنها تنظیم دقیق در مسئله تخت بودن را به‌عهده می‌گیرد، بلکه مسئله افق را (با افزایش منطقهٔ همگن به‌طور خطی با ضریب Z)، و مسئله تک‌قطبی را (با کاهش چگالی تک‌قطبی با ضریب $Z^۳$) حل می‌کند. همین‌طور دیواره‌های حوزه از هم دور می‌شوند به‌طوری که احتمال عبور یکی از آنها از عالم قابل مشاهده کم می‌شود.

با این همه، یک اشکال اساسی وجود داشت که مدل گوث را غیرعملی می‌ساخت. این اشکال ناشی از آنتروپی بود. زیرا آنتروپی نیز با ضریب $Z^۳ = ۱۰^{۸۷}$ زیاد می‌شد که توجیه می‌کرد چرا عالم کنونی دارای چنین مقدار Σی بزرگی است. اما، چگونه این آنتروپی باید در عالم تخلیه می‌شد؟

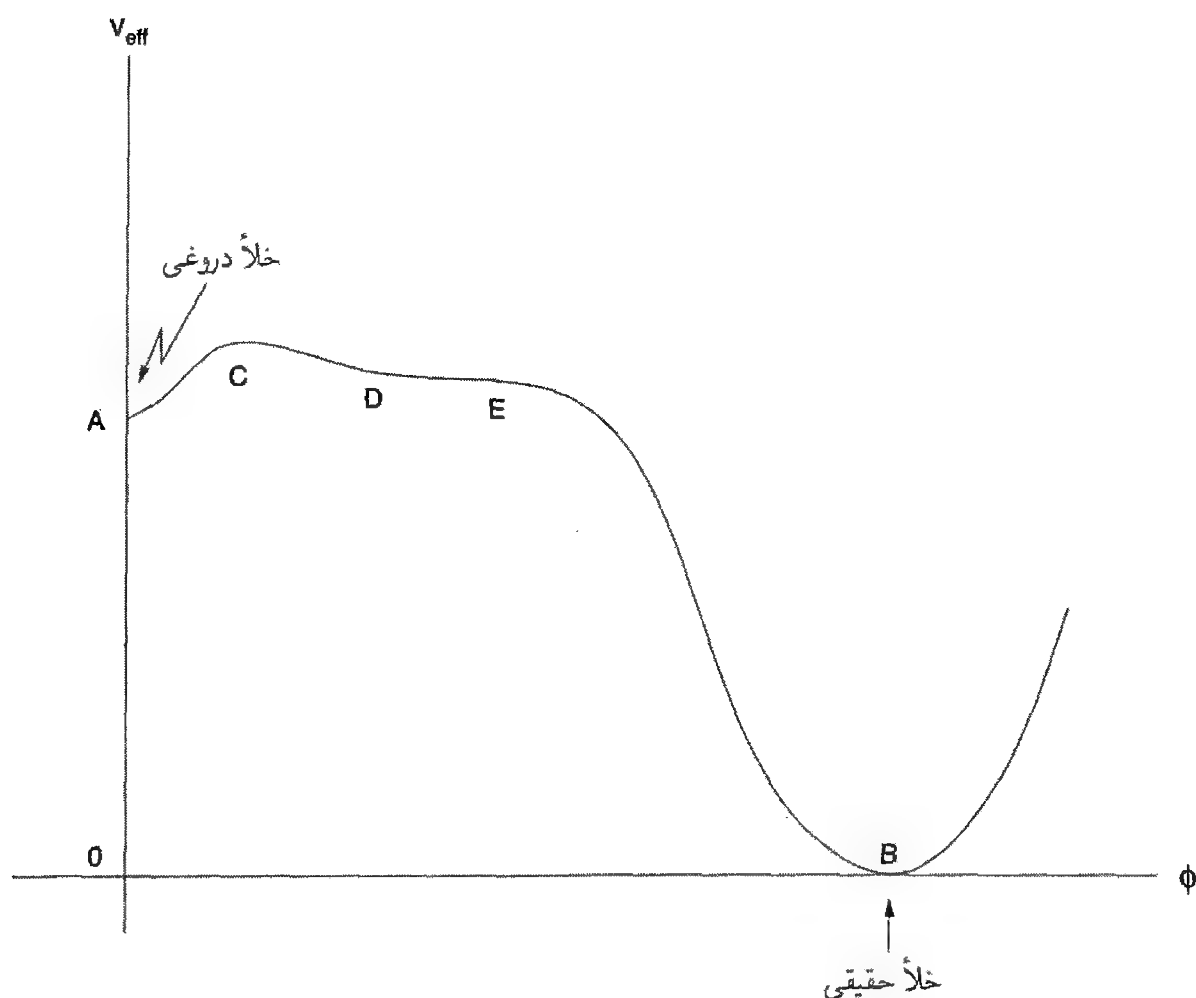
انتظار می‌رفت که با تکمیل گذار فاز در ناحیه‌ای کران‌دار، عالم به مرحلهٔ انبساط با سیطرهٔ تابش فریدمان منتقل شود، زیرا دیگر دارای انرژی $\varepsilon_۰$ نبود. بنابراین، ناحیه تورمی به حبابهای فریدمان منبسط‌شونده شکسته می‌شد. بیشتر انرژی اضافی در سطح این حبابها قرار می‌گرفت، به‌طوری که در هنگام برخورد دو حباب انرژی گرمایی می‌شد. بدین ترتیب در منطقه‌های گسترده و گسترده‌تر گذار فاز صورت می‌گرفت و دارای انرژی گرمایی و آنتروپی می‌شدند.

این انتظار از این رو تحقق نیافت که عالم بیرون از حبابها به‌طور نمایی منبسط می‌شود، و حبابهای تشکیل‌شده در قسمتهای مختلف با چنان سرعتی از یکدیگر دور می‌شوند که نمی‌توانند باهم برخورد کنند. بنابراین، سازوکار گرمایی شدن بالا عملی نیست.

۲.۵.۶ عالم تورمی جدید

طولی نکشید که روایت بازنگری‌شده‌ای از عالم تورمی مطرح شد. ای. دی. لینده[1] در شوروی و ای. آلبرشت[2] و پی. جی. اشتینهارت[3] در ایالات متحده به‌طور مستقل چیزی را پیشنهاد کردند که به عالم تورمی جدید معروف شد. تفاوت اساسی میان این عالم و مدل مربوط به گوث در انتخاب

1. A. D. Linde 2. A. Albrecht 3. P. J. Steinhardt



شکل ۱۱.۶ $V_{\rm eff}(\phi, T)$ به‌کار رفته در مدل تورمی جدید.

$V_{\rm eff}(\phi, T)$ بود. در مدل جدید $V_{\rm eff}(\phi, T)$ از کار اِس. کلمن[1] و ای. واینبرگ[2] اقتباس شده بود.

$$V_{\rm eff}(\phi, T) = \frac{۲۵}{۱۶}\alpha^{۲}\left[\phi^{۴}\ln\left(\frac{\phi^{۲}}{\sigma^{۲}}\right) + \frac{۱}{۲}(\sigma^{۴} - \phi^{۴})\right]$$

$$+ \frac{۱۸}{\pi^{۲}}T^{۴}\int_{۰}^{\infty}\ln\left\{۱ - \exp\left[-\left(x^{۲} + \frac{۵}{۱۲}\phi^{۲}\frac{g^{۲}}{T^{۲}}\right)^{۱/۲}\right]\right\}{\rm d}x \tag{۷۵.۶}$$

که α، σ و g مقادیر ثابت هستند. شکل ۱۱.۶ نمودار $V_{\rm eff}(\phi, T)$ به‌ازای یک مقدار مشخصهٔ T است.

ما خلائی دروغین در $A(\phi = ۰)$ و یک خلأ واقعی در $B(\phi = \sigma)$ داریم. یک برآمدگی

1. S. Coleman 2. E. Weinberg

وابسته به دما در C فراتر از $A(\phi > ۰)$ وجود دارد که به‌دنبال آن قسمت مسطح DE قرار دارد که قبل از سقوط با شیب زیاد از E تا B به‌آرامی به‌طرف پایین شیب پیدا می‌کند. برای اینکه تورم در مدت کافی صورت بگیرد باید سیستم در بخش بالای شکل باقی بماند، یعنی در مدتی که در برآمدگی C تونل می‌زند سپس به‌آرامی از D به E می‌رود. پس از آن سیستم به B فرو می‌افتد، اما به‌جای اینکه در آنجا باقی بماند شروع به نوسان میرا می‌کند که در طی آن انرژی گرمایی می‌شود و آنتروپی افزایش می‌یابد. مقیاس زمانی فروافت میدان ϕ برابر $\Gamma^{-۱}$ است. دینامیک واقعی عالم که از معادله‌های اینشتین به‌دست می‌آید را می‌توان به‌صورت عددی حل کرد. یک جواب «رضایت‌بخش» از تنظیم پارامترها به‌دست می‌آید. بنابراین، جواب زیر یک حل رضایت‌بخش است:

غلتش در پلاتو آغاز می‌شود	$\phi = \phi_i \approx ۰$
زمان غلتش که مدت تورم نیز هست	$t \leq ۱۹۰ H^{-۱}$
با $S \propto \exp(Ht)$	
ثابت هابل برای تورم	$H \approx ۲ \times ۱۰^{۱۰}\text{GeV}$
خیز در اندازهٔ خطی براثر تورم	$Z \approx \exp(۱۹۰) \approx ۱۰^{۵۰}$
زمان نوسان قبل از مستقر شدن	$\tau_{\text{نوسان}} \approx \exp(۴/۸) \times ۱۰^{-۴} H^{-۱}$
در $\phi = \sigma \approx ۲ \times ۱۰^{۱۵}\text{GeV}$	

توجه کنید که این مدل نقاط ضعف مدل استاندارد را بیش از اندازه اصلاح می‌کند. به‌عنوان مثال، اندازهٔ افق با ضریب $۱۰^{۵۰}$ خیز برمی‌دارد، به‌طوری اندازهٔ کنونی عالم قابل مشاهده با ضریب $۱۰^{۲۳} \sim$ بزرگتر می‌شود. همین‌طور توجه کنید که چون یک ناحیه به‌اندازه کافی بزرگ است (بیش از مقدار لازم!) که عالم قابل مشاهده را دربر بگیرد، نیازی به برخورد و ادغام حبابهای مختلف نیست. در مدل گوث حبابها کوچک بودند به‌طوری که برخورد و ادغام برای تولید یک منطقهٔ به‌اندازهٔ کافی بزرگ، علاوه بر شرط باز گرمایش، ضروری بود.

چون $\tau_{\text{نوسان}} \ll H^{-۱}$، نوسانها براثر واپاشی ϕ به ذارت نسبیتی و تابش میرا می‌شوند. با $\tau \approx ۱۰^{۱۳}\text{GeV}$، زمان واپاشی $\Gamma^{-۱}$ طوری تنظیم شده است که $H^{-۱} \gg$ باشد تا «بازگرمایش» صورت گیرد. دمای عالم مجدداً به $۲ \times ۱۰^{۱۴}\text{GeV} \approx$ افزایش می‌یابد.

نقطهٔ ضعف مدل جدید تورمی آن است که نیاز به تنظیم دقیق ϕ_i/σ دارد که ϕ_i مقدار اولیه‌ای است که از آن غلتش آرام به‌طرف پایین آغاز می‌شود. به $\phi_i/\sigma < ۱۰^{-۵}$ و جرم بوزون

هیگز $m < 10^{-5}\sigma$ نیاز داریم. اگر $m \geq 10^{9}\mathrm{GeV}$ باشد مدل موفق نیست. چون کل مفهوم تورم از این رو وارد شد تا از تنظیم دقیق اجتناب شود، این شرط مانند آن است که تمام قاعده‌های بازی را نقض کنیم.

۳.۵.۶ تورم آشوبناک

مدل اولیه گوث به یک گذار فاز مرتبهٔ اول شدید استناد می‌کرد، در حالی که مدل دوم را می‌توان مدلی در نظر گرفت که به یک گذار فاز مرتبهٔ اول ضعیف یا حتی مرتبهٔ دوم نیاز دارد. آیا می‌توانیم مدلی تورمی بسازیم که در آن هیچ گذار فازی دخیل نباشد؟

آری! این مدل را لینده تحت عنوان «تورم آشوبناک» مطرح کرد. در اینجا تابع $V(\phi)$ به‌صورت سادهٔ زیر است

$$V(\phi) = \lambda\phi^{4} \tag{۷۶.۶}$$

تورم به واسطهٔ حرکت نسبتاً آرام ϕ از مقدار اولیهٔ ϕ_0 به‌طرف کمینه به‌وجود می‌آید. گمان می‌رود که این مقدار اولیه ناشی از شرایط اولیهٔ آشوبناک باشد. در حالی که با این روش می‌توان تورم کافی به‌وجود آورد، اما باید اطمینان حاصل کرد که انرژی جنبشی اولیهٔ میدان ϕ در مقایسه با انرژی پتانسیل کوچک است. محاسبه‌های مفصل نشان می‌دهد که برای نیل به این هدف میدان باید در اندازه‌های بزرگتر از شعاع هابل یکنواخت باشد! همین‌طور، مقدار λ باید در حوالی 4×10^{-14} تنظیم دقیق شود تا اختلالهای چگالی صحیح به‌دست آید.

اینده در سال ۱۸۸۷ گامی فراتر نهاد و پیشنهاد کرد که عالم همواره در مرحلهٔ انبساط تورمی است. عالم از تعداد نمایی بسیار زیاد مینی‌ـعالم متفاوت تشکیل شده است، که در داخل آنها همهٔ حالتهای خلأ شبه‌پایدار محقق می‌شوند، و یکی از آنها ممکن است به‌گونه‌ای باشد که به عالم اطراف ما بینجامد. انتظار نمی‌رود که عالم اولیه آغازی در عصر معین داشته باشد. بعداً، در فصل ۹، درمی‌یابیم که این ایده به نظریهٔ حالت پایا که در سال ۱۹۴۸ مطرح شد شباهت مفهومی دارد.

۴.۵.۶ تورم: نقطه‌های ضعف و فلکهای تدویر

نقش تورم در اختلالهای چگالی فراینده موضوع مهمی است که در فصل بعد بررسی خواهیم کرد. احتمالاً این مهمترین موضوعی است که با توجه به آن مفهوم تورم باقی خواهد ماند یا از بین می‌رود!

با وجود این، حالت سیال فعلی فیزیک ذرات پژواکهایی را در این شاخه ازکیهان‌شناسی دارد.

بنابراین، چند فلک تدویر تورم ظاهر شدند که برخی از بین رفتند، دیگران دارای نیمه‌عمر شش ماه تا یک سال بودند، و بعضی باقی ماندند. مرور همهٔ آنها امکان‌پذیر نیست، مخصوصاً چون نتیجه‌ای که کیهان‌شناسی به آن علاقه‌مند باشند تولید نکردند.

یک نکتهٔ اساسی توجیه‌نشده جملهٔ λ است. اگرچه این مسئله (که در زیر توصیف می‌کنیم) بدون توجه به تورم نیز به‌وجود می‌آمد، اما مسئله تورم آن را بارزتر ساخت. معما در کوچک بودن λی مورد استفادهٔ اینشتین (فصل ۴) در هنگامی است آن را به‌صورت نسبت بدون بُعد زیر بیان کرد

$$\alpha_\gamma = \frac{G\hbar\lambda_۰}{c^۳} \approx ۱۰^{-۱۲۶} \qquad (۷۷.۶)$$

زیرنویس صفر در λ نشان می‌دهد که به‌مقدار فعلی آن علاقه‌مندیم، که از مرتبهٔ $H_۰^۲/c^۲$ است. اما، دیدیم که در طول تورم تانسور انرژی تکانهٔ خلأ دروغی تانسوری متناظر با جملهٔ λ با $\lambda = \lambda_{\mathrm{GUT}}$ است، که در آن

$$\frac{\lambda_۰}{\lambda_{\mathrm{GUT}}} \approx ۱۰^{-۱۰۸} \qquad (۷۸.۶)$$

از این رو، در آغاز λ می‌تواند به بزرگی $c^۳/(G\hbar)$ باشد، که سپس به λ_{GUT} و سرانجام λ تبدیل می‌شود. (در بین این مرحله‌ها یک گذار فاز در شکست تقارن الکتروضعیف رخ می‌دهد، که در آن $\lambda/\lambda_{\mathrm{EW}} \approx ۱۰^{-۵۷}$.) این پرسش مطرح می‌شود که λ چگونه می‌تواند از یک مقدار اولیهٔ بزرگ تا $۱۰^{-۱۲۶} \sim$ تغییر کند؟ این چگونه تنظیم دقیقی است؟ این موضوع به مسئله خروجی دلپذیر ثابت کیهان‌شناسی معروف است.

با تمام این فلکهای تدویر، مدل تورمی یک پیش‌بینی واضح دربارهٔ حالت کنونی عالم، یعنی $\Omega_۰ = ۱$، می‌کند. زیرا نزدیکی Ω به واحد به‌گونه‌ای است که به $\Omega_۰ = ۱$ یا خیلی نزدیک به ۱ (برای $k = \pm ۱$) می‌انجامد. این پیش‌بینی خود به خود ایجاب می‌کند که مادهٔ غیرباریونی وجود داشته باشد، زیرا از فصل ۵ داریم که کسر چگالی باریونی $\Omega_{\mathrm{B}} \ll ۱$.

۶.۶ سیاهچاله‌های آغازین

اکنون با گذار از بحث برهم‌کنشهای ذرات و GUTs به مطالعهٔ پیامدهای غیرعادی گرانی می‌پردازیم. بحث ما به سیاهچاله‌ها مربوط می‌شود که در فصل ۲ به‌اختصار بررسی کردیم.

همان‌گونه که از اسم «سیاهچاله» برمی‌آید، انتظار نداریم که هیچ تابشی از چنین جسمی خارج شود. برای یک جسم کروی به جرم M، شرط سیاهچاله وقتی حاصل می‌شود که مساحت سطح

آن $۴\pi R_{\rm s}^{۲}$ شود که $R_{\rm s}$، شعاع شوارتس‌شیلد، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$R_{\rm s} = \frac{۲GM}{c^{۲}} \tag{۷۹.۶}$$

هیچ ذرهٔ مادی یا سیگنال نوری که از $R \leq R_{\rm s}$ گسیل شده باشد نمی‌تواند ـــ لااقل تا جایی که به نظریهٔ نسبیت عام کلاسیک مربوط می‌شود، وارد ناحیهٔ $R > R_{\rm s}$ شود.

با وجود این، استیون هاوکینگ در سال ۱۹۷۴ این پیشنهاد جالب را مطرح کرد که سیاهچاله می‌تواند تابش کند. محاسبه‌های هاوکینگ از فیزیک کلاسیک فراتر می‌رفت: زیرا حالتی را در نظر می‌گرفت که هر میدان (مثلاً، میدان الکترومغناطیسی) در فضازمان بیرون سیاهچاله کوانتیده می‌شد. توصیف کوانتوم مکانیکی خلأ بسیار پیچیده‌تر از بیان کلاسیک است که به سادگی بیان می‌کند که خلأ تهی است. با توجه به نظریهٔ میدان کوانتومی، خلأ مملو از ذرات و پادذراتی است که وجود آنها را نمی‌توان مستقیماً آشکار ساخت. اما، تداخل آنها با فرایندهای فیزیکی در فضازمان می‌تواند به نتیجه‌های قابل آشکارسازی بینجامد. هاوکینگ متوجه شد که یکی از این نتیجه‌ها که می‌توان در فضازمان بیرون یک سیاهچاله در نظرگرفت آن است که ناظر واقع در بینهایت شاری از ذرات را می‌بیند که از حوالی یک سیاهچاله بیرون می‌آیند. ما وارد محاسباتی نمی‌شویم که به این نتیجه‌گیری می‌انجامد؛ بلکه فقط پیامدهای این فرایند را در عالم اولیه در نظر می‌گیریم. شکل ۱۲.۶ توصیفی کیفی از طرز کار فرایند هاوکینگ است. تمام جنبه‌های فرایند هاوکینگ تاکنون مطالعه نشده است. مثلاً، مسئلهٔ مهمی که هنوز حل نشده است به واکنش معکوس مربوط می‌شود که گسیل ذرات از سیاهچاله چه تأثیری بر هندسهٔ فضازمان بیرون آن وارد و چگونه آن را تغییر می‌دهد، و این تغییر چه تأثیری بر فرایندهای تابش از سیاهچاله دارد.

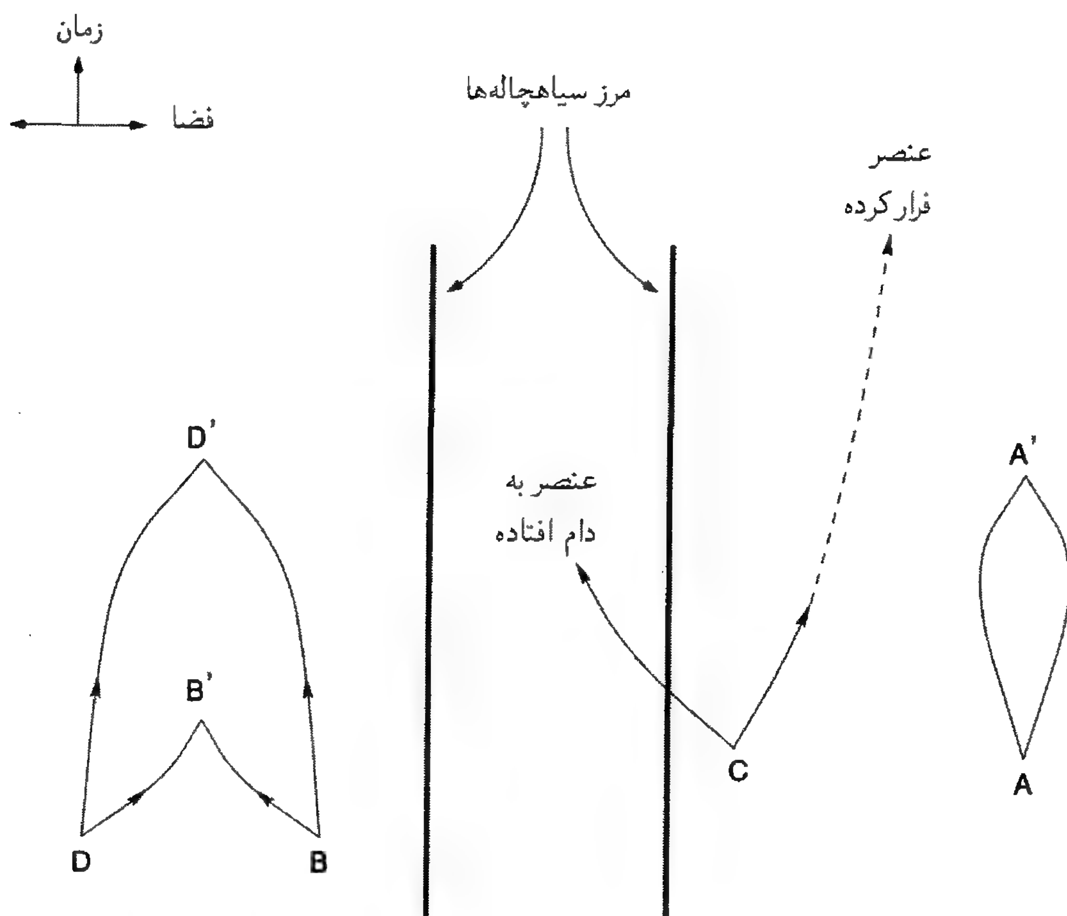
در اینجا از این ایده استفاده می‌کنیم که سیاهچاله‌های به جرم M ذراتی را با طیف گرمایی در دمای T گسیل می‌کند که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$kT = \frac{\hbar c^{۳}}{۸\pi GM} \sim ۱۰^{۲۶} M_{\rm g}^{-۱} \tag{۸۰.۶}$$

که $M_{\rm g} = M$ برحسب گرم است. گسیل ذرات از سیاهچاله باعث کاهش جرم با آهنگ زیر می‌شود

$$\frac{{\rm d}M_{\rm g}}{{\rm d}t} \sim -۱۰^{۲۶} M_{\rm g}^{-۲}{\rm s}^{-۱} \tag{۸۱.۶}$$

که منظور از $\sim$ ثابت عددی از مرتبهٔ ۱ است که در طرف راست ظاهر می‌شود تا گونه‌های مختلف ذرهٔ گسیل‌شده را به‌حساب آورد. اگر از (۸۱.۶) انتگرال بگیریم، درمی‌یابیم که تمام جرم سیاهچاله



شکل ۱۲.۶ خطوط پهن مرز یک سیاهچاله را مشخص می‌کنند. دو پیکان خروجی از نقطه‌های A، B، C، . . .تولید زوج درافت و خیزهای خلأ را نشان می‌دهند. اگر سیاهچاله‌ای وجود نداشت، زوجها به سادگی در نقطه‌های A'، B' نابود و ناپدید می‌شدند. سیاهچاله می‌تواند به‌صورت گزینشی فقط یکی از اعضای زوج را در C جذب و بگذارد تا دیگری فرار کند. ناظری در دور دست که این ذره را می‌بیند به این نتیجه می‌رسد که سیاهچاله این ذره را خلق کرده است. چون ذرات مجازی به‌وجود آمده می‌توانند انرژی منفی داشته باشند، سیاهچاله با جذب عضو با انرژی منفی بخشی از جرم خود را از دست می‌دهد. این ذره فراری حامل انرژی مثبت، گسیل انرژی از سیاهچاله را توصیف می‌کند. این اساس فرایند هاوکینگ است.

در زمان τ که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید به‌صورت تابش در می‌آید

$$\tau \sim ۳ \times ۱۰^{-۲۷} M_{\rm g}^{۳} {\rm s} \tag{۸۲.۶}$$

بنابراین، سیاهچاله‌ای که بلافاصله پس از مهبانگ با جرمی $۵ \times ۱۰^{۱۴}{\rm g} \sim$ به‌وجود آمده باشد تا امروز دوام می‌آورد.

فرایندی که در بالا توصیف شد در ابتدا، وقتی سیاهچاله سنگین و سرد است، به کندی صورت می‌گیرد. اما، با کم شدن M دمای T افزایش می‌یابد. و آهنگ اتلاف جرم زیاد می‌شود تا سرانجام

به سطح فاجعه‌آمیزی برسد. این مرحلهٔ نهایی را اغلب تبخیر و انفجار سیاهچاله می‌نامند. همان‌طور که در بالا دیدیم، سیاهچاله‌ای با جرم ستاره‌ای ($M_{\rm g} \ll ۱۰^{۳۳}$) مشکل می‌تواند در طول عمر عالم منفجر شود؛ و چون سیاهچاله‌هایی که در سناریوهای مختلف اخترفیزیکی در نظر گرفته می‌شوند دارای جرم لااقل $۲M_{\odot}$ هستند، فرایند هاوکینگ فقط به لحاظ علمی جالب توجه است.

به هر حال، سناریوهایی در عالم آغازین وجود دارد که می‌تواند به سیاهچاله‌های آغازین[1] (PBHs) با جرمهای بسیار کمتر از $M_{\odot}$ بینجامد. بی. کر[2] در سال ۱۹۷۵ نخستین کسی بود که این سیاهچاله‌ها را به تفصیل بررسی کرد. کر به‌منظور توجیه چگالی نوکلئون مشاهده‌شده فعلی و تابش زمینهٔ میکروموج گسیل باریونها، لپتونها، فوتونها، و غیره از سیاهچاله‌های با جرم کم، تشکیل و تبخیر PBHs را مطالعه کرد. این مفاهیم مبتنی بر حدس و گمان‌اند و به‌طور مناسب با سایر سناریوهای عالم نخستین (که آنها نیز به همین اندازه حدسی‌اند!) آمیخته نشده‌اند.

جنبهٔ جالب توجه این رهیافت آن است که PBHs به‌عنوان چشمه‌های ذارت مختلفی عمل می‌کنند که به‌گونه‌ای در عالم خلق شده‌اند. با این همه، فرض اینکه PBHs تبخیرشوندهٔ کنونی ممکن است فورانهای پرتو γ را توجیه کنند منطقی به نظر نمی‌رسد، زیرا طیف پرتوهای γ که در این فرایند گسیل می‌شود مانند طیف رویدادهای فوران مشاهده‌شده نیست.

هنوز چند نکته مبهم در سناریوی PBHs وجود دارد که باید روشن شود. در عمیقترین سطح باید بفهمیم که آنها اصلاً چگونه تشکیل می‌شوند، زیرا فرایند معمول رمبش گرانشی که گمان می‌رود به سیاهچاله‌های ستاره‌ای و پرجرمتر بینجامد در اینجا به‌کار نمی‌رود. سپس باید مفاهیم ترمودینامیک و مکانیک آماری را در فضازمان بسیار خمیده به‌کار ببریم تا به مفاهیم دما و طیف جسم سیاه معنی دقیق بدهیم فرمولهای (۸۰.۶) و (۸۱.۶) صرفاً از برونیابی سادهٔ فضازمان تخت ترمودینامیک استفاده می‌کنند (به بخش پایانی این فصل رجوع کنید که در آن این موضوع روشنتر شده است.) به‌علاوه، واکنش معکوس هنوز حل نشده است. سرانجام، در جبههٔ رصدی، این مفهوم عجیب هنوز در انتظار کاربرد مناسب در عالم واقعی است.

۷.۶ کیهان‌شناسی کوانتومی

در این فصل سرانجام پژوهشهای خود در تاریخ گذشتهٔ عالم را تا دورهٔ $t \sim ۱۰^{-۴۳}{\rm s}$ دنبال می‌کنیم. آیا اتکا به مدل مهبانگ استاندارد برای عالم تا این اندازه جوان موجه است؟ یک راه پاسخ به این پرسش جستجوی حدی است که نظریهٔ کلاسیک اعتبار خود را از دست می‌دهد و

1. primordial black holes (PBHs) 2. B. Carr

مکانیک کوانتومی وارد کار می‌شود. در فراتر از این حد نمی‌توانیم به نظریهٔ کلاسیک گرانی، یعنی نظریهٔ نسبیت، اعتماد کنیم.

نگاهی به اصل کنش (۱۰۳.۲) نشان می‌دهد که حد مورد نظر را می‌توان از مساوی قرار دادن کنش گرانشی

$$\mathcal{A}_{\mathrm{g}} = \frac{c^۳}{۱۶\pi G}\int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}\,\mathrm{d}^۴x \qquad (۸۳.۶)$$

با ثابت پلانک به‌دست آورد. برای $\mathcal{A}_{\mathrm{g}} \gg \hbar$ توان توصیف کلاسیک هندسهٔ فضازمان را به‌کار برد، در حالی که برای $\mathcal{A}_{\mathrm{g}} \ll \hbar$ توصیف کوانتومی کیهان‌شناسی اجتناب‌ناپذیر است. اما برای ارزیابی $\mathcal{A}_{\mathrm{g}}$ به $\mathcal{V}$، یعنی ۴ـحجم خمینهٔ فضازمان نیاز داریم.

در مدل مهبانگ $\mathcal{V}$ را حجم فضایی در نظر می‌گیریم که افق ذره در بر می‌گیرد و با گسترهٔ زمانی عالم مقید شده است. بنابراین، در هر عصر t برای $k = ۰$، $S \propto t^{۱/۲}$، افق ذره از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$rS = ۲ct$$

برای $S \propto t^{۱/۲}$، $R = ۰$ و در نتیجه $\mathcal{A}_{\mathrm{g}} = ۰$. اما، این بدین سبب رخ می‌دهد که اثر T^i_k در عالم اولیه صفر است. به‌عنوان یک برآورد مرتبهٔ بزرگی می‌توان در محاسبهٔ $\mathcal{A}_{\mathrm{g}}$ به‌جای R از $R^{\circ}_{\circ}$ استفاده کرد؛ $R^{\circ}_{\circ}$ ایده‌ای دربارهٔ چگونگی تغییر بخش هندسی کنش برحسب زمان به‌دست می‌دهد. برای $S \propto t^{۱/۲}$، $R^{\circ}_{\circ} = ۳/(۴c^۲t^۲)$. از این رو، تا عصر t داریم،

$$\mathcal{A}_{\mathrm{g}} \sim \frac{c^۴}{۱۶\pi G}\int_{۰}^{t} \frac{۳}{۴c^۲t_۱^۲}\,\frac{۴\pi}{۳}(۲ct_۱)^۳\mathrm{d}t_۱ = \frac{c^۳}{۴G}t^۲$$

با برابر قرار دادن $\mathcal{A}_{\mathrm{g}}$ و $\hbar$، به‌دست می‌آوریم

$$t = ۲t_{\mathrm{P}} = ۲\sqrt{\frac{G\hbar}{c^۵}} \cong ۱۰^{-۴۳}\mathrm{s} \qquad (۸۴.۶)$$

این گسترهٔ زمانی را زمان پلانک می‌نامند. هیچ بحث کلاسیک کیهان‌شناسی مهبانگ استاندارد را نمی‌توان تا دوره‌های $t < t_{\mathrm{P}}$ عقب برد. قبلاً در (۴۴.۶)، وقتی دما $E \sim ۱۰^{۱۹}\mathrm{GeV}$ بود با این دما مواجه شدیم. این انرژی، به‌طوری که از (۴۴.۶) برمی‌آید، برابر $\hbar/t_{\mathrm{P}}$ است.

بنابراین، بحثهای فعلی GUTs و کیهان‌شناسی ما را درست به عصر پلانک بردند. اینکه آیا عالم در واقع دارای یک تکینگی فضازمان در $t = ۰$ است را باید نه به کمک نسبیت عام کلاسیک

که با بهره‌گیری از یک نظریهٔ مناسب گرانی کوانتومی حل کرد. در حال حاضر هدف به‌دست آوردن یک نظریهٔ گرانی کوانتومی مؤثر بسیار دور به‌نظر می‌رسد. رهیافتهای مختلف به‌کار رفته در کوانتیده کردن گرانی در پاسخ به این پرسش که آیا عالم دارای یک عصر تکین بوده است توافق ندارند. یک رهیافت ساده پیشنهاد می‌کند که اگر افت‌وخیزهای کوانتومی عالمهای همگن و همسانگرد را در نظر بگیریم، به «احتمال زیاد» از تکینگی فضازمان اجتناب می‌شود. در اینجا احتمال به‌صورت کوانتومی مکانیکی است. در واقع، نتیجه را می‌توان به‌صورت کلیتری بیان کرد که مؤلف اثبات می‌کند، یعنی اگر کلیترین افت‌وخیزهای همدیس کوانتومی یک جواب کیهان‌شناختی تکین کلاسیک را در نظر بگیریم، به احتمال زیاد، تکینگی در این افت‌وخیزها موجود نخواهد بود.

۸.۶ نتیجه‌گیری

پیش از پایان بحث عالم اولیه، بحثی که در آن معلومات ناکافی خود را تا جایی که می‌توانستیم عقب بردیم، باید خواننده را از گشاده‌دستیهای خود از برونیابی مکانیک آماری معمولی به شرایط حدی آگاه سازیم. تی پادمانابان[1] و ام. ام. واسانتی[2] ابتدا به این جنبه از عالم نخستین در سال ۱۹۸۲ اشاره کردند. بنابراین پس از این آن را مسئلهٔ عدد کوچک می‌نامیم.

۱.۸.۶ مسئلهٔ عدد کوچک

در بحث عالم اولیه و نخستین، معمولاً دمایی نظیر انرژی متوسط در طی هر عصر معین عالم وجود دارد. بدین ترتیب دماها را در معادلهٔ (۶.۶) برحسب مگا یا گیگا الکترون ولت بیان کردیم. حال این موضوع وقتی با معنی است که اطمینان داشته باشیم ذرات در تعادل گرمایی هستند. برای حل این مسئله، از نتیجه‌های شناخته‌شدهٔ مکانیک آماری فضازمان تخت استفاده می‌کنیم. توجیه بهره‌گیری از فرمولهای فضازمان تخت در فضازمان بسیار خمیده از طریق اصل محکم هم‌ارزی صورت می‌گیرد. دربارهٔ این اصل در فصل ۲ بحث کردیم. برای اینکه بتوانیم آن را در حجم معین $\mathcal{V}$، مثلاً، از فضازمان، به‌کار بریم، بُعد خطی مشخصهٔ آن باید نسبت به شعاع خمیدگی فضازمان کوچک باشد. (یک مورد شبیه آن تقریب زمین‌ـمسطح است که برای اندازه‌های ناحیه‌ای برروی زمین صادق است که در مقایسه با شعاع زمین کوچک هستند.) هرچه ناحیه کوچکتر باشد تقریب فضازمان تخت با دقت بیشتری به‌کار می‌رود. با این همه، نمی‌توان $\mathcal{V}$ را به دلخواه کوچک گرفت، زیرا باید تعداد $\mathcal{N}$ بزرگی از ذرات را داشته باشیم تا بتوانیم آن را در فرمولهای مکانیک آماری به‌کار

1. T. Padmanabhan 2. M. M. Vasanthi

بریم. دو شرط متضاد وجود دارد، پس بگذارید ببینیم آیا آنها در عصرهای اولیهٔ عالم مهبانگ صادق هستند.

در عصر t، مؤلفهٔ نوعی تانسور خمیدگی برابر است با $R \sim (۱/c^۲t^۲)$ و بعد خطی مشخصهٔ نظیر آن که خمیدگی فضازمان را معین می‌کند ct است. اگر L اندازهٔ خطی مشخصهٔ منطقهٔ $\mathcal{V}$ ما باشد. باید داشته باشیم

$$L = \alpha ct, \qquad \alpha \ll ۱ \tag{۸۵.۶}$$

اکنون بگذاریم $\mathcal{N}$ را در ناحیه‌ای به‌اندازهٔ L محاسبه کنیم. با بهره‌گیری از فرمولهای فصل ۵، یعنی معادلهٔ (۲۴.۵)، مبتنی بر مکانیک آماری فضازمان-تخت در دماهای بالا، تعداد ذرات گونه‌های مختلف با عدد مؤثر حالتهای اسپین g را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= ۲{,}۴ \times \frac{g}{\pi^۲}\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^۳ \times \frac{۴\pi}{۳}L^۳ \\ &\sim g\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^۳ L^۳ \end{aligned} \tag{۸۶.۶}$$

دمای عالم اولیه T با معادله شبیه (۶.۶) به t مربوط می‌شود که می‌توان آن را برحسب زمان پلانک t_{P} تعریف شده در معادلهٔ (۸۴.۶) و دمای پلانک $T_{\text{P}} = \hbar/(kt_{\text{P}})$ به‌صورت زیر نوشت:

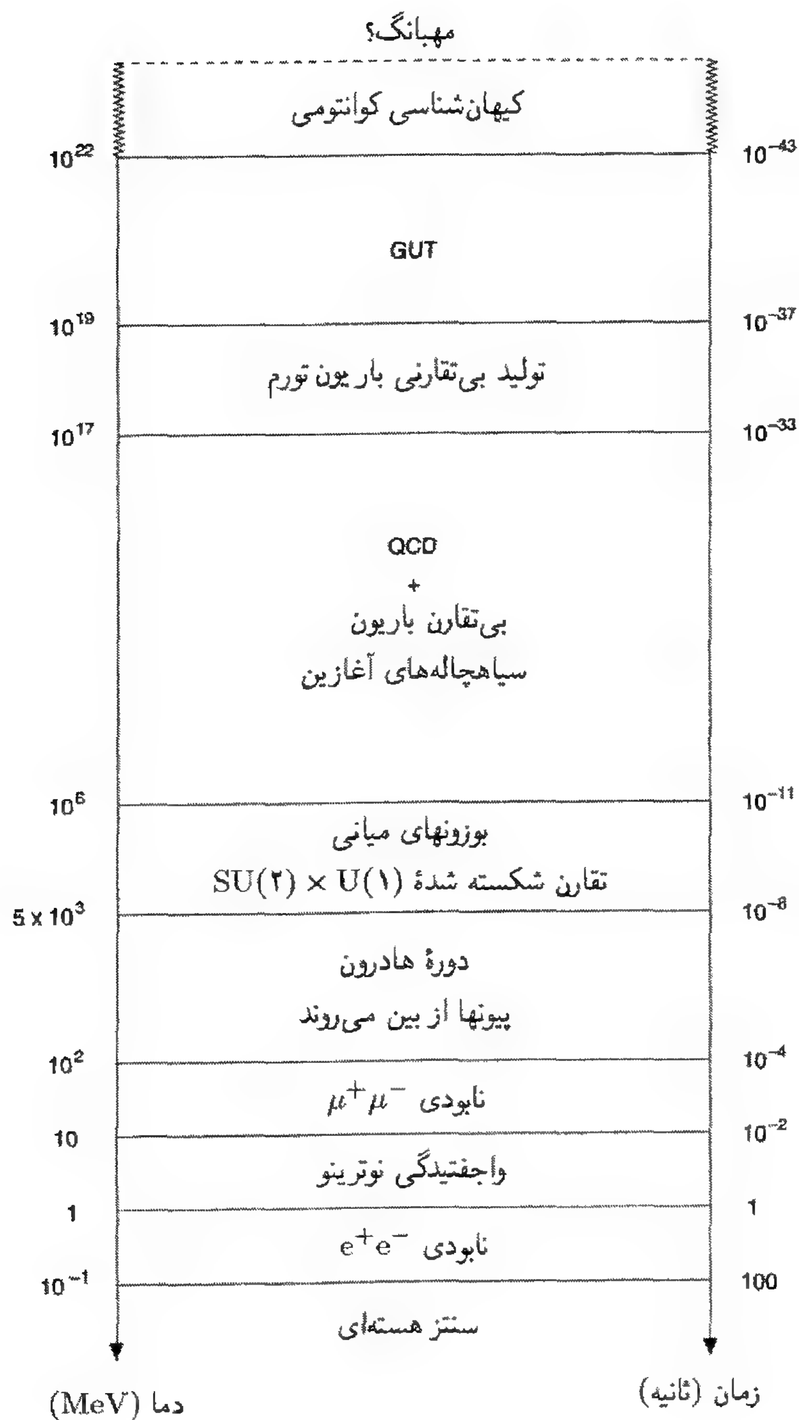
$$\begin{aligned} \mathcal{N} &\sim g\alpha^۳\left(\frac{۴۵}{۱۶\pi^۳ g}\right)^۳ \\ &\sim \frac{\alpha^۳}{۳۰\sqrt{g}}\left(\frac{T_{\text{p}}}{T}\right)^۳ \end{aligned} \tag{۸۷.۶}$$

توجه کنید که بجز در مواردی که T به اندازهٔ کافی کوچک باشد، شرط $\mathcal{N} \gg ۱$ را که برای کاربرد مکانیک آماری ضروری است به‌دست نمی‌آوریم. بگذارید فرض کنیم که T چقدر باید کم باشد.

در آزمونهای استاندارد منظومهٔ شمسی اثرهای خمیدگی با α به کوچکی $۱۰^{-۶} \sim$ را آشکار می‌سازیم. اگر از همین استاندارد استفاده کنیم، برای عصر GUT، با مثلاً $T = ۱۰^{۱۵}\text{GeV}$ و $g = ۱۰۰$ مقدار زیر را به‌دست می‌آوریم

$$\mathcal{N} = ۳ \times ۱۰^{-۹} \tag{۸۸.۶}$$

که عدد بزرگی نیست! حتی اگر ضابطهٔ فضازمان-تخت را به $\alpha = ۱۰^{-۳}$ تقلیل دهیم، $\mathcal{N} = ۳$ را به‌دست می‌آوریم. بدون شک، قانونهای مکانیک آماری را نمی‌توان حتی با این مقدار به‌کار برد!



شکل ۱۳.۶ محور زمان در نمودار بالا از عصر مهبانگ $t = ۰$ آغاز می‌شود. برهم‌کنشها و رویدادهایی که بر حالت عالم حاکم‌اند در بخشهای دمای مربوطه نشان داده شده‌اند. باید به‌خاطر داشته باشیم که افزایش دما با رابطهٔ (۶.۶) به کاهش زمان مربوط می‌شود. با این همه، در دورهٔ هادرون معادلهٔ حالت ماده پیچیده است به‌طوری که (۶.۶) به‌کار نمی‌رود.

اگر برای این مقدار α، بخواهیم N به‌صورت قابل ملاحظه‌ای زیاد شود، به دماهای T بسیار کمتر از $10^{15}\mathrm{GeV}$ نیاز داریم. بنابراین، مگر در مواردی که از مکانیک آماری دقیق فضازمان-خمیده استفاده کنیم (که تاکنون برای استفاده در کیهان‌شناسی توسعه نیافته است)، مطالعات آماری برهم‌کنشهای ذرات این فصل مجاز نیستند. برعکس، می‌توانیم خود را قانع کنیم که محاسبات فصل قبل در دماهای به‌اندازهٔ کافی انجام گرفتند تا بتوانیم از مکانیک آماری فضازمان-تخت استفاده کنیم.

شاید مکانیک آماری دقیق فضازمان-خمیده سرانجام گامهایی را که تأیید کند که در این فصل توصیف کردیم. تا زمانی که این کار ممکن شود باید مفهوم دما و تعادل گرمایی در عالم با سن کمتر از 10^{-36} را فرضی اضافی در نظر بگیریم که باید توجیه شود.

شکل ۱۳.۶ نموداری کلی از رویدادهای عالم اولیه را نشان می‌دهد که از این فرضها به‌دست آمده است. بررسی بعدی ما تشکیل ساختارهای گسسته را در عالم به مسئله شکل‌گیری نظریه‌ای موفق مربوط می‌سازد که با «بذرهای» افت‌وخیزهای موضعی در عالم نخستین آغاز می‌شود و به‌صورت کهکشانها، خوشه‌ها، اَبَرخوشه‌ها و غیره در می‌آید.

تمرینها

۱. بگویید منظور از این مطلب که «عالم اولیه شتابگر انرژی زیاد فقراست» چیست.

۲. جرم و دمای سطح خورشید را در یک کتاب درسی نجوم پیدا و آنها را برحسب MeV بیان کنید.

۳. بگویید چرا گیگا الکترون ولت یکای مناسبی برای توصیف جرمها و دماهای عالم اولیه است.

۴. با قرار دادن ثابتهای بنیادی مختلف در (۵.۶) ضریب عددی رابطهٔ (۶.۶) را به‌دست آورید.

۵. با فرض اینکه عالم فقط حاوی ذرات (و نیز پادذرات کوارکها و لپتونهای) فهرست‌شده در جدول ۱.۶ باشد، عامل g را از (۳.۶) برآورد کنید.

۶. با استدلالهای کیفی برمبنای تعادل ترمودینامیکی و بقای گونه‌های مختلف ذرات در برهم‌کنشهای مختلف بگویید چرا انتظار داریم هادرونها گونه‌های با کمترین فراوانی در عالم باشند.

۷. استدلالهای تمرین ۶ را برای برآورد تقریبی نسبت باریونها به فوتونها در عصر حاضر به‌کار ببرید. دربارهٔ کوچکی این نسبت اظهارنظر کنید.

۸. کوچک بودن نسبت تمرین ۷ را به‌شدتهای برهم‌کنشهای گرانشی و قوی ربط دهید. ثابت گرانشی چقدر باید بزرگتر باشد تا مقدار محاسبه‌شدهٔ N_A/N_γ به‌اندازهٔ مقدار مشاهده شده شود؟

۹. نشان دهید که در نظریه‌ای با تقارن $SU(n)$ تعداد «بارها» برابر $n^{2} - 1$ خواهد بود. تعداد بوزونهای مربوطه در این نظریه چیست؟

۱۰. نتیجهٔ کلی تمرین ۹ را با مثالهای خاص نظریه‌های فیزیکی با ۵ و $n = 2, 3$ نشان دهید.

۱۱. مؤلفه‌های جریان خنثی و جریان باردار برهم‌کنش الکتروضعیف را از هم تمیز دهید. مثالهایی از هر کدام بیاورید.

۱۲. نشان دهید چگونه می‌توان باریونها را با تبدیلهای مناسب در نسخهٔ $SU(5)$ از GUTs خلق و نابود کرد. نشان دهید چگونه پروتون می‌تواند واپپاشد، و بگویید در این رویداد کدام محصولات واپاشی تولید می‌شوند.

۱۳. یک تجربه آزمایشگاهی برای اثبات وجود بوزونهای X را شرح دهید. چرا نمی‌توان این بوزونها را مستقیماً در یک شتابگر با انرژی زیاد تولید کرد؟

۱۴. بگویید چگونه عالم داغ می‌تواند یک زمینهٔ آزمون برای پیش‌بینی‌های GUTs باشد.

۱۵. با استدلال کیفی نشان دهید که اضافه باریون چگونه می‌تواند در عالم اولیه تولید شده باشد.

۱۶. برای بوزونهای X مقیاس زمانی زیر را برآورد کنید

$$\tau \sim \frac{\hbar}{m_X c^{2}}$$

۱۷. بگویید چرا مسئله‌های تخت بودن و افق با کوشش در جهت تثبیت شرایط اولیه در دوره‌های زودتر و زودتر جدیتر می‌شود.

۱۸. با دلیلهای اخترفیزیکی نشان دهید چرا انتظار نداریم که اکنون تک‌قطبی‌های مغناطیسی آزاد به مقدار زیاد داشته باشیم.

۱۹. در مدل تورمی گوث فرض کنید $\lambda(t_0)$ آهنگ تشکیل حبابها در ویژه حجم معین و $p(t)$ احتمال آن باشد که هیچ حبابی نقطه معینی از فضا را احاطه نکرده باشد. نشان دهید که

$$p(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t_1) S^{3}(t_1) V(t, t_1) \mathrm{d}t_1\right)$$

که در آن

$$V(t, t_1) = \frac{4\pi}{3}\left(\int_{t_1}^{t} \frac{c\,\mathrm{d}t_2}{S(t_2)}\right)^{3}$$

۲۰. اگر آهنگ هسته‌زایی را بتوان با ثابت λ_0 در تمرین ۱۹ بیان کرد، نشان دهید

$$p(t) = \text{const.} \times \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

که $\tau = ۳a^۳/(۴\pi\lambda_۰)$.

۲۱. نشان دهید که در مورد کلمن-واینبرگ، تحول ϕ در مدت گسترش آرام تقریباً از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\ddot{\phi} + ۳a\dot{\phi} + V'(\varphi) = ۰$$

که می‌توان $\ddot{\phi}$ را نادیده گرفت و $a = ۲۵\pi\alpha^۲ G\sigma^۴/(۲۴c^۲)$.

۲۲. نشان دهید حتی اگر بتوان گفت که چرا تغییر Ω در این عصر $\Delta\Omega = O(۱)$ است، عصر آینده دارای $\Delta\Omega$ بزرگتر و بزرگتر خواهد بود.

۲۳. دمای یک سیاهچالهٔ کروی با جرم برابر (الف) جرم پروتون، (ب) یک تن، (ج) زمین، (د) خورشید، و (ه) ستاره‌ای به جرم $۱۰M_\odot$ را برحسب کلوین محاسبه کنید.

۲۴. با قرار دادن مقدارهای $\hbar$، c، G و k نتیجه‌های (۸۰.۶) و (۸۱.۶) را ثابت کنید.

۲۵. زمان τ را که سیاهچاله‌ای به جرم M تحت تابش خودش دوام می‌آورد برحسب ثابتهای بنیادی بیان کنید.

۲۶. با در نظر گرفتن $k = ۰$، $S \propto t^{۱/۲}$ در عالم اولیه، اندازهٔ افق ذره را محاسبه کنید. با مساوی قرار دادن این مقدار با شعاع شوارتس‌شیلد یک سیاهچاله، جرم M آن را به‌دست آورید. نشان دهید که جرم از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$M = \frac{c^۳ t}{G}$$

۲۷. بگویید چگونه سیاهچاله‌های آغازین می‌توانستند چشمه‌های ذرات و تابشی باشند که اکنون در عالم وجود دارد.

۲۸. $A_{\rm g}(t)$ برای مدل فریدمان بسته را با مقدارهای معین $q_۰$ و $h_۰$ محاسبه کنید. بازهٔ زمانی را $(۰, t)$ و گستره فضا را تمام فضا (کروی) در نظر بگیرید. عصری را که در آن $A_{\rm g} = \hbar$ است تخمین بزنید. چرا پاسخی متفاوت از $t_{\rm P}$ به‌دست می‌آورید؟

۲۹. طول پلانک مربوط به گرانی را به طول کامپتون پروتون و عامل شدت $\alpha_{\rm G}$ در (۳۵.۶) ربط دهید. نشان دهید که در عصر پلانک شعاع شوارتس‌شیلد سیاهچالهٔ آغازین که افق ذره را پر می‌کند. از مرتبهٔ طول موج کامپتون سیاهچاله است.

۳۰. در مورد حدی که می‌توان نسبیت عام را در بحث عالم اولیه تا آن جلو برد اظهار نظر کنید.



تشکیل ساختارهای بزرگ‌ـمقیاس در عالم

۱.۷ مسئله‌ای کلیدی در کیهان‌شناسی

فصل ۵ روایت موفقیت مدل مهبانگ داغ، چگونگی ترکیب ذرات و تشکیل هسته‌های سبک در دماهای $۱۰^{۸}$ـ$۱۰^{۱۰}$K، و این موضوع بود که چگونه بقایای مهبانگ امروز به‌صورت تابش زمینهٔ ریزموج مشاهده می‌شود. با پشت‌گرمی به این موفقیتها، کیهان‌شناسان مهبانگ پژوهشهای خود را به زمانهای گذشته بردند تا به عصر ذرات بسیار پرانرژی برسند. این پژوهشها، که رئوس مطالب آن در فصل ۶ بیان شد، کیهان‌شناسان را در تماس با نظریه‌پردازان ذرات بسیار پرانرژی قرار داد، و به ورودیهای جدید در کیهان‌شناسی کلاسیک مانند تورم، ناپایستگی باریونها و غیره انجامید.

اگرچه این پژوهشها هیجان‌انگیزند، اما نباید این واقعیت را از نظر دور داشت که کیهان‌شناسی شاخه‌ای از فیزیک است، و بدین لحاظ برای حمایت از این حدسها به حقایق محکم نیاز دارد. یک واقعیت قوی وجود ساختارهای گسسته در عالم است که گسترهٔ آنها از کهکشانها تا اَبَرخوشه‌ها تغییر می‌کند. چگونه این ساختارها به‌وجود آمده‌اند؟ چرا به‌صورت ناهمگن توزیع شده‌اند، و چرا همتای تابشی آنها چنین هموار است؟ این مسئله‌های کلیدی کیهان‌شناسی حتماً باید راه‌حلی داشته باشند

که در تاریخ اولیهٔ عالم نهفته است.

در این فصل برخی ازکوششهای انجام‌شده در جهت دست‌یافتن به این راه‌حل را مرور می‌کنیم. اگر سناریوی مهبانگ صحیح باشد باید حاوی راه‌حلی برای بعضی یا تمام عصرهای زیر باشد.

۱. عصر پلانک؛

۲. عصر تورم/GUTs؛

۳. عصر آخرین پراکندگی که در آن تابش از ماده واجفتید؛

۴. عصری که عالم از سیطرهٔ تابش به سیطرهٔ ماده منتقل شد؛

۵. عصر انتقال به سرخ در حدود ۵ هنگامی که QSQs احتمالاً شروع به تشکیل شدن کردند (این عصر اخیر با این مشاهده تثبیت می‌شود که تعداد این اجسام گسسته با نزدیک شدن به انتقال به سرخهای از این مرتبه به‌تدریج کم می‌شود)؛

۶. عصر حاضر، که سلسله مراتبی از ساختارها را در اختیارمان می‌گذارد که در آن حفره‌ها نیز نقش دارند، همین‌طور حرکت عجیبی که بر انبساط عالم نهاده می‌شود؛ و همین‌طور

۷. نقش مادهٔ تاریک، باریونی و نیز غیرباریونی.

بررسیهایی که همهٔ این عصرها را در نظر می‌گیرند طبعاً بسیار گسترده‌اند و مقاله‌های مروری مفصل و کتابهای زیادی دربارهٔ تشکیل ساختار نوشته شده است. در این شرح مقدماتی طبعاً نمی‌توانیم حق مطلب را دربارهٔ این موضوع با جزئیات آن ادا کنیم، ولی در اینجا تصویری کلی از رئوس مطالب کوششهای انجام‌شده در این زمینه ارائه می‌کنیم.

استراتژی در این مورد در نظرگرفتن افت‌وخیزهای کوچک چگالی در دوره‌های اولیهٔ (۱) و (۲) و بررسی رشد آنها در دوره‌های متوالی بعدی است. چون فیزیک عالم به‌شدت تغییر می‌کند، روش به‌دست آوردن جوابها نیز متغیر است. ابتدا دوره‌های (۳) و (۴) رو به جلو را در نظر می‌گیریم که به‌لحاظ تاریخی در ابتدا مورد بررسی قرار گرفتند و شامل بخشهایی از کیهان‌شناسی است که در مورد آنها اطمینان بیشتری وجود دارد.

۲.۷ جرم جینز در عالم در حال انبساط

در سال ۱۹۰۲، سر جیمز جینز[1] (شکل ۱.۷) مسئله تشکیل کهکشانها در عالم را فرایندی در نظر گرفت که در آن تأثیر متقابل جاذبهٔ گرانشی و نیروی فشار وارد بر توده‌ای از شاره غیرنسبیتی دخیل بود. جینز از فیزیک نیوتونی استفاده کرد و عالم را ایستا در نظر گرفت. به هر حال، ایدهٔ او را می‌توان طوری تغییر داد که، لااقل بخشی از آن، برای مسئلهٔ ما مناسب باشد.

1. James Jeans



شکل ۱.۷ جیمز جینز (۱۹۴۶ـ ۱۸۷۷).

۱.۲.۷ معادله‌های بنیادی

فرض کنید که عالم پر از شاره‌ای با چگالی ρ، فشار p، میدان سرعت v و میدان نیروی گرانشی $\mathbf{F}$ است. فرض می‌کنیم که فیزیک نیوتونی علاوه بر دینامیک شاره‌ها برای گرانی نیز معتبر است. بنابراین، معادله پیوستگی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = ۰ \qquad (۱.۷)$$

و معادلهٔ اویلر

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{۱}{\rho}\nabla p = \mathbf{F} \qquad (۲.۷)$$

برای حرکت شاره معتبر است، در حالی که معادله پواسون برای $\mathbf{F}$ به‌کار می‌رود:

$$\nabla \times \mathbf{F} = ۰ \qquad \nabla \cdot \mathbf{F} = -۴\pi G\rho \qquad (۳.۷)$$

در وضعیت بدون اختلال همگنی و همسانگردی، همان‌طور که متن کیهان‌شناسی نیوتونی در فصل ۳ و ۴ گفتیم جواب سادهٔ زیر را برای معادله‌های بالا به‌دست می‌آوریم

$$p = \circ, \qquad \rho \propto \frac{۱}{S^{۳}(t)}, \qquad \mathbf{v} = \mathbf{r}\frac{\dot{S}(t)}{S(t)} \tag{۴.۷}$$

$$\mathbf{F} = -\frac{۴\pi G\rho}{۳}\mathbf{r} \tag{۵.۷}$$

عامل مقیاس $S(t)$ در معادلهٔ دیفرانسیل زیر صدق می‌کند

$$\frac{\ddot{S}}{S} = -\frac{۴\pi G\rho}{۳} \tag{۶.۷}$$

اکنون اختلالهای این جواب ساده را در نظر می‌گیریم. هدف ما از این کار مشاهدهٔ این موضوع است که آیا اندازهٔ کپه‌ای بودن اولیه براثر ناپایداری گرانشی رشد می‌کند. بنابراین، تغییرات کوچک ρ، $\mathbf{v}$، $\mathbf{F}$ و p در جواب بالا را در نظر می‌گیریم، و آنها را به‌ترتیب با $\rho_۱$، $\mathbf{v}_۱$، $\mathbf{F}_۱$ و $p_۱$ نشان می‌دهیم. برای شروع، این اختلالها را کوچک در نظر می‌گیریم، به‌طوری که معادله‌ها را بتوان خطی کرد. معادله‌های خطی به‌صورت زیر در می‌آیند

$$\dot{\rho}_۱ + \frac{\dot{S}(t)}{S(t)}(\mathbf{r}\cdot\nabla)\rho_۱ + ۳\frac{\dot{S}(t)}{S(t)}\rho_۱ + \rho\nabla\cdot\mathbf{v}_۱ = \circ, \tag{۷.۷}$$

$$\dot{\mathbf{v}}_۱ + \frac{\dot{S}(t)}{S(t)}[(\mathbf{r}\cdot\nabla)\mathbf{v}_۱ + \mathbf{v}_۱] + \frac{۱}{\rho}\nabla p_۱ - \mathbf{F}_۱ = \circ, \tag{۸.۷}$$

$$\nabla\times\mathbf{F}_۱ = \circ, \qquad \nabla\cdot\mathbf{F}_۱ = -۴\pi G\rho_۱ \tag{۹.۷}$$

همین‌طور، برای افت‌وخیزهای بی‌دررو داریم

$$p_۱ = c_{\mathrm{s}}^{۲}\rho_۱ \tag{۱۰.۷}$$

که c_{s}، سرعت صوت $(c_{\mathrm{s}} = \sqrt{\mathrm{d}p_۱/\mathrm{d}\rho_۱})$ است.

به‌راحتی می‌توان دید که (۷.۷) تا (۹.۷) دارای جوابهای موج تخت به‌صورت زیر هستند:

$$\rho_۱(\mathbf{r},t) = \bar{\rho}_۱(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi}, \qquad \mathbf{v}_۱(\mathbf{r},t) = \bar{\mathbf{v}}_۱(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi} \tag{۱۱.۷}$$

با

$$\chi = \frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}}{S(t)} \tag{۱۲.۷}$$

و

$$\dot{\bar{\rho}}_۱ + \frac{۳\dot{S}}{S}\rho_۱ + \frac{\mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\bar{\mathbf{v}}_۱}{S}\rho = ۰, \qquad (۱۳.۷)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{v}}}_۱ + \frac{\dot{S}}{S}\bar{\mathbf{v}}_۱ + \frac{\mathrm{i}c_\mathrm{s}^۲}{S\rho}\mathbf{k}\bar{\rho}_۱ - \bar{\mathbf{F}}_۱ = ۰, \qquad (۱۴.۷)$$

$$\mathbf{k}\times\bar{\mathbf{F}}_۱ = ۰, \qquad \mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\bar{\mathbf{F}}_۱ = -۴\pi G\bar{\rho}_۱ S \qquad (۱۵.۷)$$

اکنون بهتر است که $\bar{\mathbf{v}}_۱$ را به دو مؤلفهٔ در امتداد و عمود بر بردار موج $\mathbf{k}$ تجزیه کنیم. بنابراین، می‌نویسیم

$$\bar{\mathbf{v}}_۱ = \frac{\mathbf{k}\cdot\bar{\mathbf{v}}_۱}{k^۲}\mathbf{k} + \frac{\mathbf{k}\times(\bar{\mathbf{v}}_۱\times\mathbf{k})}{k^۲} \qquad (۱۶.۷)$$

$$= \mathbf{v}_{\|} + \mathbf{v}_{\perp}$$

با در نظر گرفتن ضرب برداری (۱۴.۷) و $\mathbf{k}$ به‌دست می‌آوریم

$$\left(\dot{\bar{\mathbf{v}}}_۱ + \frac{\dot{S}}{S}\,\bar{\mathbf{v}}_۱\right)\times\mathbf{k} = ۰$$

که از آن تعریف ما از $\mathbf{v}_\perp$ به رابطهٔ زیر می‌انجامد

$$\mathbf{v}_\perp S = \mathrm{const.} \qquad (۱۷.۷)$$

از این رو، مدل عرضی (یا دورانی) در عالم در حال انبساط تمایل به کاهش دارد. مُد موازی با $\mathbf{k}$ چه می‌شود؟ با در نظر گرفتن حاصلضرب نرده‌ای (۱۴.۷) و $\mathbf{k}$ رابطهٔ زیر را به‌دست می‌آوریم

$$\dot{v}_{\|} + \frac{\dot{S}}{S}v_{\|} + \frac{\mathrm{i}}{k}\left(\frac{c_\mathrm{s}^۲k^۲}{S} - ۴\pi GS\right)\frac{\bar{\rho}_۱}{\rho} = ۰ \qquad (۱۸.۷)$$

اکنون پارامتر تضاد چگالی را تعریف می‌کنیم

$$\delta = \frac{\bar{\rho}_۱}{\rho} \qquad (۱۹.۷)$$

سپس، چون $\rho \propto S^{-3}$، از (۱۳.۷) به‌دست می‌آوریم

$$\dot{\delta} = -\frac{\mathrm{i}k}{S} v_{\parallel} \tag{۲۰.۷}$$

با حذف $v_{\parallel}$ بین (۱۸.۷) و (۲۰.۷)، به‌دست می‌آوریم

$$\ddot{\delta} + \frac{2\dot{S}}{S}\dot{\delta} + \left(\frac{c_s^2 k^2}{S^2} - 4\pi G\rho\right)\delta = 0 \tag{۲۱.۷}$$

این معادله‌ای است که نشان می‌دهد چگونه ناپایداری گرانشی به رشد چگالشهایی در عالم در حال انبساط می‌انجامد.

ابتدا (۲۱.۷) را در تقریب شبه‌ایستا در نظر می‌گیریم، که در آن انبساط عالم نادیده گرفته می‌شود. از این رو، داریم $S = \mathrm{const.}$ و $\dot{S}/S = 0$. این موضوع ما را به محاسبهٔ اولیهٔ جینز از عالم ایستا می‌برد. $K = k/S$ را عدد موج مؤثر برای جواب (۱۱.۷) و (۱۲.۷) تعریف می‌کنیم و مقدار

$$K_{\mathrm{J}} = \left(\frac{4\pi G\rho}{c_s^2}\right)^{1/2} \tag{۲۲.۷}$$

را عدد موج جینز می‌نامیم. اکنون معادلهٔ (۲۱.۷) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\ddot{\delta} + c_s^2(K^2 - K_{\mathrm{J}}^2)\delta = 0 \tag{۲۳.۷}$$

در این تقریب به‌راحتی دیده می‌شود که (۲۳.۷) دارای جوابهای سینوسی (یعنی نوسانی) برای $K > K_{\mathrm{J}}$ و جوابهای نمایی (یعنی فزاینده و میرا) به‌ازای $K < K_{\mathrm{J}}$ است. اگر بنویسیم

$$\delta \propto \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \tag{۲۴.۷}$$

خواهیم داشت

$$\omega^2 = c_s^2(K^2 - K_{\mathrm{J}}^2) \tag{۲۵.۷}$$

ابتدا توجه کنید که برای $K < K_{\mathrm{J}}$ آهنگ رشد $|\omega|$ وقتی $K = 0$ باشد بیشینه و برابر است با

$$|\omega|_{\max} = c_s K_{\mathrm{J}} \tag{۲۶.۷}$$

به هر حال، آهنگ انبساط عالم، که تاکنون آن را نادیده گرفته‌ایم، نیز در این حدود است. زیرا، از معادله‌های اینشتین (برای کیهان‌شناسی $k = 0$) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{8\pi G\rho}{3}$$

یعنی،

$$\frac{\dot{S}}{S} = \left(\frac{۲}{۳}\right)^{۱/۲} K_{\mathrm{J}} c_{\mathrm{s}} \qquad (۲۷.۷)$$

بنابراین، به‌طور قانونی نمی‌توانیم انبساط عالم در مسئلهٔ کنونی را نادیده بگیریم.

با وجود این، چیز مفیدی را در این تحلیل حفظ می‌کنیم. اگر در (۲۵.۷) بگذاریم $K \gg K_{\mathrm{J}}$ آشفتگیهای سینوسی به‌دست می‌آوریم که رشد نمی‌کنند بلکه به سادگی مانند امواج صوتی منتشر می‌شوند. این به چه معناست؟ برای درک مفهوم $K \gg K_{\mathrm{J}}$، جرم زیر را تعریف کنید

$$M = \frac{۴\pi n m_{\mathrm{H}}}{۳} \left(\frac{۲\pi}{K}\right)^{۳} \qquad (۲۸.۷)$$

M جرم کره‌ای به شعاع $۲\pi/K$ است که حاوی اتمهای هیدروژن هر یک به جرم m_{H} با چگالی عددی n است. با انبساط عالم، n به‌صورت $S^{-۳}$ و در نتیجه K به‌صورت $S^{-۱}$ کاهش می‌یابد. بنابراین، M ناوردا باقی می‌ماند. با در نظر گرفتن $\rho \approx n m_{\mathrm{H}}$ برای زمان حال، می‌بینیم که انرژی گرانشی این کره برابر است با

$$\mathcal{E}_{\mathrm{G}} \approx \frac{GM^{۲}}{۲\pi/K} \approx \frac{۱۶\pi^{۲} G \rho^{۲}}{۹} \left(\frac{۲\pi}{K}\right)^{۵}.$$

از طرف دیگر، انرژی گرمایی این کره برابر است با

$$\mathcal{E}_{\mathrm{th}} = \frac{۴\pi}{۳} \rho c_{\mathrm{s}}^{۲} \left(\frac{۲\pi}{K}\right)^{۳}$$

با مقایسهٔ دو عبارت بالا، می‌بینیم که

$$K \gg K_{\mathrm{J}} \Rightarrow \mathcal{E}_{\mathrm{th}} \gg \mathcal{E}_{\mathrm{G}} \qquad (۲۹.۷)$$

به‌علاوه، $K \gg K_{\mathrm{J}}$ می‌دهد

$$|\omega| \gg \frac{\dot{S}}{S} \qquad (۳۰.۷)$$

از این رو، در تقریب موج صوتی نیروهای گرانشی و انبساط عالم را می‌توان نادیده گرفت. بهتر است شرط $K \gg K_{\mathrm{J}}$ را به‌صورت زیر بیان کنیم

$$M \ll \frac{۴\pi n m_{\mathrm{H}}}{۳} \left(\frac{۲\pi}{K_{\mathrm{J}}}\right)^{۳} \equiv M_{\mathrm{J}} \qquad (۳۱.۷)$$

که $M_{\rm J}$ جرم جینز نامیده می‌شود. بنابراین، نتیجهٔ بالا نشان می‌دهد فقط آشفتگیهایی امکان رشد دارند که جرم آنها از جرم $M_{\rm J}$ جینز تجاوز کند. برای این کره‌ها نیروی گرانشی می‌تواند بر نیروی گرمایی غلبه کند و به تراکم کره و در نتیجه ناپایداری گرانشی بینجامد.

۲.۲.۷ تحول جرم جینز

بگذارید تغییرات $M_{\rm J}$ را با گذار عالم از مرحله‌های مختلف دنبال کنیم، کار را از عصری آغاز می‌کنیم که $\rm e^+$ و $\rm e^-$ نابود شدند (نگاه کنید به فصل ۵) با یک تقریب خوب می‌توان فرض کرد تا زمانی که الکترونها با پروتونها ترکیب شدند و اتمهای هیدروژن را به‌وجود آوردند، عالم عمدتاً از هیدروژنهای یونیدهٔ غیرنسبیتی در تعادل گرمایی با تابش جسم سیاه با دمای T تشکیل شده بود. در این دوره می‌توان فشار و آنتروپی ماده را در مقایسه با تابش نادیده گرفت. بنابراین، چگالی، فشار و چگالی آنتروپی به‌صورت زیر است:

$$\rho = nm_{\rm H} + \frac{aT^{۴}}{c^{۲}} \tag{۳۲.۷}$$

$$p = \frac{۱}{۳}aT^{۴}, \tag{۳۳.۷}$$

$$s = \frac{۴}{۳}aT^{۳} \tag{۳۴.۷}$$

در تغییر آنتروپی بی‌دررو حجم همراه ثابت است، به‌طوری که $s/n = \text{const.}$ از این رو، برای ارزیابی $c_{\rm s}^{۲}$ باید $\mathrm{d}p/\mathrm{d}\rho$ را در s/n ثابت محاسبه کنیم. یک محاسبهٔ ساده می‌دهد

$$c_{\rm s}^{۲} = \frac{۱}{۳}\cdot\left(\frac{Ts}{c^{۲}nm_{\rm H} + Ts}\right)c^{۲} \tag{۳۵.۷}$$

در ارزیابی جرم جینز از (۳۱.۷) اگر به‌جای ρ در (۲۲.۷) بگذاریم $\rho + p/c^{۲}$، هیچ نتیجه‌گیری (که در هر صورت فقط در حدود مرتبهٔ بزرگی است!) تغییر نمی‌کند. یک محاسبهٔ ساده می‌دهد

$$M_{\rm J} = \frac{۲\pi^{۵/۲}s^{۲}}{۹a^{۱/۲}n^{۲}m_{\rm H}^{۲}G^{۳/۲}}\left(۱ + \frac{Ts}{nm_{\rm H}c^{۲}}\right)^{-۳} \tag{۳۶.۷}$$

بهتر است که از آنتروپی ویژه استفاده کنیم

$$\sigma = \frac{s}{kn}, \qquad k = \text{ثابت بولتزمن} \tag{۳۷.۷}$$

پس

$$M_{\rm J} = \frac{2\pi^{5/2}\sigma^2/k^2}{9a^{1/2}G^{3/2}m_{\rm H}^2}\left(1+\frac{\sigma kT}{m_{\rm H}c^2}\right)^{-3} \tag{۳۸.۷}$$

با افت دما به $\sim 3000{\rm K}$ باز ترکیب الکترونها با هیدروژن یونیده تقریباً کامل است. این با اسم بی‌مسما یا عصر آخرین پراکندگی است. اگر دمای زمینهٔ فعلی را ۲٫۷K بگیریم، عصر بازترکیب تقریباً نظیر با انتقال به سرخ در گسترهٔ ۱۵۰۰ـ۱۰۰۰ $\sim z$ است. در هر برآورد عددی $z_{\rm dec} = 1000$ را انتقال به سرخ در آخرین پراکندگی در نظر می‌گیریم که در آن ماده از تابش واجفتید.

پس از عصر بازترکیب، فشار تابش بی‌اهمیت می‌شود و گاز (اتمهای H) رفتاری را پیدا می‌کند که از گاز تک‌اتمی انتظار می‌رود: با $\gamma = \frac{5}{3}$ و

$$\rho = nm_{\rm H} + \frac{3}{2}\,\frac{nkT}{c^2}, \tag{۳۹.۷}$$

$$p = nkT, \tag{۴۰.۷}$$

$$c_{\rm s}^2 = \frac{5}{3}\,\frac{kT}{m_{\rm H}} \tag{۴۱.۷}$$

جرم جینز به‌صورت زیر درمی‌آید

$$M_{\rm J} = 4\left(\frac{\pi}{3}\right)^{3/2}\left(\frac{5kT}{G}\right)^{3/2} n^{-1/2}m_{\rm H}^{-2} \tag{۴۲.۷}$$

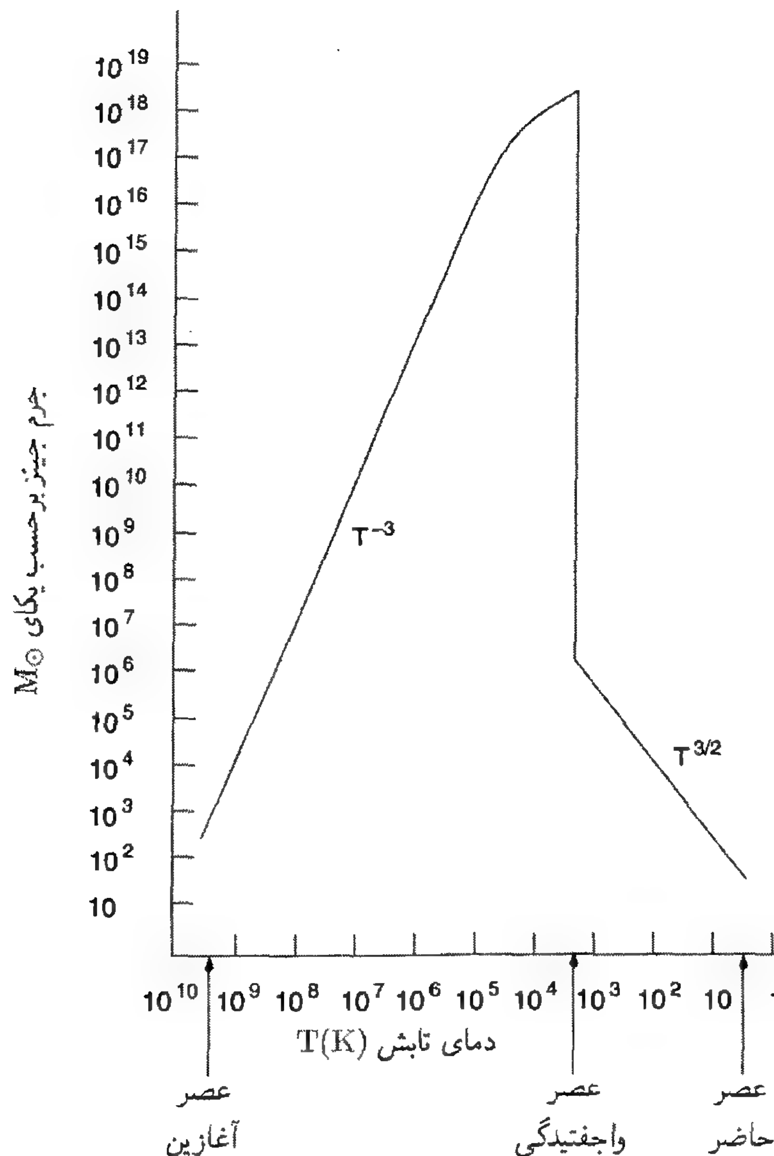
درست پس از واجفتیدگی، دمای ماده با دمای تابش برابر است. از این‌رو می‌توان با بهره‌گیری از (۳۴.۷) جواب بالا را برحسب σ بیان کرد:

$$M_{\rm J} = \frac{2\pi^{5/2}5^{3/2}k^2\sigma^{1/2}}{9a^{1/2}G^{3/2}m_{\rm H}^2} \tag{۴۳.۷}$$

دمای ماده پس از آن چگونه فرو می‌افتد؟ در فصل ۴ دیدیم که حرکتهای کاتوره‌ای به‌صورت S^{-1} کاهش می‌یابد، بنابراین در این عصر غیرنسبیتی این دما به‌صورت S^{-2} کم می‌شود. از این رو، با شروع از (۴۳.۷)، در واجفتیدگی، $M_{\rm J}$ طبق (۴۲.۷) فرو می‌افتد، یعنی،

$$M_{\rm J} \propto T^{3/2}n^{-1/2} \propto S^{-3/2} \tag{۴۴.۷}$$

شکل ۲.۷ چگونگی تغییر $M_{\rm J}$ با دمای، T_γ را با فرض اینکه دمای فعلی تابش ۲٫۷K $\sim$ و



شکل ۲.۷ نمودار تقریبی جرم جینز $M_{\rm J}$ برحسب دمای تابش در عالم دارای چگالی آنتروپی $\sigma \cong ۱۰^۹$.

برابر تابش زمینهٔ میکروموج باشد نشان می‌دهد. کمیت دیگری که علاوه بر دما وارد عبارت (۳۸.۷) می‌شود σ یعنی آنتروپی ویژه است. در فصل ۵ دیدیم که σ با نسبت فوتون به باریون متناسب است مقداری در گسترهٔ $۱۰^۸$ تا $۱۰^{۱۰}$ دارد. در شکل ۲.۷ داریم $\sigma \cong ۱۰^۹$. بهتر است $M_{\rm J}$ را برحسب جرم خورشید $M_\odot$ بیان کنیم.

مشاهده می‌کنیم که در $T_\gamma \sim ۱۰^۹{\rm K}$، $M_{\rm J}$ در گسترهٔ $۱۰^۴$ تا $۱۰^۵ M_\odot$ است. برای $T \gg m_{\rm H}c^۲/(\sigma k)$، $M_{\rm J}$ به‌صورت $T_\gamma^{-۳}$ افزایش می‌یابد. این افزایش ادامه می‌یابد تا T_γ به دمای $۱۰^۴$ تا $۱۰^۵{\rm K}$ فرو افتد. (برای σی انتخابی ما $m_{\rm H}c^۲/(\sigma k) = ۱۰^۴$). بالاترین مقداری که $M_{\rm J}$ می‌تواند به آن برسد در گسترهٔ $۱۰^{۱۷}$ تا $۱۰^{۱۹} M_\odot$ است. این درست قبل از دورهٔ آخرین

پراکندگی است که مقدار $M_{\rm J}$ به چند برابر $10^6 M_\odot$ کاهش می‌یابد. این یک افت سریع است. اما پس از آن $M_{\rm J}$ به‌صورت $S^{-3/2}$، یعنی $T_\gamma^{3/2}$ کم می‌شود. این رفتار $M_{\rm J}$ به ما کمک می‌کند تا مشکلات تشکیل کهکشانها در عالم در حال انبساط را بفهمیم.

فرض کنید که به تشکیل کهکشانی با جرم نوعی $\sim 10^{11} M_\odot$ علاقه‌مندیم. با توجه به (۳۸.۷)، $M_{\rm J}$ کمتر از این مقدار خواهد بود تا اینکه دما به $\sim 10^7 {\rm K}$ کاهش یابد (به شکل ۲.۷ نیز نگاه کنید). با توجه به نظریهٔ خام جرم جینز، می‌بینیم که افت‌وخیز جرم $\sim 10^{11} M_\odot$ دارای احتمال رشد تحت تأثیر خودـگرانش تا فروافت دما به این مقدار است. مُد واقعی رشد را باید با بهره‌گیری از نظریهٔ اختلال با معادله‌های نسبیت عام کامل محاسبه کرد. این مسئلهٔ پیچیده را ای. لیفشیتز[1] در سال ۱۹۴۶ حل کرد. در اینجا وارد جزئیات مسئله نمی‌شویم، بلکه فقط نتیجه را بیان می‌کنیم: در مدلهای بهنجار با سریعترین رشد $\delta\rho/\rho$ مانند t افزایش می‌یابد.

در مرحلهٔ بعد، که $M_{\rm J} > 10^{11} M_\odot$، افت‌وخیزهای ما نمی‌تواند رشد کند، بلکه تا پس از دورهٔ بازترکیب، وقتی $M_{\rm J}$ دوباره به کمتر از $10^{11} M_\odot$ کاهش یافته است (شکل ۲.۷) مانند یک موج صوتی نوسان می‌کند. پس از کاهش دما به $\sim 3000 {\rm K}$، رشد امکان‌پذیر می‌شود و می‌توانیم از معادله‌های نیوتونی ساده استفاده کنیم. این مسئله را در بخش بعد حل خواهیم کرد. اما، بدیهی است که در محدودهٔ نظریهٔ جرم جینز، به‌نظر نمی‌رسد که عدد $10^{11} M_\odot$ هیچ اهمیت ویژه‌ای داشته باشد. جرم نوعی در بازترکیب از مرتبهٔ جرم یک خوشهٔ گویسان است: این جرم بسیار کمتر از $10^{11} M_\odot$ است. این موضوع را ار. اچ. دیکی و پی. جِی. ای. پیبلز در سال ۱۹۶۸ خاطرنشان ساختند و مشکل اصلی کوشش در جهت درک این مطلب است که چرا یکاهای نوعی در حدود $10^{11} M_\odot$ در عالم یافت می‌شوند.

۳.۷ رشد در دورهٔ پس از بازترکیب

اکنون می‌خواهیم (۲۱.۷) را در چارچوب مدلهای فریدمان حل کنیم. هدف ما از این کار کوشش در جهت ارتباط افت‌وخیزهای فعلی دما و چگالی عددی با مقدارهای مربوط به عصر بازترکیب است، با این امید که این محاسبه سرنخهایی را در مورد چگونگی تشکیل کهکشانها در آن عصر به‌دست دهد. ما این مسئله را جداگانه برای سه نوع $k = 0$، $k = 1$، $k = -1$ مدلهای فریدمان در نظر می‌گیریم. در این محاسبه‌ها یک ساده‌سازی انجام می‌دهیم. جمله c^2k^2/S^2 را در مقایسه با $4\pi G\rho$ نادیده می‌گیریم. به لحاظ فیزیکی، این به معنی چشمپوشی از حرکتهای کاتوره‌ای در مقایسه با زیرلایهٔ در حال انبساط است؛ یعنی، این تقریب نظیر نادیده گرفتن M_J در مقایسه با جرم

1. E. Lifshitz

کهکشانی است. این چشمپوشی معتبر است، زیرا در عصر پس از بازترکیب $M_{\rm J}$ فقط $10^6 M_\odot$ (یعنی تقریباً 10^{-5} برابر جرم کهکشانی) است.

۱.۳.۷ مدل اینشتین-دوسیته

در این مدل (نگاه کنید به فصل ۴)

$$S(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}, \quad t_0 = \frac{2}{3}H_0^{-1}, \quad \rho = \frac{1}{6\pi G t^2} \tag{۴۵.۷}$$

بنابراین، (۲۱.۷) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\ddot{\delta} + \frac{4}{3t}\dot{\delta} - \frac{2}{3t^2}\delta = 0 \tag{۴۶.۷}$$

این معادله دارای حل عمومی زیر است

$$\delta = At^{2/3} + Bt^{-1} \tag{۴۷.۷}$$

بنابراین مُد فزاینده $\propto t^{2/3}$ و مد میرا $\propto t^{-1}$ است. اگر هر دو مُد در شروع کار به‌صورت قابل مقایسه وجود داشته باشند، سرانجام فقط مُد فزاینده دارای اهمیت خواهد بود. بنابراین، می‌گذاریم $B = 0$.

در عصر واجفتیدگی $t_{\rm dec}$ و $z_{\rm dec}$ را زمان کیهانی و انتقال به سرخ در نظر بگیرید. اگر دمای عصر $\sim 3000{\rm K}$ باشد داریم

$$1 + z_{\rm dec} \cong 10^3 \tag{۴۸.۷}$$

چون دمای تابش درگذشته متناسب با $(1 + z)$ زیاد شده است. از این رو تضاد چگالی δ باید با ضریب زیر رشد کرده باشد

$$\Sigma = \frac{\delta(t_0)}{\delta(t_{\rm dec})} = \left(\frac{t_0}{t_{\rm dec}}\right)^{2/3} = (1 + z_{\rm dec}) \sim 10^3 \tag{۴۹.۷}$$

۲.۳.۷ مدل بسته $(k = 1)$

با بهره‌گیری از رابطه‌های (۵۶.۴) تا (۶۰.۴) می‌نویسیم

$$ct = \frac{1}{2}\alpha(\Theta - \sin\ \Theta), \qquad S = \frac{1}{2}\alpha(1 - \cos\Theta)$$

$$\rho = \frac{3H_0^2}{4\pi G}\frac{q_0(1 - \cos\Theta_0)^3}{(1 - \cos\Theta)^3} = \frac{3H_0^2(2q_0 - 1)^3}{4\pi G q_0^2(1 - \cos\Theta)^3}, \tag{۵۰.۷}$$

$$\alpha = \frac{2q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}}\left(\frac{c}{H_0}\right)$$

با تعویض متغیر مستقل از t به Θ در (۲۱.۷) به‌دست می‌آوریم

$$(1 - \cos\Theta)\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\Theta^2} + \sin\Theta\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\Theta} - 3\delta = 0 \tag{۵۱.۷}$$

این معادله دارای جواب عمومی زیر است

$$\delta = A\left(\frac{5 + \cos\Theta}{1 - \cos\Theta} - \frac{3\Theta\sin\Theta}{(1 - \cos\Theta)^2}\right) + B\frac{\sin\Theta}{(1 - \cos\Theta)^2} \tag{۵۲.۷}$$

باز هم، مُد فزاینده آن است که در ثابت A ضرب می‌شود. با تمرکز بر این مُد، ابتدا متوجه می‌شویم که برای عصر بازترکیب z_{dec} که از (۴۸.۷) به‌دست می‌آید کوچک است. در نتیجه

$$1 + z_{\text{dec}} = \frac{1 - \cos\Theta_0}{1 - \cos\Theta_{\text{dec}}} \approx \frac{2}{\Theta_{\text{dec}}^2}(1 - \cos\Theta_0)$$

یعنی،

$$\Theta_{\text{dec}} = \left(\frac{2(1 - \cos\Theta_0)}{(1 + z_{\text{dec}})}\right)^{1/2} \tag{۵۳.۷}$$

بنابراین، عامل رشد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned}\Sigma &= \frac{5(1 + z_{\text{dec}})[(5 + \cos\Theta_0)(1 - \cos\Theta_0) - 3\Theta_0\sin\Theta_0]}{(1 - \cos\Theta_0)^3} \\ &= \frac{5(1 + z_{\text{dec}})q_0}{(2q_0 - 1)^2}\left[4q_0 + 1 - \frac{3q_0}{\sqrt{2q_0 - 1}}\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0}\right)\right]\end{aligned} \tag{۵۴.۷}$$

که از (۶۰.۴) برای بیان $\cos\Theta_0$ برحسب q_0 استفاده کرده‌ایم.

۳.۳.۷ مدل باز $(k = -1)$

باز هم با بهره‌گیری از رابطه‌های (۷۰.۴) تا (۷۳.۴)، برحسب پارامتر Ψ می‌نویسیم

$$ct = \frac{1}{2}\beta(\sinh\Psi - \Psi), \qquad S = \frac{1}{2}\beta(\cosh\Psi - 1)$$

$$\rho = \frac{3H_0^2(1-2q_0)^3}{4\pi G q_0^2(\cosh\Psi - 1)^3}, \tag{۵۵.۷}$$

$$\beta = \frac{2q_0}{(1-2q_0)^{3/2}}\left(\frac{c}{H_0}\right)$$

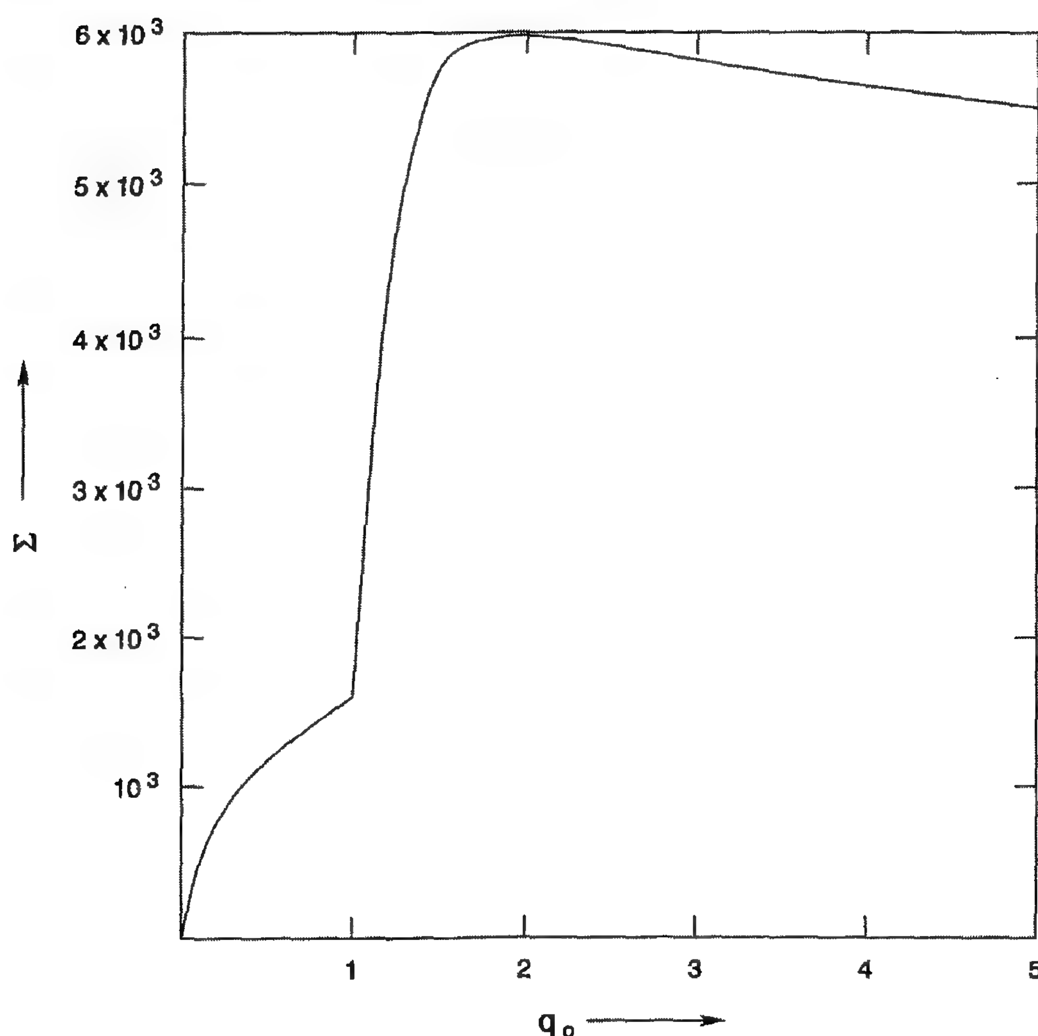
با روشی درست مانند مدل بسته، سرانجام عامل رشد را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$\Sigma = \frac{5(1+z_{\rm dec})q_0}{(1-2q_0)^2}\left[1 + 4q_0 - \frac{3q_0}{\sqrt{1-2q_0}}\sinh^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-2q_0}}{q_0}\right)\right] \tag{۵۶.۷}$$

شکل ۳.۷ نمودار Σ برحسب q_0 را در گسترهٔ $0 \leq q_0 \leq 5$ نشان می‌دهد. توجه کنید Σ تا $6 \times 10^3 \sim$ افزایش می‌یابد. قبلاً دیدیم که برای $q_0 = \frac{1}{2}$، $\Sigma = 1 + z_{\rm dec} \sim 10^3$. معنی Σ برحسب تشکیل کهکشان چیست؟

باید بپذیریم که $\delta = \delta\rho/\rho$ یعنی تضاد چگالی بین کهکشانها و محیط اطراف، به‌طور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از ۱ است، چون چگالی کهکشان لااقل با ضریب ۱۰ از چگالی ماده در خوشهٔ کهکشانها بیشتر است. به‌علاوه، چگالی میان خوشه‌ای $10^{-28}{\rm g\ cm^{-3}} \sim$ است، که یک مرتبهٔ بزرگی از چگالی بستار عالم $(10^{-29}{\rm g\ cm^{-3}} \sim)$ بیشتر است. از این رو، برای اعمال نظریهٔ تشکیل کهکشان باید $\delta\rho/\rho \ll 1$ باشد، و در این ناحیه خطی کردن معادله‌های بنیادی معتبر نیست. بنابراین، نمی‌توانیم محاسبات خود را به‌صورت دقیق به‌کار ببریم.

به هر حال، می‌توان تحلیل بالا را برای اطلاع از این موضوع به‌کار برد که برای تشکیل کهکشانها تضاد چگالی فعلی باید لااقل برابر واحد باشد. از این رو، اگر فعلاً بگذاریم $\delta\rho/\rho \sim 1$ می‌توانیم انتظار داشته باشیم که $\delta\rho_{\rm dec}/\rho_{\rm dec}$ در زمان بازترکیب، حداقل برابر واحد باشد. فقط نظریهٔ غیرخطی کامل می‌تواند تعیین کند که $\delta\rho_{\rm dec}/\rho_{\rm dec}$ باید چقدر باشد تا در حال حاضر تضادهای چگالی بزرگی به‌وجود آورد. به هر حال، حتی حد پایین Σ^{-1} به‌اندازه‌ای است که، به‌طوری که اکنون خواهیم دید، می‌توان در اندازه‌گیریهای دقیق زمینهٔ ریزموج آشکار ساخت.



شکل ۳.۷ تابع رشد Σ برحسب $q_\circ$ برای $5 \leq q_\circ \leq 0$، به‌ازای $z_{\mathrm{dec}} \cong 1000$ رسم شده است.

۴.۳.۷ رشد در عالمهای تحت سیطرهٔ تابش

تاکنون بحث ما مبتنی بر مدلهای تحت سیطرهٔ ماده بود، یعنی مدلهایی که انبساط آنها را مادهٔ غیرنسبیتی کنترل می‌کرد. با این همه، همان‌طور که در فصل ۴ دیدیم، یک عصر t_{eq} وجود داشت که پیش از آن عالم تحت سیطرهٔ تابش بود. در این عالمها چگونه ناهمگنیها رشد کردند؟

تفاوت عالم تحت سیطرهٔ تابش با عالم تحت سیطرهٔ ماده در آن است که فشار تابش p سهم قابل توجهی در جاذبهٔ گرانشی دارد. در واقع، داریم $p = \rho c^2/3$، به‌طوری که چگالی مؤثر $\rho + 3p/c^2 = 2\rho$ است. معادله‌های هیدرودینامیک که در بخش ۱.۲.۷ به‌دست آمدند را باید با توجه به این موضوع اصلاح کرد. وارد جزئیات نمی‌شویم، اما معادله‌ای را برای δ می‌نویسیم که سرانجام از محاسبه به‌دست می‌آید:

$$\ddot{\delta} + ۲\frac{\dot{S}}{S}\dot{\delta} + \left(\frac{c_s^۲ k^۲}{S^۲} - \frac{۳۲\pi G\rho}{۳}\right)\delta = ۰ \qquad (۵۷.۷)$$

در اینجا سرعت صوت $c_s = c/\sqrt{۳}$ است. می‌توان فرض کرد که جملهٔ خمیدگی (k) تأثیر قابل ملاحظه‌ای ندارد و می‌توان آن را برابر صفر گرفت. (گوشزد: به مسئله تخت بودن در فصل پیش رجوع کنید!) عدد موج جینز نظیر آن اکنون برابر است با

$$K_J = \left(\frac{۳۲\pi G\rho}{۳c_s^۲}\right)^{۱/۲} \qquad (۵۸.۷)$$

به‌راحتی می‌توان نشان داد که مُدهای رشد و میرایی را مانند قبل می‌توان در یک جواب کلی ادغام کرد

$$\delta = At + Bt^{-۱} \qquad (۵۹.۷)$$

البته، در اینجا فرض کردیم که عدد موج جینز بسیار بزرگتر از عدد موج ناهمگنی تحت بررسی ماست.

۴.۷ قیدهای رصدی

ایدهٔ «رشد افت‌وخیزها» که در بالا بیان شد در برخورد با رصدها با یک مسئله مواجه می‌شود. ما علاوه بر مرور مختصر این مسئله، سایر قیدهایی را بررسی می‌کنیم که یک نظریهٔ تشکیل ساختار موفق باید داشته باشد. اگرچه این قیدها مشکلاتی را برای مدل مهبانگ استاندارد به‌وجود می‌آورند، اما باید به آنها به‌صورت مثبت‌تری نگاه کنیم. زیرا، نشانگر پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در نجوم رصدی برون کهکشانی در سالهای ۱۹۸۰ به‌واسطه روشهای رصدی است که به‌صورت روزافزون دقیقتر می‌شوند. برای همگام شدن با این پیشرفتها در جبههٔ رصدی، نظریه‌های کیهان‌شناختی نیز باید پخته‌تر شوند و کمتر برمبنای حدی و گمان باشند. بررسی خود را از تأثیر احتمالی افت‌وخیزهای چگالی بر تشکیل کهکشانها در زمینهٔ ریزموج آغاز می‌کنیم.

۱.۴.۷ ناهمسانگردی زاویهٔ کوچک

بگذارید تأثیر این افت‌وخیزهای $\delta\rho/\rho$، تضاد چگالی در عصر بازترکیب را بر تابش زمینه بررسی کنیم. با فرض اینکه افت‌وخیزها بی‌دررو باشند، چگالی عددی ذرات به‌صورت مکعب دمای

تابش تغییر می‌کند، بنابراین

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right)_{\text{dec}} = \frac{۱}{۳}\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\text{dec}} \qquad (۶۰.۷)$$

که شاخص پایین (dec) نشانگر عصر بازترکیب است.

چون عالم پس از این عصر به لحاظ اپتیکی رقیق است، این افت‌وخیزها بر تابش زمینهٔ تأثیر می‌گذارد، این تأثیر اکنون نیز مشاهده می‌شود. یعنی اگر سراسر آسمان را برویم افت‌وخیزهایی را در دمای زمینه مشاهده خواهیم کرد. مرتبهٔ بزرگی این نوسان دما در عصر حاضر چیست؟ در چه اندازهٔ زاویه‌ای مشخصه‌ای باید این افت‌وخیزها را مشاهده کنیم؟

محاسبه‌های ما مقدار $(\delta\rho/\rho)_{\text{dec}}$ را در حدود $\Sigma^{-۱}$ تعیین کرده است. برای مدلهای کیهان‌شناختی مختلف (نگاه کنید به شکل ۳.۷)، $\Sigma^{-۱}$ درگسترهٔ $۱۰^{-۲}\sim$ تا ۳×۱۰^{-۴} قرار دارد. از این رو، با توجه به (۶۰.۷) افت‌وخیزهای فعلی $\Delta T/T$ باید درگسترهٔ $۱۰^{-۳}\sim$ تا $۳\times ۱۰^{-۴}\sim$ باشد. این موضوع البته برمبنای فرض رقیق بودن اپتیکی صحت دارد.

در تثبیت افت‌وخیزهای اندازهٔ زاویه‌ای دو راه برای ما وجود دارد. ابتدا، متوجه می‌شویم که (۲۸.۷) جرم M یک افت‌وخیز نوعی را به‌طول موج مشخصهٔ $۲\pi/K$ مرتبط می‌سازد. زاویه‌ای که طول $۲\pi/K$ در انتقال به سرخ z_{dec} به‌وجود می‌آورد چقدر است؟ برای پاسخ به این پرسش به فرمول اندازهٔ زاویه‌ای نیاز داریم که در فصل ۴ به‌دست آوردیم. فرمولهای (۸۹.۴)، (۹۲.۴) و (۹۵.۴) را فرا می‌خوانیم و از آنها در حد انتقال به سرخ بزرگ ($۱ + z_{\text{dec}} \approx ۱۰۰۰$) استفاده می‌کنیم. بنابراین، اندازهٔ زاویه‌ای به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\Delta\theta = \frac{۲\pi}{K}\cdot\frac{(۱+z_{\text{dec}})^{۲}}{D_{۱}}$$

که

$$D_{۱} \cong \frac{c}{H_{\circ}}\cdot\frac{z_{\text{dec}}}{q_{\circ}} \approx \frac{c}{H_{\circ}}\,\frac{(۱+z_{\text{dec}})}{q_{\circ}}$$

بنابراین از (۲۸.۷) داریم

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \frac{۲\pi}{K}\cdot\frac{H_{\circ}q_{\circ}}{c}(۱+z_{\text{dec}})\\ &= \frac{H_{\circ}q_{\circ}}{c}(۱+z_{\text{dec}})\cdot\left(\frac{۳M}{۴\pi n_{\text{dec}}m_{\text{H}}}\right)^{۱/۳}\end{aligned} \qquad (۶۱.۷)$$

چون [۳] $n_{\text{dec}} = n_\circ (1 + z_{\text{dec}})$، که $n_\circ$ چگالی عددی فعلی است، سرانجام به‌دست می‌آوریم

$$\Delta\theta = \frac{H_\circ q_\circ}{c} \left(\frac{3M}{4\pi n_\circ m_{\text{H}}} \right)^{1/3} \qquad (۶۲.۷)$$

با بهره‌گیری از نتیجهٔ $n_\circ m_{\text{H}} = 3H_\circ^2 q_\circ/(4\pi G)$، می‌توان نتیجهٔ بالا را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$(\Delta\theta) \cong 23 \left(\frac{3}{10^{11} M_\odot} \right) (h_\circ q_\circ^2)^{1/3} \text{ ثانیهٔ کمانی} \qquad (۶۳.۷)$$

بنابراین، تشکیل کهکشان باید وصلهٔ مشخصه‌ای را با اندازهٔ زاویه‌ای ۲۰ ~ ثانیهٔ کمانی به‌جا بگذارد. بدون شک هیچ اختلالی از این نوع در مقیاس بالا به‌دست نیامده است.

راه دوم کشف ناهمگنی موجود در زمینهٔ ریزموج آن است که در مقیاس زاویه‌ای بزرگتر از اندازهٔ محدود افق ذرهٔ عالم فریدمان به وجود آمده باشد. این موضوع را به زودی در بخش ۳.۴.۷ تحت عنوان مسئلهٔ افق بررسی خواهیم کرد.

۲.۴.۷ انواع اختلالها

عدم کشف افت‌وخیزهای دمای $\Delta T/T$ در گسترهٔ 10^{-3} ~ تا 3×10^{-4} تا اوایل سالهای ۱۹۹۰ باعث شد که کیهان‌شناسان مدل استاندارد به غور و بررسی بسیاری بپردازند. آیا در تأثیر افت‌وخیزهای ماده بر تابش زمینه اغراق شده بود؟ اگر چنین بود، اعتبار فرضیهٔ حاضر در کجا از میان می‌رفت؟ آیا فرایندهایی دیگر می‌توانست در تشکیل ساختار مؤثر باشد، و ارتباط واقعی ماده‌ـتابش را ضعیفتر از چیزی کند که در اینجا فرض کردیم؟ چند شق دیگر را به‌اختصار بررسی می‌کنیم.

تاکنون فرض کردیم که افت‌وخیزها بی‌دررو هستند، یعنی آنتروپی را ناوردا باقی می‌گذارند. به‌علت نسبت بزرگ فوتون‌ـبه‌ـباریون که در فصل ۵ دیدیم، فوتونها تقریباً همهٔ آنتروپی را حمل می‌کنند. آنتروپی به‌ازای هر باریون متناسب با T^3/ρ_{m} است، که T دمای تابش و ρ_{m} چگالی ماده است. از ثابت بودن این نسبت در معادلهٔ (۶۰.۷) استفاده کردیم که به چشم‌داشتهای نسبتاً بالا برای $\Delta T/T$ انجامید.

برای کم کردن این چشم داشت شق دیگر افت‌وخیزهای تکدماست در اینجا فرض می‌شود که دمای تابش در مدت اختلالهای ماده ناوردا باقی می‌ماند. به عبارت دیگر، ارتباطی میان $\delta\rho$ و ΔT وجود ندارد. این موضوع را می‌توان با این استدلال که رسانندگی گرمایی زیاد محیط کیهان‌شناختی باعث تعدیل سریع دما می‌شود توجیه کرد. بدون توجه به تکدما یا بی‌دررو بودن در

دورهٔ پیش از واجفتیدگی، افت‌وخیزها در دورهٔ پس از آن باعث واجفتیدگی افت‌وخیزهای ماده (و در نتیجه عدم برهم‌کنش آن) با تابش می‌شوند.

نوع سوم اختلال باعث افت‌وخیزهای تک‌خمیدگی می‌شود. این افت‌وخیزها با حفظ چگالی انرژی خمیدگی فضازمان را حفظ می‌کنند. در نتیجه، چگالهای تابش و ماده روی‌هم‌رفته تغییر نمی‌کند، یعنی، $\delta\varepsilon = -\delta\rho_{\rm m}c^۲$. معمولاً این اختلالها هنگامی به‌وجود می‌آیند که هیچ مادهٔ غیرباریونی در آن حوالی وجود نداشته باشد. دربارهٔ لزوم مادهٔ غیرباریونی بعداً صحبت خواهیم کرد. فعلاً، متذکر می‌شویم که این ماده با تابش برهم‌کنش نمی‌کند، در این صورت افت‌وخیزهای موجود در آن هیچ تأثیری بر تابش زمینه ندارند.

۳.۴.۷ قید افق

دومین عامل مؤثر بر ناهمگنی زمینهٔ ریزموج ناشی از اندازهٔ محدود افق ذره است. فرض کنید که در هر عصر، t، $\bar{\rho}(t)$ چگالی میانگین هموارشدهٔ عالم را نشان دهد، در حالی که $\rho(\mathbf{r},t)$ چگالی واقعی در هر نقطهٔ فضا با مختصهٔ $\mathbf{r}$ است. به‌منظور تثبیت ایده‌ها، و ساده کردن موضوع، مسئله را برای مدل $k=۰$ حل می‌کنیم. «تضاد چگالی» $\delta(\mathbf{r},t)$ را به‌صورت زیر نشان می‌دهیم

$$\delta(\mathbf{r},t) = \frac{\rho(\mathbf{r},t)-\bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} = \int \delta_{\mathbf{k}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\frac{\mathrm{d}^۳k}{(۲\pi)^۳} \qquad (۶۴.۷)$$

اگر $S(t)$ عامل مقیاس باشد، ویژه طول نظیر $\mathbf{r}$ برابر است با $S(t)|\mathbf{r}|$. از این رو عدد موج فیزیکی برای $\mathbf{k}$ برابر k/S است.

بنابراین، ناهمگنی که با $\delta(\mathbf{r},t)$ مشخص شد به‌صورت برهم‌نهی مؤلفه‌های با عددهای موج مختلف مشاهده می‌شود. اندازهٔ نوعی $(۲\pi/k)S(t)$ در عالم در حال انبساط کش می‌آید. علاوه بر آن، دامنهٔ یک $\mathbf{k}$ی معین براثر ناپایداری گرانشی رشد می‌کند. پس ناهمگنی در عصر t با توجه به اندازهٔ مشخصهٔ کنونی $\lambda_۰$ نظیر ویژه طول زیر است

$$\lambda(t) = \lambda_۰\frac{S(t)}{S(t_۰)} \qquad (۶۵.۷)$$

با $S(t)\propto t^n$، یعنی (مثلاً $n=\frac{۱}{۲}$ برای مرحلهٔ سیطرهٔ تابش و $n=\frac{۲}{۳}$ برای دورهٔ سیطرهٔ ماده)، به‌دست می‌آوریم که $\lambda(t)\propto t^n$. اما، همان‌طور که قبلاً دیدیم، اندازهٔ افق ذره با t متناسب است (نگاه کنید به معادله‌های (۸۷.۴) و (۵۱.۶)). بنابراین، با $n<۱$، برای t به اندازهٔ کافی کوچک، $\lambda(t)$ از افق ذره تجاوز می‌کند.

چون فرایندهای فیزیکی تحت تأثیر اصل علیت هستند، پس هر مقیاس اخترفیزیکی مربوطهٔ کنونی به هسته‌ای از افت‌وخیزها نیاز دارد که در هر دورهٔ قبلی از اندازهٔ افق تجاوز نکند. پس در اینجا یک تضاد آشکار وجود دارد. (برای مقادیر عددی صریح مقیاسهای طول نوعی به تمرینهای ۲۰ و ۲۱ رجوع کنید.) در بخش ۵.۷ به این موضوع باز می‌گردیم.

به‌طورکلی، می‌توان استدلال کرد که اندازهٔ افق در عصر آخرین پراکندگی $t_{\rm dec}$ از مرتبهٔ $ct_{\rm dec}$ بوده است. اندازه زاویه‌ای این ناحیه اگر امروز مشاهده شود چقدر است؟ پاسخ (نگاه کنید به تمرین ۲۲) برابر مقدار زیر به‌دست می‌آید

$$\Theta_{\rm H} = \sqrt{\frac{۸q_۰}{z_{\rm dec}}} \sim ۵\sqrt{q_۰}\ \text{درجه} \qquad (۶۶.۷)$$

بنابراین انتظار داریم که در این مقیاس زاویه‌ای ساختاری را در تابش زمینه مشاهده کنیم. با این همه، اگر استدلال شود که مرحلهٔ تورمی همه چیز را یکنواخت ساخته است، انتظار نداریم که این نشانه قابل ملاحظه باشد.

۴.۴.۷ طیف مقیاس‌ـناوردا

ابتدا تابع همبستگی دونقطه‌ای $\xi(r)$ را برای کهکشانهایی تعریف می‌کنیم که در آنها احتمال یافتن یک کهکشان در حجم معین δV در فاصلهٔ r از یک کهکشان معین به‌صورت زیر تعریف شده باشد:

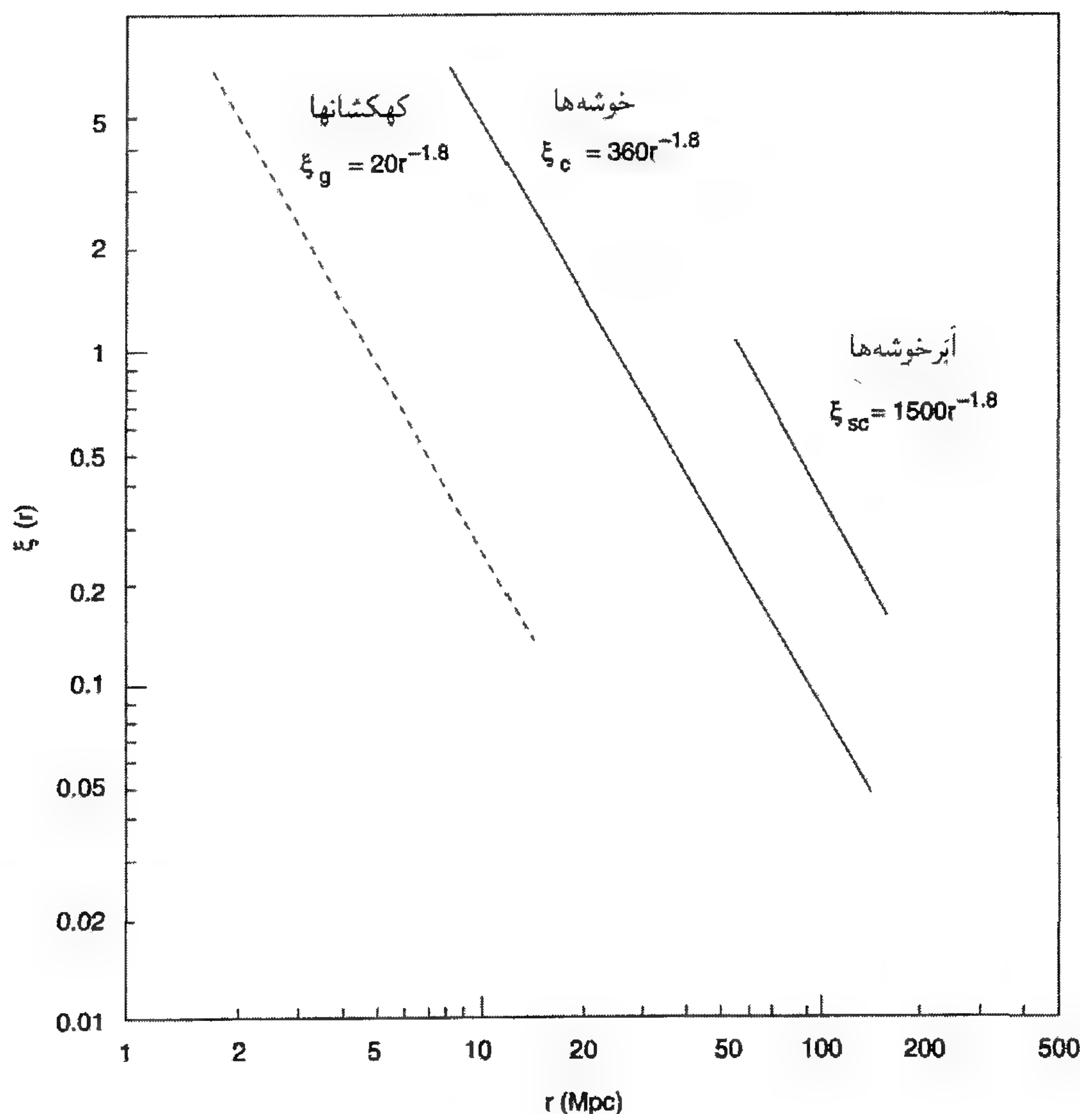
$$\delta\rho = \bar{n}\{۱ + \xi(r)\}\delta V \qquad (۶۷.۷)$$

در اینجا $\bar{n}$ میانگین چگالی عددی کهکشانهاست. مطالعهٔ تفضیلی شمارش کهکشانها نشان می‌دهد که $\xi(r)$ به‌صورت زیر است

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_۰}\right)^{-\gamma} \qquad (۶۸.۷)$$

که $r_۰ = ۵h_۰^{-۱}{\rm Mpc}$ و $\gamma = ۱/۸$.

حال $\xi(r)$ مقیاس‌ـناوردا و نمونه‌ای از فراکتالهاست. به‌علاوه، نتایج همبستگی کهکشان، خوشه و اَبَرخوشه به‌صورت تعجب‌آوری دارای شکل تابعی یکسان با γی یکسان هستند. از این رو، اگر نمی‌دانستیم که چه جمعیتی در یک فهرست توصیف شده‌اند، قادر نبودیم پاسخ را از تحلیل همبستگی آنها تعیین کنیم. شکل ۴.۷ این یکی بودن را نشان می‌دهد. این تابعهای همبستگی



شکل ۴.۷ تابع همبستگی برای خوشه‌ها و کهکشانها همین‌طور اَبَرخوشه‌ها با توجه به توزیع مشاهده‌شدهٔ $\xi(r)$ یکسان است، اگرچه مقیاسهای مشخصهٔ آنها با هم تفاوت دارد.

به‌صورت ریاضی زیر بیان می‌شوند

$$\xi_L(r) = ۰/۳\left(\frac{r}{L}\right)^{-۱/۸} \qquad (۶۹.۷)$$

که $L = (\bar{n})^{-۱/۳}$. این طیف مقیاس‌ـناوردا را باید با یک نظریهٔ تشکیل کهکشان توجیه کرد.

۵.۴.۷ سلسله مراتب ساختارها

گسترهٔ ساختارهای گسسته از کهکشانهای با جرمهای $۱۰^{۱۱}M_\odot$ ~ و اندازه‌های ۱۰kpc ~ تا اَبَرخوشه‌ها با مقیاس جرمهای $(۱۰^{۱۵}\text{ـ}۱۰^{۱۴})M_\odot$ ~ و اندازه‌های $۵۰\text{ـ}۱۰۰\text{Mpc}$ ~ تغییر

می‌کند. همین‌طور باید ساختار رشته‌ای بزرگ ـ مقیاسی را که با حفره‌های عظیم به اندازهٔ $\sim$ ۱۰۰ـ۲۰۰Mpc پراکنده شده است درک کنیم. دو ناهمگنی بزرگ ـ مقیاس نزدیک، دیوار بزرگ و رباینده‌ٔ بزرگ معروف هستند.

یک نظریهٔ تشکیل ساختار می‌تواند یکی از دو نوع «سرـپایین» یا «تهـبالا» باشد. در سناریوی سرـپایین، ساختارهای بزرگ ـ مقیاس ابتدا تشکیل می‌شوند و سپس به ساختارهای کوچکتر تجزیه می‌شوند. عکس آن در مورد تهـبالا صدق می‌کند، که در آن ابتدا ساختارهای با مقیاس کوچکتر شکل می‌گیرند و سپس با به‌هم پیوستن درگروهها ساختارهای بزرگتر را تشکیل می‌دهند. معمولاً می‌توان تشکیل ساختارهای اولیه را به نوع اختلال مؤثر مربوط ساخت. بنابراین، می‌توان استدلال کرد، در افت‌وخیزهای بی‌دررو، اولین ساختارهای تشکیل‌شده ساختارهای پرجرم در مقیاس اَبَرخوشه هستند و در نتیجه سناریوی سرـپایین درکار است. با افت‌وخیزهای تکدما، ساختارهایی در مقیاس جرم $M_\odot$(۱۰۵ـ۱۰۶) $\sim$ (که به اندازهٔ خوشه گویسان نزدیکترند تا کهکشان نوعی)، ابتدا شکل می‌گیرند؛ این از سناریوی تهـبالا پیروی می‌کند.

۶.۴.۷ توزیع سن

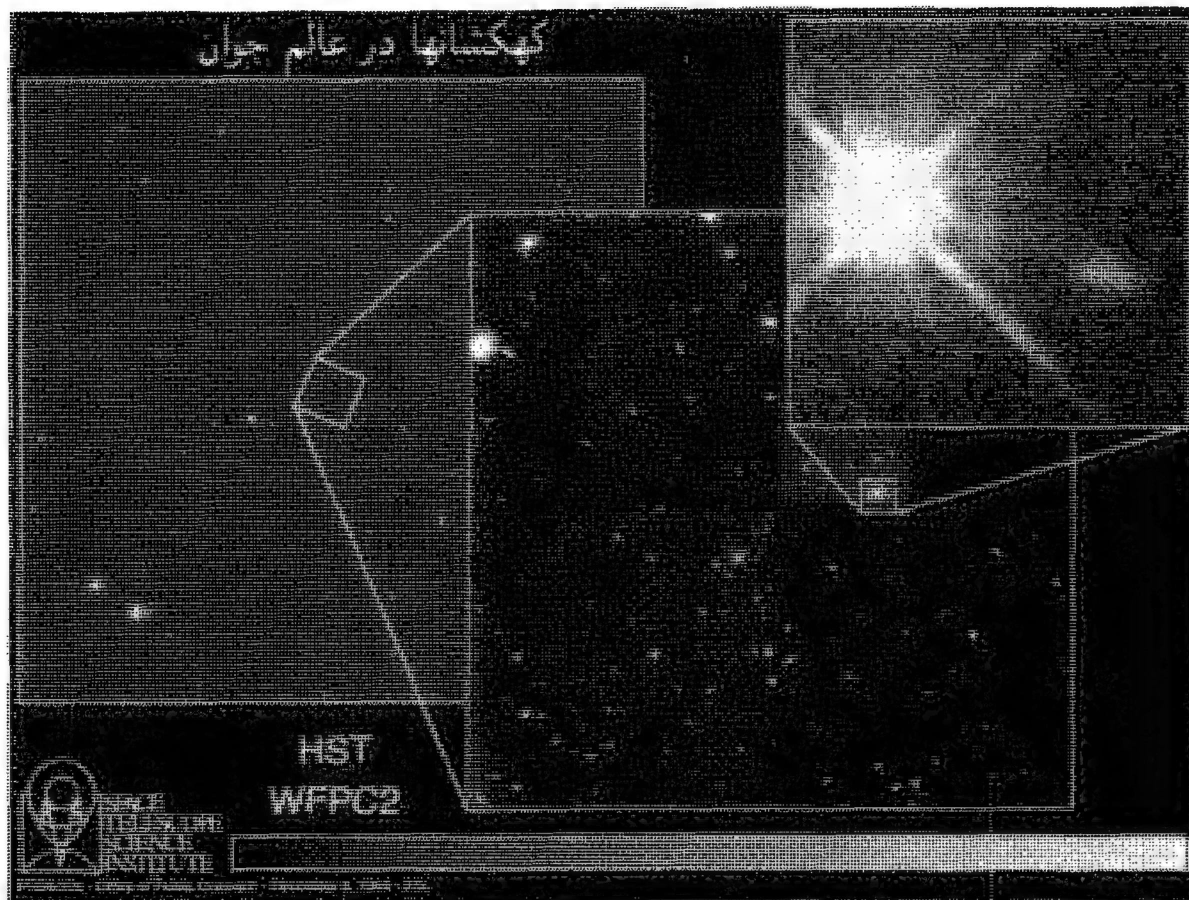
آیا همهٔ کهکشانها کم‌وبیش در یک عصر شکل گرفته‌اند، یا فرایند تشکیل آنها پیوسته و در حال پیشرفت است؟ چه موقع این‌کار آغاز شده است؟ آیا روند تکامل این فرایند به تشکیل QSOs بستگی داشته است؟

سرنخها و آزمونهای ممکن از توزیعهای انتقال به سرخ اجسام گسسته، برآوردهای سن کهکشانها و از تحول شیمیایی آنها به‌دست می‌آید. انتقال به سرخهای QSOs کاهش تدریجی تعداد آنها را در فراتر از $z = ۵$ نشان می‌دهد. با توجه به مراحل تکاملی ستارگان درون کهکشانها و فراوانی عناصر سنگین در آنها به‌نظر می‌رسد که کهکشانها دارای سنهای مختلف باشند. این سرنخها قیدهای مهمی را بر نظریه‌های تشکیل ساختار تحمیل می‌کند.

از مطالعهٔ هرچه بیشتر کهکشانهای با انتقال به سرخ زیاد، رنگ این کهکشانها سن آنها را تعیین می‌کند. بنابراین می‌توان یافته‌های مربوط به یک کهکشان کاملاً شکل‌گرفته با انتقال به سرخ زیاد را به سناریوی تشکیل ساختار مربوط ساخت. شکل ۵.۷ چنین کهکشانی را نشان می‌دهد.

فرض کنید که در چارچوب مدل اینشتین‌ـدوسیته کار می‌کنیم و کهکشانی کاملاً شکل گرفته با ستارگانی در انتقال به سرخ $z = ۳$ را می‌بینیم. در این صورت سن عالم در زمان رصد کهکشان عبارت است از

$$\tau = \frac{۲}{۳} h_\circ^{-۱} (۱ + z)^{-۳/۲} \times ۱۰^{۱۰} \text{ سال} \qquad (۷۰.۷)$$



شکل ۵.۷ در تصویر بالا در طرف راست، منظرهٔ بزرگ‌شدهٔ کهکشانی با انتقال به سرخ $z = ۳٫۳۳۰$ را می‌بینیم که کهکشانی عادی است که در آن ستارگان شکل می‌گیرند. این کهکشان در فاصله $\sim ۱۰۰\,\mathrm{Mpc}$ در جلوی کوازار Q ۰۰۰۰ـ۲۶۳ قرار دارد. تصویر توسط HST با حمایت انستیتوی علمی تلسکوپ فضایی گرفته شده است که انجمن دانشگاهها برای پژوهش در نجوم آن را اداره می‌کند.

مثلاً، برای $h_\circ \cong ۰٫۶$، مقدار آن برابر $۱٫۴ \times ۱۰^۹$ سال به‌دست می‌آید. بنابراین این رصد قیدی را بر نظریهٔ تشکیل ساختار برای تولید این کهکشان در محدودهٔ زمانی بالا اعمال می‌کند. این قید برای کهکشان بیشتر شکل‌گرفته یا ستارگان نسبتاً پیر شدیدتر می‌شود.

۵.۷ افت‌وخیزهای چگالی و جرم

قبل از ادامهٔ بحث، بد نیست فرمول تضادـچگالی (۶۴.۷) را اندکی بسط دهیم. ضریبهای فوریه $\delta(\mathbf{r}, t)$ می‌توانند در مربوط ساختن اندازهٔ ناهمگنیها به جرم آنها سودمند باشند. در آنچه پس از این خواهد آمد وابستگی به زمان و افت‌وخیزهای چگالی و جرم را نادیده می‌گیریم، زیرا به میانگینهای مربوط به عصر معین t علاقه‌مندیم.

با بهره‌گیری از (۶۴.۷) می‌بینیم که میانگین فضایی $\delta^۲(\mathbf{r})$ در حجم به اندازهٔ کافی بزرگ V (به اندازهٔ کافی بزرگ که شامل چند ناحیهٔ به لحاظ آماری همگن باشد تا بتوان $\delta(\mathbf{r})$ را متغیری کاتوره‌ای در نظر گرفت) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned}\langle\delta^۲(\mathbf{r})\rangle_V &= \int \frac{\delta^۲(\mathbf{r})}{V}\mathrm{d}^۳\mathbf{r} \\ &= \frac{۱}{V}\int |\delta_{\mathbf{k}}|^۲ \frac{\mathrm{d}^۳\mathbf{k}}{(۲\pi)^۳} \\ &= \frac{۱}{۲\pi^۲ V}\int k^۳|\delta_k|^۲\frac{\mathrm{d}k}{k}\end{aligned} \qquad (۷۱.۷)$$

که در آن فرض کرده‌ایم وابستگی زاویه‌ای افت‌وخیزها در وضعیت همگنی و همسانگردی بزرگ ـ مقیاس قابل ملاحظه نیست. بنابراین پسوند یک مؤلفهٔ نوعی فوریه فقط اندازهٔ $|\mathbf{k}| = k$ عدد موج است. اگر هر $\delta_{\mathbf{k}}$ را یک متغیر کاتوره‌ای گاؤسی با میانگین صفر و انحراف معیار $\sigma_k^۲$ در نظر بگیریم، در این صورت $\sigma_k^۲$ طیف توان افت‌وخیزها می‌نامیم. اگر V به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، می‌توانیم مقادیر اندازه‌گیری‌شدهٔ $|\delta_k|^۲$ را پارامترهای طیف توان $\delta_k^۲$ می‌نامیم.

اکنون می‌توان این ایده‌ها را به تابع همبستگی دو نقطه‌ای $\xi(r)$ مرتبط ساخت که قبلاً در بخش ۴.۴.۷ معرفی کردیم. در هر نقطهٔ $\mathbf{r}$ این تابع با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned}\xi(\mathbf{r}) &= \frac{۱}{V}\int |\delta_{\mathbf{k}}|^۲\frac{\mathrm{d}^۳\mathbf{k}}{(۲\pi)^۳} \\ &= \int \delta(\mathbf{r}+\mathbf{r}')\delta(\mathbf{r}')\frac{\mathrm{d}^۳\mathbf{r}'}{V}\end{aligned} \qquad (۷۲.۷)$$

با استفاده از این صورت‌گرایی می‌توان نشان داد، اگر $\rho(\mathbf{r})$ چگالی هموارشدهٔ گروهی از اجسام پرجرم مانند کهکشانها را نشان دهد، احتمال $P_{۱۲}$ یافتن دو کهکشان در $\mathbf{r}_۱$ و $\mathbf{r}_۲$ به فاصلهٔ $\mathbf{r}_{۱۲} = \mathbf{r}_۱ - \mathbf{r}_۲$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned}P_{۱۲} &\propto \int \rho(\mathbf{r}+\mathbf{r}_۱)\rho(\mathbf{r}+\mathbf{r}_۲)\mathrm{d}^۳\mathbf{r} \\ &\propto \overline{\rho}^۲[۱+\xi(\mathbf{r}_{۱۲})]\end{aligned} \qquad (۷۳.۷)$$

اگر وجود این کهکشانها رویدادهایی مستقل از یکدیگر بودند، احتمال وقوع آنها در مکانهای معین صرفاً با $\overline{\rho}^{۲}$ متناسب بود. اگر این احتمال را با $\overline{P}$ نشان دهیم، احتمال مورد بالا به صورت زیر خواهد بود

$$P_{۱۲} = \overline{P}[۱ + \xi(\mathbf{r}_{۱۲})] \qquad (۷۴.۷)$$

سرانجام ساختار مورد نظر را به صورت «جرم اضافی» در حجم معین، مثلاً کره‌ای به شعاع R در نظر می‌گیریم. برای بررسی چنین حجم کرانداری به یک «تابع پنجره» نیاز داریم تا سهم هر جرم فراتر از این حجم را حذف کند. گرچه تابع هویساید درست همین کار را انجام می‌دهد، اما کار با آن گاهی دشوار می‌شود و بهتر است آن را با تابعی گاؤسی تقریب بزنیم. بنابراین جرم اضافی موجود درکره‌ای به شعاع R و مرکز $\mathbf{r}$ را به‌صورت زیر می‌نویسیم

$$\delta M_R(\mathbf{r}) = \overline{\rho} \int \delta(\mathbf{r} + \mathbf{r}_۱) W(\mathbf{r}_۱) \mathrm{d}^۳\mathbf{r}_۱ \qquad (۷۵.۷)$$

که تابع پنجره به‌صورت زیر است

$$W(\mathbf{r}_۱) = \text{const.} \times \exp\left(-\frac{r_۱^۲}{۲R^۲}\right) \qquad (۷۶.۷)$$

تبدیل فوریهٔ $\delta M_R(\mathbf{r})$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\delta M_R(\mathbf{k}) = (۲\pi)^{۳/۲} R^۳ \delta_{\mathbf{k}} \exp\left(-\frac{k^۲R^۲}{۲}\right) \qquad (۷۷.۷)$$

که نشان می‌دهد سهم مربوط به اعداد موج بیش از $R^{-۱}$ به سرعت فرو می‌افتد، یعنی، افت‌وخیزهای در مقیاس کوچکتر از R براثر میانگین‌گیری ناچیز می‌شود. توصیف جرم اضافی $\delta M_R/M_R$ را می‌توان مانند افت‌وخیزهای چگالی محاسبه کرد. با استفاده از پنجرهٔ گاؤسی $W(\mathbf{r}_۱)$، می‌توان طبق رابطهٔ زیر یک حجم مؤثر گاؤسی V_{G} را تعریف کرد

$$M_R \equiv \int \rho(\mathbf{r}_۱) W(\mathbf{r}_۱) \mathrm{d}^۳\mathbf{r}_۱ = (۲\pi)^{۳/۲} R^۳ \overline{\rho} \equiv V_{\mathrm{G}} \overline{\rho} \qquad (۷۸.۷)$$

بنابراین به‌دست می آوریم

$$\langle (\delta M_R/M_R)^۲ \rangle = \int_۰^\infty \left(\frac{W_k}{V_{\mathrm{G}}}\right)^۲ \frac{k^۳ |\delta_k|^۲}{۲\pi^۲ V} \frac{\mathrm{d}k}{k} \qquad (۷۹.۷)$$

اگر $|\delta_k|^{۲} = Ak^n$، یک تابع قانون توان با A ثابت باشد، می‌توان انتگرال را به‌صورت تحلیلی ارزیابی کرد:

$$\langle(\delta M_R/M_R)^{۲}\rangle \equiv \sigma_M^{۲}(R) = \Gamma\left(\frac{n+۳}{۲}\right)\frac{A}{۲}\left(\frac{k^{۳}|\delta k|^{۲}}{۲\pi^{۲}V}\right)_{(k=R^{-۱})} \qquad (۸۰.۷)$$

بنابراین افت‌وخیز جرم با کمیت $k^{۳}|\delta k|^{۲}$، در طول موج حدود اندازهٔ R ناحیه نسبت مستقیم دارد، زیرا رفتار قانون توان این کمیت، $\sigma_M^{۲}(R)$ رفتاری چون $R^{-(n+۳)}$ دارد.

از این نتیجه‌ها بعداً در این فصل استفاده خواهیم کرد.

۶.۷ ورودیها از مرحلهٔ تورمی

یکی از جنبه‌های جالب توجه مدلهای تورمی آن است که در آنها امکان تولید هستهٔ افت‌وخیزهایی وجود دارد که می‌توانند رشد کنند و ساختارهای بزرگ ـ مقیاسی با طیف مقیاس‌ـناوردا به‌وجود آورند. برای نشان دادن موضوع ابتدا سناریویی را بررسی می‌کنیم که ساختارهای مشاهده‌شده را از اختلالهای هسته تولید و تعیین می‌کند که چه اختلالی ضروری است، سپس سرشت اختلالهایی را بررسی می‌کنیم که براثر تورم تولید شده‌اند و خواهیم دید که این افت‌وخیزها در مقایسه با موارد لازم چگونه‌اند.

۱.۶.۷ ارتباطهای تصادفی در افت‌وخیزهای اولیه

در بخش قبل دیدیم که در یک مدل فریدمان اولیه چگونه طول موجهای فیزیکی (ناهمگنهای امروزی در بزرگ‌ـمقیاس) از افق ذره بزرگتر بودند و در نتیجه نمی‌توانستند با برهم‌کنشهای تصادفی مرتبط شوند. اگر یک مرحلهٔ تورمی وجود داشته باشد، این نتیجه‌گیری تغییر می‌کند. بگذارید با یک مثال روشنگر ببینیم که چگونه این اتفاق رخ می‌دهد.

طول موج $\lambda_۰$ وابسته به جرم کهکشانی M را در عصر حاضر در نظر بگیرید. اگر چگالی میانگین از رابطهٔ زیر به‌دست آید

$$\bar{\rho}_۰ = \frac{۳H_۰^{۲}}{۸\pi G}\Omega_۰$$

داریم

$$M = \frac{۴\pi}{۳}\bar{\rho}_۰\lambda_۰^{۳}$$

یعنی،

$$\lambda_\circ = \left(\frac{۲GM}{H_\circ^۲\Omega_\circ}\right)^{۱/۳} \qquad (۸۱.۷)$$

اکنون این مقیاس طول را تا عصر $t_{\rm f}$ بلافاصله پس از پایان تورم پی می‌گیریم. چون عامل مقیاس با عکس دمای تابش تغییر می‌کند، عامل مقیاس در $t_{\rm f}$ برابر بوده است با

$$\lambda_{\rm f} \equiv \lambda(t_{\rm f}) = \lambda_\circ \frac{S(t_{\rm f})}{S(t_\circ)} = \left(\frac{۲GM}{H_\circ^۲\Omega_\circ}\right)^{۱/۳} \frac{T_\circ}{T_{\rm f}} \qquad (۸۲.۷)$$

چون در مرحلهٔ تورمی $t_۱ \le t \le t_{\rm f}$ عامل مقیاس به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد، مقیاس در $t_{\rm i}$ برابر بود با

$$\lambda_{\rm i} = \lambda_{\rm f} \exp a(t_{\rm i} - t_{\rm f}) = \lambda_{\rm f} Z^{-۱} \qquad (۸۳.۷)$$

Z ضریبی است که با آن عالم متورم شده است (نگاه کنید به معادلهٔ (۷۴.۶)). حال اندازهٔ عالم در مقایسه با اندازهٔ افق چگونه است؟

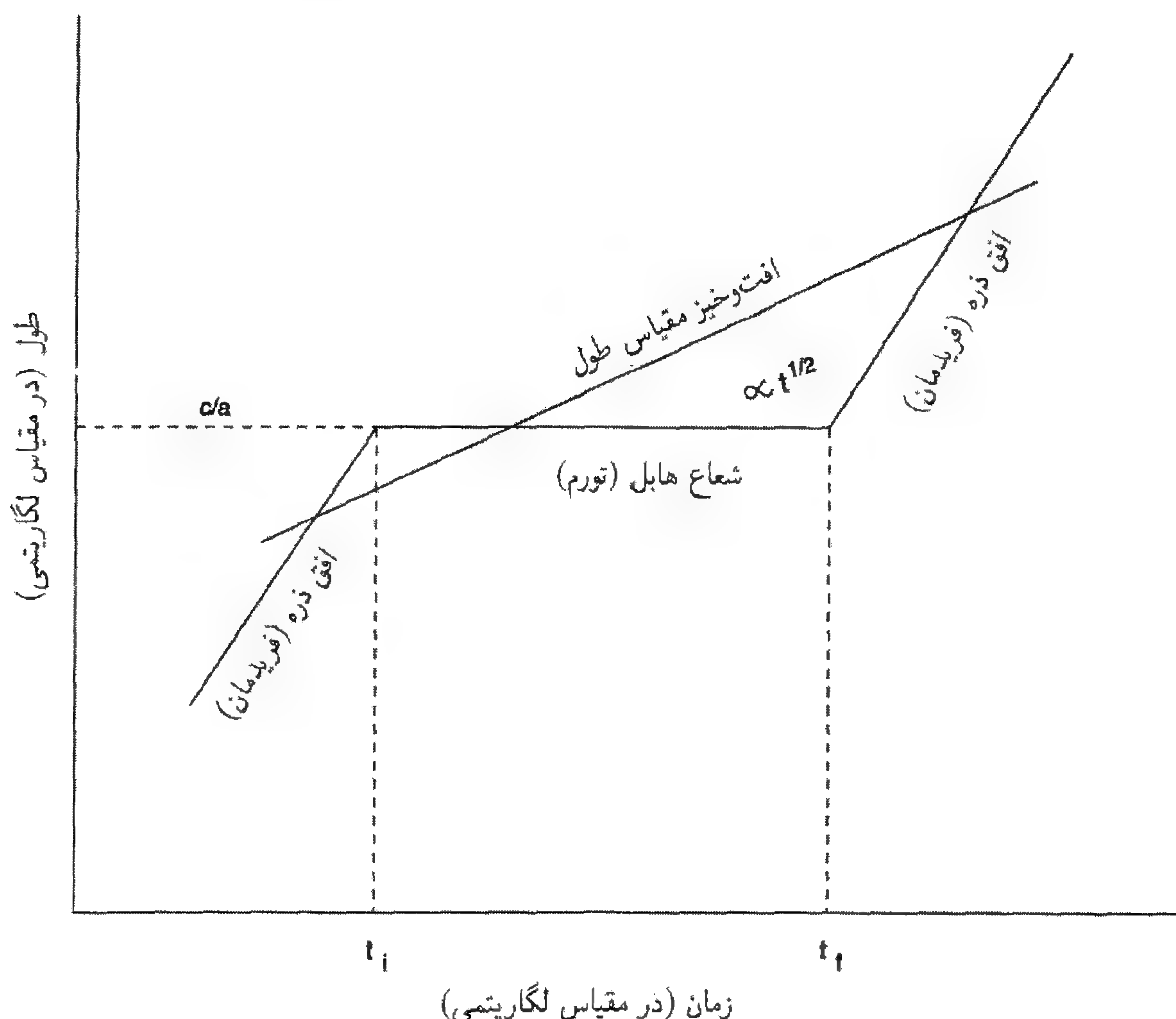
با فرض اینکه عالم در طی $t_{\rm i} \le t \le t_{\rm f}$ در مُد انبساط بوده است، سرشت افق تغییر می‌کند. فضازمان دوسیته درگسترهٔ زمان کامل $-\infty < t < \infty$ دارای افق ذره نیست. بلکه اگر ضریب انبساط $\exp(at)$ باشد، یک افق رویداد به شعاع c/a خواهد داشت. اما، در اینجا با بازهٔ محدود انبساط دوسیته سروکار داریم، و در نتیجه موضوع تا اندازه‌ای مبهم است. برای ارتباطات تصادفی که در مخروط نور گذشته به‌وجود آمده‌اند، باید صرفاً از افق ذره صحبت کنیم. در نبود یک افق ذرهٔ مشخص، می‌توان c/a، یعنی «شعاع هابل» معروف را طول مقیاسی در نظر گرفت که در آن ارتباطات تصادفی می‌توانند تثبیت شوند.

به‌واسطهٔ بزرگی ضریب Z انتظار داریم که برای اغلب مقیاسهای مربوط به اخترشناسی

$$\lambda_{\rm i} < c/a \qquad (۸۴.۷)$$

به‌عبارت دیگر، شعاع هابل از طول مقیاس تجاوز می‌کند. بنابراین، مسئله علیت اولیهٔ کیهان‌شناسی استاندارد از سرراه برداشته می‌شود.

شکل ۶.۷ وضعیت بازنگری شده را نشان می‌دهد. این شکل شعاع هابل در دورهٔ تورمی و به‌دنبال آن شعاع افق ذره در مرحلهٔ انبساط فریدمان با سیطرهٔ تابش را نشان می‌دهد. در $t_{\rm i} \le t \le t_{\rm f}$ شعاع هابل در c/a ثابت است. برای $t > t_{\rm f}$ افق ذره در t رشد می‌کند. در مقایسه



شکل ۶.۷ اندازهٔ مقیاس یک افت‌وخیز به‌صورت $S(t)$ تغییر می‌کند. مقدار آن از شعاع هابل مدل تورمی خارج می‌شود و سپس در مرحلهٔ فریدمان دوباره وارد افق ذره می‌شود.

با این مقیاسها، نمونهٔ طول مقیاس برای یک افت‌وخیز نظیر عدد موج k همواره متناسب با عامل مقیاس عالم افزایش می‌یابد، یعنی در مدت $t_{\rm i} < t < t_{\rm f}$ به‌صورت $(۲\pi/k)\exp(at)$ رشد می‌کند. بنابراین در یک زمان $t_{\text{خروجی}}$ که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید. از شعاع هابل تجاوز می‌کند و به‌طرف خارج می‌رود

$$\frac{۲\pi}{k}\exp(at_{\text{خروجی}}) = \frac{c}{a} \qquad (۸۵.۷)$$

برای $t_{\text{خروجی}} < t < t_{\text{ورودی}}$، مقیاس مورد نظر از هر دوی c/a در مرحلهٔ تورمی و اندازهٔ افق در مرحلهٔ فریدمان پس از آن تجاوز می‌کند. زمان $t_{\text{ورودی}}$ از عصری به‌دست می‌آید که در آن طول افت‌وخیز (که در رژیم فریدمان متناسب با $t^{۱/۲}$ رشد می‌کند) با افق ذره (که به‌صورت t افزایش می‌یابد) برابر شود. پسوند «ورودی» نشان می‌دهد که برای $t > t_{\text{ورودی}}$ طول افت‌وخیز کمتر

از افق ذره خواهد بود. بنابراین، تورم این امکان را هم می‌سازد که با شروع از هستهٔ افت‌وخیزها در دوره‌های بسیار اولیه به مقیاسهای مشاهده‌شدهٔ فعلی برسیم. در بازهٔ $t_{\text{ورودی}} < t < t_{\text{خروجی}}$ است که ارتباطات تصادفی از بین می‌روند و همبستگیهایی که قبل از $t_{\text{خروجی}}$ به‌وجود آمده‌اند دست‌نخورده باقی می‌مانند. همین‌طور توجه کنید که هر دوی $t_{\text{خروجی}}$ و $t_{\text{ورودی}}$ به k بستگی دارند و این وضع نقشی کلیدی در تعیین طیف افت‌وخیزها دارد.

۲.۶.۷ طیف مقیاس‌ـناوردا

با توجه به بحث بالا، باید دامنهٔ یک اختلال چگالی نوعی را در زمان $t_{\text{ورودی}}(k)$ که وارد افق می‌شود بدانیم. از تجربهٔ فوریهٔ چگالی اختلال فرمول (۶۴.۷) استفاده می‌کنیم. برای $t > t_{\text{ورودی}}(k)$ می‌توانیم رشد آن را، ابتدا با روشهای خطی کردن تا اینکه اندازهٔ $|\delta_{\mathbf{k}}(t)|^{۲}$ آن با واحد قابل مقایسه شود و سپس با سایر روشها، مطالعه کنیم. (این واقعیت که $\Delta T/T$ در تابش زمینهٔ ریزموج $< ۱۰^{-۵}$ است، ایجاب می‌کند که $|\delta_{\mathbf{k}}(t)|^{۲}$ در مرحلهٔ با سیطرهٔ تابش انبساط $۱ \gg$ باشد، و در نتیجه خطی کردن موجه است.) بنابراین، باید تابع زیر را بدانیم

$$F(\mathbf{k}) \equiv |\delta_{\mathbf{k}}(t)|^{۲}_{t=t_{\text{ورودی}}(k)} \qquad (۸۶.۷)$$

هاریسون[1] در ۱۹۷۰ و زلدویچ در ۱۹۷۲ مستقلاً، با توجه به ملاحظات نظری در زمان ورود به افق، استدلال کرده بودند که اختلالها باید به‌صورت $F(\mathbf{k}) \propto k^{-۳}$ باشند. این استدلال را به بحث فعلی مربوط خواهیم ساخت. ابتدا رابطهٔ بین افت‌وخیزهای چگالی و جرم را در ناحیه‌ای به‌اندازهٔ R، در نظر می‌گیریم که در بخش قبل به‌دست آوردیم.

در آنجا دیدیم که افت‌وخیزهای ریشهٔ میانگین مربعی (RMS) جرم M به‌عنوان کسری از جرم متوسط موجود در ناحیه‌ای به‌اندازهٔ R در $k = R^{-۱}$ با $k^{۳}|\delta_{\mathbf{k}}|^{۲}$ متناسب است. بنابراین، برای $F(\mathbf{k}) \propto k^{-۳}$ بالا، مقدار $\langle(\delta M/M)^{۲}\rangle(\text{RMS})$ مستقل از مقیاس R در $t = t_{\text{ورودی}}(\mathbf{k})$ است، از این رو به تمام مقیاسها در زمان ورود به افق توان یکسان می‌دهد. همان‌گونه که در بخش ۴.۴.۷ دیدیم، یک طیف مقیاس‌ـناوردا با توزیع گسستهٔ ساختارها در بزرگ ـ مقیاس مشخص می‌شود.

به‌نظر می‌رسد مدل تورمی که در بخش ۶ بررسی شد قابلیت تولید این نوع طیف را از طریق افت‌وخیزهای میدان نرده‌ای $\phi(\mathbf{r}, t)$ داراست. افت‌وخیزها را به‌صورت $f(\mathbf{r}, t)$ از مقدار میانگین هموارشدهٔ $\phi_{\circ}(t)$ می‌نویسیم. از این رو

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \phi_{\circ}(t) + f(\mathbf{r}, t) \qquad (۸۷.۷)$$

1. Harrison

این افت‌وخیزها به افت‌وخیزهایی در چگالی انرژی می‌انجامند.

چون چگالی انرژی یک میدان نرده‌ای $\rho c^{۲} \cong \frac{۱}{۲}\dot{\phi}^{۲}$ است، به‌دست می‌آوریم

$$\delta\rho(\mathbf{r},t) \cong \dot{\phi}_{\circ}(t)\dot{f}(\mathbf{r},t)/c^{۲} \qquad (۸۸.۷)$$

برای $|f| \ll |\phi_{\circ}|$. با نوشتن

$$f(\mathbf{r},t) = \int Q_{\mathbf{k}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\frac{\mathrm{d}^{۳}\mathbf{k}}{(۲\pi)^{۳}} \qquad (۸۹.۷)$$

داریم

$$\delta\rho(\mathbf{k},t)c^{۲} \cong \dot{\phi}_{\circ}(t)\dot{Q}_{\mathbf{k}}(t) \qquad (۹۰.۷)$$

در چگالی انرژی میانگین در مدت تورم جملهٔ ثابت $V_{\circ}$ (مثلاً) پتانسیل کلمن‌ـواینبرگ[1] غالب و تضاد چگالی به‌صورت زیر است

$$\delta_{\mathbf{k}}(t) = \frac{\delta\rho c^{۲}}{V_{\circ}} = \frac{\dot{\phi}_{\circ}\dot{Q}_{\mathbf{k}}(t)}{V_{\circ}} \qquad (۹۱.۷)$$

برای $\phi_{\circ}$ متوسط رشد ϕ را در مرحلهٔ پیشرفت کند به‌کار می‌بریم: اما f چیست؟ اکنون در واقع افت‌وخیزهای ϕ در اینجا دارای منشأ کوانتومی هستند، و در تقریب کلاسیک، از $f(\mathbf{r},t)$ برای تقلید کلاسیک آنها استفاده می‌کنیم. در نظریهٔ میدان کوانتومی، میدان باید یک عملگر $\widehat{\phi}(\mathbf{r},t)$ باشد که ضرایب فوریهٔ آنها یعنی $\widehat{q}_{\mathbf{k}}(t)$ نیز عملگرهایی هستند. در یک حالت کوانتومی که با تابع موج $\psi_{\mathbf{k}}$ مشخص می‌شود، افت‌وخیزهای $\widehat{q}_{\mathbf{k}}$ از رابطهٔ پاشندگی به‌دست می‌آید

$$\sigma_{\mathbf{k}}^{۲}(t) = \langle\psi_{\mathbf{k}}|q_{\mathbf{k}}^{۲}(t)|\psi_{\mathbf{k}}\rangle \qquad (۹۲.۷)$$

مقدار میانگین (در مُد $\mathbf{k} \neq \circ$) $\psi_{\mathbf{k}}$ صفر است. زیرا $\phi_{\circ}$، مقدار میانگین ϕ، همگن است. چون به‌نظر می‌رسد که $\sigma_{\mathbf{k}}^{۲}(t)$ معیار خوبی از افت‌وخیزهای کوانتومی باشد، می‌توانیم $Q_{\mathbf{k}}(t)$ را به $\sigma_{\mathbf{k}}(t)$ مربوط کنیم و بنویسیم

$$\delta_{\mathbf{k}}(t) = \frac{\dot{\phi}_{\circ}(t)}{V_{\circ}}\dot{\sigma}_{\mathbf{k}}(t) \qquad (۹۳.۷)$$

بنابراین، از تقریبی نیمه‌کلاسیک برای برآورد افت‌وخیزهای چگالی انرژی میدان ϕ استفاده کرده‌ایم که به‌عنوان هستهٔ افت‌وخیزهای چگالی در طول مرحلهٔ تورمی $t_{\mathrm{i}} < t < t_{\mathrm{f}}$ عمل می‌کند.

1. Coleman-Weinberg

برای مقایسه با رصدها باید مقدار $\delta_{\mathbf{k}}(t)$ در $t = t_{\text{ورودی}}$ را بدانیم. چند نفر از کسانی که دربارهٔ نظریهٔ تورم کار می‌کنند راهی برای ارتباط $\delta_{\mathbf{k}}(t_{\text{ورودی}})$ با $\delta_{\mathbf{k}}(t_{\text{خروجی}})$ از طریق یک قانون پایستگی تقریبی یافته‌اند

$$\frac{\delta_{\mathbf{k}}(t_{\text{ورودی}})}{1 + W(t_{\text{ورودی}})} = \frac{\delta_{\mathbf{k}}(t_{\text{خروجی}})}{1 + W(t_{\text{خروجی}})} \tag{۹۴.۷}$$

که $W(t)$ نسبت فشار $p(t)$ به چگالی $\rho(t)$ میدان زمینهٔ میانگین است.

در طول مرحلهٔ تورمی، با $V_0 \gg \phi_0^2$،

$$p(t) = \frac{1}{2}\dot{\phi}_0^2 - V_0, \quad \rho(t) = \frac{1}{2}\dot{\phi}_0^2 + V_0, \quad 1 + W(t) \simeq \frac{\dot{\phi}_0^2}{V_0} \tag{۹۵.۷}$$

در مرحلهٔ سیطرهٔ تابش $1 + W = \frac{4}{3}$. بنابراین،

$$\delta_{\mathbf{k}}(t_{\text{ورودی}}) = \frac{4}{3}\,\frac{V_0}{\dot{\phi}_0^2}\delta_{\mathbf{k}}(t_{\text{خروجی}}) \tag{۹۶.۷}$$

$$= \frac{4}{3}\,\frac{\dot{\sigma}_{\mathbf{k}}}{\dot{\phi}_0}\bigg|_{t=t_{\text{خروجی}}} \tag{۹۷.۷}$$

برای پتانسیل کلمن‌ـواینبرگ، $\sigma_{\mathbf{k}}(t)$ و $\phi_0(t)$ از محاسبه‌های مفصل به‌دست می‌آید. نتیجهٔ نهایی عبارت است از

$$\delta_{\mathbf{k}}(t_{\text{ورودی}}) \approx 10^{2}k^{-3/2} \tag{۹۸.۷}$$

به‌عبارت دیگر، شرط

$$k^3|\delta_{\mathbf{k}}(t_{\text{ورودی}})|^2 = \text{const.} \tag{۹۹.۷}$$

مورد نیاز یک طیف مقیاس‌ـناوردا برقرار است. در حالی که این بدون شک موفقیتی برای مدل تورمی است، اما نتیجه به سختی رضایت‌بخش است. زیرا، پس از قرار دادن اعداد درمی‌یابیم که دامنهٔ افت‌وخیزها بسیار بزرگ است! به‌جای به‌دست آوردن مقادیر از مرتبهٔ $< 10^{-4}$، معادلهٔ (۹۸.۷) به دامنهٔ $\sim 10^{2}$ می‌انجامد. بنابراین، تنظیم دقیق غیرواقعی پارامترهای نظریه برای کم کردن دامنه تا سطح مطلوب ضروری است.

۷.۷ نقش مادهٔ تاریک

وجود مادهٔ تاریک در تشکیل ساختارها نیز نقشی با اهمیت دارد. دیدیم که چگونه هموار بودن زمینهٔ ریزموج پهنهٔ $\delta\rho/\rho$ در عصر بازترکیب را محدود می‌سازد. استدلال به‌کار رفته در مساوی قرار دادن $\delta\rho/\rho$ برای ماده و تابش به باریونی بودن ماده بستگی داشت. مادهٔ باریونی با تابش برهم‌کنش نمی‌کند، در نتیجه نمی‌توانیم افت‌وخیزهای $\delta\rho/\rho$ این ماده را همراه با افت‌وخیزهای بسیار کوچکتر تابش زمینه داشته باشیم.

به هر حال، این استدلال در حالتی که تودهٔ ماده غیرباریونی است و در نتیجه (احتمالاً) با تابش برهم‌کنش ندارد بی‌اعتبار می‌شود. این موضوع $\delta\rho/\rho$ بزرگ را برای افت‌وخیزهای باریونی مجاز می‌دارد. پس می‌توانیم افت‌وخیزهای باریونی (که در آن عصر کوچک بودند) را طوری تنظیم کنیم که با افت‌وخیزهای بزرگتر مادهٔ غیرباریونی در دوره‌های بعدی همگام شود. زیرا این دو نوع ماده به‌صورت گرانشی برهم‌کنش می‌کنند. چون مادهٔ غیرباریونی با تابش برهم‌کنش ندارد پس برای تمام مقاصد نجومی «تاریک» است.

۱.۷.۷ انواع مادهٔ تاریک غیرباریونی

مادهٔ غیرباریونی می‌تواند به‌طور کلی از دو نوع «داغ» و «سرد» باشد. این صفتها نشان می‌دهند که ذرات مادهٔ تاریک پس از واجفتیدگی از بقیهٔ مادهٔ (باریونی) با چه سرعتی در عالم حرکت می‌کنند. در فصل ۵ دیدیم که در دمای $\sim ۱۰^{۱۰}\mathrm{K}$ نوترینوها از بقیهٔ مواد واجفتیدند. در دمایی از این مرتبه حرکت الکترون (با جرم سکون $\sim ۰٫۵\mathrm{MeV}/c^۲$) نسبیتی است. پس، حتی اگر نوترینو دارای جرم سکون حدود ۲۰ تا $۴۰\mathrm{eV}/c^۲$ باشد، حرکت آن در زمان واجفتیدگی نسبیتی است.

بنابراین، نوترینوها مثالی از «ماده تاریک داغ[1]» (HDM) هستند. در هنگام واجفتیدگی آنها با سرعتهای نسبیتی حرکت می‌کرده‌اند. برعکس، ذراتی که سرعت آنها در هنگام واجفتیدن $\ll c$ بوده است ذرات «ماده تاریک سرد[2]» (CDM) نامیده می‌شوند.

جدول ۱.۷ فهرستی از نامزدهای مادهٔ تاریک سرد، باریونی و غیرباریونی، را نشان می‌دهد. در گروه اخیر تنها گونهٔ شناخته‌شده نوترینوهای HDM هستند. تمام ذرات دیگر در نظریه‌های وحدت بزرگ یا ابرتقارن (SUSY) درنظرگرفته شده‌اند. هیچ‌کدام از آنها در آزمایشهای با شتابگر آشکارسازی نشده‌اند. بنابراین بحث را با نوترینوهای جرم‌دار آغاز می‌کنیم. از تمام ذراتی که در فهرست آمده‌اند، تنها ذره‌ای که تاکنون ملموس بوده نوترینوست. اگرچه هنوز معلوم نیست که نوترینو جرم سکون دارد یا خیر، بد نیست چند پیامد این موضوع را بررسی کنیم.

1. hot dark matter 2. cold dark matter

جدول ۱.۷ بعضی نامزدهای مادهٔ تاریک

نامزد/ذره	جرم تقریبی	پیش‌بینی‌شده توسط	نوع
اکسیون، مایورون، بوزون گلدستون	۱۰$^{-۵}$eV	شکست تقارن QCD	CDM
نوترینوی معمولی	۱۰ـ۱۰۰eV	GUTs	HDM
هیگزینوی سبک، فوتینو، گراوتینو، اکسینو، اسنوترینو،	۱۰ـ۱۰۰eV	SUSY/SUGR[الف]	HDM
پارافوتون	۲۰ـ۴۰۰eV	QED اصلاح‌شده	HDM یا WDM
نوترینوی راستگرد	۵۰۰eV	اَبَرضعیف	WDM
گراوتینو و غیره	۵۰۰eV	SUSY/SUGR	WDM
فوتینو، گراوتینو، اکسینو، ذرهٔ آینه‌ای، نوترینوی سیمپسون	keV	SUSY/SUGR	WDM یا CDM
فوتینو، اسنوترینو، هیگزینو، گلوئینو، نوترینوی سنگین	MeV	SUSY/SUGR	CDM
	MeV	SUSY/SUGR	HDM یا CDM
پرئون	۲۰ـ۲۰۰TeV	مدلهای مرکب	CDM
تک‌قطبیها	۱۰^{۱۶}GeV	GUTs	CDM
پیرگون، ماکزیمون، پری‌پُل، نیوتریتیز، شوارتس‌شیلد	۱۰^{۱۹}GeV	نظریه‌های با ابعاد بالاتر	CDM
ریسمانهای ابرمتقارن	۱۰^{۱۹}GeV	SUSY/SUGR	CDM
تکه‌های کوارک، نوکلئیریتی‌ها	۱۰^{۱۵}g	QCD, GUTs	CDM

الف. SUGR ≡ Supergravity

۲.۷.۷ نوترینوهای جرم‌دار

آزمایشهای اف. رینس[1] و اچ. دبلیو. سوبل[2] و ای. پازیرب[3] نیز وی. ای. لیوبیموف و همکاران[4] در سال ۱۹۸۰ نشان داد که نوترینوها می‌توانند در واقع دارای جرم سکون مختصری باشند. آزمایشهای بعدی گروههای مختلف در این مورد تا اندازه‌ای مبهم بوده است. در اوایل دههٔ ۱۹۹۰، دنیس شاما[5] نشان داد که وجود نوترینوی با جرم سکون ۱۷ ke V دارای چند پیامد احتمالی در نجوم فراکهکشانی است. در سال ۱۹۹۸، سازمان همکاری سوپرـکامیوکانده[6] متشکل از دانشمندان۲۳

1. F. Reines 2. H. W. Sobel 3. E. Pasierb 4. V. A. Lyubimov *et al.* 5. Dennis Sciama 6. Super-Kamiokande Collaboration

مؤسسه در ژاپن و ایالات متحده دلیل غیرمستقیمی را برای جرم مختصر نوترینوی موئونی اعلام کردند.

این دلیل بر مبنای مطالعات روی نوترینوهایی بود که در هنگام بمباران جوّ بالایی زمین با پرتوهای کیهانی تولید می‌شوند و رگبارهایی از ذرات ثانویه را به‌وجود می‌آورند که بر زمین فرو می‌بارد. گروه سوپرکامیوکانده از مخزن بزرگ ۵۰۰۰۰ تنی از آب بسیار خالص استفاده کردند، که در عمق ۱۰۰۰ m زیر زمین در معدن موزومی شرکت معدن و ذوب فلزات کامیوکا قرار داشت. بر اثر برهم‌کنشهای نوترینو در این مخزن با توجه به نوع نوترینوی دخیل (نوترینوی الکترونی یا نوترینوی موئونی) درخشهای ضعیف نورگسیل می‌شود و شمارش تعداد نسبی آنها برحسب فاصله از نقطهٔ تولید، دانشمندان به این نتیجه رسیدند نوترینوهای موئونی، مثلاً، بین نوترینوی موئونی و نوترینوی‌ـτ، یا نوع دیگری از نوترینو که هنوز ناشناخته است «نوسان می‌کنند». آزمایش جرمهایی را که به این اثر می‌انجامد تعیین نمی‌کند، بلکه آهنگ ناپدید شدن آنها نشان می‌دهد که اختلاف جرم بین انواع نوسان‌کننده بسیار کوچک است. در هنگام نوشتن این مطلب مقدار پذیرفته‌شدهٔ عامی برای جرم نوترینو وجود ندارد، بنابراین این موضوع هنوز حل نشده است.

با این همه، کیهان‌شناسان به امکان این نوسان علاقه‌مندند زیرا امکانات اخترفیزیکی جالب توجهی، از جمله تشکیل ساختار بزرگ‌ـمقیاس را در اختیار می‌گذارد. در سال ۱۹۷۲، ار. کاوسیک[1] و جی. مک‌کلیلاند[2] حدس زده بودند که «جرم گمشدهٔ» عالم (یعنی، ماده تاریک) را می‌توان به‌حساب نوترینوهای باقیمانده گذاشت. اکنون دربارهٔ این امکان چه می‌توان گفت؟ در اینجا پیامدهای کیهان‌شناختی داشتن جرم سکون محدود (یعنی، ناصفر) نوترینوها را شرح می‌دهیم.

بگذارید محاسبه‌ها را انجام دهیم، و حتی برای نوترینوهای جرم‌دار $g_\nu = ۱$ را در نظر بگیریم. اگر جرم سکون نوترینو بزرگتر از $\sim ۲ \times ۱۰^{-۴}\mathrm{eV}$ باشد، امروز دارای سرعتهای کاتوره‌ای اندکی خواهند بود. برای راحتی، جرم سکون نوترینو را برحسب الکترون ولت بیان می‌کنیم و می‌نویسیم

$$m_\nu = M_\nu \mathrm{eV}$$

از جدول ۱.۵ می‌دانیم که چگالی عددی نوترینوها سه‌ـهشتم چگالی عددی فوتونهای با همان دماست. همین‌طور می‌دانیم که چگالی عددی فوتونها به‌صورت مکعب دمای فوتون تغییر می‌کند. چون در مرحلهٔ پس از نابودی $\mathrm{e}^+ - \mathrm{e}^-$ داریم

$$\left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)^۳ = \frac{۴}{۱۱}$$

1. R. Cowsik 2. J. McClelland

چگالی عددی فعلی نوترینوها عبارت است از

$$\left(\frac{N_\nu}{N_\gamma}\right)_{\circ} = \frac{۳}{۲۲} \quad (۱۰۰.۷)$$

با در نظرگرفتن همه چیز، چگالی جرمی نوترینوها در حال حاضر را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد

$$\rho_\nu = \Sigma\Omega_\nu\rho_c \quad (۱۰۱.۷)$$

که Σ جمع روی گونه‌های مختلف نوترینوست و

$$\Omega_\nu \simeq \frac{M_\nu}{۱۵۰}\left(\frac{T_\circ}{۳}\right)^۳ h_\circ^{-۲} \quad (۱۰۲.۷)$$

پادنوترینوها همین سهم را در چگالی خواهند داشت. اگر همهٔ گونه‌های مختلف نوترینو (و پادنوترینوی آنها) را در نظر بگیریم متوجه می‌شویم که سهم آنها در چگالی در صورتی با سهم مادهٔ باریونی قابل مقایسه می‌شود که

$$\sum_{\text{تمام گونه‌ها}} m_\nu \geq ۱/۵ \text{ eV} \quad (۱۰۳.۷)$$

اگر نوترینوها همراه با نوکلئونها برمبند و خوشه‌ها را تشکیل دهند، حد پایینتری برای نسبت مادهٔ غیردرخشان به درخشان (نوکلئونی) به‌دست می‌آوریم. این حد پایینتر عبارت است از

$$\frac{\Sigma\Omega_\nu}{\Omega_B} \geq \frac{۲}{۳}\sum M_\nu \quad (۱۰۴.۷)$$

ازگسیل پرتوهای X از خوشه‌ها تخمین‌زده شده است که جرم گاز داغ با فرمول زیر به جرم کل خوشه مربوط می‌شود

$$M_{HG} \approx ۰/۱(۲h_\circ)^{-۳/۲} M_{\text{کل}} \quad (۱۰۵.۷)$$

می‌توان $M_{HG}/M_{\text{کل}}$ را حد بالای (۱۰۴.۷) در نظرگرفت. که نتیجه می‌شود

$$\sum M_\nu \leq ۴۰ h_\circ^{۳/۲} \quad (۱۰۶.۷)$$

بنابراین، برای $h_\circ$ درگسترهٔ $\frac{۱}{۲}$ تا ۱، حد بالای Σm_ν درگسترهٔ ۱۵ ~ تا ۴۰eV قرار دارد.

در سال ۱۹۷۹ اس. تریمن[1] و جی. گان[2] دستاویز دیگری را در مورد جرم نوترینو خاطرنشان ساختند. نوترینوی جرم‌دار در زمان واجفتیدگی دارای تابع توزیع زیر در فضای تکانه است.

$$\mathrm{d}n_\nu = \frac{g}{(۲\pi\hbar)^۳}\left[\exp\left(\frac{p_\nu c}{kT_\nu}\right)+۱\right]^{-۱}\mathrm{d}^۳p_\nu \qquad (۱۰۷.۷)$$

در زمان واجفتیدگی، با خنک شدن $p_\nu \propto T_\nu$ و نوترینوها سرانجام نانسبیتی خواهند شد. نوترینوهایی که به‌آرامی حرکت می‌کنند در معرض گیرافتادن در چاههای پتانسیل گرانشی سیستمهای سنگینی هستند که سرانجام کهکشان یا خوشه‌های کهکشانی را تشکیل می‌دهند. به دام افتادن و رمبش نوترینوها تابع توزیع آنها را از (۱۰۷.۷) به‌توزیع ماکسولی یک گاز تکدما تغییر می‌دهد. این توزیع نهایی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathrm{d}n_\nu = \frac{\rho_\nu}{m_\nu^۴}\,\frac{۱}{(۲\pi\sigma^۲)^{۳/۲}}\exp\left(-\frac{v^۲}{۲\sigma^۲}\right) \qquad (۱۰۸.۷)$$

برای اینکه (۱۰۸.۷) نشانگر گازی باشد که در میدان گرانشی جرم M در فاصله R به‌دام افتاده است، باید

$$\langle v^۲\rangle \equiv ۳\sigma^۲ \simeq \frac{GM}{R}$$

یعنی،

$$\langle\rho\rangle \equiv \frac{۳M}{۴\pi R^۳} = \frac{۹\sigma^۲}{۴\pi G R^۲} \qquad (۱۰۹.۷)$$

با بیان M برحسب $M_\odot$، R برحسب مگاپارسک، و σ برحسب $\sigma_{۱۰۰} \equiv ۱۰۰\,\mathrm{km\ s^{-۱}}$، به‌دست می‌آوریم

$$\frac{M}{M_\odot} \simeq ۷\times۱۰^{۱۲}\sigma_{۱۰۰}R_{\mathrm{Mpc}},\ \langle\rho\rangle \simeq ۱۰^{-۲۸}\left(\frac{\sigma_{۱۰۰}}{R_{\mathrm{Mpc}}}\right)^۲ \mathrm{g\ cm^{-۳}} \qquad (۱۱۰.۷)$$

یکی از جنبه‌های رمبش همراه با تغییرات سریع انرژی عبارت است از کاهش چگالی بیشینه فضای فاز. (این عمل براثر حرکت ذرات گاز صورت می‌گیرد و مخلوط شدن حالتها به‌وقوع می‌پیوندند که در آن بیشینهٔ تابع توزیع اولیه با بخشهای کم چگالی‌تر تابع توزیع مخلوط می‌شوند.) بنابراین، با مقایسهٔ بیشینه‌های (۱۰۷.۷) و (۱۰۸.۷)، به‌دست می‌آوریم

$$\frac{g_\nu}{(۲\pi\hbar)^۳} > \frac{\rho_\nu}{m_\nu^۴(۲\pi\sigma^۲)^{۳/۲}}$$

1. S. Tremaine 2. J. Gunn

یعنی،

$$m_\nu > \left(\frac{\rho_\nu (2\pi)^{3/2}\hbar^3}{g_\nu \sigma^3}\right)^{1/4} \qquad (۱۱۱.۷)$$

با بیان این نامساوی برحسب (۱۱۰.۷)، به‌ازای $g_\nu = 1$ به‌دست می‌آوریم

$$M_\nu \geq 4{,}5\,\sigma_{100}^{-1/4} R_{\mathrm{Mpc}}^{-1/2} \qquad (۱۱۲.۷)$$

نوترینوهای باقیمانده که به اندازهٔ کافی سنگین هستند می‌توانند برمبند و جرم را در مقیاسهای مختلف که از (۱۱۲.۷) به‌دست می‌آید غالب سازند. ترمین و گان یک جنبهٔ عجیب این موضوع را خاطرنشان ساختند.[1] هرچه مقدار M_ν بزرگتر باشد، جرم غیرقابل مشاهده در مقایسه با جرم درخشان بیشتر خواهد شد. حال می‌دانیم که این نسبت در خوشه‌های کهکشانی از همه زیادتر و درکهکشانهای تک از همه کمتر است. از این رو، به‌نظر می‌رسد که نوترینوهای باقیماندهٔ مسئله جرم گمشده را حل نمی‌کنند. برای حل این تضاد، شرام[2] و استیگمن[3] پیشنهاد کرده‌اند که m_ν ممکن است در گسترهٔ ۴ تا ۲۰eV باشد. پس این نوترینوها به‌اندازه کافی سنگین نیستند تا درکپه‌شدن گرانشی در مقیاس یک کهکشان نقش غالب را داشته باشند، اما در مقیاس خوشه‌ها می‌توانند مؤثر باشند.

نوترینوهای بسیار سنگین برای کیهان‌شناسی مهبانگ نامطلوب‌اند. اگر جرم همهٔ نوترینوها به‌طور میانگین ۲۵eV ~ باشد، $\Sigma\Omega_\nu$ نزدیک به ۱ خواهد شد. جرم بزرگتر از این مقدار یا افزایش گونه‌های نوترینوی باقیمانده $\Sigma\Omega_\nu$ و Ω را به‌مقدار فراتر از مقدار بستار $\Omega = 1$ افزایش می‌دهد. همان‌طورکه در فصل ۴ دیدیم، عالمهای بسته سنهای کمتری دارند و سن کلی $6 \times 10^9 \leq$ سال ممکن است به‌صورت نامطلوبی کوچک باشد. بنابراین، پیشنهاد شده است که در چنین شرایطی از کیهان‌شناسیهای λ استفاده شود.

این محاسبه‌ها نشان می‌دهند که چگونه اخترفیزیک می‌تواند قیدهای با ارزشی بر ویژگیهای ذرات بنیادی اعمال کند.

۳.۷.۷ مادهٔ تاریک و اندازهٔ ساختار

یک رابطهٔ جالب بین جرم ذرات HDM غیرباریونی و جرم ساختار بزرگ ـ مقیاس وابسته به آن ظاهر می‌شود. ایده‌ها به‌قرار زیرند. فرض کنید m_X جرم یک ذرهٔ X است که بدون برخورد (یعنی،

---

۱. کاوسیک و مک‌کلیلاند در سال ۱۹۷۳ از استدلالهای مشابهی برای تعیین حدود پایین جرمهای نوترینو استفاده کردند.

2. Schramm 3. Steigman

بدون برهم‌کنش) با سرعت نسبیتی حرکت می‌کند. جمعیتی از این ذرات تمایل به از بین بردن هر نوع ناهمگنی دارد. سپس حد مزبور برای اندازهٔ ناهمگنی بر اندازهٔ افق ذره اعمال می‌شود. این اثر را می‌توان به‌صورت زیر برآورد کرد.

ذره نسبیتی است تا اینکه دمای محیط به مقدار زیر فرو افتد

$$T_X = \frac{m_X c^۲}{k} \tag{۱۱۳.۷}$$

با توجه به رابطهٔ زمان-دما در عالم اولیهٔ (۵.۶)، زمان این دوره عبارت است از

$$t_X = \left(\frac{۳c^۲}{۱۶\pi G a}\right)^{۱/۲} g^{-۱/۲} T_X^{-۲} \tag{۱۱۴.۷}$$

در این عصر اندازهٔ افق برابر است با

$$R_X = ۲ c t_X \tag{۱۱۵.۷}$$

چگالی انرژی ذرات در تعادل گرمایی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\varepsilon = \frac{\pi^۲ (kT_X)^۴}{۱۵\hbar^۳ c^۳} \frac{g}{۲}. \tag{۱۱۶.۷}$$

بنابراین، کل جرم موجود در کرهٔ افق از ترکیب (۱۱۳.۷) تا (۱۱۶.۷) به‌دست می‌آید. پس از اندکی دستکاری اندازه آن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{۴\pi}{۳} R_X^۳ (\varepsilon / c^۲) \\ &= \frac{\sqrt{۳}\pi^{۳/۲} g^{-۱/۲}}{۶۰ G^{۳/۲} a^{۳/۲}} \cdot \frac{k^۶}{\hbar^۳ c^۳ a^{۳/۲}} m_X^{-۲}. \end{aligned} \tag{۱۱۷.۷}$$

با نوشتن ثابت تابش و جرم پلانک به‌صورت زیر

$$a = \frac{\pi^۲}{۱۵} \cdot \frac{k^۴}{\hbar^۳ c^۳}, \qquad m_P = \sqrt{\frac{c\hbar}{G}} \tag{۱۱۸.۷}$$

رابطهٔ بالا به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{M} = \frac{۳\sqrt{۵}}{۴\pi\sqrt{\pi} g^{۱/۲}} \frac{m_P^۳}{m_X^۲} = \alpha \frac{m_P^۳}{m_X^۲}. \tag{۱۱۹.۷}$$

ثابت α از مرتبهٔ واحد است. (g را می‌توان بین ۱۰ و ۱۰۰ گرفت.)

با در نظر گرفتن جرم نوترینو برحسب الکترون ولت و $\mathcal{M}$ برحسب جرم خورشید $M_{\odot}$ رابطه بالا به‌صورت زیر در می‌آید

$$\mathcal{M} \approx ۱٫۵\alpha \times ۱۰^{۱۵} \left(\frac{۳۰\text{eV}}{m}\right)^{۲} M_{\odot} \qquad (۱۲۰.۷)$$

از این رو، با نوترینوهای الکترونی جرم‌دار به‌صورت HDM، مقیاس مشخصهٔ ناهمگنی‌های اَبَرخوشه‌ـگونه را به‌دست می‌آوریم. بنابراین، اگر این نوع HDM را در نظر بگیریم دارای سناریوی سرـپایین خواهیم شد.

از طرف دیگر، برای CDM ذرات پس از واجفتیدگی حرکت چندانی نخواهند داشت، و جرم آنها بسیار زیاد است. در نتیجه ساختارهای حاصل بسیار کوچکتر از HDM است و با سناریوی تهـبالا روبه‌رو خواهیم بود. تمرین ۲۹ در پایان فصل نشان می‌دهد چگونه می‌توان ساختار غالب تحت سیطرهٔ CDM را برآورد کرد.

۸.۷ رژیم غیرخطی

رشته رویدادهای منتهی به تشکیل کهکشان را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

- مرحله ۱ افت‌وخیزهای کوانتومی در دورهٔ آغازین، مثلاً در فاز تورمی، به‌وجود آمدند.
- مرحله ۲ افت‌وخیزها وارد افق عالم با سیطرهٔ تابش شدند و به‌صورت خطی تا دورهٔ بازترکیب رشد کردند.
- مرحله ۳ در دورهٔ پساـبازترکیب حضور و سرشت مادهٔ تاریک تأثیر شدیدی بر رشد داشت.
- مرحله ۴ افت‌وخیزها به‌اندازهٔ کافی بزرگ شدند، به‌طوری که فرایندهای غیرخطی اهمیت پیدا کردند. نتیجهٔ نهایی این مرحله ساختار بزرگ ـ مقیاسی است که باید بتوانیم با تلسکوپ مشاوره کنیم.

مراحل ۱ـ۳ را بررسی کردیم و اکنون به مرحلهٔ نهایی می‌پردازیم.

۱.۸.۷ تقریب زلدویچ

در سال ۱۹۷۰ زلدویچ تصویر ساده‌ای از چگونگی رشد مُدهای افت‌وخیز چگالی به رژیم غیرخطی ارائه کرد. این رهیافت را به‌طور مختصر بررسی می‌کنیم.

فرض کنید مادهٔ کیهانی از اجزای شاره‌ای تشکیل شده است که مسیر آنها از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathbf{r} = S(t)[\mathbf{q} - b(t)\nabla_{\mathbf{q}}\psi(\mathbf{q})] \qquad (۱۲۱.۷)$$

که در آن $S(t)$ عامل انبساط، $\mathbf{q}$ مختصهٔ همراه جزء شاره، $b(t)$ افت‌وخیزهای رشد را توصیف می‌کند و ψ پتانسیل اختلالی است.

اگر ρ_0 چگالی در مختصات همراه و $\rho(\mathbf{r}, t)$ ویژه چگالی باشد، از یک رابطهٔ سادهٔ پایستگی جرم به‌دست می‌آوریم

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho_0}{S^3} \det \left\| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}} \right\|^{-1} \qquad (۱۲۲.۷)$$

دترمینان تبدیل ژاکوبی و ماتریس آن دارای ویژه مقدارهای λ_1، λ_2، λ_3 است که تابعهای کاتوره‌ای پیوسته از مختصات $\mathbf{q}$ هستند. از این رو، چگالی به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho_0}{S^3}(1 - b\lambda_1)^{-1}(1 - b\lambda_2)^{-1}(1 - b\lambda_3)^{-1} \qquad (۱۲۳.۷)$$

بدون از دست رفتن کلیت فرض می‌کنیم $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$. پس با رشد $b(t)$ و $b\lambda_1 \to 1$ چگالی بینهایت می‌شود. جزء حجم اولیه که شکل مکعبی داشت اکنون به‌صورت یک رویهٔ تخت دوبعدی درمی‌آید که زلدویچ آن را «پنکیک» نامید.

تاکنون گرانی در نظر گرفته نشده است. برای خودسازگار شدن تصویر باید معادلهٔ پواسون صادق باشد:

$$\nabla \cdot \ddot{\mathbf{r}} = -4\pi G\rho \qquad (۱۲۴.۷)$$

برای حل معادله سه‌ناوردای ماتریس تبدیل را می‌نویسیم

$$I_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \qquad I_2 = \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1, \qquad I_3 = \lambda_1\lambda_2\lambda_3 \qquad (۱۲۵.۷)$$

بنابراین معادلهٔ پواسون به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\left(3\frac{\ddot{S}}{S} + 4\pi G\frac{\rho_0}{S^3}\right) - (I_1 - 2bI_2 + 3b^2I_3)\left(\ddot{b} + 2\frac{\dot{S}}{S}\dot{b} + 3\frac{\ddot{S}}{S}b\right) + 3\frac{\ddot{S}}{S}(2b^3I_3 - b^2I_2) = 0 \qquad (۱۲۶.۷)$$

اولین جمله با توجه به قانون نمایی کیهان‌شناختی صفر می‌شود. دومین جمله در صورتی صفر است که

$$\ddot{b} + ۲\frac{\dot{S}}{S}\dot{b} + ۳\frac{\ddot{S}}{S}b = ۰ \qquad (۱۲۷.۷)$$

این معادلهٔ رشد افت‌وخیزهای خطی است. جملهٔ آخر را می‌توان به خطای کسری چگالی که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید ربط داد

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{۲b^۳ I_۳ - b^۲ I_۲}{۱ - bI_۱ + b^۲ I_۲ - b^۳ I_۳} \qquad (۱۲۸.۷)$$

برای یک رمبش هامن $\lambda_۲ = \lambda_۳ = ۰$ و در نتیجه $\Delta\rho = ۰$. یعنی تقریب زلدویچ دقیق است. اگر $\lambda_۱ > ۰$ باشد، رمبش هنگامی رخ می‌دهد که $b = \lambda_۱^{-۱}$. برای $b\lambda_۱ \ll ۱$ در رژیم خطی هستیم و (۱۲۳.۷) تقریباً به‌صورت زیر در می‌آید

$$\rho(\mathbf{r}, t) \approx \frac{\rho_۰}{S^۳}[۱ + b(\lambda_۱ + \lambda_۲ + \lambda_۳)]$$

یعنی، چگالی باقیماندهٔ خطی‌شده عبارت است از

$$\delta(\mathbf{r}, t) \simeq bI \qquad (۱۲۹.۷)$$

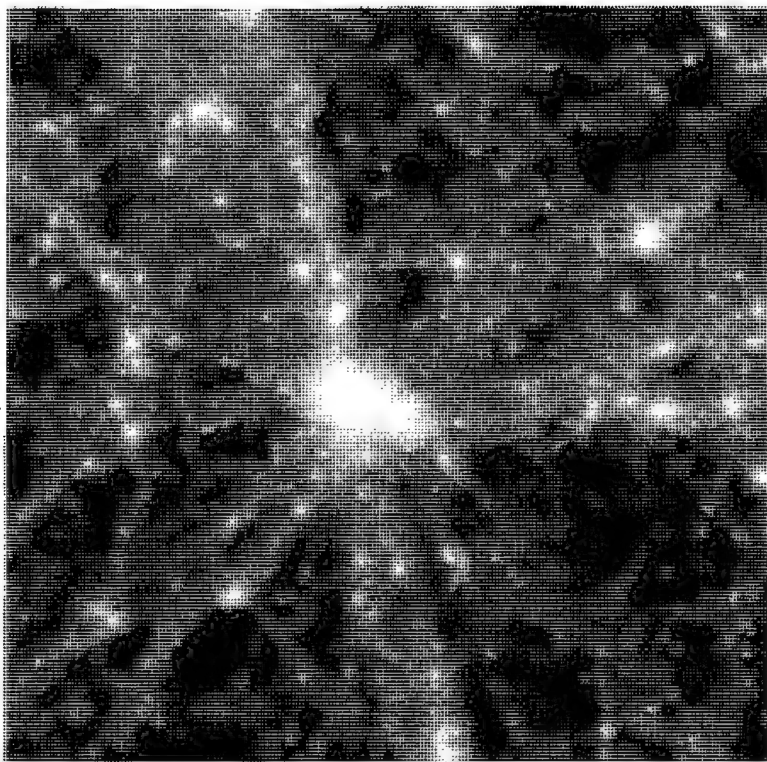
بنابراین، تصویر ساده‌ای از چگونگی گذار از رژیم خطی و غیرخطی داریم. این تقریب نقطهٔ شروع شبیه‌سازیهای دقیقتر N جسمی برروی کامپیوتر است.

۲.۸.۷ شبیه‌سازیهای N جسمی

یک طرح کلی برای شبیه‌سازیهای عددی می‌تواند به‌صورت زیر باشد. N ذره (معمولاً یکسان) به جرمهای $m_i (i = ۱, \ldots, N)$ داریم. نیروی وارد بر ذرهٔ i در نقطهٔ $\mathbf{r}_i$ با بهره‌گیری از قانون عکس مجذوری اصلاح‌شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\mathbf{F}_i = Gm_i \sum_{j \neq i} \frac{m_j(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^۲ + \varepsilon^۲)^{۳/۲}} \qquad (۱۳۰.۷)$$

عدد کوچک ε برای اجتناب از وارد آمدن نیروهای بسیار بزرگ در برخوردهای نزدیک وارد شده است. این نیرو شتاب ذرهٔ iام را تعیین می‌کند. با معلوم بودن مکان و سرعت ذره در یک لحظه، می‌توان آنها را در لحظه‌ای بعد تعیین کرد.



شکل ۷.۷ نمونه‌ای از نتیجه‌های حاصل از شبیه‌سازیهای Nجسمی که از طرح مشترک ویرگو بین دانشمندان اسرائیلی و انستیتوی ماکس پلانک آلمان برای اخترفیزیک به‌دست آمده است. نوعاً از $۲۵۶^۳$ ذره در شبیه‌سازیهای انجام‌شده روی دو اَبَرکامپیوتر موازی Cray T3D استفاده شده است. نتیجه موزاییک بالا از مدل CDM با پارامتر چگالی $\Omega_۰ = ۰/۳$ و ثابت کیهان‌شناختی حاصل از $\Omega_\Lambda = ۰/۷$ به‌دست آمده است. پارامتر هابل $h_۰ = ۰/۷$، و جرم هر ذره $۸/۸ \times ۱۰^{۱۰} M_\odot h_۰^{-۱}$ فرض شده است.

این روش سرراست اما برای مقادیر بزرگ N بسیار وقت‌گیر است. بنابراین، روشهای تقریبی سریعتر برای پیشرفت ابداع شده است. به هر حال، سرعتهای کامپیوتر بسیار کمتر از آن است که شبیه‌سازیهای واقع‌بینانه از مسئلهٔ واقعی به‌دست دهد. اما، روشهای آماری به‌عنوان نشانه‌ای از آنچه رخ می‌دهد سودمندند.

در یک طرح نوعی $N \geq ۱۰^۵$ و محاسبه از $\delta\rho/\rho \approx ۰/۲$ آغاز می‌شود. تقریب زلدویچ برای به‌دست آوردن مکان و سرعتهای اولیه در اختلال مُد در حال رشد به‌کار می‌رود. پارامترهای آزاد محاسبه $H_۰$ و $\Omega_۰$ و نیز دامنهٔ اولیهٔ افت‌وخیزها هستند که شکل طیف را تعیین می‌کنند. طیف با حل معادله‌های رشد افت‌وخیزهای خطی برای هر $\mathbf{k}$ تحول پیدا می‌کند.

محصول نهایی یک سناریوی HDM نوعی در شکل ۷.۷ نشان داده شده است. تصویرهای مشابهی برای CDM به‌دست آمده است. مقایسهٔ این نمودارها با نقشه‌برداریهای واقعی انتقال به سرخ است که نگاشتی سه‌بعدی از عالم می‌دهد. حرکتهای بزرگ‌ـمقیاس با این داده‌ها مقایسه می‌شود.

با توجه به سناریوی مورد استفاده (HDM، CDM، و غیره.)، فرایندهای فیزیکی وجود دارد که شکل طیف توان اولیه را تغییر می‌دهد. می‌توان آن را با t_i زمانی (آغازین) که افت‌وخیزها در آن رسماً مشخص شده است و t_f یعنی زمانی که تأثیر فرایندها از بین می‌رود نشان داد. سپس، با نوشتن طیف توان اختلال در زمان t به‌صورت $P(k;t)$، به‌دست می‌آوریم

$$\frac{P(k;t_f)}{[\Sigma(t_f)]^۲} = T^۲(k;t_f,t_i)\frac{P(k,t_i)}{[\Sigma(t_i)]^۲} \qquad (۱۳۱.۷)$$

تابع $\Sigma(t)$ قانون رشد خطی برای اختلالهای بالاتر از مقیاس جینز است که در بخش ۳.۷ بحث شد. بنابراین، در نبود اثرهای دیگر، $T = ۱$ است. با این همه، اثرهای دیگر در فرمول رشد از طریق تابع $T(k;t_f,t_i)$ نمایان می‌شوند که به تابع انتقال معروف است. معمولاً T را از انتگرال‌گیری خطی اثرهای مربوطه به‌دست می‌آورند.

به‌حق می‌توان گفت که گرچه این تمرینها شناخت قابل ملاحظه‌ای از چگونگی رشد فرایندهای غیرخطی و تأثیر انواع متفاوت مادهٔ تاریک بر آنها به‌دست داده است، اما هیچ شبیه‌سازی موفقیت‌آمیزی از عالم واقعی تاکنون امکان‌پذیر نبوده است. یک پرسش مهم این است که آیا کهکشانها توزیع جرم را دنبال می‌کنند؟ سناریوی CDM در صورتی مفید است که کهکشانها توزیع جرم را دنبال نکنند بلکه در برخی منطقه‌های «مستعد» تشکیل شوند. این استعداد به‌صورت زیر وارد می‌شود. توزیعی گاؤسی از افت‌وخیزهای $\delta\rho$ مربوط به CDM را دور یک میانگین ρ در نظر بگیرید. اگر هیچ نوع آمادگی وجود نداشته باشد نور جرم را دنبال می‌کند، یعنی، کهکشانها $\delta\rho/\rho$ را تقلید می‌کنند. به هر حال، اگر کهکشانها ترجیحاً در مقدارهای زیاد ρ تشکیل شوند، نوعی گرایش وجود دارد. پارامتر گرایش در صورت عدم گرایش برابر واحد و در صورت وجود آن $b > ۱$ است. با محدود کردن به $b > ۱٫۵$، دنبالهٔ توزیع گاؤسی در محلی که $\delta\rho$ به اندازهٔ کافی زیاد است بریده می‌شود. امتیاز عملی این کار کاهش $\Delta T/T$ است. به‌عنوان مثال، جِی. سیلک[1] و ان. ویتوریو[2] نشان داده‌اند که در مقیاس زاویه‌ای ′۴٫۵ و ′۱٫۵

$$\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{۶ \times ۱۰^{-۶}}{\Omega_۰ h_۰ b} \qquad (۱۳۲.۷)$$

از این رو، برای $\Omega_۰ = ۱$، $h_۰ = ۱$ و $b = ۱٫۵$ انتظار داریم که $\Delta T/T$ در حدود ۴×۱۰^{-۶} باشد. حد فعلی $\Delta T/T$ مقدار $b > ۰٫۴$ را مجاز می‌دارد.

اگرچه در این شمارش مدلهای CDM دوام می‌آورند، اما در توصیف حرکتهای جریانی در مقیاس بسیار بزرگ و ساختارهای بزرگ مانند دیوار و ربایندهٔ عظیم مشکلاتی به‌وجود می‌آید.

1. J. Silk   2. N. Vittorio

مدلهای HDM می‌توانند ساختارهای بزرگ‌ـمقیاس را توضیح دهند، اما توجیه ساختارهای در اندازهٔ کهکشان و مقادیر کم $\Delta T/T$ دشوار است.

نتایج COBE در اوایل سالهای ۱۹۹۰ نشان داد که چگونه مطالعات آماری ناهمگنیهای زاویه‌ای تابش زمینهٔ ریزموج می‌تواند قیدهایی را بر سناریوهای تشکیل ساختار اعمال کند. وقتی قیدهای کلی رصدی در نظریه‌های مختلف را در فصل ۱۰ و ۱۱ بررسی می‌کنیم، دربارهٔ این یافته‌ها بحث خواهیم کرد. در آنجا مطالعات بیشتری را که با استفاده‌از طرحهای فضایی پیشرفته‌تری چون MAP و PLANCK انجام شده است شرح خواهیم داد.

علاوه بر نظریه‌های HDM ،CDM بالا، سناریوهای دیگری وجود دارد. در فرضیهٔ ریسمانهای کیهانی، ناپیوستگیهای خطی درگذار فاز GUT (نگاه کنید به فصل ۶) به‌عنوان هسته‌های رشد این افت‌وخیزها عمل می‌کنند. با انبساط عالم این ریسمانها از هم باز می‌شوند و چند تکهٔ دراز و حلقه‌های بسته در شعاع هابل فعلی به‌جا می‌گذارند. در مدل انفجاری، فرایندهای غیرگرانشی مانند امواج شوکی حاصل از انفجارهای اَبَرنواختری فرایندهای تشکیل ساختار را به‌کار می‌اندازند. هیچ‌کدام از این رهیافتها نمی‌تواند مدعی سازگاری با رصدها باشند. شاید ایده‌های متهورانه‌تری لازم باشد! و بنابراین این فصل را در حالی به پایان می‌رسانیم که مسئلهٔ بخش ۱.۷ حل نشده است.

تمرینها

۱. بگویید منظور از مُدهای عرضی و دورانی میدان سرعت در تحلیل مرتبهٔ اول در عالم در حال انبساط چیست. نشان دهید که این مُدها با انبساط عالم کاهش می‌یابند.

۲. رابطهٔ (۲۱.۷) را که تضاد چگالی در عالم در حال انبساط در آن صدق کند به‌دست آورید.

۳. ارتباط مدهای طولی میدان سرعت را با تضاد چگالی به‌دست آورید. دربارهٔ این واقعیت که تضاد چگالی به مدهای عرضی بستگی ندارد اظهار نظر کنید.

۴. اهمیت فیزیکی عدد موج جینز چیست؟ رابطهٔ آن با جرم جینز چگونه است؟

۵. نشان دهید چرا نمی‌توانیم انبساط عالم در محاسبات نوع جینز را نادیده بگیریم.

۶. انرژی گرانشی و انرژی گرمایی یک اختلال کروی نوعی در عالم در حال انبساط را برآورد کنید. این نسبت انرژیها را با نسبت جرم اختلال به جرم جینز مرتبط سازید.

۷. اهمیت جرم جینز را در ارتباط با اختلالهایی که می‌توانند یا نمی‌توانند در عالم در حال انبساط رشد کنند بیان کنید.

۸. با بهره‌گیری از داده‌های جوّ زمین، مقادیر (الف) طول جینز و (ب) جرم جینز برای هوا در دما و فشار متعارفی را برآورد کنید.

۹. نشان دهید که با ρ و p از رابطهٔ زیر

$$\rho = nm_{\mathrm{H}} + \frac{aT^4}{c^2}, \qquad p = \frac{1}{3}aT^4$$

سرعت صورت عبارت است از

$$c_{\mathrm{s}}^2 = \frac{1}{3}c^2\left(1 + \frac{m_{\mathrm{H}}c^2}{\sigma kT}\right)^{-1}$$

که $k\sigma$ آنتروپی به‌ازای هر ذره است.

۱۰. نشان دهید که پس از عصر بازترکیب جرم جینز از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$M_{\mathrm{J}} \simeq \frac{4\pi}{3}\left(\frac{5\pi kT}{3G}\right)^{3/2} n^{-1/2} m_{\mathrm{H}}^{-2}$$

که T دمای ماده است.

۱۱. با این فرض که در تمرین ۱۰ دمای ماده با دمای تابش در عصر بازترکیب برابر باشد، نشان دهید که M_{J} در این عصر از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$M_{\mathrm{J}} \simeq \frac{4\pi}{3}\left(\frac{5\pi kT_0}{3G}\right)^{3/2} n_0^{-1/2} m_{\mathrm{H}}^{-2}$$

که T_0 دمای فعلی زمینهٔ ریزموج است.

۱۲. M_{J} در تمرین ۱۱ را در عالم فریدمان با (h_0, Ω_0) معین و $T_0 = 3\mathrm{K}$ برآورد کنید. نشان دهید که

$$M_{\mathrm{J}} \simeq 2{,}54 \times 10^{39}(\Omega_0 h_0^2)^{-1/2} g$$
$$\simeq 1{,}27 \times 10^{6}(\Omega_0 h_0^2)^{-1/2} M_\odot$$

۱۳. نشان دهید که (۴۳.۷) در عصر بازترکیب می‌دهد

$$M_{\mathrm{J}} \simeq 100 M_\odot \sigma^{1/2}$$

۱۴. تحول جرم جینز در عالم در حال انبساط را دنبال کنید و دربارهٔ چگونگی رفتار افت‌وخیزهای اندازه کهکشان در دوره‌های پیش و پس از بازترکیب بحث کنید.

۱۵. نشان دهید که در بحث رشد جرمی بسیار بیش از جرم جینز در دورهٔ پس از بازترکیب می‌توان اثر فشار را نادیده گرفت. آیا این فرض برای مطالعهٔ رفتار اختلالهای در اندازهٔ کهکشان مناسب است.

۱۶. دربارهٔ رشد افت‌وخیزها در مدلهای فریدمان در دورهٔ پس از بازترکیب به‌صورت کیفی بحث کنید.

۱۷. با استفاده از اصول اولیه معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید

$$(۱ - \cos\Theta)\frac{\mathrm{d}^۲\delta}{\mathrm{d}\Theta^۲} + \sin\Theta\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\Theta} - ۳\delta = ۰$$

و جوابهای آن را به رفتار افت‌وخیزها در دورهٔ پس از واجفتیدگی در عالم فریدمان بسته مرتبط سازید.

۱۸. با یک فرایند محدودکنندهٔ مناسب ثابت کنید که با $q_۰ \to \frac{۱}{۲}$ هر دوی (۵۶.۷) و (۵۴.۷) به (۴۹.۷) میل می‌کند. Σ را برحسب $q_۰$ برای $۱ + z_{\rm dec} = ۱۰^۳$ رسم کنید.

۱۹. برخی از کوششهای انجام‌شده در جهت درک چگونگی تشکیل کهکشانها را مرور کنید.

۲۰. نشان دهید که جرم وابسته به‌طول موج λ برحسب MPC عبارت است از

$$M(\lambda) = ۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}\Omega_۰ h_۰^۲ \lambda^۳ M_\odot$$

۲۱. در تمرین قبل جرم در حدود $۱۰^{۱۲}M_\odot$ نظیر $\lambda \approx ۱/۸۸\text{Mpc}$ بود. نشان دهید که این طول موج برای تمام انتقال به سرخهای متجاوز از

$$z = ۱/۴۱ \times ۱۰^۵(\Omega_۰ h_۰^۲)^{۱/۳}$$

از افق بزرگتر بوده است.

۲۲. زاویه‌ای را که افق ذره در عصر واجفتیدگی در محل ناظر امروزی به‌وجود می‌آورد، با پیروی از گامهای زیر به‌دست آورید.

(۱) ثابت هابل و پارامتر شتاب منفی را در انتقال به سرخ واجفتیدگی $z_{\rm dec}$ و در نتیجه پارامتر $d_{\rm H}$ افق را محاسبه کنید. با مدل $k = ۱$ کار کنید.

(۲) مختصهٔ زاویه‌ای $\theta = ۰$ را به‌طرف مرکز C کرهٔ افق در نظر بگیرید و فرض کنید که مسیر پرتوهای نور از ناظر O و مماس بر این کره مخروطی را تشکیل می‌دهد که نیم‌ـزاویهٔ عمودی آن $\theta = \theta_{\rm H}/۲$ است.

(۳) صفحهٔ سمتی $\phi = {\rm const.}$ این مخروط را در مثلثی قطع می‌کند که قاعدهٔ آن، مثلاً، ACB و رأس آن در O است، قاعدهٔ آن ژئودزیکی فضاگونه با معادلهٔ زیر است

$$r^۲ + \frac{۱}{۱ - kr^۲}\left(\frac{{\rm d}r}{{\rm d}\theta}\right)^۲ = \frac{r^۴}{r_۰^۴}.$$

که $r_۰$ مختصهٔ رابرتسون‌ـواکر C است. فرض کنید $r_۱$ مختصهٔ شعاعی دومر A و B باشد.

(۴) کمیتهای $d_{\rm H}$ و $\theta_{\rm H}$ را به $r_۰$ و $r_۱$ ربط دهید.

(۵) از این رابطه‌ها ارتباط $d_{\rm H}$ و $\theta_{\rm H}$ را به‌دست آورید.

۲۳. نشان دهید که اگر سه نوع نوترینوی جرم‌دار باقیمانده در عالم کنونی غالب بودند، جرم میانگین نوترینوی لازم برای بستن عالم عبارت بود از

$$۲۵\left(\frac{T_۰}{۳}\right)^{-۳} h_۰^۲\,{\rm eV}.$$

۲۴. فرض کنید عالم دارای باریون کافی بود تا $\Omega_B = ۱$ شود، و علاوه بر آن سه نوع نوترینو با جرم میانگین ۲۵eV وجود داشت. سن عالم را برای $T_۰ = ۳$، $h_۰ = ۱$ محاسبه کنید.

۲۵. بگویید مشاهدهٔ جرم نوترینو چه تأثیری در سن عالم دارد. با مثال تمرین ۲۴، اگر سن عالم بسیار کم درآید، می‌توانید راهی برای خروجی از مشکل با به‌کارگیری کیهان‌شناسیهای‌ـλی فصل ۴ بیابید؟

۲۶. یک نوترینوی آغازین دارای جرم سکون ۱eV است. سرعت کاتوره‌ای آن را نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی در عصر حاضر برآورد کنید.

۲۷. بگویید چگونه نوترینوهای جرم‌دار ممکن است در چگالش ماده درکهکشانها در ساختارهای بزرگتر مؤثر باشند. آیا می‌توان دربارهٔ گسترهٔ جرم $m_{\rm V}$ سازگاری اندیشید که این جرم گمشده در کهکشانها و خوشه‌های کهکشانی را به‌حساب آورد.

۲۸. در رابطهٔ (۱۱۴.۷) به‌جای G جرم پلانک را قرار دهید و به $\mathcal{M}$ برسید.

۲۹. برای CDM بحث حرکت جریان آزاد را تکرار کنید که در کتاب برای اندازه ساختارهای تشکیل‌شده با HDM داده شده است. فرض کنید ذرهٔ CDM با سرعت c حرکت می‌کند تا غیرنسبیتی شود و هنگامی به این مرحله می‌رسد که دمایش به $m_{\rm X}c^۲/k$ فروافتاده باشد. حال با

استفاده از نسبت چگالی عددی CDM کنونی ذره‌های $n_{\rm X}$ و n_γ نسبت $T_{\rm X}/T$ را تعیین کنید و نشان دهید که مقیاس جریان آزاد عبارت است از

$$\lambda_{\rm F}S = {\rm const.} \times (\Omega_{\rm X}h^۲)^{۱/۳}m_{\rm X}^{-۴/۳}$$

با قرار دادن مقادیر ثابت، جرم ساختار را با در نظر گرفتن CDM محاسبه و نشان دهید، برای $m_{\rm X} \sim ۱{\rm keV}$، جرم $\mathcal{M}$ برابر $۶ \times ۱۰^۹ M_\odot$ است.

۳۰. قیدهای رصدی را که باید در نظریه‌های تشکیل کهکشان وجود داشته باشند به‌اختصار بیان کنید.



کیهان‌شناسیهای دیگر

۱.۸ جایگزینهایی برای کیهان‌شناسی فریدمان

در سالهای ۲۴ـ۱۹۲۲ وقتی فریدمان جوابهای معادله‌های اینشتین را برای عالم در حال انبساط مطرح کرد، کارش چندان مورد توجه قرار نگرفت. پس از اینکه هابل انتقال به سرخ مربوط به سحابی را کشف کرد، کیهان‌شناسان این مدلها را ساده‌ترین نقطهٔ شروع برای بحث در این مورد در نظر گرفتند. از طرف دیگر، فیزیکدانان این کوششها را ساده‌لوحانه و حدسی می‌دانستند، و در نتیجه توجه چندانی به‌کار بسیار سازندهٔ جورج گاموف در مورد عالم اولیه نکردند. سرانجام، نقطه عطف کیهان‌شناسی در سال ۱۹۶۵ هنگامی اتفاق افتاد که تابش زمینهٔ ریزموج[1] کشف شد. به‌نظر می‌رسد که این MBR سناریوی عالم اولیه را تأیید کند، و همراه با اعتبار رو به گسترش قانون هابل که با استفاده از تلسکوپهای بزرگتر و بهتر به‌دست آماده بود، پایه‌های کیهان‌شناسی به‌عنوان شاخه‌ای از فیزیک گذاشته شد. در اواسط سالهای ۱۹۷۰ تعداد قابل ملاحظه‌ای از فیزیکدانها کیهان‌شناسی فریدمان را جدی گرفتند، بیشتر به خاطر اینکه تشخیص دادند کیهان‌شناسی مهبانگ

1. microwave background radiation

یک زمینه، و تنها زمینهٔ شناخته‌شدهٔ فعلی را برای برنامهٔ فیزیک انرژیهای بالا و وحدت بزرگ مورد نظرشان را فراهم می‌سازد. همین‌طور کیهان‌شناسان برای شناخت منشأ اولیهٔ ماده به فیزیک ذرات روی آورده‌اند. در واقع، موضوع اخترفیزیک ذرات از تعامل مشترک کیهان‌شناسان مهبانگ و فیزیکدانان ذرات با انرژیهای زیاد به‌وجود آمده است.

فصلهای ۶ و ۷ تجسمی از چگونگی پیشرفت این کیهان‌شناسی با ورودیهای فیزیک ذرات به‌دست داد. اکنون در این فصل این پرسش را مطرح می‌کنیم که کیهان‌شناسی فریدمان تا چه اندازه نظریه‌ای درست دربارهٔ منشأ و ساختار بزرگ‌ـمقیاس عالم است؟ گرچه امروزه اکثریتی از کیهان‌شناسان روی درستی مدلهای فریدمان شرط می‌بندند، تعدادی «مخالف» نیز وجود دارند که با این مدلها قانع نمی‌شوند. و از کوششهای آنها نظریه‌های دیگری به‌وجود آمده است که با مدل استاندارد مهبانگ مقایسه می‌شود.

دربارهٔ این نظریه‌ها به‌اندازهٔ کیهان‌شناسی فریدمان کار نشده است. این موضوع، با توجه به توان فکری که صرف آنها شده است، تعجب‌آور نیست. با وجود این، حاوی چشم‌اندازه‌های متفاوتی هستند که می‌تواند راه‌حلی برای بعضی از مسئله‌های بارزی باشند که کیهان‌شناسی فریدمان موفق به حل آنها نشده است. در این فصل و فصل بعد به شرح چند تا از این نظریه‌ها می‌پردازیم که مبتنی بر مفاهیم زیرند:

۱. اصل ماخ،

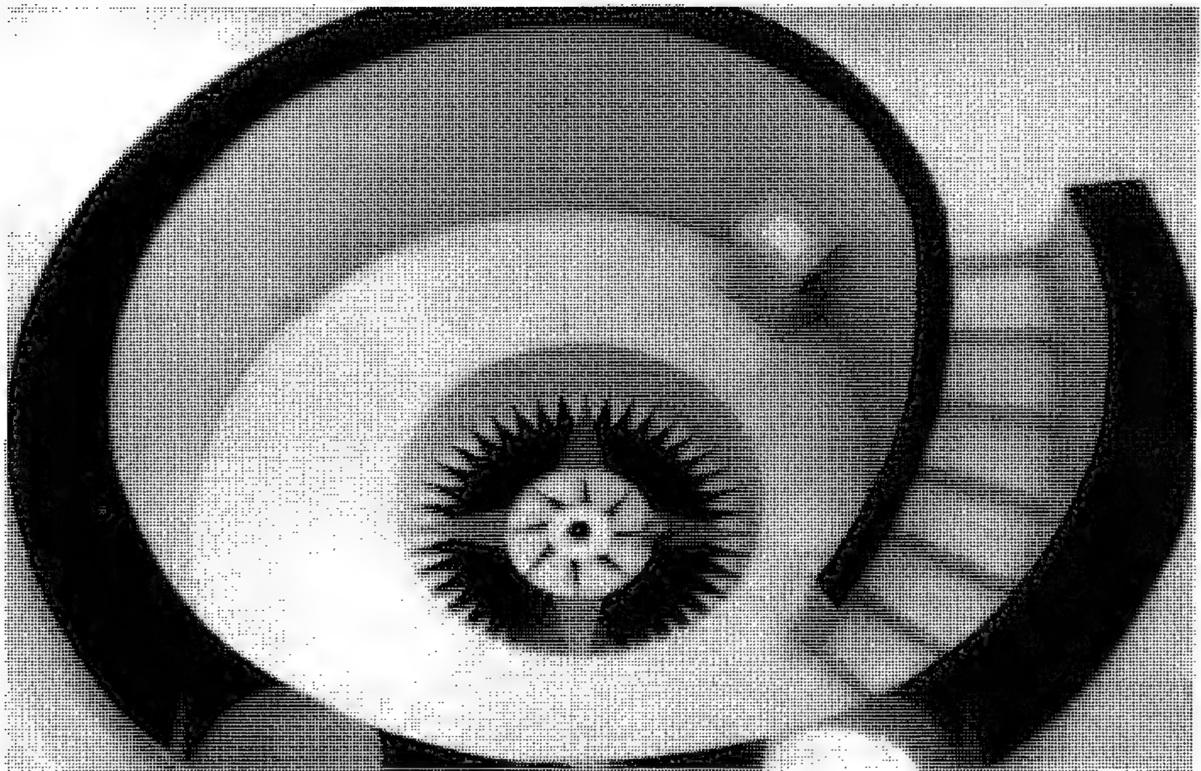
۲. فرضیهٔ اعداد‌ـبزرگ و

۳. آفرینش ماده.

آخرین این مفاهیم را در فصل بعد بررسی خواهیم کرد. در اینجا به اصل ماخ می‌پردازیم که ایده‌ای جذاب است و مباحثهٔ قابل ملاحظه‌ای را در بین چند نسل از کیهان‌شناسان و فیزیکدانان به‌وجود آورده است.

۲.۸ اصل ماخ

دو راه برای اندازه‌گیری دوران زمین به دور محور قطبی‌اش وجود دارد. با مشاهدهٔ طلوع و غروب ستارگان، منجمان می‌توانند دورهٔ یکبار چرخش زمین به‌دور محورش یعنی $۲۳^{\text{h}}۵۶^{\text{m}}۴^{\text{s}}$ را تعیین کنند. روش دوم استفاده از آونگ فوکوست که صفحهٔ آن با نوسانهای آونگ به‌تدریج دور محور افقی دوران می‌کند (شکل ۱.۸ را ببینید). با دانستن عرض جغرافیایی محل آونگ، می‌توان دورهٔ چرخش زمین را محاسبه کرد. دو روش یک پاسخ به‌دست می‌دهند.



شکل ۱.۸ آونگ فوکو در مرکز بین دانشگاهی برای نجوم و اخترفیزیک، پون. گلولهٔ این آونگ در یک صفحهٔ عمودی نوسان می‌کند که به آرامی در جهت ساعتگرد دور محور قائم می‌چرخد، صفحهٔ نوسان در طول $^{-1}(\sin l)$ روز یک دورکامل می‌زند، که l عرض جغرافیایی محل آونگ است. دورهٔ آن در پون تقریباً ۷۵ ساعت است.

در نگاه اول این موضوع شگفت‌انگیز به‌نظر نمی‌رسد. اما، بررسی دقیقتر نشان می‌دهد که چرا این نتیجه چندان بدیهی نیست. به دو روش مبتنی بر فرضهای متفاوت‌اند. روش اول دورهٔ چرخش زمین در زمینهٔ ستارگان دور دست را اندازه می‌گیرد، در حالی که روش دوم از مکانیک نیوتونی استاندارد در چارچوب مرجع چرخان بهره می‌گیرد. در مورد اخیر، به تغییر قانونهای نیوتون در هنگامی توجه می‌کنیم که پیامدهای این قانونها در چارچوب مرجعی اندازه‌گیری می‌شوند که نسبت به «فضای مطلق» که آنها را ابتدا نیوتون نسبت به آن بیان کرد در حرکت است.

بنابراین، در فرضی که دو روش را یکسان در نظر می‌گیرد انطباق فضای مطلق با زمینهٔ ستارگان دور دست تلویحاً نهفته است. ارنست ماخ (نگاه کنید به شکل ۲.۸) در قرن نوزدهم متذکر شد که این انطباق بدیهی نیست. او چیز عمیقتری در آن دید و استدلال کرد که فرض فضای مطلق، که نوشتن قانونهای نیوتون و رسیدن به مفهوم لختی را مجاز می‌دارد، ارتباط نزدیکی با زمینهٔ قسمتهای دور دست عالم دارد. این استدلال به «اصل ماخ» معروف است و ما به تحلیل بیشتر آن می‌پردازیم.



شکل ۲.۸ ارنست ماخ (۱۸۳۸ـ ۱۹۱۶).

اگر قانون دوم نیوتون در چارچوب فضای مطلق تعریف شود به‌صورت شناخته‌شدهٔ زیر در می‌آید

$$\mathbf{P} = m\mathbf{f} \tag{۱.۸}$$

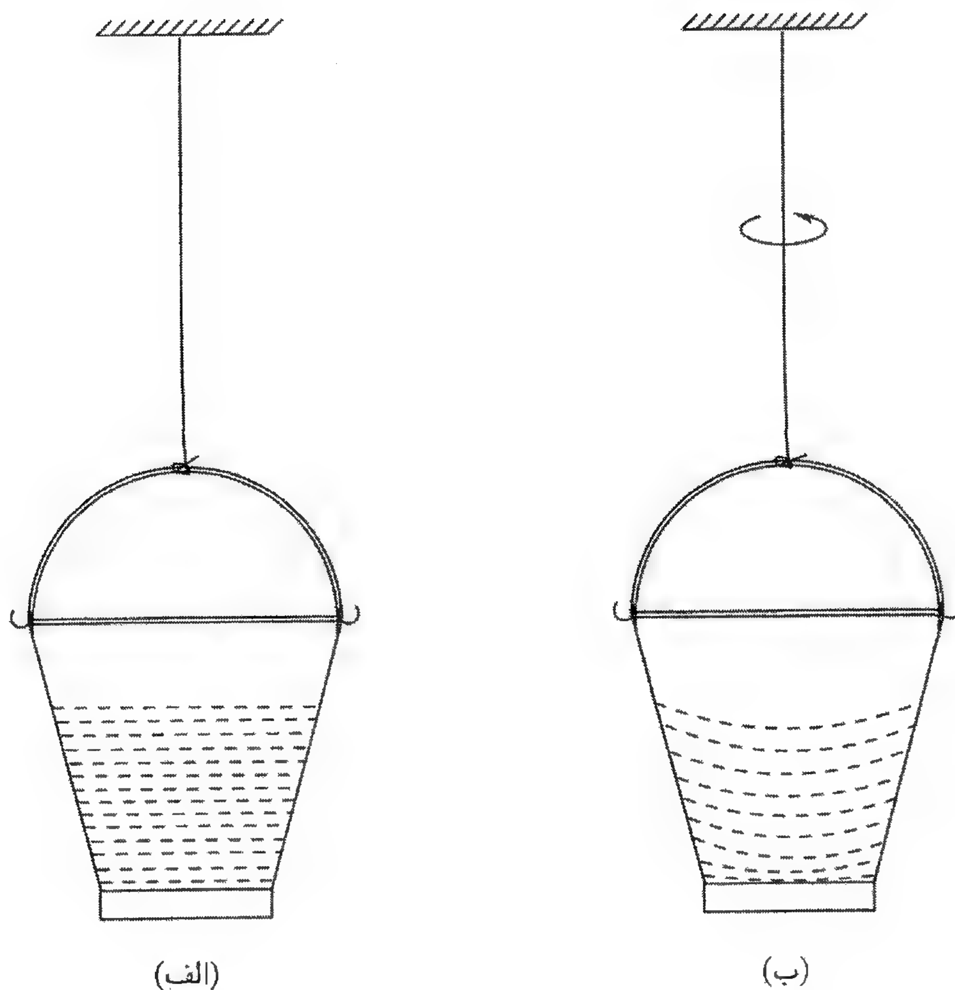
این قانون بیان می‌کند که اگر به جسمی به جرم m نیروی خارجی $\mathbf{P}$ اعمال شود، دارای شتاب $\mathbf{f}$ می‌شود. دستگاه مختصاتی را که $\mathbf{P}$ و $\mathbf{f}$ در آن اندازه‌گیری می‌شوند با Σ نشان می‌دهیم.

نیوتون کاملاً آگاه بود که قانون دومش فقط نسبت به Σ و چارچوبهایی که نسبت به آن در حرکت یکنواخت هستند شکل سادهٔ (۱.۸) را دارد. اگر چارچوب دیگر Σ' را برگزینیم که نسبت به Σ دارای شتاب $\mathbf{a}$ است، قانون حرکت در آن به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathbf{P}' \equiv \mathbf{P} - m\mathbf{a} = m\mathbf{f}' \tag{۲.۸}$$

اگرچه (۲.۸) ظاهراً با (۱.۸) یکسان به نظر می‌رسد، و $\mathbf{f}'$ شتاب جسم در Σ' است، اما چیز تازه‌ای وارد جملهٔ مربوط به نیرو شده است. این جملهٔ $m\mathbf{a}$ است که ربطی به نیروی خارجی ندارد بلکه فقط تابع جرم m جسم و شتاب $\mathbf{a}$ی چارچوب مرجع نسبت به فضای مطلق است. با توجه به این جنبه از نیروی اضافی در (۲.۸)، نیوتون آن را «نیروی لختی» نامید. همان‌طور که این نام ایجاب می‌کند، نیروی اضافی متناسب با جرم لختی جسم است. نیوتون در پرنکیپیا[1]، به بحث مفصل دربارهٔ این نیرو پرداخته و مثال یک سطل پر از آب چرخان را آورده است (نگاه کنید به شکل (۳.۸)).

1. Principia



شکل ۳.۸ (الف) یک سطل پر از آب که با یک طناب از سقف آویزان است. همین سطل که برای باز کردن پیچشی که به طناب داده شده است می‌چرخد. سطح آب در (الف) تخت و افقی است، در حالی که در (ب) به‌طرف داخل خمیده شده است. این خمیدگی آب نتیجه نیروی مرکزگریزی است که به جرم چرخان آب وارد می‌شود. این مثال را نیوتون در پرنکیپیا بررسی کرده است. نیوتون استدلال کرد که در (الف) سطل نسبت به فضای مطلق ساکن است، در حالی که در (ب) نسبت به فضای مطلق در حرکت است و در نتیجه باید نیرو یا نیروهای اضافی برای توجیه خمیدگی آب در نظر گرفته شوند. نیروی مرکزگریز، نیروی اضافی در این مثال است.

به نظر ماخ، بحث نیوتون از این نظر کامل نبود که وجود فضای مطلق به دلخواه و به‌طور مجرد فرض شده بود. چرا Σ وضعیتی را دارد که در آن نیازمند نیروی لختی نیست؟ چگونه می‌توان Σ را بدون توسل به قانون سوم حرکت، که مبتنی بر آن است، شناسایی کرد؟

برای ماخ پاسخ این پرسشها در رصد بخشهای دور دست عالم نهفته بود. این عالم است که چارچوب مرجع زمینه‌ای را فراهم می‌آورد که می‌توان آن را چارچوب Σ نیوتون در نظر گرفت. به‌جای آنکه بگوییم سرعت دوران زمین نسبت به Σ تصادفاً با سرعت نسبت به بخشهای دور

دست عالم یکی است، ماخ آن را دال بر این گرفت که بخشهای دور دست عالم به گونه‌ای وارد فرمولبندی قوانین محلی مکانیک می‌شوند.

یک راه برای تحقق این امر ارتباط مستقیم میان ویژگی لختی و وجود زمینهٔ کلی است. برای فهم این دیدگاه، جسمی را در عالم تهی در نظر بگیرید. در نبود نیرو رابطهٔ (۱.۸) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$m\mathbf{f} = 0 \qquad (۳.۸)$$

این معادله چه چیزی را ایجاب می‌کند؟ با پیروی از نیوتون از (۳.۸) نتیجه می‌گیریم که $\mathbf{f} = 0$، یعنی جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اما، اکنون دیگر زمینه‌ای را نداریم تا سرعتها را نسبت به آن اندازه بگیریم. از این رو، $\mathbf{f} = 0$ هیچ‌گونه اهمیت عملی ندارد. بلکه نبود زمینه‌ای ملموس برای اندازه‌گیری حرکت نشان می‌دهد که $\mathbf{f}$ باید کاملاً مبهم باشد. به‌راحتی می‌توان دید که این نتیجه‌گیری پیامد طبیعی این فرض جالب توجه، که از رابطهٔ (۳.۸) نیز می‌توان به آن رسید، است که

$$m = 0 \qquad (۴.۸)$$

به‌عبارت دیگر، وابستگی معیار لختی به‌وجود زمینه به‌گونه‌ای است که در نبود زمینه این معیار از میان می‌رود! این وضع، جنبه جدیدی را وارد مکانیک می‌کند که نیوتون در نظر نگرفته بود. این دیدگاه نیوتونی که لختی از ویژگیهای ماده است را باید به این صورت تقویت کرد که لختی ویژگی ماده و نیز زمینه‌ای است که بقیهٔ عالم به‌وجود می‌آورد. این ایدهٔ کلی به اصل ماخ معروف است.

این دیدگاه ماخی نه تنها مکانیک محلی را اصلاح می‌کند، بلکه عناصری جدیدی را به کیهان‌شناسی اضافه می‌کند. زیرا، بجز در عالمی که تابع اصل کیهان‌شناختی کامل باشد، اکنون مبنایی برای فرض ثابت ماندن جرم ذرات در عالم در حال تحول وجود ندارد. این دلیلی برای در نظر گرفتن مجدد مدلهای کیهان‌شناختی از دیدگاه ماخ است. در اینجا به مثالهایی از چگونگی بررسی کمّی اصل ماخ توسط فیزیکدانان مختلف و به‌دست آمدن مدلهای کیهان‌شناختی جدید می‌پردازیم.

۳.۸ نظریهٔ گرانی برنز-دیکی

در سال ۱۹۶۱ سی. برنز و ار. اچ. دیکی (نگاه کنید به شکل ۴.۸) بدیل جالب توجهی را برای نسبیت عام بر مبنای اصل ماخ مطرح ساختند. برای درک دلایلی که به معادله‌های میدان



(الف)



(ب)

شکل ۴.۸ کارل برنز (ـ۱۹۳۵) (الف) و رابرت دیکی (۱۹۹۷ـ۱۹۱۶).



شکل ۵.۸ دنیس دبلیو. شاما (۱۹۲۶ـ ۲۰۰۰).

آنها انجامید، ابتدا متوجه می‌شویم که خود مفهوم جرم لختی متغیر بخش ۱.۸ به مسئلهٔ تفسیر می‌انجامد. زیرا، چگونه می‌توان دو جرم در نقطه‌های مختلف فضازمان را با هم مقایسه کرد؟ جرمها برحسب یکاهای خاصی، مانند جرمهای ذرات بنیادی، اندازه‌گیری می‌شوند که خودشان در معرض تغییرند! ما به یکای مستقلی از جرم نیازمندیم تا بتوانیم افزایش و کاهش جرم را نسبت به آن اندازه بگیریم. این یکا را گرانی، یعنی جرم پلانک معروف که قبلاً دیدیم، فراهم می‌آورد

$$\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2} \cong 2{,}16 \times 10^{-5}\mathrm{g} \qquad (۵.۸)$$

بنابراین کمیت بدون بُعد

$$\chi = m\left(\frac{G}{\hbar c}\right)^{1/2} \qquad (۶.۸)$$

که در نقطه‌های مختلف فضازمان اندازه‌گیری شود نشان می‌دهد که آیا جرمها تغییر می‌کنند. یا به‌صورت دیگر، اگر بر استفاده از یکاهای یکسان در همه جا تأکید داشته باشیم، تغییر χ تعیین می‌کند که G در حال تغییر است[1]. این نتیجه‌گیری است که برنز و دیکی در رهیافت به اصل ماخ به آن رسیدند. آنها در پی چارچوبی بودند که در آن ثابت گرانشی G ناشی از ساختار عالم باشد، به‌طوری که Gی متغیر پیامد ماخی یک عالم متغیر باشد.

در سال ۱۹۵۳ دی. دبلیو. شاما[2] استدلالهایی کلی کرده بود که به رابطه‌ای کلی میان G و ساختار بزرگ مقیاس عالم می‌انجامید. ما قبلاً درکیهان‌شناسیهای فریدمان به مثالی از این رابطه‌ها برخورد کرده‌ایم

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{4\pi G}q_0 \qquad (۷.۸)$$

اگر $R_0 = c/H_0$ را طول مشخصهٔ عالم و $M_0 = 4\pi\rho_0 R_0^3 R_0^3/3$ را جرم مشخصهٔ آن در نظر بگیریم، رابطهٔ بالا به‌صورت زیر در می‌آید

$$\frac{1}{G} = \frac{M_0}{R_0 c^2}q_0^{-1} \sim \frac{M_0}{R_0 c^2} \sim \sum \frac{m}{rc^2} \qquad (۸.۸)$$

با در نظر گرفتن جفت‌شدگی دینامیکی بین لختی و گرانی، انتظار داریم که رابطه‌ای از نوع بالا برقرار باشد. برنز و دیکی این رابطه را از نوعی در نظر گرفتند که G^{-1} را از برهم‌نهی خطی سهم

۱. البته می‌توان فرض کرد که $\hbar$ و c نیز تغییر می‌کنند. با این همه، با ثابت نگه داشتن $\hbar$ و c از اصل کمترین تغییر در نظریه‌های موجود پیروی می‌کنیم. بنابراین با ثابت نگهداشتن $\hbar$ و c، نظریهٔ نسبت خاص و نظریهٔ کوانتومی تغییری نمی‌کنند.

2. D. W. Sciama

لختی $m/(rc^۲)$ تعیین کند که در آن m جرمی است که در فاصلهٔ r از نقطه‌ای قرار دارد که G اندازه‌گیری می‌شود. چون m/r یک جواب معادلهٔ موج نرده‌ای با چشمه‌ای نقطه‌ای به‌شدت m است، برنز و دیکی فرض کردند که G به‌صورت عکس میدان نرده‌ای ϕ تغییر می‌کند:

$$G \sim \phi^{-۱} \tag{۹.۸}$$

که انتظار داریم ϕ در یک معادلهٔ موج نرده‌ای صدق کند که چشمهٔ آن تمام مادهٔ موجود در عالم است.

۱.۳.۸ اصل کُنش

مفاهیم شهودی موجود در اصل کنش برنز-دیکی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$\mathcal{A} = \frac{c^۳}{۱۶\pi}\int_{\mathcal{V}}(\phi R + \omega\phi^{-۱}\phi^k\phi_k)\sqrt{-g}\,\mathrm{d}^۴x + \Lambda \tag{۱۰.۸}$$

ابتدا توجه کنید که ضریب R به‌جای $c^۳/(۱۶\pi G)$ در کُنش اینشتین-هیلبرت به‌صورت $c^۳\phi/(۱۶\pi)$ است. دلیل آن رفتاری از G است که با (۹.۸) نشان دادیم. جملهٔ دوم، با $\phi_k \equiv \partial\phi/\partial x^k$، اطمینان می‌دهد که ϕ در یک معادلهٔ موج صدق می‌کند، در حالی که جملهٔ سوم، از طریق چگالی لاگرانژی L، حاوی تمام ماده و انرژی موجود در ناحیهٔ فضازمان $\mathcal{V}$ است. تانسور انرژی تکانهٔ T^{ik} با رابطهٔ (۹۷.۲) به Λ مربوط می‌شود. ω یک ثابت جفت‌شدگی است.

تغییر $\mathcal{A}$ برای تغییرات کوچک g^{ik} به معادله‌های میدان زیر می‌انجامد

$$R_{ik} - \frac{۱}{۲}g_{ik}R = -\frac{۸\pi}{c^۴\phi}T_{ik} - \frac{\omega}{\phi^۲}(\phi_i\phi_k - \frac{۱}{۲}g_{ik}\phi^l\phi_l)$$

$$-\frac{۱}{\phi}(\phi_{ik} - g_{ik}\Box\phi) \tag{۱۱.۸}$$

همین‌طور، تغییر ϕ به معادلهٔ زیر را برای ϕ می‌دهد

$$۲\phi\Box\phi - \phi_k\phi^k = \frac{R}{\omega}\phi^۲$$

معادلهٔ اخیر را می‌توان با قرار دادن شکل مختصر (۱۱.۸) به‌جای R ساده کرد. سرانجام به‌دست می‌آوریم

$$\Box\phi = \frac{۸\pi}{(۲\omega + ۳)c^۴}T \tag{۱۲.۸}$$

که T رد T^i_k است. بنابراین، (۱۲.۸) به‌معادلهٔ موج نرده‌ای که با چشمه‌های مادی برای ϕ انتظار داشتیم می‌انجامد، $\Box$ عملگر موج است. چون نظریهٔ برنز-دیکی علاوه بر تانسور متریک g_{ik}، حاوی میدانی نرده‌ای نیز هست، اغلب به آن نظریهٔ نرده‌ای-تانسوری گرانش می‌گویند.

۲.۳.۸ اندازه‌گیریهای ω در منظومهٔ شمسی

این معادله‌های میدان نشان می‌دهند که با $\omega \to \infty$ نظریهٔ برنز-دیکی به نسبیت عام میل می‌کند (نگاه کنید به تمرین ۸). برای $\omega = O(1)$ نظریه در تعدادی از آزمونهای منظومهٔ شمسی پیش‌بینی‌هایی متفاوت از نسبیت عام می‌کند. این آزمونها را در بخش ۱۰.۲ در متن نسبیت عام به‌اختصار بررسی کردیم.

محاسبهٔ حرکت تقدیمی حضیض سیارهٔ عطارد پیش‌بینی نظری را $(۶ + ۳\omega)/(۴ + ۳\omega)$ برابر مقدار نسبیت عام به‌دست می‌دهد. دیکی و همکارانش در سالهای ۱۹۷۰ پیشنهاد کردند که خورشید پخت و پارامتر گشتاور چار قطبی آن $۲{,}۵ \times ۱۰^{-۵} \sim$ است، از این رو تغییر میدان گرانشی به حرکت تقدیمی حضیض در حدود ۷ درصد مقدار مشاهده‌شده (بدون توجیه) تقریباً ۴۳ ثانیهٔ کمانی در هر قرن می‌انجامد (نگاه کنید به تمرین ۹). اگر این فرض درست باشد، مقدار نسبیتی تقریباً ۴۳ ثانیهٔ کمانی بسیار زیاد است، در حالی که مقدار $\omega \simeq ۶$ برنز-دیکی تقریباً ۴۰ ثانیهٔ کمانی اضافی در هر قرن را به‌درستی به‌حساب می‌آورد. اما، بررسیهای خارجی سطح خورشید با پخت بودن حتی از این مرتبه سازگار نیست. از این رو، این آزمون مدرکی برای ω به کوچکی ۶ به‌دست نمی‌دهد. در واقع، اثرهای پخت بودن اکنون با دقت برآورد شده است و اندازه‌گیریهای جابه‌جایی حضیض انجام گرفته نشان می‌دهد که پارامتر ω باید لااقل $۳۰۰ \sim$ باشد.

زاویهٔ خمیدگی پرتو نوری که جسم کروی پرجرمی را می‌خراشد در نظریهٔ برنز-دیکی $(۴ + ۲\omega)/(۳ + ۲\omega)$ برابر مقدار نسبیتی است. چون دقت اندازه‌گیریهای رادیویی و ریزموجی زاویهٔ خمیدگی بهتر از تقریباً ۵ درصد و سازگار با مقدار نسبیتی در این گسترهٔ خطاست، پارامتر ω باید در طی سالیان متوالی به‌طور مداوم افزایش یابد و اکنون به بزرگی $۳۳۰۰ \sim$ است.

به هر حال، آزمایشهای اندازه‌گیری فاصلهٔ ماه با لیزر و نیز اندازه‌گیریهای انجام‌شده روی مریخ به کمک کاوشگرهای فرود آمده به نتیجه‌های مشابهی در مورد حد پایین بالا برای ω رسیده‌اند. در اینجا نیز، فاصله زمین-ماه مربوط به نسبیت عام، که سازگاری آن با مشاهده عالی است، و هر انحرافی از آن که رصدها آن را مجاز بشمارند، باید به اندازهٔ کافی کوچک باشد تا به چنین مقدار بزرگ ω نیاز داشته باشد. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که در سطح منظومهٔ شمسی نظریهٔ برنز-دیکی برای بقا به مقدار بزرگی از ω نیاز دارد، از این رو عملاً نمی‌توان آن را از نسبیت عام تمیز داد.

اما، حتی برای مقدار بزرگ ω این نظریه انحرافهای جالب توجهی را از نسبیت عام در سطح کیهان‌شناختی به‌وجود می‌آورد. بخش بعد به این اختلافها می‌پردازد.

۴.۸ جوابهای کیهان‌شناختی در نظریهٔ برنز-دیکی

در نظریهٔ برنز-دیکی فقط مدلهای کیهان‌شناختی همگن و همسانگرد را در نظر می‌گیریم. بنابراین، کار را مانند فصل ۴ از جزء خط رابرتسون-واکر و تانسور انرژی برای یک شارهٔ کامل شروع می‌کنیم. میدان نرده‌ای ϕ اکنون فقط تابع زمانی کیهانی است. از این رو معادله‌های میدان به‌صورت زیر در می‌آیند

$$\frac{۲\ddot{S}}{S}+\frac{\dot{S}^{۲}+kc^{۲}}{S^{۲}}=-\frac{۸\pi p}{\phi c^{۲}}-\frac{۲\dot{\phi}\dot{S}}{\phi S}-\frac{\omega\dot{\phi}^{۲}}{۲\phi^{۲}}-\frac{\ddot{\phi}}{\phi}, \qquad (۱۳.۸)$$

$$\frac{\dot{S}^{۲}+kc^{۲}}{S^{۲}}=\frac{۸\pi\varepsilon}{۳\phi c^{۲}}-\frac{\dot{\phi}\dot{S}}{\phi S}+\frac{\omega\dot{\phi}^{۲}}{۶\phi^{۲}} \qquad (۱۴.۸)$$

این معادله‌ها را با معادله‌های متناظر (۲۰.۴) و (۲۱.۴) کیهان‌شناسیهای فریدمان مقایسه کنید. معادلهٔ پایستگی متناظر با (۲۴.۴) یکسان است:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S}(\varepsilon S^{۳})+۳pS^{۲}=۰ \qquad (۱۵.۸)$$

علاوه بر آن، معادلهٔ میدان برای ϕ را داریم

$$\frac{۱}{S^{۳}}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\dot{\phi}S^{۳})=\frac{۸\pi}{(۲\omega+۳)c^{۲}}(\varepsilon-۳p) \qquad (۱۶.۸)$$

انتظار داریم که جوابهای مهبانگ از این معادله‌ها به‌دست آیند و دورهٔ مهبانگ در $t=۰$ باشد. پس انتگرال (۱۶.۸) عبارت است از

$$\dot{\phi}S^{۳}=\frac{۸\pi}{(۲\omega+۳)c^{۲}}\int_{۰}^{t}(\varepsilon-۳p)S^{۳}\mathrm{d}t+C \qquad (۱۷.۸)$$

که C مقداری ثابت است. برحسب اینکه $C=۰$ یا $C\neq۰$ باشد دو نوع جواب به‌دست می‌آید.

۱.۴.۸ $C = 0$

یک مثال ساده از این نوع را با $k = 0$، $p = 0$، $\varepsilon = \rho c^2$ در نظر می‌گیریم. بنابراین، جواب مانند مدل اینشتین-دوسیته برای نسبیت عام است. بنویسید

$$S = S_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^A, \qquad \phi = \phi_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^B \tag{۱۸.۸}$$

به‌طوری که $\rho \propto t^{-3A}$ و معادله‌های میدان می‌دهد

$$A = \frac{2\omega + 2}{3\omega + 4}, \qquad B = \frac{2}{3\omega + 4} \tag{۱۹.۸}$$

و

$$\rho_0 = \frac{(2\omega + 3)B\phi_0}{8\pi t_0^2} \tag{۲۰.۸}$$

رفتار زمانی S و $G(\propto \phi^{-1})$ در شکل ۶.۸ نشان داده شده است. می‌توان نشان داد که با $\omega \to \infty$ این جواب به مدل اینشتین-دوسیته میل می‌کند.

در این مدل می‌توان مشابهی برای مدل تابش به‌دست آورد (نگاه کنید به تمرین ۱۲). اچ. نارییایی[1] جوابهایی را برای $p = n\varepsilon$، با n در گسترهٔ $0 \leq n \leq \frac{1}{3}$ به‌دست آورده است.

۲.۴.۸ $C \neq 0$

در این مورد جمله‌های ϕ در دینامیک عالم در مراحل اولیه غالب هستند. از این رو، برای t به‌اندازهٔ کافی کوچک، داریم

$$\frac{8\pi}{(2\omega + 3)c^2} \int_0^t (\varepsilon - 3p) S^3 \mathrm{d}t \ll |C| \tag{۲۱.۸}$$

برای هر دو مورد گردوغبار و تابش. برای جوابهای قانون توان برای مورد $p = 0$، برای t به‌اندازهٔ کافی کوچک داریم

$$3A + B = 1, \qquad t_0 = \frac{S_0^3 \phi_0 B}{C} \tag{۲۲.۸}$$

در مورد عالم با سیطرهٔ تابش، $p = \frac{1}{3}\varepsilon$ و می‌توانیم دوباره جوابی به‌صورت (۱۸.۸) را امتحان کنیم و با $t \to 0$ به‌دست آوریم،

$$A^2 = -AB + \frac{\omega B^2}{6} \tag{۲۳.۸}$$

1. H. Nariai

جدول ۱.۸ کسرهای جرمی $H^۲$ و $He^۴$ در کیهان‌شناسی برنز-دیکی برای مدلهای با سیطرهٔ ماده [الف]

ω	$\rho_۰$ (g cm$^{-۳}$) $۱۰^{-۳۱}$	$۱۰^{-۳۰}$	$۱۰^{-۲۹}$
۵	$۷/۶ \times ۱۰^{-۴}$	$۲/۶ \times ۱۰^{-۵}$	$۳/۴ \times ۱۰^{-۸}$
	۰/۲۶	۰/۳۳	۰/۴۰
۱۰	$۷/۶ \times ۱۰^{-۴}$	$۲/۱ \times ۱۰^{-۵}$	$\sim ۱۰^{-۹}$
	۰/۲۶	۰/۳۰	۰/۳۵
∞	$۶/۶ \times ۱۰^{-۴}$	$۱/۳ \times ۱۰^{-۵}$	$\sim ۱۰^{-۱۱}$
	۰/۲۵	۰/۲۷	۰/۲۹

الف. کسر دوتریم بالاتر از کسر هلیم داده شده است.

با توجه به (۲۲.۸) می‌توانیم (۲۳.۸) را حل کنیم و به‌دست آوریم

$$A = \frac{\omega + ۱ \pm \sqrt{(۲\omega/۳) + ۱}}{۳\omega + ۴}, \qquad B = \frac{۱ \pm ۳\sqrt{(۲\omega/۳) + ۱}}{۳\omega + ۴} \qquad (۲۴.۸)$$

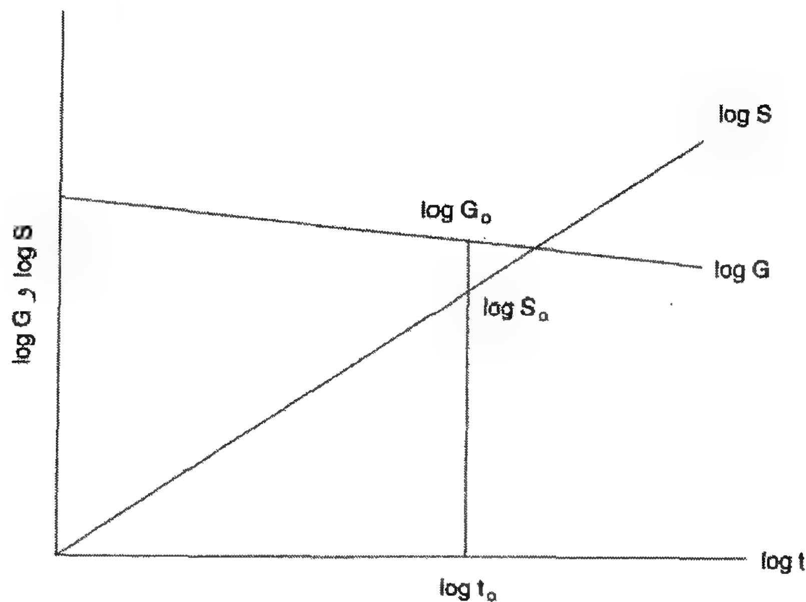
علامت بالا برای مورد $C > ۰$ و علامت پایین برای $C < ۰$ به‌کار می‌رود. برای $C > ۰$، وقتی $S \to ۰$ داریم $\phi \to ۰$، در حالی که برای $C < ۰$، وقتی $S \to ۰$ خواهیم داشت $\phi \to \infty$. این نتیجه‌گیریها بدون توجه به مقادیر k یا معادلهٔ حالت برقرار است، زیرا در مقادیر کوچک S دینامیک عالم را جملهٔ ϕ کنترل می‌کند.

۳.۴.۸ تولید هسته‌های سبک

دیکی و جی. اس. گرینشتاین[۱] مسئلهٔ سنتز هسته‌ای را در عالم اولیهٔ برنز-دیکی بررسی کردند. گرینشتاین همان رهیافت فیزیکی را دنبال کرد که خلاصهٔ آن در فصل ۵ برای مورد $C = ۰$ بیان شد. نتایجی که او برای $h_۰ = ۱$ به‌دست آورد در جدول ۱.۸ داده شده است.

برای هر یک از سه مقدار چگالی فعلی ماده $\rho_۰$، جدول ۱.۸ سه‌متری مقدار برای فراوانی دوتریم و تریتیم می‌دهد که با مقادیر $\omega = ۵$، $\omega = ۱۰$، و $\omega = \infty$ متناظرند. آخرین مورد البته به نسبیت عام مربوط می‌شود. اختلاف میان نظریهٔ برنز-دیکی و نسبیت عام البته برای $\omega = ۵$ در مقادیر بالای $\rho_۰$ قابل توجه می‌شود زیرا مقادیر $H^۲$ و $He^۴$ بیشتری در نظریهٔ اول تشکیل

1. G. S. Greenstein



شکل ۶.۸ رفتار زمانی S و G. هر دو در مقیاس log_log برای $\omega = ۶$ رسم شده‌اند. مقیاسها دلخواه هستند.

می‌شوند. برای $\omega \geq ۳۰$، فراوانی مشاهده‌شدهٔ کنونی حد بالای $\rho_{\circ} \leq ۵ \times ۱۰^{-۳۰} \text{g cm}^{-۳}$ را در کیهان‌شناسی برنز-دیکی تعیین می‌کند.

در مدلهایی که ϕ غالب است، ثابت C را می‌توان طوری تنظیم کرد که هر فراوانی مطلوب، زیاد یا کم، را تولید کند. برای فراوانیهای کیهانی کمتر از مقدار بالا باید مقدار $|C|$ کوچک مناسب را برگزید. به هر حال، دستاویز رصدی دیگری برای C وجود دارد که در زیر به‌اختصار شرح داده می‌شود.

۴.۴.۸ تغییرات G

چون $G \propto \phi^{-۱}$ است، ϕ وابسته به زمان به معنی ثابت گرانشی وابسته به زمان است. همان‌طور که از (۱۹.۸) دیده می‌شود، برای $C = ۰$ داریم

$$\frac{\dot{G}}{G} = -\frac{۲}{۳\omega + ۴}\frac{۱}{t} = -\frac{H}{\omega + ۱}. \qquad (۲۵.۸)$$

بنابراین $|\dot{G}|$ در حدود ثابت هابل است مگر اینکه ω بزرگ باشد و اندازهٔ آن نشان دهد که ثابت گرانشی باید برحسب زمان کاهش یابد (نگاه کنید به شکل ۶.۸).

اما، برای $|C|$ به اندازه کافی بزرگ، جوابهایی که در آنها ϕ غالب است، حتی در دورهٔ فعلی، تفاوت قابل ملاحظه‌ای با جوابهای مربوط به غلبهٔ ماده دارند. در فصل ۱۱ دوباره شواهد به‌نفع و برعلیه تغییرات G را بررسی خواهیم کرد.

۵.۴.۸ تورم در کیهان‌شناسیهای برنز-دیکی

به‌واسطهٔ سادگی نسبی فرمولبندی و تفسیر نتیجه‌های رصدی، کیهان‌شناسی برنز-دیکی در عالم نخستین نیز بررسی شده است. سی. ماتیاژاگان[1] و وی. بی. جوهری[2] اولین کسانی بودند که مرحلهٔ تورمی را در این کیهان‌شناسی بررسی کردند. مسئله تشکیل هسته‌های حباب و درهم ادغام شدن که مدل تورمی گوث با آن روبه‌رو بود مشکلی را به‌وجود آورد که به خروج خوشایند از مرحلهٔ تورمی به مرحله با سیطرهٔ تابش فریدمان معروف است. لا[3] و اشتینهارت چارچوب برنز-دیکی را برای تولید «تورم گسترده» به کار گرفته‌اند. مرحلهٔ «گسترده» از این رو به‌وجود می‌آید که انبساط نمایی نیست بلکه از نوع قانون-توان است. به‌نظر می‌رسد که این ایده مسئلهٔ خروج خوشایند را حل کند ولی به واسطه واپیچیدگیهای تولیدشده در زمینهٔ ریزموج کیهانی دچار مشکل می‌شود، واپیچیدگیهایی که به صورت غیرمنتظره‌ای زیاد است. علاقه‌مندان به تورم بدون اعتنا به این موانع، با اضافه کردن جفت‌شدگیهای مرتبهٔ بالاتر میدان نرده‌ای و گرانی، تغییری را در مضمون برنز-دیکی کشف کردند. این به مفهوم «تورم فرا-گسترده» انجامید. با این همه، به هیچ یک از این ایده‌ها در سالهای بعد توجه چندانی نشد.

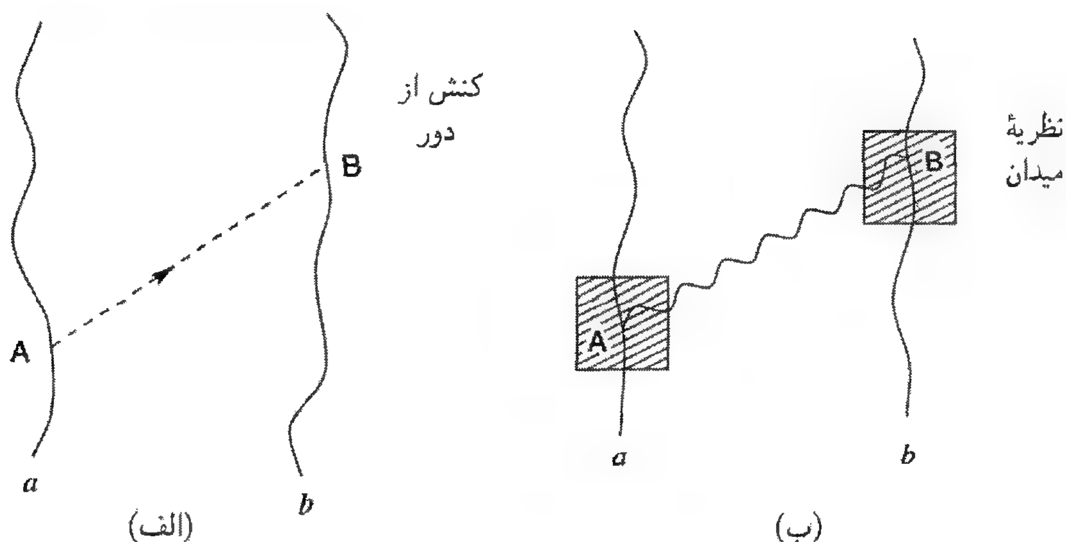
خلاصه اینکه، نظریهٔ برنز-دیکی به‌عنوان بدیلی برای نظریهٔ گرانی مورد توجه فراوان قرار گرفته است، اما، با آزمونهای انجام‌شده در منظومهٔ شمسی مقادیر بسیار نزدیک به پیش‌بینی‌های نظریهٔ نسبیت با دقت هرچه بیشتر و بیشتر به‌دست آمده است، پارامتر ω که آن را از نسبیت عام متمایز می‌سازد باید بزرگتر و بزرگتر شود، بنابراین آن را بیش از پیش، لااقل در مقیاس منظومهٔ شمسی، از نسبیت عام متمایز می‌سازد. در جبهه کیهان‌شناختی، نظریه نتیجه‌هایی متفاوت از کیهان‌شناسی استاندارد فریدمان به‌دست می‌دهد، اما به‌نظر نمی‌رسد که این اختلافها تأثیر چندانی بر نظریه‌پردازان کرده باشد تا کار مطالعهٔ دقیق کیهان‌زایی عالم از عصرهایی نخستین را به‌عهده بگیرند.

۵.۸ کیهان‌شناسیهای هویل-نارلیکار[4]

اکنون یکی دیگر از نظریه‌های گرانش را در نظر می‌گیریم که می‌تواند مدعی سرراست‌ترین توصیف کمّی اصل ماخ باشد. این نظریه را ابتدا فرد هویل و نگارنده در سال ۱۹۶۴ پیشنهاد کردند، و در اینجا آن را نظریه HN و مدل کیهان‌شناختی مبتنی بر آن را کیهان‌شناسیهای HN می‌نامیم. در سراسر این بحث $c = 1$ در نظر گرفته می‌شود.

مانند نسبیت عام و نظریهٔ برنز-دیکی، نظریهٔ HN در فضازمان ریمانی فرمولبندی می‌شود. به هر حال، یک تفاوت بارز میان این نظریه و هر نظریه کیهان‌شناسی دیگر که تاکنون بررسی

1. C. Mathiazhagan 2. V. B. Johri 3. La 4. Narlikar



شکل ۷.۸ (الف) در تصویر کُنش از دور، تأثیر از نقطهٔ A واقع بر جهانخط a مستقیماً در فضازمان (در امتداد مسیر خط‌چین) به نقطهٔ B برروی جهانخط ذرهٔ b منتقل می‌شود. (ب) در نظریهٔ میدان، میدان موجود در حوالی A (که با ناحیهٔ سایه‌دار مشخص شده است) آشفته می‌شود؛ این آشفتگی به‌صورت موج در میدان محیط منتشر می‌شود و به حوالی B (که آن هم با ناحیهٔ سایه‌دار مشخص شده است) می‌رسد. سپس این آشفتگی در B نیرویی به b وارد می‌کند. بدین ترتیب تأثیر از a به b منتشر می‌شود.

کردیم وجود دارد. این تفاوت ناشی از این واقعیت است که نسبیت عام، نظریهٔ برنز‌ـدیکی، و غیره نظریه‌های میدان ناب هستند، در حالی که نظریهٔ HN بر مفهوم کنش میان ذره‌ای مستقیم استوار است. تفاوت میان دو نوع نظریه به بهترین نحو در توصیف الکترومغناطیس دیده می‌شود که معمولاً در این بخش و بخش بعد برای مقایسه به آن رجوع خواهیم کرد. تا زمان ابداع نظریهٔ میدان ماکسول، معمولاً برهم‌کنشهای الکتریکی و مغناطیسی را به‌عنوان موارد کنش بین ذرات از راه دور توصیف می‌کردند. موفقیت نظریهٔ ماکسول مفهوم میدان را به‌جای کنش از دور وارد فیزیک کرد (شکل ۷.۸).

چون اصل ماخ (که مستلزم ارتباط میان پدیده‌های محلی و دور دست است) کنش از دور را مطرح می‌کند، حتی یکی از پیروان اولیهٔ آن مانند اینشتین بعدها دربارهٔ اعتبار آن دچار تردید شد. مخالفتهای اینشتین بر این باور استوار بود که کُنش از دور لحظه‌ای فرض می‌شد و در نتیجه با نسبیت ناسازگار بود. اما، در اوایل سالهای ۱۹۶۰ معلوم شد که کنش از دور را می‌توان با نسبیت سازگار ساخت و نیز می‌تواند الکترودینامیک را به‌درستی توصیف کند و پیامدهای کیهان‌شناختی جالب توجهی دارد. چون هویل و نگارنده نقش فعالی در این تحولات داشتند، طبیعی بود که رهیافت کنش از دور را به اصل ماخ اختیار کنند.

بنابراین، در اینجا از نمادگذاری تا اندازه‌ای ناآشنای کُنش از دور استفاده می‌کنیم. اگر a، b،... ذرات موجود در عالم، m_a، e_a جرم و بار ذرهٔ aام باشد. اصل ماخ ایجاب می‌کند (نگاه کنید به بخش ۲.۸) که m_a کاملاً یک ویژگی ذاتی ذرهٔ a نباشد؛ منشأ آن به زمینهٔ حاصل از بقیهٔ عالم نیز بستگی دارد. برای بیان این فکر به‌صورت کمّی، بنویسید

$$m_a(A) = \lambda_a \sum_{b \neq a} m^{(b)}(A) \qquad (۲۶.۸)$$

این عبارت دارای معنی زیر است. در نقطهٔ نوعی A روی جهانخط ذرهٔ a، جرمی که a به‌دست می‌آورد برایند سهم ناشی از سایر ذرات $b(\neq a)$ موجود در عالم است. سهم ناشی از b در A با تابع نرده‌ای $m^{(b)}(A)$ داده می‌شود. ثابت جفت‌شدگی λ_a ذاتی ذرهٔ a است. اما، توجه کنید که اگر a تنها ذرهٔ موجود در عالم بود، $m_a = ۰$ و به نتیجه‌ای می‌رسیدیم که در بخش (۴.۸) به‌دست آوردیم.

۱.۵.۸ گریزی به نظریهٔ الکترومغناطیس

این توابع $m^{(b)}(X)$ چه هستند؟ اینکه آنها چیزی هستند که ویژگی لختی را از ذرات b به هر ذرهٔ X واقع در فضازمان منتقل می‌کنند از محتوای متن بدیهی است. برای به‌دست آوردن شکل مناسبی برای آنها از نظریهٔ الکترومغناطیس استفاده می‌کنیم که در آن معمولاً دسته‌ای از آشفتگیهای الکترومغناطیسی را وارد می‌کنیم که صرفاً ناشی از چشمه‌ها، یعنی بارهای الکتریکی متحرک، هستند. در نتیجه، ۴ـپتانسیل $A_i^{(b)}(\mathrm{X})$ را نشانگر اثر ناشی از بار الکتریکی b در نقطهٔ X در نظر می‌گیریم. $A_i^{(b)}(\mathrm{X})$ در معادلهٔ موج صدق می‌کند

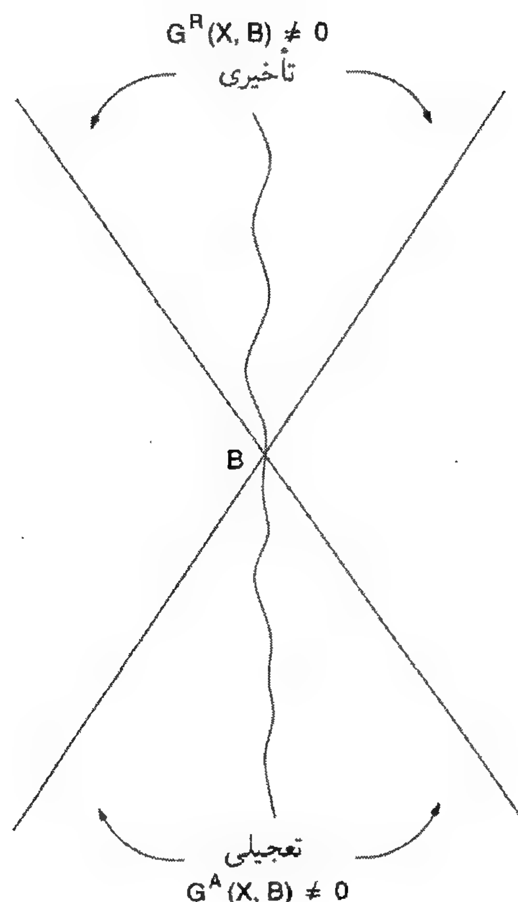
$$\Box A_i^{(b)} + R_i^k A_k^{(b)} = ۴\pi J_i^{(b)} \qquad (۲۷.۸)$$

که $J_i^{(b)}$ ۴ـجریانی است که بار b تولید می‌کند. جواب (۲۷.۸) را می‌توان به‌صورت انتگرالی زیر نوشت

$$A_i^{(b)}(\mathrm{X}) = ۴\pi e_b \int G_{ik}(\mathrm{X},\mathrm{B})\mathrm{d}b^k \qquad (۲۸.۸)$$

که $G_{ik}(\mathrm{X},\mathrm{B})$ تابع گرین عملگر موج $(g_i^k\Box + R_i^k)$ است. پتانسیل کولنی معروف حالت خاصی از (۲۸.۸) است.

تابع گرین را شکل عملگر موج به تنهایی تعیین نمی‌کند. بلکه باید شرایط مرزی را نیز مشخص کرد. شرایط مرزی متداول را علّیت تعیین می‌کند؛ یعنی اگر X در خارج از مخروط نور آیندهٔ B



شکل ۸.۸ تابع گرین تأخیری B فقط در مخروط نور آیندهٔ B غیرصفر است، در حالی که تابع گرین تعجیلی فقط در مخروط نور گذشته غیرصفر است.

قرار گیرد، تأثیر B در X باید صفر شود. تابع گرین که دارای این شرط باشد را تابع گرین تأخیری می‌خوانند. این تابع گرین را با شاخص بالای R مشخص می‌کنیم. همین‌طور، تابع گرین محدود به مخروط نور گذشتهٔ B را معمولاً تابع گرین تعجیلی می‌نامند و آن را با شاخص بالایی A نشان می‌دهند (نگاه کنید به شکل ۸.۸).

این تابعهای گرین در نظریه‌های کُنش از دور نقشی کلیدی دارند. چون تابع گرین نوعی در هر دو نقطهٔ پایانی به‌عنوان بردار عمل می‌کند، پس یک دوبردار است. در ابتدا گمان می‌رفت که کنش از دور باید فوری و در نتیجه با چارچوب نسبیت خاص ناسازگار باشد. اما، کی. شوارتس‌شیلد، اچ، تترود[1] و ای. دی. فوکر[2] در سه دههٔ اول قرن بیستم نشان دادند که در واقع باید یک نظریه کُنش از دور سازگار با نسبیت فرمولبندی شود. اگر نقطه‌های A و B فضا زمان را با s^2_{AB} به‌عنوان مربع ناوردای فاصلهٔ نسبیتی بین آنها در نظر بگیریم، در این صورت $\delta(s^2_{AB})$، که δ تابع دلتای

1. H. Tetrode 2. A. D. Fokker

دیراک است، تابع مناسبی برای انتقال تأثیرهای فیزیکی بین A و B است، زیرا این تابع فقط هنگامی عمل می‌کند که A و B را بتوان با پرتویی از نور به‌هم متصل کرد (یعنی، هنگامی که $s_{\mathrm{AB}}^{۲} = ۰$). بنابراین، این تابع دلتا الزاماً به‌صورت مؤلفهٔ اصلی هر تابع گرین در هر نظریهٔ کنش از دور ظاهر می‌شود. اصل کُنش، که مبنای نظریهٔ الکترومغناطیس در فضازمان ریمانی است را در زیر تشریح می‌کنیم. کار را با کنش زیر آغاز می‌کنیم

$$\mathcal{A} = -\sum_{a}\sum_{<b} ۴\pi e_a e_b \int\int \overline{G}_{ik} \mathrm{d}a^i \mathrm{d}b^k \qquad (۲۹.۸)$$

که $\overline{G}_{ik}$ تابع گرین متقارن به‌صورت زیر است

$$\overline{G}_{ik}(\mathrm{A},\mathrm{B}) \equiv \frac{۱}{۲}[G_{ik}^{\mathrm{R}}(\mathrm{A},\mathrm{B}) + G_{ik}^{\mathrm{A}}(\mathrm{A},\mathrm{B})]. \qquad (۳۰.۸)$$

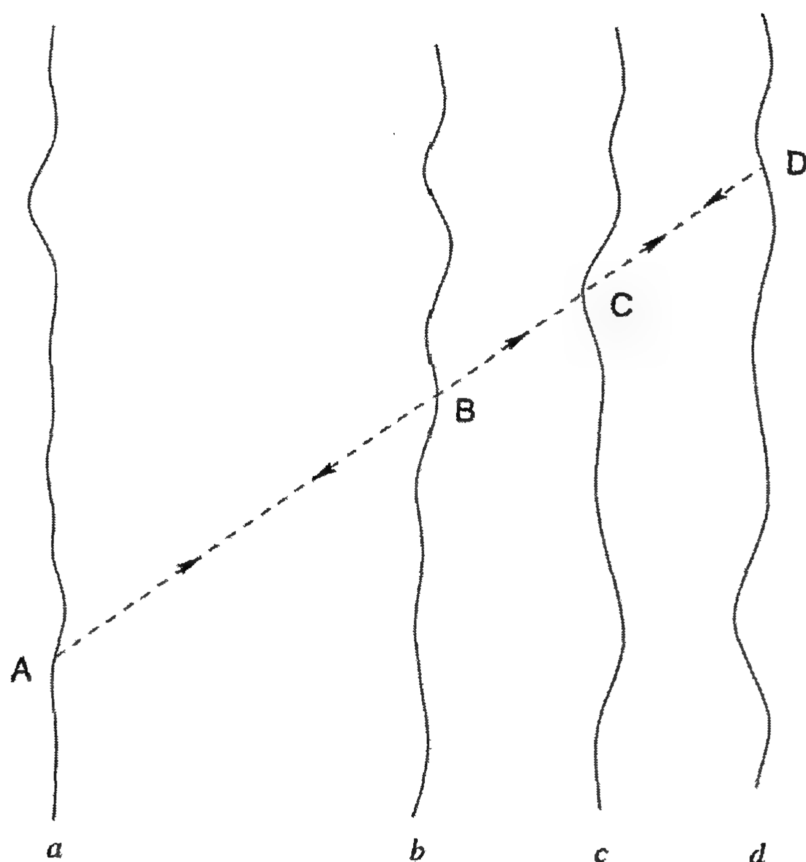
از این رو $\overline{G}_{ik}(\mathrm{A},\mathrm{B}) = \overline{G}_{ik}(\mathrm{B},\mathrm{A})$ و هر جمله در کنش بین هر دو زوج ذره کاملاً متقارن است. کنش (۳۰.۸)، همراه با شرایط مرزی کیهان‌شناختی مناسب، همهٔ اثرهای الکترومغناطیسی نظریهٔ میدان ماکسول استاندارد را تولید می‌کنند.

اینکه شرایط مرزی کیهان‌شناختی در چارچوب کنش از دور ضروری هستند را می‌توان از مثال ساده زیر دید. هر سیگنال تأخیری که از ذرهٔ a گسیل شود، مطابق شکل ۹.۸، واکنشی تعجیلی را از b دریافت می‌دارد. از این رو، نظریهٔ سیگنالهای تعجیلی را می‌پذیرد و به‌نظر می‌رسد که علیت را نقض کند. به‌علاوه، در شکل ۹.۸ سیگنال ناشی از b، بدون توجه به فاصلهٔ b، در همان زمان به a می‌رسد که سیگنال اولیه آن را ترک کرده است! بنابراین، الکترومغناطیس دیگر یک نظریهٔ موضعی نیست: هر اثر به‌اصطلاح موضعی باید پاسخ عالم را، که از واکنش همهٔ ذرات b سوای a تشکیل شده است، به‌حساب آورد. یک پاسخ «درست» باید همهٔ اثرهای غیرعلّیتی را حذف کند. این مطلب را اولین بار جی. ای. ویلر[1] و ار. پی. فاینمن[2] در سال ۱۹۴۵ بیان کردند. بعدها، بین سالهای ۱۹۶۲ و ۱۹۶۳، جی. ای. هوگارث[3]، اف. هویل، و نگارنده نشان دادند که این پاسخ تابع مدل عالم است. اساساً، برای تولید پاسخ درست باید عالم آینده یک جذب‌کنندهٔ کامل باشد، یعنی باید بتواند تمام سیگنالهای الکترومغناطیسی به‌طرف آینده را جذب کند.

پاسخ عالم چیست؟ دیراک در سالهای ۱۹۳۰ نشان داد که وقتی یک بار الکتریکی a شتاب می‌گیرد، به آن یک نیروی میرایی تابشی وارد می‌شود و این نیرو را می‌توان با ارزیابی نصف تفاضل میدانهای تأخیری و تعجیلی بار برروی جهانخط آن محاسبه کرد:

$$Q(a) = \frac{۱}{۲}[F^{\mathrm{R}}(a) - F^{\mathrm{A}}(a)]. \qquad (۳۱.۸)$$

1. J. A. Wheeler   2. R. P. Feynman   3. J. E. Hogarth



شکل ۹.۸ یک سیگنال تأخیری (که با خط‌چین نشان داده شده‌است) نقطهٔ A روی جهانخط a را ترک می‌کند و در نقطه‌های B، C، D، سه‌نقطه به ذرات b، c، d،. . .برخورد می‌کند. پاسخ تعجیلی آنها، بدون توجه به اینکه فاصلهٔ این ذرات از a چیست، در امتداد همین خط‌چین به a برمی‌گردد. از این رو، حتی بخشهای دوردست عالم پاسخهای فوری به‌آشفتگی تأخیری خروجی از A تولید می‌کنند.

در نظریهٔ میدان ماکسول نتیجهٔ دیراک فقط یک کنجکاوی بدون استدلال مناسب در این مورد است که چرا باید کنش تابشی از فرمول بالا تعیین شود. این با پرسش بنیادیتری در ارتباط بود که در بحث میدانهای الکترومغناطیسی دستگاه توسان‌کننده‌ای از بارهای الکتریکی مطرح می‌شود. معمولاً جوابهای تأخیری معادله‌های موج ماکسول را برای توصیف این میدانها، برمبنای علیّت، در نظر می‌گیریم. به‌واسطهٔ این انتخاب است که دستگاه انرژی تابش می‌کند و میرا می‌شود. بنابراین پرسش بنیادی به این صورت است: چرا جوابهای خود را منحصر به جوابهای تأخیری می‌کنیم و جوابهای تعجیلی را نادیده می‌گیریم؟ یا به عبارت دیگر، چرا یک اصل علیّت داریم (که بنا به آن علتها پیش از معلولها به‌وقوع می‌پیوندند)، در حالی که معادله‌های بنیادی فیزیک از نظر زمان متقارن‌اند؟

نظریهٔ ویلرـفاینمن پاسخ برای این پرسش فراهم می‌سازد. این نظریه با تقارن زمانی فرمولبندی

شده است و در آن جوابهای تعجیلی همان اعتبار جوابهای تأخیری را دارند. بنابراین ذرهٔ نوعی a یک «همراه ذرهٔ مستقیم» را تولید می‌کند که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$F(a) = \frac{۱}{۲}[F^{\mathrm{R}}(a) + F^{\mathrm{A}}(a)] \tag{۳۲.۸}$$

که به روشنی نسبت به مؤلفه‌های تأخیری و تعجیلی متقارن است. همان‌طور که در بالا دیدیم، کل عالم پاسخی به تک‌تک این میدانهای بار می‌دهد، و در نظریهٔ ویلر-فاینمن، پاسخ عالم به حرکت a درست (۳۱.۸) است! می‌توان نشان داد، برای به‌دست آوردن پاسخ درست، بخش آیندهٔ عالم (که در مخروط نور آیندهٔ دستگاه تابش‌کننده قرار دارد) باید جذب‌کنندهٔ کامل همهٔ این سیگنالهای تأخیری، یعنی، در جهت آینده، و بخش گذشتهٔ عالم یک جذب‌کنندهٔ ناکامل همهٔ سیگنالهای تعجیلی، یعنی سیگنالهای در جهت گذشته باشد. بنابراین، در چنین عالمی اگر این پاسخ (۳۱.۸) را میدان بنیادی و دارای تقارن زمانی a، که با (۳۲.۸) داده می‌شود، اضافه کنیم، میدان خالص در حوالی a را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

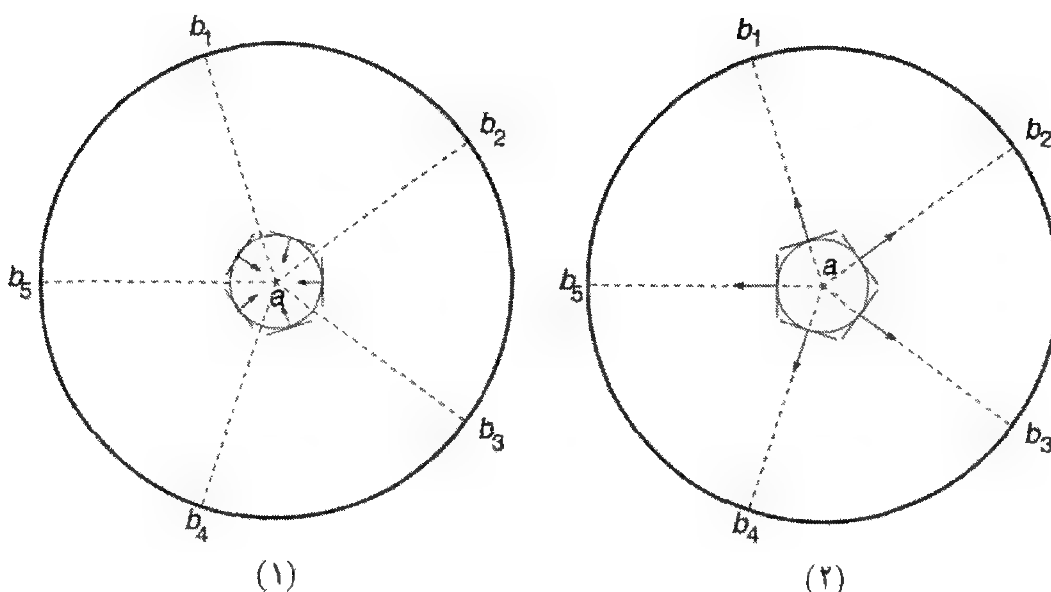
$$\begin{aligned} F_{\text{کل}}(a) &= F(a) + Q(a) = \frac{۱}{۲}[F^{\mathrm{R}}(a) + F^{\mathrm{A}}(a)] + \frac{۱}{۲}[F^{\mathrm{R}}(a) - F^{\mathrm{A}}(a)] \\ &= F^{\mathrm{R}}(a) \end{aligned} \tag{۳۳.۸}$$

بدین ترتیب، تأثیر کل در حوالی a را به‌صورت یک اثر تأخیری ناب به‌دست می‌آوریم. بنابراین پاسخ درست همهٔ اثرهای تعجیلی را، بجز آنهایی که در واکنش تابش موجودند، حذف می‌کند. جالب توجه (و مهم) است که حالت پایا که در فصل بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد پاسخ درست را به‌دست می‌دهد، در حالی که همهٔ مدلهای فریدمان از انجام این کار ناتوان‌اند. به‌علت نیاز سرنوشت‌ساز به جذب کامل، این نظریه را گاهی «نظریهٔ جذب‌کنندهٔ تابش» می‌نامند. شکل ۱۰.۸ این رفتار جذب‌کنندهٔ آینده را نشان می‌دهد.

۲.۵.۸ لختی و گرانی

هدف ما از گریز به الکترومغناطیس در بحث بالا این بود که نشان دهیم رهیافت مشابه به لختی به نظریهٔ گرانی ماخی می‌انجامد. در مورد لختی متوجه می‌شویم که توابع $m^{(b)}(\mathrm{X})$ نرده‌ای هستند و بنابراین باید با تابعهای گرین نرده‌ای کار کنیم. از این رو می‌نویسیم

$$m^{(b)}(\mathrm{X}) = \int \lambda_b \tilde{G}(\mathrm{X}, \mathrm{B}) \mathrm{d}s_b \tag{۳۴.۸}$$



شکل ۱۰.۸ جذب‌کنندهٔ آینده را نوعاً با کره‌ای به مرکز بار a نشان می‌دهند. میدانهای تعجیلی ذرات $b_۱, b_۲, \ldots$ را با جبهه‌های موج کروی نشان می‌دهند که به‌ترتیب در آنها همگرا می‌شوند. پوش این جبهه‌های موج ابتدا (۱) موجی کروی است که در a همگرا می‌شود و سپس (۲) یک موج دیگر که از آن واگرا می‌شود. اینها به ترتیب دو بخش $\frac{1}{2}F^{(\mathrm{A})}(a)$ و $-\frac{1}{2}F^{(\mathrm{R})}(a)$، را تشکیل می‌دهند.

وکنش لخت عبارت است از

$$\mathcal{A} = -\sum_{a}\sum_{<b}\int\int \lambda_a\lambda_b\tilde{G}(\mathrm{A},\mathrm{B})\mathrm{d}s_a\mathrm{d}s_b \qquad (۳۵.۸)$$

$\tilde{G}(\mathrm{A},\mathrm{B})$ چیست؟ دوباره کار را با مقایسه با الکترومغناطیس پی می‌گیریم.

با توجه به تقارن، باید $\tilde{G}(\mathrm{A},\mathrm{B}) = G(\mathrm{B},\mathrm{A})$. همین‌طور، باید $\tilde{G}$ تابع گرین مربوط به یک معادلهٔ موج نرده‌ای باشد. به‌منظور تعیین $\tilde{G}$ به‌طور کامل باید از یک ویژگی دیگر نظریهٔ الکترومغناطیس ماکسول به‌نام ناوردایی همدیس بهره بگیریم که تاکنون مورد بحث قرار نگرفته است.

۳.۵.۸ ناوردایی همدیس

تبدیل زیر را در نظر بگیرید

$$\overline{g}_{ik} = \Omega^۲ g_{ik} \qquad (۳۶.۸)$$

که در آن Ω تابع دوبار قابل مشتق‌گیری از x^i در گسترهٔ $\infty > \Omega > ۰$ است. این تبدیل را تبدیل همدیس می‌نامند. با معلوم بودن خمینهٔ فضازمان $\mathcal{M}$ با مختصات (x^i) و متریک (g_{ik})،

با استفاده از (۳۶.۸) خمینهٔ فضازمان دیگر $\overline{\mathcal{M}}$ را با همان دستگاه مختصات (x^i) اما متریک متفاوت $(\Omega^2 g_{ik})$ تولید کرده‌ایم. می‌گوییم $\mathcal{M}$ و $\overline{\mathcal{M}}$ همدیس یکدیگر هستند. اگر $\mathcal{M}$ تخت باشد می‌گوییم $\overline{\mathcal{M}}$ به‌طور همدیس تخت است.

اگر نقطه‌های متناظر (با x^i یکسان) را در $\mathcal{M}$ و $\overline{\mathcal{M}}$ شناسایی کنیم، به‌طور کلی درمی‌یابیم که وقتی از $\mathcal{M}$ به $\overline{\mathcal{M}}$ می‌رویم فاصله‌های بین دو نقطه کش می‌آید یا جمع می‌شود. به هر حال، مخروطهای صفر در هر دو خمینه تغییر نمی‌کنند. این ناوردایی مخروط صفر با ناوردایی تحت تبدیلهای مختصات تفاوت دارد. تبدیلهای مختصات جهتهای صفر را به‌طور موضعی حفظ می‌کنند، و در نظریه‌های میدان که برهم‌کنشها را به‌صورت موضعی بررسی می‌کنند اهمیت دارند. نظریه‌های کنش از دور، برهم‌کنشها را به‌طور کلی توصیف می‌کنند و باید ساختار کلی مخروطهای صفر را در نظر بگیرند. از این رو، انتظار داریم که این نظریه‌ها تحت تبدیلهای همدیس نیز شکل خود را حفظ کنند.

به‌راحتی می‌توان نشان داد که خمیدگی نرده‌ای تحت تبدیلهای همدیس به‌صورت زیر تغییر می‌کند

$$\overline{R} = \Omega^{-2}\left(R + 6\frac{\Box\Omega}{\Omega}\right) \tag{۳۷.۸}$$

که $\Box$ نسبت به متریک (g_{ik}) ارزیابی می‌شود. اما، کمیتهایی وجود دارند که تحت تبدیل همدیس یکسان باقی می‌مانند. این کمیت را ناورداهای همدیس می‌نامند. به‌راحتی می‌توان دید، که برای مثال، کنشی که نظریهٔ میدان ماکسول را توصیف می‌کند ناوردای همدیس است. تغییر زیر را در نظر بگیرید

$$\overline{A}_i = A_i + \psi_{,i} \qquad (\psi = \text{یک تابع نرده‌ای}),$$
$$\overline{F}_{ik} = F_{ik}, \qquad \overline{J} = \Omega^{-4} J_i$$

این تغییرها شکل معادله‌های ماکسول را دست نخورده باقی می‌گذارد.

اکنون با توجه به این شرط که کُنش لخت (۳۵.۸) ناوردای همدیس است شکل $\overline{G}(\mathrm{A},\mathrm{B})$ را مشخص می‌کنیم. چون تحت تبدیل (۳۶.۸) داریم

$$\mathrm{d}\overline{s}_a = \Omega(\mathrm{A})\mathrm{d}s_a, \qquad \mathrm{d}\overline{s}_b = \Omega(\mathrm{B})\mathrm{d}s_b \tag{۳۸.۸}$$

باید داشته باشیم

$$\overline{\tilde{G}(\mathrm{A},\mathrm{B})} = \Omega(\mathrm{A})^{-1}\Omega(\mathrm{B})^{-1}\tilde{G}(\mathrm{A},\mathrm{B}) \tag{۳۹.۸}$$

تنها عملگر موج نرده‌ای که (۳۹.۸) را مجاز می‌دارد عبارت است از

$$\Box + \frac{1}{6}R$$

به‌عبارت دیگر، $\tilde{G}(\mathrm{X},\mathrm{B})$ در معادلهٔ موج صدق می‌کند

$$[\Box \mathrm{x} + \frac{1}{6}R(\mathrm{X})]\tilde{G}(\mathrm{X},\mathrm{B}) = [-g(\mathrm{X})]^{-1/2}\delta_4(\mathrm{X},\mathrm{B}) \qquad (۴۰.۸)$$

$\delta_4(\mathrm{X},\mathrm{B})$ تابع دلتای دیراک چهاربعدی است که بجز در حالت $\mathrm{X} \equiv \mathrm{B}$ صفر می‌شود. بنابراین، مطمئن شده‌ایم که نظریهٔ کنش از دورکه با (۳۶.۸) داده می‌شود تحت تبدیلهای همدیس تغییر نمی‌کند.

۶.۸ معادله‌های گرانشی نظریهٔ HN

کُنش نظریهٔ HN از (۳۵.۸) به‌دست می‌آید، و به کمک تعریفهای (۲۶.۸) و (۳۴.۸) می‌توانیم آن را به‌صورت زیر بنویسیم

$$\mathcal{A} = -\sum_a \int m_a \mathrm{d}s_a \qquad (۴۱.۸)$$

به این ترتیب، به‌نظر می‌رسد که این کُنش فقط دارای جملهٔ لختی فصل ۲ (نگاه کنید به (۸۰.۲)) است. چگونه چنین کنشی می‌تواند معادله‌های گرانشی به‌دست دهد؟

پاسخ این پرسش در این واقعیت نهفته است که m_aها در (۴۱.۸) ثابت نیستند بلکه علاوه بر هندسهٔ فضازمان تابع مختصات فضازمان نیز هستند. زیرا به کمک تابعهای گرین تعریف شده‌اند، که به‌نوبهٔ خود برحسب هندسهٔ فضازمان تعریف می‌شوند. بنابراین، با تغییر کوچک زیر

$$g_{ik} \to g_{ik} + \delta g_{ik}$$

معادلهٔ موج (۴۰.۸) و نیز جواب آن تغییر می‌کند. از این رو، داریم

$$\widetilde{G}(\mathrm{A},\mathrm{B}) \to \widetilde{G}(\mathrm{A},\mathrm{B}) + \delta\widetilde{G}(\mathrm{A},\mathrm{B})$$

و در نتیجه $\mathcal{A} \to \mathcal{A} + \delta\mathcal{A}$. بنابراین، مسئله‌ای غیرصفر داریم که حل آن را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد. برای ساده کردن موضوع همهٔ λ_aها را برابر واحد در نظر می‌گیریم. (بعداً این فرض را کنار می‌گذاریم.)

تابعهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$m(\mathrm{X}) = \sum_a m^{(a)}(\mathrm{X}) = \frac{۱}{۲}[m^{\mathrm{R}}(\mathrm{X}) + m^{\mathrm{A}}(\mathrm{X})], \qquad (۴۲.۸)$$

$$\phi(\mathrm{X}) = m^{\mathrm{R}}(\mathrm{X})m^{\mathrm{A}}(\mathrm{X}), \qquad m_k \equiv m_{,k}, \ldots, \qquad (۴۳.۸)$$

$$N(\mathrm{X}) = \sum_a \int \delta_۴(\mathrm{X}, \mathrm{A})[-g(\mathrm{X})]^{۱/۲}\mathrm{d}s_a \qquad (۴۴.۸)$$

مانند مورد الکترومغناطیس، از تابع گرین متقارن $(\frac{۱}{۲}\mathrm{R} + \frac{۱}{۲}\mathrm{A})$ استفاده کرده‌ایم. پس معادله‌های گرانشی به‌صورت زیر در می‌آیند

$$R_{ik} - \frac{۱}{۲}g_{ik}R = -۶\phi[T_{ik} - \frac{۱}{۶}(g_{ik}\Box\phi - \phi_{;ik}) - \frac{۱}{۲}(m_i^{\mathrm{R}}m_k^{\mathrm{A}} + m_k^{\mathrm{R}}m_i^{\mathrm{A}} - g_{ik}g^{pq}m_p^{\mathrm{R}}m_q^{\mathrm{A}})] \qquad (۴۵.۸)$$

همراه با معادلهٔ «چشمه» برای $m(\mathrm{X})$

$$\Box m + \frac{۱}{۶}Rm = N \qquad (۴۶.۸)$$

به‌دست آوردن مجموعهٔ نهایی معادله‌های نظریه از نظر کسی که با روشهای کنش مستقیم میان ذره‌ای نا آشناست شاید به‌صورت ناراحت‌کننده‌ای طولانی به‌نظر برسد. در اینجا از روش مورد استفادهٔ هویل و نگارنده بهره گرفته‌ایم، که از طریق کار قبلی در مورد الکترومغناطیس به این نظریه رسیدند. مانند مورد الکترومغناطیس، عالم به یک رویداد موضعی پاسخ می‌دهد. برای تأمین علیت و حذف آثار تعجیلی، پاسخ درست باید از رابطهٔ زیر به‌دست آید

$$\sum_a m^{(a)\mathrm{A}}(\mathrm{X}) = \sum_a m^{(a)\mathrm{R}}(\mathrm{X}) = m(\mathrm{X}) \qquad (۴۷.۸)$$

در این شرایط، معادله‌های (۴۵.۸) به‌صورت سادهٔ زیر درمی‌آیند

$$R_{ik} - \frac{۱}{۲}g_{ik}R = -\frac{۶}{m^۲}\left[T_{ik} + \frac{۱}{۶}(g_{ik}\Box m^۲ - m^۲_{;ik}) - \left(m_i m_k - \frac{۱}{۲}g_{ik}m^l m_l\right)\right] \qquad (۴۸.۸)$$

اگر از رهیافت نظریهٔ میدان استاندارد بهره می‌گرفتیم و میدان لختی نرده‌ای $m(\mathrm{X})$ را وارد می‌کردیم، می‌توانستیم به کمک کُنش زیر به (۴۶.۸) و (۴۸.۸) برسیم

$$\mathcal{A} = \int \left(\frac{۱}{۱۲}Rm^۲ + m^i m_i\right)\sqrt{-g}\mathrm{d}^۴x - \sum_a \int m\mathrm{d}s_a \qquad (۴۹.۸)$$

رهیافت کُنش از دور، به‌رغم اینکه فیزیکدان نظری با آن آشنایی ندارد، از این نظر که توصیف سرراستی از اصل ماخ می‌دهد مفید است. تفسیر فیزیکی جملهٔ مربوط به نظریهٔ میدان (۴۹.۸) چندان راحت نیست. به این دلیل، دربارهٔ رهیافت نخست به تفصیل صحبت کردیم. بدین دلیل، رهیافت اخیر را به تفصیل بررسی کردیم. توجه کنید که در رهیافت اول کُنش (۴۱.۸) ما فقط حاوی جملهٔ آخر (۴۹.۸) بود، اما m از تابعهای دو نقطه‌ای غیرمحلی تشکیل شده بود. در اینجا، m یک میدان سرراست است، با چشمه‌هایی در ماده که ویژگیهای دینامیکی آنها را اولین جمله در کنش بالا تعیین می‌کند.

چون ویژگی ناوردایی همدیس در فرمولبندی نظریه به‌کار رفته است، انتظار داریم که معادله‌های نهایی (۴۸.۸) و (۴۹.۸) ناوردایی همدیس از خود نشان دهند. این انتظار تحقق می‌یابد. اگر (g_{ik}, m) یک جواب این معادله‌ها باشد،

$$\overline{g}_{ik} = \Omega^{۲} g_{ik}, \qquad \overline{m} = \Omega^{-۱} m \qquad (۵۰.۸)$$

نیز جوابهای معادله هستند. از این رو، بجز ناوردایی مختصی نسبیت عام، این نظریه ناوردایی همدیس را نیز از خود نشان می‌دهد.

در تمرین ۳۳ فصل ۲ دیدیم که ناوردایی مختصی کنش به یک قانون پایستگی برای تانسور انرژی تکانه می‌انجامد. در این مورد ناوردایی همدیس کُنش به صفر شدن اثر این معادله‌های میدان منجر می‌شود. به‌راحتی می‌توان نشان داد که اثر (۴۸.۸) با توجه به (۴۶.۸) صفر می‌شود. صفر شدن اثر نشانگر این واقعیت است که مسئله دلایل کافی برای اثبات ندارد. درست همان‌طور که صفر شدن $T^{ik}_{;k}$ در نسبیت عام نشان می‌دهد که جوابهای بیشتری را می‌توان از هر جواب تبدیلهای مختصات تولید کرد، به‌طوری که می‌توانیم جوابهای بیشتری را از طریق (۵۰.۸) تولید کنیم. همهٔ این جوابها؛ در صورتی که بتوانیم به قاعده بچسبیم که Ω صفر یا بینهایت نمی‌شود، به لحاظ فیزیکی هم‌ارزند.

فرض کنید بتوانیم Ωای را در گسترهٔ بالا برگزینیم که شرط زیر را تأمین کند

$$\overline{m} = \Omega^{-۱} m = \text{const.} = m_{\circ} \qquad (۵۱.۸)$$

این گزینش Ω در صورتی امکان‌پذیر است که m صفر یا بینهایت نشود. این چارچوب همدیس را چارچوب اینشتین می‌نامند، که در آن شکل ساده‌ای برای (۴۸.۸) به‌دست می‌آوریم:

$$R_{ik} - \frac{۱}{۲} g_{ik} R = -\kappa T_{ik} \qquad (۵۲.۸)$$

که ثابت κ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\kappa = \frac{۶}{m_۰^۲} \tag{۵۳.۸}$$

بنابراین، به معادله‌های اینشتین رسیده‌ایم! در نظر اول به نظر نمی‌رسد که چیزی به‌دست آورده باشیم. هیچ نظریهٔ جدید و در نتیجه هیچ پیش‌بینی، مانند نظریهٔ برنز-دیکی نداریم. اما، بررسی دقیق چند راه را نشان می‌دهد که در آنها نظریه فراتر از نسبیت می‌رود.

۱. نقطهٔ شروع کار ما برمبنای اصل ماخ بود. فقط در تقریب بس‌ذره‌ای، که شرط (۴۷.۸) برقرار است، به معادله‌های نهایی اینشتین‌گونه می‌رسیم. در نسبیت عام یک عالم تهی با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$R_{ik} = ۰$$

که جوابهای آن فضازمانهای خوش‌تعریف هستند. ذرات آزمون در این فضازمانها مسیرهای خوش‌تعریف دارند. این مسیرها به‌نظر ماخ هیچ معنایی ندارند، زیرا زمینه‌ای مادی در اختیار نداریم که نسبت به آن حرکت این ذرات را اندازه بگیریم. این جوابها در واقع متناظر با جوابهای $\mathbf{f} = ۰$ نظریهٔ نیوتونی هستند. در نظریهٔ HN یک عالم تهی متناظر است با

$$m = ۰, \qquad g_{ik} \text{ نامعین}$$

که با جواب ماخی $m = ۰$ رابطهٔ (۳.۸) سازگار است.

۲. علامت κ در نسبیت عام به‌طور دلخواه تثبیت می‌شود. نه در روش اکتشافی اینشتین نه در اصل کنش هیلبرت لزومی برای مثبت بودن κ وجود ندارد. فقط هنگامی که κ با توجه به گرانی نیوتونی در تقریب میدان ضعیف تعیین می‌شود (نگاه کنید به بخش ۹.۲) نتیجه می‌گیریم که $\kappa > ۰$. در نظریهٔ HN رابطهٔ (۵۲.۸) نشان می‌دهد که κ باید الزاماً مثبت باشد. (این نتیجه‌گیری تابع فرض $\lambda_a = ۱$ نیست؛ علامت λ_a هرچه باشد این نتیجه به‌دست می‌آید.)

۳. در رهیافت کنش میان ذره‌ای مستقیم نمی‌توان جملهٔ λ را وارد دافعهٔ کیهانی کرد. تیغ اوکام خودبه‌خود وارد عمل می‌شود. در نسبیت جملهٔ λ هنوز امکان‌پذیر است. با این همه، به‌طوری که در فصل بعد خواهیم دید، اگر این شرط را که میدانهای لختی m باید در معادله‌های موج خطی صدق کنند کنار بگذاریم، با مجاز شمردن غیرخطی بودن، کیهان‌شناسی HN یک ثابت کیهان‌شناختی را نیز مجاز می‌دارد.

۴. گذار از (۴۸.۸) به (۵۲.۸) در صورتی امکان‌پذیر است که $\infty > \Omega > 0$. اگر این قاعده را نقض کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟ فرض کنید در جواب (۴۸.۸) اَبَررویه‌ای داریم که برای آن $m = 0$ است. اگر تأکید بر تبدیل (۵۱.۸) در ناحیه‌ای داشته باشیم که حاوی چنین اَبَررویه‌ای است، باید بهای $\Omega \to 0$ را بپردازیم، که به‌نوبهٔ خود تکنیگی‌های فضازمان را تولید می‌کند. کار ا. کی. کبهاوی[1] در سال ۱۹۷۹ نشان داد که تکینگی‌های معروف فضازمان در نسبیت ناشی از وقوع ابررویه‌ای با جرم صفر در جواب معادله‌های (۴۸.۸) است. به‌عنوان مثالی ساده از این نتیجه‌گیری بگذارید به تکینگی مهبانگ استاندارد در نسبیت نگاهی بیفکنیم.

جزء خط مینکوفسکی (با $c = 1$) را

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 = dy^2 - dz^2 \qquad (۵۴.۸)$$

به‌عنوان جواب (۴۸.۸) درنظر بگیرید. به‌راحتی می‌توان نشان داد تابع جرم که برای چگالی عددی ثابت N در هر دوی (۴۶.۸) و (۴۸.۸) صدق می‌کند عبارت است از

$$m \propto \tau^2 \qquad (۵۵.۸)$$

این ساده‌ترین جواب کیهان‌شناختی ممکن در این نظریه است.

اکنون اگر بر رفتن به چارچوبی با جرم ثابت $\overline{m}$ اصرار داشته باشیم، از (۵۱.۸) می‌بینیم که Ωی مناسب باید از رابطهٔ زیر به‌دست آید

$$\Omega \propto \tau^2 \qquad (۵۶.۸)$$

اما، Ω روی اَبَررویهٔ $m = 0$ صفر می‌شود. بنابراین، تبدیل به چارچوب همدیس اینشتین «غیرمجاز» است. بهایی که برای تأکید بر $\overline{m} = \text{const.}$ می‌پردازیم آن است که مدل حاصل دارای یک تکینگی هندسی در $\tau = 0$ است. درواقع، به‌راحتی می‌توان نشان داد که این مدل چیزی جز مدل اینشتین-دوسیتهٔ تکین نیست. (برای نشان دادن صریح این نتیجه از تبدیل $\tau \propto t^{1/3}$ استفاده کنید.)

۵. مشاهده اینکه چگونه پدیدهٔ انتقال به سرخ هابل در مدل فضازمان تخت (۵۴.۸) و (۵۵.۸) توجیه می‌شود سازنده است. بدیهی است که یک فوتون نور که در فضازمان مینکوفسکی حرکت می‌کند دستخوش انتقال به سرخ نمی‌شود. اما، فوتون نوری را در نظر بگیرید که در عصر حاضر

1. A. K. Kembhavi

τ_0 از یک کهکشان در فاصلهٔ r به‌ناظر می‌رسد. این فوتون از گذار اتمی (یا مولکولی) در زمان $\tau_0 - r$ نشأت گرفته است.

با توجه به فیزیک اتمی، طول موج فوتونی که بدین ترتیب منتقل می‌شود با جرم الکترونی که گذار اتمی را انجام می‌دهد نسبت عکس دارد. از (۵۵.۸) می‌بینیم که اگر λ طول موج فوتون و λ_0 طول موج فوتونی باشد که در گذار مشابه در τ_0 در محل ناظر گسیل شده است، داریم

$$1 + z \equiv \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{m(\tau_0)}{m(\tau_0 - r)} = \frac{\tau_0^2}{(\tau_0 - r)^2} \tag{۵۷.۸}$$

بنابراین، انتقال به سرخ در کیهان‌شناسی HN بالا ناشی از تغییر جرمهای ذره است. شکل ۱۱.۸ این اثر را نشان می‌دهد.

۶. اگر فرض ثابت بودن λ_a را آسان بگیریم یک ثابت گرانشی متغیر به‌وجود می‌آید. اگر λ_a برحسب زمان تغییر کند، می‌توان مدلهای کیهان‌شناختی تولید کرد که در آنها G برحسب زمان تغییر کند. این مدلها را به تفصیل بررسی نمی‌کنیم. نتیجه را می‌توان به شکل زیر نشان داد

$$\frac{\dot{G}}{G} = -\beta H \tag{۵۸.۸}$$

که در آن H ثابت هابل در عصر اندازه‌گیری و β ثابتی از مرتبهٔ واحد است.

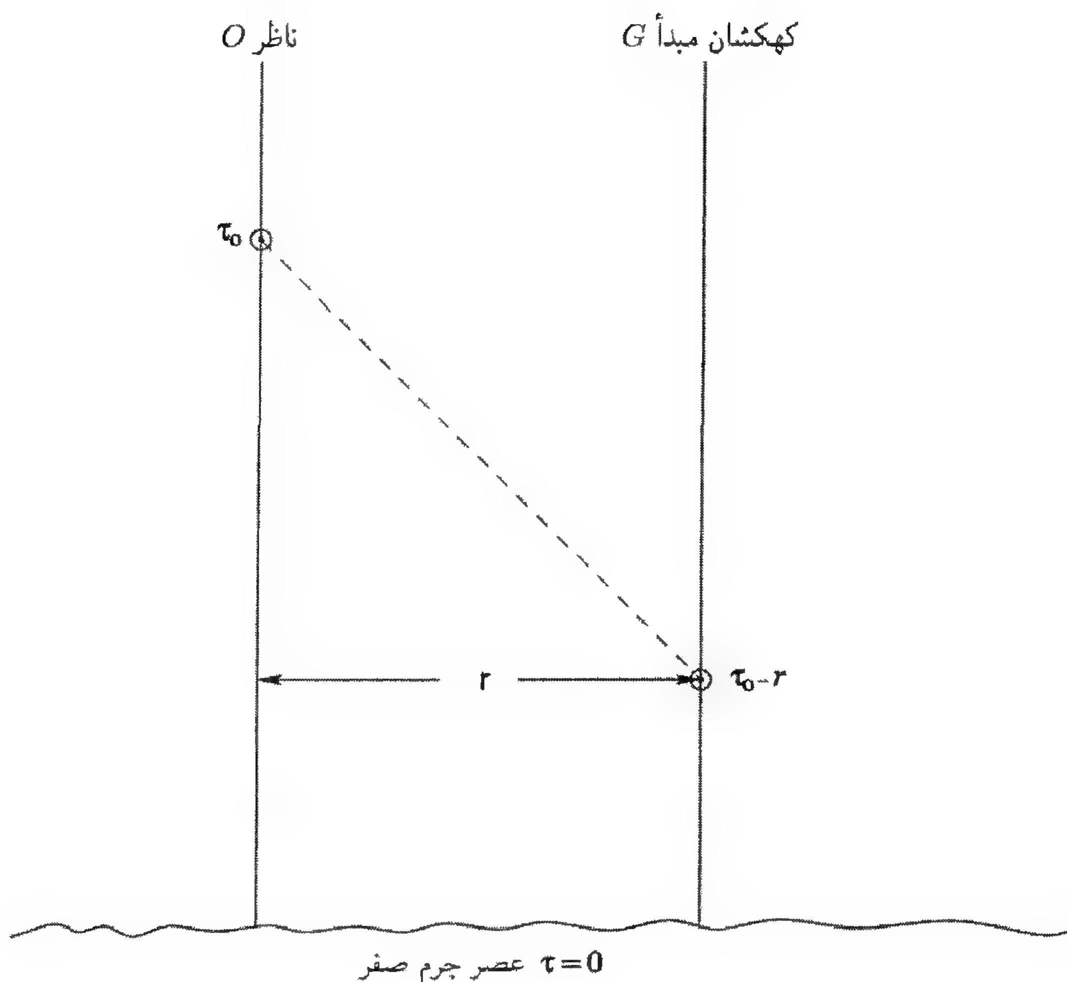
هویل و نگارنده در سال ۱۹۷۲ نشان دادند که افزایش λ_a برحسب زمان را می‌توان به‌عنوان آفرینش ذرات جدید در عالم تفسیر کرد. این مدلها یک نظریهٔ دینامیکی آفرینش (مانند نظریهٔ میدان C در فصل ۹) به‌دست نمی‌دهد، بلکه در عوض بستگی زمانی λ_a را با توسل به فرض اعداد بزرگ به‌دست می‌دهد. اکنون به بیان این فرض و معانی ضمنی آن برای کیهان‌شناسی می‌پردازیم.

۷.۸ فرضیه عددهای بزرگ

فیزیک پر از یکاهای مختلف و کمیتهای با اندازه‌های متفاوت است که به‌طور تجربی تعیین شده‌اند. از این مجموعهٔ وسیع بعضی از ثابتها مانند ثابت گرانشی G، بار الکترون e، و غیره در شکل‌گیری قانونهای بنیادی فیزیکی اهمیتی ویژه دارند. اعدادی که اندازه‌های G، e و غیره را بیان می‌کنند به یکاهای مورد استفاده بستگی دارند. به‌عنوان مثال

$e = ۴٫۸۰۳۲۵ \times ۱۰^{-۱۰}$ یکاهای الکتروستاتیک

$= ۱٫۶۰۲۰۷ \times ۱۰^{-۲۰}$ یکاهای الکترومغناطیس



شکل ۱۱.۸ جهان‌خط ناظر (O) و جهان‌خط کهکشان رصد شده (G) در فضا زمان مینکوفسکی نشان داده شده‌اند. پرتو نوری که این دو را به هم ربط می‌دهد، در راستای خط شکسته است. جرم ذرات در G در زمان گسیل پرتو کمتر از جرم‌شان در زمان رسیدن پرتو به O است. بنابراین، با محاسبهٔ O، نور ناشی از G طول‌موجهای بلندتری دارد. (طول موج گسیل شده با معکوس جرم گسیل‌شونده متناسب است.)

بدیهی است که خود این اعداد نمی‌توانند اهمیت مطلق داشته باشند.

اما، بعضی ترکیبهای این ثابتهای فیزیکی اصلاً یکایی ندارند. مثلاً، ترکیب $\hbar$، c، و e،

$$\frac{\hbar c}{e^{۲}} = ۱۳۷٫۰۳۶۰۲ \qquad (۵۹.۸)$$

به یکاهای مورد استفاده بستگی ندارند. بنابراین، باید واقعیتی فیزیکی با اهمیت مطلق را بیان کند. در واقع، عکس $e^{۲}/(\hbar c)$، که معمولاً به ثابت ساختار ریز معروف است، شدت برهم‌کنش الکترومغناطیسی را بیان می‌کند، که به گمان ما یک ویژگی ذاتی طبیعت است. نظریه‌ای کاملتر در آینده ممکن است علت اهمیت خاص این مقدار را بیان کند.

با معلوم بودن e، G، و جرمهای پروتون و الکترون m_p و m_e، می‌توانیم ثابت بدون بُعد (یعنی، ثابت بدون هیچ یکا) دیگری بسازیم:

$$\frac{e^{۲}}{Gm_\mathrm{p}m_\mathrm{e}} = ۲{,}۳ \times ۱۰^{۳۹} \sim ۱۰^{۴۰} \qquad (۶۰.۸)$$

این ثابت شدت نسبی نیروهای الکترویی و گرانشی بین الکترون و پروتون را تعیین می‌کند. این ثابت مانند (۵۹.۸) بازتاب یک ویژگی ذاتی طبیعت است. اما، برخلاف (۵۹.۸) ثابت (۶۰.۸) فوق‌العاده بزرگ است! چرا چنین عدد بزرگی به‌دست می‌آید؟

شاید ظهور یک ثابت بدون بُعد بزرگ را بتوان به‌عنوان یک خصلت عجیب طبیعت رد کرد. به هر حال، اگر عدد بدون بُعد دیگری را در نظر بگیریم، این معما جدیتر شود. این عدد نسبت مقیاس طول مربوط به عالم، $c/H_\circ$، و طول وابسته به الکترون، $e^{۲}/(m_\mathrm{e}c^{۲})$ است. این نسبت عبارت است از

$$\frac{m_\mathrm{e}c^{۳}}{e^{۲}H_\circ} = ۳{,}۷ \times ۱۰^{۴۰} h_\circ^{-۱} \sim ۱۰^{۴۰} \qquad (۶۱.۸)$$

نه تنها یک عدد بزرگ بدون بعد در (۶۱.۸) داریم، بلکه این عدد از همان مرتبهٔ (۶۰.۸) است.

می‌توانیم عدد بزرگ دیگری را که اهمیت ویژه دارد از فیزیک ذرات و کیهان‌شناسی تولید کنیم. با فرض اینکه چگالی بستار ρ_c باشد، می‌توانیم تعداد ذرات در کرهٔ اقلیدسی به شعاع $c/H_\circ$ را محاسبه کنیم، اگر جرم هر ذره m_p باشد. پاسخ عبارت است از

$$\begin{aligned} N &= \frac{۴\pi}{۳m_\mathrm{p}}\left(\frac{c}{H_\circ}\right)^{۳}\frac{۳H_\circ^{۲}}{۸\pi G} = \frac{c^{۳}}{۲m_\mathrm{p}GH_\circ} \\ &= ۴ \times ۱۰^{۷۹} h_\circ^{-۱} \\ &\sim ۱۰^{۸۰} \end{aligned} \qquad (۶۲.۸)$$

از این رو، با در نظر گرفتن N به‌عنوان استاندارد مشاهده می‌کنیم که عددهای بدون بُعد (۶۰.۸) و (۶۱.۸) هر دو از مرتبهٔ $N^{۱/۲}$ هستند.

واکنش فیزیکدانان نسبت به اهمیت این اعداد متفاوت بوده است. برخی آن را به‌عنوان یک تصادف در نظر می‌گیرند و اهمیتش را با گفتن «که چه؟» به‌شدت رد می‌کنند. بعضی دیگر اهمیت ژرفی را در این رابطه‌ها می‌یابند. از جمله افراد این گروه فیزیکدانان برجسته‌ای چون ای. اس. ادینگتون[1] و پی. ای. ام. دیراک[2] (نگاه کنید به شکل ۱۲.۸) هستند.

1. A. S. Eddington   2. P. A. M. Dirac



شکل ۱۲.۸ پی. ای. ام. دیراک (۱۹۸۴ـ ۱۹۰۲).

دیراک در سال ۱۹۳۷ متذکر شد که رابطه‌های (۶۱.۸) و (۶۲.۸) حاوی ثابت هابل $H_\circ$ است، در نتیجه قدرهایی که از این فرمولها به‌دست می‌آید در مدل استاندارد فریدمان برحسب عصر تغییر می‌کند. در این صورت، تساوی تقریبی (۶۰.۸) و (۶۱.۸) باید تصادفی و مربوط به دورهٔ کنونی عالم باشد، مگر اینکه ثابت (۶۰.۸) نیز به‌گونه‌ای تغییر کند که حالت تساوی تقریبی با (۶۱.۸) را در همهٔ عصرها حفظ کند. با این شرط، تساوی (۶۰.۸) و (۶۱.۸) تصادفی نیست، بلکه یک ویژگی عالم در همهٔ اعصار است. این شرط ایجاب می‌کند که حداقل یکی از به‌اصطلاح ثابتهای e، $m_{\rm p}$، $m_{\rm e}$ و G دخیل در (۶۰.۸) در عصرهای مختلف تغییر کند.

دیراک این شرط را به آنچه فرضیهٔ اعداد بزرگ (LNH) نامیده می‌شود تعمیم داد. برای درک این فرضیهٔ نسبت (۶۱.۸) را به‌صورت رابطهٔ میان مقیاس زمانی وابسته به عالم، $\tau_\circ = H_\circ^{-1}$، و زمان لازم برای اینکه نور فاصله‌ای در حدود شعاع کلاسیک الکترون، $t_{\rm e} = e^2/(m_{\rm e}c^3)$ را بپیماید در نظر می‌گیریم در این صورت LNH نشان می‌دهد که هر عدد بزرگ در دورهٔ کنونی را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد

$$\left(\frac{\tau_\circ}{t_e}\right)^k$$

که k از مرتبهٔ واحد است، و با دوره به‌صورت $(t/t_e)^k$ با ثابت متناسبی از مرتبهٔ واحد تغییر می‌کند.

در نتیجه، اعمال آن به (۸.۶۰) ایجاب می‌کند که نسبت $e^2/(Gm_{\rm p}m_{\rm e})$ به‌صورت $(t/t_{\rm e})^{-1}$ تغییر کند. دیراک بین e، $m_{\rm e}$، $m_{\rm p}$ در یک طرف با G در طرف دیگر از این جهت تفاوت قائل شد که گروه اول اتمی (کمیتهای میکروسکوپی) هستند، در حالی که G اهمیت ماکروسکوپی دارد. در کیهان‌شناسیهای ماخی، G در واقع به ساختار بزرگ مقیاس عالم بستگی دارد. بنابراین دیراک فرض کرد که اگر از «یکاهای اتمی» استفاده کنیم که برای کمیتهای اتمی همواره مقادیری ثابتی دارند، در این صورت $t_{\rm e}$ ثابت و $G \propto t^{-1}$ خواهد بود. یعنی، برحسب یکاهای زمان اتمی، ثابت گرانشی باید برحسب دوره به‌صورت H ~ $|\dot{G}/G|$ تغییر کند.

اکنون معنی ضمنی LNH برای کیهان‌شناسی را بررسی می‌کنیم.

۸.۸ دو متریک

بدیهی است که تغییرات پیش‌بینی‌شده G در LNH برخلاف نظریهٔ گرانش اینشتین است که نیاز به G ثابت دارد. مانند نظریهٔ برنز-دیکی، مجبوریم چارچوب نسبیتی را اصلاح کنیم تا بتواند حاوی G متغیر باشد. دیراک رهیافت زیر را به این مسئله داشت.

ابتدا متوجه شد که بسیاری از آزمونهای منظومهٔ شمسی به‌نفع نظریهٔ نسبیت‌اند (نگاه کنید به فصل ۲) و استدلال کرد که این نظریه را نباید کاملاً کنار گذاشت. در واقع، دیراک دو مقیاس اندازه‌گیری را پیشنهاد کرد که یکی در سیستم اتمی و دیگری در فیزیک گرانش ماکروسکوپی معتبر است. اگر سیستم اتمی را برگزینیم، خواهیم توانست فیزیک اتمی را به‌صورت معمول، یعنی با مقدارهای ثابت برای ثابتهای اتمی مانند e، $\hbar$، $m_{\rm e}$، $m_{\rm p}$ و غیره توصیف کنیم. اما، در این سیستم G متغیر خواهد بود، زیرا دیراک آن را قیدی در نظر گرفت که متعلق به فیزیک گرانش است. از طرف دیگر، اگر از یکاهای گرانشی بهره بگیریم، با توجه به نظر دیراک، G ثابت و کمیتهای اتمی متغیر خواهند بود. و برحسب یکاهای اخیر پدیده‌های گرانشی را می‌توان با معادله‌های اینشتین (۲.۱۰۰) توصیف کرد.

این دو یکا را می‌توان در چارچوب دیراک با دو متریک فضازمان مختلف مشخصی کرد. این دو را با به‌ترتیب ${\rm d}s_{\rm A}^2$ و ${\rm d}s_{\rm E}^2$ برای سیستمهای اتمی و گرانشی مشخص می‌کنیم (شاخص پایین E در مورد اخیر ما را به معادله‌های گرانی اینشتین متعهد می‌سازد.) به‌طور کلی این شاخصهای پایین را با هر کمیتی که نشان دهد چه دستگاه اندازه‌گیری به‌کار می‌رود به‌کار می‌بریم. بنابراین، به‌قول دیراک

$$G_{\rm E}, \quad (m_{\rm e})_{\rm A}, \quad (m_{\rm p})_{\rm A}$$

ثابت هستند، در حالی که

$$G_{\rm A}, \qquad (m_{\rm e})_{\rm E}, \qquad (m_{\rm p})_{\rm E}$$

متغیرند.

با رجوع به آزمونهای نجومی نسبیت عام، متوجه می‌شویم که جرم جسم گراننده (مثلاً، خورشید) در حل شوارتس‌شیلد وجود دارد. بدیهی است که این جرم، که جرم گرانشی است، باید برحسب یکاهای گرانشی ثابت باشد. این جرم را با $M_{\rm E}$ نشان می‌دهیم. به هر حال، در هر اندازه‌گیری که روی زمین انجام شود از سیستمهای اتمی (مانند طیف‌سنجها و ساعتهای اتمی) استفاده می‌شود، و قبل از اینکه هر نتیجهٔ تجربی را تفسیر کنیم باید اطمینان یابیم که تمام کمیتهای قابل مشاهده به یکاهای اتمی تبدیل شده‌اند.

این بحث نشان می‌دهد چقدر لازم است که نسبت را بدانیم

$$\beta = \frac{{\rm d}s_{\rm E}}{{\rm d}s_{\rm A}} \tag{۶۳.۸}$$

و بدانیم که تبدیل هر کمیت فیزیکی از یک دستگاه به دستگاه دیگر چگونه باید انجام گیرد. در اینجا باید نظریه‌ای کمّی راهنمایی ما باشد، نظریه‌ای که فراتر از چیزی باشد که بحثهای کیفی ما را به آن رسانده‌اند.

همین‌طور متوجه پیامد دیگر مثال منظومهٔ شمسی خود می‌شویم. اگر فرض کنیم که جسم نجومی ما دارای $N_{\rm E}$ نوکلئون، هر یک به جرم $m_{\rm E}$، است می‌توانیم بنویسیم

$$M_{\rm E} = m_{\rm E} N_{\rm E} = m_{\rm E} N \tag{۶۴.۸}$$

که پسوند E برای N را از این رو حذف کرده‌ایم که یک عدد ناب است. از هر متریکی که استفاده کنیم، تعداد ذرات یکسانی را در جسم گراننده به‌دست می‌آوریم. در (۶۴.۸) داریم $M_{\rm E} = {\rm const.}$، $m_{\rm E} \neq {\rm const.}$، چون کمیت اخیر اتمی است. پس $N \neq {\rm const.}$ به‌عبارت دیگر، ناچاریم نتیجه بگیریم که تعداد نوکلئونها در جسم باید برحسب زمان تغییر کند باز هم به نظریه‌ای کمّی نیاز داریم تا بگوید N چگونه تغییر می‌کند؛ اما بحث دیراک به آفرینش (یا نابودی) ذره‌ها در جسم ماکروسکوپی نیاز دارد.

تاکنون از LNH، که ما را به‌راه نظریهٔ دو متریک انداخت، استفاده نکردیم. اکنون ببینیم آیا این نظریه می‌تواند کمک کند تا تعداد نوکلئونها در جسم را تنظیم کنیم.

۱.۸.۸ آفرینش ذرات

اگر به (۶۴.۸) بازگردیم و LNH را برای N به‌کار بریم، به‌راحتی در می‌یابیم که $k = ۲$، یعنی،

$$N(t) \sim \left(\frac{t}{t_{\mathrm{e}}}\right)^{۲} \propto t^{۲} \qquad (۶۵.۸)$$

به‌عبارت دیگر، تعداد ذرات در عالم با توجه به آنچه که در بخش ۷.۸ بیان شد با t افزایش می‌یابد. دیراک این نتیجه را طوری تفسیر کرد که مستلزم آفرینش پیوسته ذرات در عالم باشد.

به‌نظر دیراک، دو راه ممکن برای این آفرینش وجود دارد. در آفرینش جمعی ذرات به‌صورت یکنواخت در سراسر فضا خلق می‌شوند، در حالی که در آفرینش ضربی ذرات جدید ترجیحاً در جایی به‌وجود می‌آیند که ماده قبلاً موجود است. بنابراین، در روال اول آفرینش عمدتاً در فضای میان کهکشانی صورت می‌گیرد، در حالی که در روال بعدی آفرینش اغلب در حوالی اجسام نجومی موجود به‌وقوع می‌پیوندد.

با بهره‌گیری از این ایده‌ها، به (۶۴.۸) باز می‌گردیم. در آفرینش جمعی جسم نجومی تعداد زیادی ذره به‌دست نمی‌آورد و در نتیجه $N = \text{const.}$، که می‌دهد

$$m_{\mathrm{E}} = \text{const.} \ (\text{آفرینش جمعی}) \qquad (۶۶.۸)$$

در آفرینش ضربی N باید به‌صورت $t^{۲}$ افزایش یابد و در نتیجه

$$m_{\mathrm{E}} \propto t^{-۲} \ (\text{آفرینش ضربی}) \qquad (۶۷.۸)$$

۲.۸.۸ تعیین β

ارتباط میان ds_{A} و ds_{E} را می‌توان با در نظر گرفتن حرکت یک سیاره (مانند زمین) دور یک ستاره (خورشید) تثبیت کرد. معادلهٔ دینامیکی در تقریب نیوتونی عبارت است از

$$GM = v^{۲} r \qquad (۶۸.۸)$$

که M جرم ستاره، v سرعت سیاره، و r شعاع مدار است. انتظار داریم که رابطهٔ بالا در هر دو سیستم یکاها برقرار باشد، چون $GM/(v^{۲}r)$ کمیتی بدون بُعد است. همین‌طور، با $c = ۱$ سرعت v بی‌بُعد است. پس برای هر یک از یکاها $v = \text{const.}$ سپس، برحسب یکاهای گرانشی $M_{\mathrm{E}} = \text{const.}$، $G_{\mathrm{E}} = \text{const.}$، در نتیجه $r_{\mathrm{E}} = \text{const.}$.

اگر از (۶۸.۸) با یکاهای اتمی استفاده کنیم، داریم

$$G_{\mathrm{A}} \sim t^{-۱} \qquad (۶۹.۸)$$

همین‌طور، در آفرینش ضربی $M_{\mathrm{A}} \propto t^{۲}$، در حالی که برای آفرینش جمعی $M_{\mathrm{A}} = \text{const.}$
از این رو برحسب این یکاهای مربوطه

$$r_{\mathrm{A}} \sim \begin{cases} t & (\text{آفرینش ضربی}) \\ t^{-۱} & (\text{آفرینش جمعی}) \end{cases} \qquad (۷۰.۸)$$

بنابراین داریم

$$\frac{r_{\mathrm{A}}}{r_{\mathrm{E}}} \sim \begin{cases} t & (\text{آفرینش ضربی}) \\ t^{-۱} & (\text{آفرینش جمعی}) \end{cases} \qquad (۷۱.۸)$$

به‌عبارت دیگر، برحسب یکاهای اتمی، اگر عالم دارای آفرینش ضربی ماده باشد، فاصلهٔ سیاره از ستاره برحسب t افزایش، و اگر آفرینش جمعی باشد کاهش می‌یابد (به‌صورت $t^{-۱}$).

از (۷۰.۸) و (۷۱.۸) رفتار β را که در (۶۳.۸) تعریف شده است به‌دست می‌آوریم. این نسبت $\mathrm{d}s_{\mathrm{E}}$ به $\mathrm{d}s_{\mathrm{A}}$، برحسب اینکه در عالم آفرینش ضربی یا آفرینش جمعی داشته باشیم، به‌صورت $t^{-۱}$ یا t تغییر می‌کند.

۹.۸ مدلهای کیهان‌شناختی مبتنی بر LNH

دیراک با استفاده از LNH، مدلهای کیهان‌شناختی را برای هر دو وضعیتی را که در بالا شرح دادیم، یعنی آفرینش ضربی و آفرینش جمعی، به‌وجود آورد. مانند مورد کیهان‌شناسهایی استاندارد، فرض همگنی و همسانگردی ما را به جزء خط رابرتسون‌ـواکر برحسب یکاهای اتمی رهنمون می‌شود

$$\mathrm{d}s_{\mathrm{A}}^{۲} = c^{۲}\mathrm{d}t^{۲} - S^{۲}(t)\left(\frac{\mathrm{d}r^{۲}}{۱ - kr^{۲}} + r^{۲}(\mathrm{d}\theta^{۲} + \sin^{۲}\theta \mathrm{d}\phi^{۲})\right) \qquad (۷۲.۸)$$

LNH چگونه k و $S(t)$ را تعیین می‌کند؟ در زیر به بازتولید استدلال دیراک می‌پردازیم.

ابتدا متوجه می‌شویم که ویژه مسافت متریک در زمان t بین کهکشان G در $r = ۰$ و کهکشانی در $r = r_۱$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$d = S(t)\int_{۰}^{-۱} \frac{\mathrm{d}r}{\sqrt{۱ - kr^{۲}}} \equiv S(t) f(r_۱) \qquad (۷۳.۸)$$

با توجه به LNH، برای t بزرگ (یعنی برای $t \gg t_{\rm e}$) عبارت $S(t)$ باید $(t/t_{\rm e})^{\rm n} \sim$ یا $\ln(t/t_{\rm e}) \sim$ باشد. بنابراین، سرعت عقب‌نشینی (متریک) متناظر با (۷۳.۸) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\dot{d} \sim n t_{\rm e}^{-n} f(r_1) t^{n-1} \quad \text{یا} \quad \dot{d} \sim t^{-1} f(r_1) \qquad (۷۴.۸)$$

ثابتهایی که در ضرب $(t/t_{\rm e})^n$ یا $\ln(t/t_{\rm e})$ در $S(t)$ ظاهر می‌شوند باید از مرتبهٔ واحد باشند، و در نتیجه ثابتهای تلویحی در $(\sim)$ رابطهٔ بالا نیز باید از مرتبهٔ واحد باشند. پس به‌راحتی می‌توان نشان داد که بجز برای $n = 1$، عصری در گذشته (برای $n < 1$ یا برای $S \sim \ln t$) یا در آینده (برای $n > 1$) وجود دارد که در آن برای هر کهکشان با $r_1 > 0$ داریم $\dot{d} = c$. به‌عنوان مثال، برای $n = \frac{1}{2}$ درمی‌یابیم که برای کهکشانی که فعلاً دارای $\dot{d} \sim 10^{-3} c$ است، شرط $\dot{d} = c$ در گذشته از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$t_{\rm p} = \left(\frac{\tau_0}{t_{\rm e}}\right) \times 10^{-6} t_{\rm e} \sim 10^{34} t_{\rm e}$$

یعنی، $t_{\rm p}/t_{\rm e}$ عدد بزرگی است. اما، با توجه به LNH، $t_{\rm p}$ عصر ثابتی است که در آن رویداد قابل ملاحظه‌ای برای کهکشان G_1 به‌وقوع پیوسته است یعنی سرعت عقب‌نشینی آن برابر c شده است. بنابراین، این عصر ثابت نباید عدد بزرگی تولید کند. از این رو فقط مورد

$$S(t) \sim (t/t_{\rm e}) \qquad (۷۵.۸)$$

با توجه به LNH مجاز است.

استدلالهای بالا را می‌توان به دلایل زیر نقد کرد. دوره‌ای که در آن $\dot{d} = c$ به‌طور کلی در مدل یکتا نیست؛ بلکه به $f(r_1)$ و در نتیجه کهکشان انتخاب‌شده بستگی دارد. بنابراین، ضرورتی ندارد که LNH در مورد این عصر به‌کار رود. همین‌طور معلوم نیست که چرا $\dot{d} = c$ را باید با اهمیت تلقی کرد. وقتی سرعت متریک یک کهکشان برای ناظر واقع در $r = 0$ برابر c می‌شود، اتفاق خاصی نمی‌افتد. هیچ ویژگی کلی مانند افق رویداد یا افق ذره وارد بحث نمی‌شود.

با وجود این، اگر بحث را جلوتر ببریم می‌توانیم جزء خط کیهان‌شناختی را به‌صورت زیر بنویسیم

$$ds_{\rm A}^2 = c^2 dt^2 - (At)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right) \qquad (۷۶.۸)$$

که در آن A مقدار ثابت است. سپس آفرینش ضربی را در نظر می‌گیریم. چون در این مورد از بخش ۸.۸ داریم،

$$\mathrm{d}s_{\mathrm{E}} \equiv t^{-1}\mathrm{d}s_{\mathrm{A}} \qquad (۷۷.۸)$$

به‌راحتی می‌توان دید که تبدیل

$$\mathrm{d}t_{\mathrm{E}} = \mathrm{d}t/t \qquad (۷۸.۸)$$

می‌دهد

$$\mathrm{d}s_{\mathrm{E}}^2 = c^2\mathrm{d}t_{\mathrm{E}}^2 - A^2\left(\frac{\mathrm{d}r^2}{1-kr^2} + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)\right) \qquad (۷۹.۸)$$

اکنون به‌خاطر داشته باشید که جزء خط بالا باید یک جواب معادله‌های اینشتین باشد. در فصل ۳ چنین جواب ایستایی را برای گردوغبار همگن و همسانگرد با بهره‌گیری از جملهٔ λ (نگاه کنید به بخش ۳.۳)، یعنی عالم اینشتین با $k = +1$ به‌دست آوردیم. با مقیاس‌بندی مناسب مختصه r می‌توان (۷۹.۸) را به شکل (۱۸.۳) بیان کرد. به هر حال، توجه کنید که برخلاف عالم اینشتین، عالم دیراک پدیدهٔ انتقال به سرخ کهکشانها را نشان نمی‌دهد، زیرا، در اندازه‌گیریهای انتقال به سرخ مقایسه آهنگهای کار ساعتهای اتمی کهکشانهای فرستنده و گیرنده دخیل است؛ و برای این مقایسه‌ها باید به‌جای جزء خط (۷۹.۸) از (۷۶.۸) استفاده کرد.

برای آفرینش جمعی وضعیت پیچیده‌تر است. در مورد آفرینش ضربی جرم گرانشی یک جسم نجومی، به‌رغم خلق مادهٔ جدید، با کاهش جرم ذرات برحسب زمان ثابت می‌ماند. برای آفرینش جمعی، حتی اگر تعداد ذرات افزایش یابد، جرم آنها ثابت می‌ماند (نگاه کنید به (۶۵.۸)). بنابراین، دیراک با ناپایستگی واضح انرژی روبه‌رو بود. برای پایسته ماندن انرژی، دیراک خلق تعداد مساوی ذره با جرم منفی را همراه با ذرات با جرم مثبت پیشنهاد کرد. توزیع جرم منفی همگن است و با رصدهای نجومی استاندارد غیرقابل آشکارسازی باقی می‌ماند. در وضعیتی کاملاً همگن، توزیعهای جرم منفی و مثبت یکدیگر را به‌لحاظ گرانشی خنثی و فضازمان مینکوفسکی تخت را تولید می‌کنند. تشکیل ستارگان و کهکشانها با انباشت ذرات با جرم مثبت در عالم واقعی نتیجهٔ انحرافهای مختصر از این وضعیت کاملاً همگن است.

ذکر این نکته مهم است که وقتی دیراک مدل کیهان‌شناختی برمبنای LNH را بین سالهای ۱۹۳۷ و ۱۹۳۸ مطرح کرد در آن هیچ‌گونه آفرینش ماده در نظر گرفته نشده بود. در این مدل، مانند کیهان‌شناسیهای استاندارد، تعداد ذرات در واحد حجم ثابت می‌ماند. در نتیجه، تعداد ذرات

به‌ازای واحد ویژه حجم به‌صورت $S^{-۳}$ تغییر می‌کرد، و چون ویژه حجم عالم به‌صورت $(c/H)^۳$ تغییر می‌کند، تعداد ذرات موجود در عالم که قبلاً با N نشان داده شد به‌صورت زیر تغییر می‌کرد

$$S^{-۳}\left(\frac{c}{H}\right)^۳ \propto (\dot{S})^{-۳}$$

به هر حال، از LNH می‌دانیم که

$$N \propto t^۲ \qquad (۸۰.۸)$$

از این رو داریم

$$t^۲\dot{S}^۳ = \text{const.}$$

یعنی،

$$S \propto t^{۱/۳} \qquad (۸۱.۸)$$

بنابراین، هنگامی که هیچ ذره‌ای خلق نمی‌شود، S برحسب زمان بسیار کُندتر افزایش می‌یابد. (البته، اگر مانند شروع این بخش، LNH را در مورد تابع S به‌کار بریم، این جواب کنار گذاشته می‌شود.)

۱.۹.۸ بازگشت مجدد به کیهان‌شناسی HN

برخی از ایده‌های دیراک در روایتی از کیهان‌شناسی HN یافت می‌شود که مؤلفان آن را بین ۱۹۷۱ و ۱۹۷۲ مطرح کردند. در کیهان‌شناسی HN، مواردی را در نظر گرفتیم که $\lambda_{\rm a},\ \lambda_{\rm b},\ldots$ یعنی ثابتهایی که شدت برهم‌کنش لختی را نشان می‌دادند، ثابتهای واقعی بودند. اما، اگر این ثابتها برحسب زمان تغییر کنند، مدلهایی کیهان‌شناختی جدید به‌دست می‌آیند. این مدلها دارای ویژگیهای زیر هستند: (۱) آفرینش ذرات در تمام اعصار به‌گونه‌ای است که *LNH* برقرار می‌ماند، (۲) G برحسب یکاهای اتمی تغییر می‌کند، در حالی که (۳) برحسب یکاهای گرانشی G ثابت است و جرم ذرات تغییر می‌کند. بنابراین، مدل مانند مدل آفرینش ضربی است که دیراک بعدها پیشنهاد کرد، اگرچه انگیزه و جزئیات کمّی آن متفاوت بود. به‌اختصار نشان خواهم داد که این مدل چگونه کار می‌کند.

یک عالم مینکوفسکی همگن و همسانگرد را در نظر بگیرید که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathrm{d}s^۲_{\rm M} = \mathrm{d}\tau^۲ - \mathrm{d}r^۲ - r^۲(\mathrm{d}\theta^۲ + \sin^۲\theta\mathrm{d}\phi^۲) \qquad (۸۲.۸)$$

که برای راحتی قرار دادیم $c = ۱$. $n(\tau)$ را چگالی عددی ذره و $\lambda(\tau)$ ثابت جفت‌شدگی لختی متغیر با زمان در نظر می‌گیریم. تابعهای $n(\tau)$ و $\lambda(\tau)$ چنان تغییر می‌کنند که اثر یکدیگر را خنثی

سازند؛ یعنی داشته باشیم

$$\lambda n = \text{const.} \tag{۸۳.۸}$$

بنابراین، تابع جرم $m(\tau)$ همان چیزی است که اگر عالم دارای چگالی عددی یکنواخت $n = \text{const.}$ و λی ثابت می‌بود داشتیم. مانند مورد (۵۵.۸) به‌دست می‌آوریم

$$m(\tau) \propto \tau^{2} \tag{۸۴.۸}$$

چون $Gm^{2} = \text{const.}$، ثابت گرانشی در چارچوب مینکوفسکی را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$G_{\mathrm{M}} \propto \tau^{-4} \tag{۸۵.۸}$$

به هر حال، جرم یک نمونه ذره $m(\tau)$ نیست بلکه $\lambda m(\tau)$ است. برای تعیین آن باید $\lambda(\tau)$ را بدانیم. هویل و نگارنده $\lambda(\tau)$ را از این شرط که عالم در امتداد مخروط نور آینده برای تابش الکترومغناطیسی کدر باشد تعیین کردند. این شرط ناشی از نظریهٔ جذب‌کنندهٔ تابش است که در بخش ۱.۵.۸ بررسی شد. به‌طوری که در این عالم، سیگنالهای الکترومغناطیسی از طریق جوابهای تأخیری منتشر می‌شوند.

این شرط $\lambda(\tau) \propto \tau^{-1}$ و $n(\tau) \propto \tau$ را تثبیت می‌کند. سپس ثابت می‌شود که LNH را این واقعیت که عدد بدون بُعد

$$\lambda^{2}(\tau^{3} n)^{1/2} \equiv \text{const.} = O(1) \tag{۸۶.۸}$$

یک تبدیل همدیس است

$$\mathrm{d}s_{\mathrm{E}} = \Omega_{\mathrm{E}} \mathrm{d}s_{\mathrm{M}}, \qquad \Omega_{\mathrm{E}} \propto \tau^{2} \tag{۸۷.۸}$$

ما را به چارچوب گرانشی می‌برد که در آن $G_{\mathrm{E}} = \text{const.}$. همین‌طور، جرم گرانشی یک جسم نجومی نیز ثابت می‌ماند. بنابراین، مانند نظریهٔ آفرینش ضربی دیراک، از آزمونهای محلی در منظومهٔ شمسی همان جواب نسبت به‌دست می‌آید.

برای تبدیل به چارچوب اتمی باید یک تبدیل همدیس دیگر داشته باشیم

$$\mathrm{d}s_{\mathrm{A}} = \Omega_{\mathrm{A}} \mathrm{d}s_{\mathrm{M}}, \qquad \Omega_{\mathrm{A}} \propto \tau \tag{۸۸.۸}$$

با نوشتن $t \propto \tau^{2}$ جزء خط اکنون به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathrm{d}s_{\mathrm{A}}^{2} = \mathrm{d}t^{2} - 2H_{\circ} t[\mathrm{d}r^{2} + r^{2}(\mathrm{d}\theta^{2} + \sin^{2}\theta \mathrm{d}\phi^{2})] \tag{۸۹.۸}$$

در این چارچوب ثابت گرانشی به‌صورت زیر تغییر می‌کند

$$G_A \propto t^{-1} \qquad (۹۰.۸)$$

بنابراین، شباهت قابل ملاحظه‌ای بین این نظریه و مدلی که دیراک چند سال بعد مطرح کرد وجود دارد.

۱۰.۸ نتیجه‌گیری

اکنون به پایان گشت‌وگذار کوتاه در برخی از قسمتهای شناخته‌شده‌تر کیهان‌شناسیهای دیگر رسیده‌ایم. بررسی ما به هیچ‌وجه جامع نیست. دربارهٔ مدلهای مهمی چون کیهان‌شناسی متقارن ماده-پادمادهٔ آلفن[1] وکلاین[2]، کیهان‌شناسیهای اینشتین-کارتان، یا نسبت سینماتیکی میلنه بحث نکردیم؛ همین‌طور به ایده‌های غیرعادی چون کیهان‌شناسی زمان‌سنج سگال[3] یا مفهوم عدم قطعیت کیهان‌شناختی مک‌کرئا نپرداختیم.

هدف ما در اینجا خلاصه‌کردن تعدادی از کیهان‌شناسیهای غیراستاندارد بود که با ایده‌های فلسفی متفاوت از نسبیت عام، یعنی، اصل ماخ و فرضیهٔ عددهای بزرگ، آغاز می‌شدند. در فصل بعد انگیزه‌های مربوط به آفرینش ماده را در نظر می‌گیریم که به مدلهای کیهان‌شناختی جدید انجامیده‌اند. سپس به بخش مهمی می‌پردازیم که آزمودن نظریه‌ها به‌کمک مشاهده است.

تمرینها

۱. در مورد چگونگی پیدایش نیروهای لختی در دینامیک نیوتونی بحث کنید. سنگی که به ریسمانی بسته شده است در دایره‌ای چرخانده می‌شود. چگونه می‌توان حرکت سنگ را برحسب نیروهای لختی فهمید؟

۲. چه مشاهده‌ای ماخ را به فرمولبندی اصل معروفش رهنمون شد؟

۳. چرا نتیجه‌گیری $\mathbf{f} = ۰$ از رابطهٔ $m\mathbf{f} = ۰$ برای یک ذره در عالمی که در آن ذرهٔ دیگری وجود ندارد قابل قبول نیست؟ هر نتیجه‌گیری دیگری را که می‌توان از معادلهٔ بالاگرفت تفسیر کنید.

۴. مسئله‌ای نظیر آنچه در تمرین ۳ مطرح شد در نسبیت عام طرح کنید، یعنی، برای ذرهٔ آزمونی که در عالم تهی در حرکت است. آیا این نظریه حل رضایت‌بخشی برای این مسئله دارد؟

---
1. Alfven 2. Klein 3. Segal

۵. با ثابتهای بنیادی c، $\hbar$ و G یکای جرمی را به‌دست آورید که بتوان به‌عنوان استاندارد به‌کار برد و نتیجه گرفت که آیا جرم ذرات در دوره‌های مختلف تغییر می‌کند. در چه شرایطی می‌توان ادعا کرد که G در عصرهای مختلف تغییر می‌کند؟

۶. بحث کیفی برنز-دیکی را بیان کنید که به این نتیجه‌گیری انجامید که G^{-1} در یک معادله موج نرده‌ای صدق می‌کند که چشمه‌های آن در ماده است.

۷. معادله‌های میدان نظریهٔ برنز-دیکی را از یک اصل کنش به دست آورید. چرا این نظریه را نظریه نرده‌ای-تانسوری می‌نامند؟

۸. نشان دهید که در تقریب $\omega \gg 1$، معادلهٔ موجی که ϕ در آن صدق می‌کند دارای جواب زیر است

$$\phi = \text{const.} + O\left(\frac{1}{\omega}\right)$$

اگر ثابت را متناسب با G^{-1} در نظر بگیریم، نشان دهید که معادله‌های برنز-دیکی به‌صورت زیر درمی‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -\frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} + O\left(\frac{1}{\omega}\right)$$

۹. در گرانی نیوتونی خورشید پخت پتانسیل گرانشی زیر را تولید می‌کند

$$\phi = \frac{GM_\odot}{r}\left[1 - J\left(\frac{R_\odot}{r}\right)^2 P_2(\cos\theta)\right]$$

که J پارامتر گشتاور چارقطبی و P_2 دومین چندجمله‌ای لژاندر است. نشان دهید که مدار سیاره تحت تأثیر این اثر گرانشی دارای حرکت تقدیمی با آهنگ $3\pi R_\odot^2 J/l^2$ می‌شود که l نیم پارامتر مسیر مدار است. آهنگ حرکت تقدیمی عطارد را برای $J = 2{,}5 \times 10^{-5}$ برآورد کنید. این محاسبه چه اهمیتی برای نظریهٔ برنز-دیکی دارد؟

۱۰. دربارهٔ آزمونهای نظریهٔ برنز-دیکی در منظومهٔ شمسی بحث کنید.

۱۱. سن عالم برنز-دیکی را برای ساده‌ترین مورد $C = 0$، $p = 0$، $k = 0$ محاسبه کنید. سن این مدل از مدلهای نسبیتی متناظر بزرگتر است یا کوچکتر؟

۱۲. نشان دهید که برای عالم تابشی در کیهان‌شناسی برنز-دیکی با $C = 0$، داریم $S \propto t^{1/2}$ و $\phi = \text{const.}$ دربارهٔ اینکه در این مورد همان جواب کیهان‌شناسی نسبیتی را به‌دست می‌آوریم اظهار نظر کنید.

۱۳. نشان دهید که نامساوی (۲۱.۸) برای عالم گردوغبار و نیز عالم تابشی با $C \neq ۰$ در کیهان‌شناسی برنز_دیکی صادق است.

۱۴. رفتار S و ϕ را برحسب t در عالم برنز_دیکی اولیه با سیطرهٔ ϕ به‌دست آورید.

۱۵. دربارهٔ سنتز هسته‌های آغازین درکیهان‌شناسی برنز_دیکی بحث کنید.

۱۶. نظریهٔ برنز_دیکی را می‌توان به‌صورت نظریه‌ای که در آن G ثابت است، باز تعریف کرد. اما جرم ذرات برحسب زمان تغییر می‌کند باز تعریف کرد. نشان دهید با تبدیل همدیس می‌توان این کار را انجام داد

$$\overline{g}_{ik} = \frac{\phi}{\overline{\phi}} g_{ik}, \qquad \overline{\phi} = \text{const.}$$

معادله‌های میدان (در متریک جدید) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\overline{R}_{ik} - \frac{۱}{۲}\overline{g}_{ik}R = -\kappa\overline{T}_{ik}$$

که κ مقداری ثابت است. اگرچه این رابطه مانند معادله‌های اینشتین به‌نظر می‌رسد، اما $\overline{T}_{ik}$ حاوی ϕ و مشتقهای آن است. از معادله‌های میدان جدید نشان دهید که

$$\bar{\Box}\ln\phi = \frac{۸\pi G}{(۲\omega + ۳)c^۴}\overline{T}$$

که $G = \text{const.}$. این شکل نظریه را دیکی در سال ۱۹۶۲ به‌دست آورد. جرمهای ذرات در این مورد به‌صورت زیر تغییر می‌کند

$$\overline{m} = m\sqrt{\frac{\overline{\phi}}{\phi}}, \qquad m = \text{const.}$$

۱۷. نشان دهید که درکیهان‌شناسی برنز_دیکی با سیطرهٔ ϕ، می‌توان ثابت گرانشی صعودی در عصر t داشت، اگر

$$\int_۰^t (\varepsilon - ۳p)S^۳ \mathrm{d}t < -c^۲ \left(\frac{۲\omega + ۳}{۸\pi}\right) C$$

۱۸. تفاوت میان نظریه میدان و نظریه کنش از دور را با مثالی از الکترودینامیک به‌صورت کیفی شرح دهید.

۱۹. ثابت کنید که در فضازمان مینکوفسکی تابع گرین الکترومغناطیسی به شکل سادهٔ زیر است

$$\bar{G}_{ik} = \frac{۱}{۴\pi}\delta(s^۲)\eta_{ik}$$

که در آن $s^۲$ مربع ناوردای فاصلهٔ میان دو جهان نقطه‌ای است که در آن G_{ik} تعریف شده است.

۲۰. با بهره‌گیری از تابع گرین تمرین ۱۹ پتانسیل یک بار الکتریکی ساکن را به‌دست آورید.

۲۱. نشان دهید چگونه تعریف جرم در نظریهٔ HN در اصل ماخ صدق می‌کند.

۲۲. با تبدیل زمانی نشان دهید که فضازمان رابرتسون-واکر با $k = ۰$ با فضازمان تخت (مینکوفسکی) همدیس است.

۲۳. به‌کمک رشته تبدیلهای زیر نشان دهید که فضازمان رابرتسون-واکر $k = +۱$ به‌صورت همدیس تخت است:

$$r = \sin R, \qquad T = \int^t \frac{\mathrm{d}u}{S(u)}, \qquad c = ۱$$

$$\xi = \frac{۱}{۲}(T + R), \qquad \eta = \frac{۱}{۲}(T - R),$$

$$\tau = \frac{۱}{۲}(\tan\xi + \tan\eta), \qquad \rho = \frac{۱}{۲}(\tan\xi - \tan\eta)$$

رشته تبدیلهای متناظر که نشان می‌دهند مدلهای رابرتسون-واکر $k = -۱$ نیز به‌صورت همدیس تخت هستند کدام‌اند؟

۲۴. نشان دهید که تانسور زیر به‌صورت همدیس ناورداست:

$$C^h_{ijk} = R^h_{ijk} + \frac{۱}{۲}(g^h_j R_{ik} - g^h_k R_{ij} + g_{ik}R^h_j - g_{ij}R^h_k)$$

$$+ \frac{۱}{۶}R(g^h_k g_{ij} - g^h_j g_{ik})$$

این تانسور به تانسور وایل یا خمیدگی همدیس معروف است.

۲۵. نشان دهید که ژئودزیک صفر تحت تبدیلهای همدیس ناورداست.

۲۶. بگویید چرا ناوردایی همدیس باید نقش مهمی در نظریه‌های کنش از دور داشته باشد.

۲۷. نشان دهید که معادله‌های ماکسول تحت تبدیلهای همدیس در صورتی بدون تغییر می‌مانند که پتانسیل و میدان به‌صورت زیر تبدیل شوند

$$\overline{A}_i = A_i + \psi_{;i}, \qquad \text{نرده‌ای مناسب } \psi, \qquad \overline{F}_{ik} = F_{ik}$$

۲۸. با جانشین‌سازی مستقیم نشان دهید که $\widetilde{G}(\mathrm{A}, \mathrm{B})$ تعریف‌شده با (۳۹.۸) در تبدیل همدیس (۴۰.۸) صدق نمی‌کند.

۲۹. با بهره‌گیری از تخت بودن همدیس مدل اینشتین‌ـدوسیته شکل صریح $\widetilde{G}(\mathrm{A},\mathrm{B})$ را در آن عالم به‌دست آورید.

۳۰. فرض کنید یک تابع گرین متقارن $G(\mathrm{A},\mathrm{B})$ در معادلهٔ موج صدق می‌کند

$$\Box_{\mathrm{X}} G(\mathrm{X},\mathrm{B}) = [-g(\mathrm{X})]^{-۱/۲}\delta_۴(\mathrm{X},\mathrm{B})$$

نشان دهید که تغییرات مختصر تانسور متریک در ناحیهٔ $\mathcal{V}$ تغییرات اندکی در $G(\mathrm{A},\mathrm{B})$ تولید می‌کند که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\delta G(\mathrm{A},\mathrm{B}) = \int_{\mathcal{V}} \delta(\sqrt{-\mathrm{g}}\mathrm{g}^{ik}) G^{\mathrm{R}}(\mathrm{A},\mathrm{X})_{,i}\, G^{\mathrm{A}}(\mathrm{X},\mathrm{B})_{,k}\, \mathrm{d}^۴ x$$

۳۱. نشان دهید که کنش (۴۹.۸) به معادلهٔ میدان (۴۸.۸) می‌انجامد.

۳۲. درجهٔ نامعینی معادله‌های گرانشی نظریهٔ HN را با معادله‌های نسبیت عام مقایسه کنید.

۳۳. نشان دهید که هر کنش ناوردای همدیس به تانسور انرژی با اثر صفر می‌انجامد.

۳۴. دربارهٔ جنبه‌هایی از نظریه گرانی HN که با نسبیت عام متفاوت است بحث کنید.

۳۵. ثابتهای بدون بعدی را از کمیتهای زیر بسازید.

(الف) e، $\hbar$، c (ب) G، m_{p}، $\hbar$، c؛ (ج) G، m_{p}، c، $H_۰$.

۳۶. کدام یک از ثابتهای بدون بُعد تمرین ۳۵ بسیار کوچک یا بسیار بزرگ‌اند؟

۳۷. N را به‌طور دقیق برای مدل فریدمان بسته به $h_۰ = ۱$، $q_۰ = ۱$ محاسبه کنید. نشان دهید که N در تمام دوره‌ها ثابت است. آیا می‌توان این نتیجه را با LNH تطبیق داد؟

۳۸. رابطه‌ای را بیابید که سه عدد بزرگ در (۶۰.۸)، (۶۱.۸)، و (۶۲.۸) را به‌هم پیوند دهد.

۳۹. از LNH نتیجه بگیرید که ثابت گرانشی باید برحسب دوره با آهنگی (کاهش کسری) کم شود که از مرتبهٔ ثابت هابل است.

۴۰. استدلالهایی را بیان کنید که باعث شد دیراک فرض آفرینش ذره در عالم را مطرح کند.

۴۱. نشان دهید که آفرینش ضربی برحسب یکاهای گرانشی ایجاب می‌کند که جرمهای ذرات برحسب زمان t به‌صورت $t^{-۲}$ کم شود.

۴۲. تفاوت میان آفرینش جمعی و ضربی چگونه در تکوین درازمدت مدارهای سیاره‌ای نمایان می‌شود؟ تغییر G چه تأثیری بر سرعتهای زاویه‌ای مداری سیارات دارد؟

۴۳. استدلالهای برمبنای LNH را که به این نتیجه‌گیری انجامید که عامل مقیاس عالم در حال انبساط فقط می‌تواند با زمان کیهانی متناسب باشد بیان کنید. دربارهٔ اعتبار این استدلالها بحث

و آنها را با به‌دست آوردن جزء خط حالت پایای بوندی و گلد برمبنای اصل کیهان‌شناختی کامل مقایسه کنید.

۴۴. فرمول انتقال به سرخ را در عالم دیراک با آفرینش ضربی به‌دست آورید. بگویید چگونه با وجود ایستا بودن متریک گرانشی این انتقال به سرخ تولید می‌شود.

۴۵. زمان اتمی t_{A} را برحسب زمان گرانشی t_{E} برای عالم دیراک با آفرینش ضربی رسم کنید. نشان دهید که اگرچه در متریک گرانشی عالم اینشتین گونه t_{E} به $-\infty$ میل می‌کند، زمان اتمی فقط تا $t_{\mathrm{A}} = ۰$ به‌عقب برمی‌گردد.

۴۶. ایده کیهان‌شناختی دیراک در مورد آفرینش جرم منفی علاوه بر جرم مثبت را با ایدهٔ دیراک دربارهٔ خلأ به‌عنوان دریایی از الکترونهای با انرژی منفی غیرقابل آشکارسازی مقایسه کنید.

۴۷. نشان دهید که درکیهان‌شناسی دیراک بدون آفرینش ذره ثابت گرانشی به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\dot{G}/G = -۳H$$

این آهنگ را برحسب برآورد فعلی از ثابت هابل تخمین بزنید. چگونه این آهنگ در مدلهای دیراک از آفرینش ذره اصلاح می‌شود؟

۹

کیهان‌شناسیهای با آفرینش ماده

۱.۹ مقدمه

بحث کیهان‌شناسیهای دیگر را ادامه می‌دهیم، اما این بار آفرینش ماده انگیزهٔ اصلی ماست. با توجه به اینکه می‌بینیم عالم حاوی ماده (و تابش) است، می‌توانیم این پرسش را مطرح کنیم: این همه ماده از کجا آمده است؟ در کیهان‌شناسی استاندارد مهبانگ، از پاسخ به این پرسش طفره می‌روند: لحظهٔ اولیه به‌صورت حالت تکین مهبانگ ارائه می‌شود. نمی‌توانیم تحلیل خود را به فراتر از این عصر در گذشته گسترش دهیم، زیرا ریاضیات در تکینگی از کار می‌افتد و هیچ برونیابی در فیزیک شناخته‌شده امکان‌پذیر نیست. بهترین چیزی که می‌توان گفت این است که ماده به‌گونه‌ای در $t = ۰$ با چگالی بینهایت و انرژی بینهایت به‌وجود آمده است. در صورت امکان، البته می‌توانیم فیزیک شناخته‌شده را به‌دلخواه تا نزدیکی این لحظه برونیابی کنیم، اما باید همواره داشته باشیم $t > ۰$.

این فرایند دارای تضادهای درونی است. مثلاً، اصل کُنش که از افزودن کُنش هیلبرت (۱۰۳.۲)، به کنش (۸۰.۲) به‌وجود می‌آید تا معادله‌های نسبیت عام را به‌دست دهد، فرض می‌کند که حجم

v به‌دلخواه انتخاب شده است. معادله‌های اینشتین هم به‌همین ترتیب به‌دست آمده‌اند. با وجود این، وقتی این معادله‌ها را حل می‌کنیم و مدلهای فریدمان استاندارد را به‌دست می‌آوریم، به آغاز تکین می‌رسیم. بنابراین، به‌منظور حفظ فرضهای اصل وردشی، باید عصر تکین را از هر حجم v انتخاب‌شده در تمرین وردشی کنار بگذاریم. بنابراین به مورد ذاتاً متناقضی می‌رسیم که در آن نتیجه‌گیری ما فرضی را که نتیجه‌گیری مبتنی بر آن است مجاز نمی‌شمارد.

آیا می‌توانیم این چارچوب بنیادی کیهان‌شناسی مهبانگ را تغییر دهیم تا عصر تکین آفرینش کنار گذاشته شود و آغاز آن در شناخت ما از پدیده‌های اولیهٔ خلق ماده و انرژی در عالم باشد؟ اکنون مدلهایی را در نظر می‌گیریم که هدف آنها این کار بلندپروازانه است.

۲.۹ نظریهٔ حالت پایا

در سال ۱۹۴۸، در همان زمانی که جورج گاموف کار مطالعهٔ مفصل ویژگیهای فیزیکی عالم را در حوالی عصر مهبانگ بررسی می‌کرد، سه منجم رهیافتی کاملاً متفاوت را به کیهان‌شناسی مطرح کردند. این مدل که اکنون به مدل حالت پایا (یا بدنام!) معروف است، دارای یک عصر تکین از نوع مهبانگ نیست، در واقع این مدل روی محور زمان کیهانی آغاز و پایانی ندارد. صحنهٔ کیهان‌شناسی پس از ارائه مدل حالت پایا به مدت دو دهه، با کوششهایی که در جهت کنار گذاشتن این مدل رقیب انجام می‌شد، جان تازه‌ای پیدا کرد. چه انگیزه‌ای باعث شد تا هرمان بوندی، توماس گلد و فرد هویل (نگاه کنید به شکل ۱.۹) کیهان‌شناسی حالت پایا را پیشنهاد کنند؟

قبل از هر چیز، در سال ۱۹۴۸ مقدار اندازه‌گیری‌شدهٔ $\tau_\circ \equiv H_\circ^{-1}$ فقط $\sim ۱٫۸ \times ۱۰^{۹}$ سال بود. در نتیجه سن مدل استاندارد فریدمان نمی‌توانست از $\tau_\circ$ ـــ مقداری حتی کوچکتر از



شکل ۱.۹ تی. گلد (ـ۱۹۲۰)، اچ. بوندی (ـ۱۹۱۹) و اف. هویل (۲۰۰۱ـ۱۹۱۵).

زمین‌شناختی زمین!ــ تجاوز کند. از این رو دلیل محکمه‌پسندی برای تردید در این نتیجه‌گیری وجود داشت که عالم ۱٫۸ـ۱ ~ بیلیون سال قبل آغاز شده است.

دلیل دوم که قبلاً در مقدمهٔ بالا ذکر شد، آغازی غیرقابل قبول برای عالم در رویدادی تکین بود. علاوه بر آن، می‌توان پرسش فلسفی دیگری را مطرح کرد.

در مطالعهٔ تاریخ گذشتهٔ عالم، آیا هیچ تضمینی وجود دارد که قانونهای فیزیکی که در اینجا و اکنون به‌کار می‌بریم همواره یکسان باقی مانده باشند؟ می‌توانیم فرض کنیم که چنین است و عالم در طول زمان تغییر قابل ملاحظه‌ای نکرده است. اما، عالمهای فریدمان چنین نیستند. محتوای فیزیکی و ویژگیهای یک مدل استاندارد نوعی بلافاصله پس از $t = ۰$ تاکنون تغییر قابل ملاحظه‌ای می‌کند (نگاه کنید به فصلهای ۵ تا ۷). بنابراین، فرض اینکه قانونهای فیزیکی در طول تاریخ مدلهای استاندارد بدون تغییر مانده‌اند بیشتر یک اعتقاد است تا واقعیت اثبات‌شدنی. اگر آنها تغییر نکرده باشند، «حدسها» و «برونیابیهایی» که برای صحبت دربارهٔ عالم نخستین به کار بردیم، فرضیه‌هایی اثبات‌نشدنی خواهند بود.

امروزه، چنانکه در فصل ۱۰ خواهیم دید، مسئله سن هنوز وجود دارد، گرچه دیگر به‌اندازه‌ای که مقدار کم $\tau_۰$ در سال ۱۹۴۸ ایجاب می‌کرد جدی نیست. پرسشهای مربوط به تکینگی و آفرینش ماده هنوز در مدلهای استاندارد وجود دارند: کاری که در فصل ۶ بررسی شد به ما نمی‌گوید که در $t = ۰$ چه اتفاقی افتاد. گرچه می‌توان استدلال کرد که گرانی کوانتومی می‌تواند سرانجام مسئله‌های مربوط به تکینگی مهبانگ را حل کند، اما پیشرفت در این مورد تاکنون رضایت‌بخش نبوده است.

رهیافت هویل به نظریهٔ حالت پایا برای حمله به مسئله آفرینش اولیهٔ ماده طراحی شده بود. با این همه، همکارانش بوندی و گُلد، فرض ثابت بودن قانونهای فیزیک را دارای بیشترین اهمیت می‌دانستند، زیرا این فرض به مبانی کیهان‌شناسی مربوط می‌شود.

۱.۲.۹ اصل کیهان‌شناختی کامل

بوندی و گلد استدلال می‌کردند که اصل کیهان‌شناختی (نگاه کنید به فصل ۳) این اطمینان را می‌دهد که قانونهای فیزیک که به‌صورت موضعی کشف شده‌اند دارای اعتبار جهانی هستند؛ اما این اصل به‌اندازه کافی کلی نیست. این اصل به ما می‌گوید که در هر زمان معین کیهانی t، همه ناظران بنیادی جنبه‌های بزرگ مقیاس عالم را یکسان می‌بینند. پس این فرض که هیچ تغییر فضایی در قانونهای بنیادی فیزیک در هر زمان کیهانی مفروض صورت نمی‌گیرد موجه است. اما، با توجه به اصل کیهان‌شناختی نمی‌توان نتیجه گرفت که قانونهای فیزیک برحسب زمان تغییر نمی‌کنند.

برای فراهم ساختن چنین توجیهی بوندی و گلد اصل کیهان‌شناختی را به‌صورت آنچه آنها اصل کیهان‌شناختی کامل (PCP) نامیدند مستحکم ساختند. PCP بیان می‌کند که علاوه بر تقارنهای تلویحی اصل کیهان‌شناختی، عالم در بزرگ مقیاس برحسب زمان تغییر نمی‌کند. از این رو، ویژگیهای هندسی و فیزیکی اَبررویه‌های $t = \text{const.}$ برحسب زمان تغییر نمی‌کند.

تأکید بر کیفیت «بزرگ مقیاس» ضرورت دارد. در مقیاس به اندازهٔ کافی کوچک بخشی مشاهده‌شدهٔ عالم تغییر می‌کند. به‌عنوان مثال، ستارگان در یک کهکشان پیرتر می‌شوند، شکل و ترکیب خوشه‌ای کوچک از کهکشانها برحسب زمان تحول می‌یابد، و غیره، به هر حال ، با توجه به PCP ویژگیهای آماری جمعیتهای بزرگ مقیاس تغییر نمی‌کند.

به‌عنوان مثال، ثابت هابل، چه آن را اکنون اندازه بگیریم و چه در هر زمان در گذشته یا آینده، باید یکسان باقی بماند، زیرا در اندازه‌گیری دقیق آن آهنگ انبساط عالم دخیل است. چون این یک ویژگی ساختار بزرگ مقیاس عالم است، ثابت بودن H بلافاصله نشان می‌دهد که

$$H = \dot{S}/S = \text{const.} = H_\circ , \qquad \text{یعنی}, \qquad S = \exp(H_\circ t) \qquad (۱.۹)$$

به‌علاوه، خمیدگی یک اَبررویهٔ $t = \text{const.}$ از $k/S^۲$ به‌دست می‌آید. این را می‌توان در زمانهای مختلف اندازه گرفت و دریافت که بجز در موردی که $k = \circ$ باشد تغییر می‌کند. (برای استدلال دیگری که به $k = \circ$ می‌انجامد به تمرین ۴ نگاه کنید.) از این رو، PCP رهنمون ما به جزء خط یکتای زیر است

$$\mathrm{d}s^۲ = c^۲\mathrm{d}t^۲ - \mathrm{e}^{۲H_\circ t}[\mathrm{d}r^۲ + r^۲(\mathrm{d}\theta^۲ + \sin^۲\theta\mathrm{d}\phi^۲)] \qquad (۲.۹)$$

توجه کنید که بدون حل هیچ‌گونه معادلهٔ میدان، که در کیهان‌شناسی استاندارد برای تعیین $S(t)$ و k ضروری است، به جزء خط حالت پایای عالم رسیده‌ایم. بوندی و گلد این نتیجه را مثالی از توان قیاسی PCP ذکر کرده‌اند. دو مثال دیگر از نتیجه‌گیریهای این اصل به قرار زیر است. همین‌طور به‌خاطر داشته باشید که این جزء خط با آنچه دوسیته برای این مدل در سال ۱۹۱۷ به‌دست آورد یکسان است (فصل ۳).

انبساط عالم

جزء خط (۲.۹) به‌طور کامل با $H_\circ$ مشخص می‌شود. می‌توانیم داشته باشیم $H_\circ = \circ$، $H_\circ < \circ$، یا $H_\circ > \circ$، و همگی آنها با PCP سازگارند. برای حل این مسئله، با در نظر گرفتن شرایط ترمودینامیکی موضعی می‌توان نتیجه گرفت که $H_\circ > \circ$ زیرا، رصدهای ما نشان می‌دهند

که عالم در حوالی ما از حالت تعادل ترمودینامیکی فاصلهٔ بسیار دارد. ستارگان تابش می‌کنند؛ منطقه‌های با دماهای زیاد و کم در کهکشان و در خارج آن وجود دارند. اگر $H_\circ = \circ$ بود، یک عالم اقلیدسی بینهایت پیر داشتیم. چنین عالمی باید، همان‌طور که پارادوکس اولبرس ایجاب می‌کند، تاکنون به تعادل ترمودینامیکی رسیده باشد (به فصل ۴ نگاه کنید). اگر $H_\circ < \circ$ باشد عالم در حال انقباضی را خواهیم داشت که در آن تابش حاصل از اجسام دوردست دارای انتقال به آبی است. چنین تابشی به تابش زمینهٔ بینهایتی می‌انجامد که حتی از آنچه محاسبات اولبرس نشان می‌دهد بدتر است. از این رو، رصدهای موضعی ما $H_\circ \leq \circ$ را غیرممکن می‌سازد و فقط $H_\circ > \circ$ را باقی می‌گذارد که با زمینهٔ محدود و کم آسمان شب سازگار است (نگاه کنید به تمرین ۷). بنابراین عالم باید منبسط شود: این نتیجه‌گیری به‌کمک PCP و بدون نگاه کردن به طیف هیچ کدام از کهکشانهای مجاور به‌دست می‌آید!

آفرینش ماده

به‌راحتی دیده می‌شود که یک ویژه ۳ـحجم V که با مختصات ثابت (r, θ, ϕ) تثبیت شده باشد برحسب زمان به‌صورت زیر افزایش می‌یابد

$$V \propto \exp(۳H_\circ t),$$
$$\dot{V}/V = ۳H_\circ \tag{۳.۹}$$

با توجه به فرضیهٔ حالت پایا، چگالی عالم باید در $\rho = \rho_\circ$ ثابت بماند. بنابراین، جرم مقدار مادهٔ موجود در حجم V یعنی $M \equiv V\rho_\circ$ باید به‌صورت زیر افزایش یابد

$$\dot{M} = ۳H_\circ V\rho_\circ$$

به‌عبارت دیگر،

$$J = ۳H_\circ \rho_\circ \tag{۴.۹}$$

آهنگ خلق ماده در واحد حجم را نشان می‌دهد. اگر از یکاهای cgs استفاده کنیم به‌دست می‌آوریم

$$J = ۲ \times ۱۰^{-۴۶} \left(\frac{\rho_\circ}{\rho_c}\right) h_\circ^۳ \,\mathrm{g\,cm^{-۳}s^{-۱}} \tag{۵.۹}$$

که ρ_c و $h_\circ$ در فصلهای ۳ و ۴ تعریف شده‌اند.

مقدار کوچک J نشان می‌دهد که برخلاف آفرینش انفجاری ماده در $t = 0$، خلق ماده به‌صورت آرام و پیوسته صورت می‌گیرد.

رهیافت قیاسی بالا اگرچه جذاب است، اما محدودیتهایی را نیز دارد. به‌عنوان مثال، رابطه‌ای کمّی که H_0 را مثلاً مانند کیهان‌شناسیهای فریدمان به ρ_0 مرتبط سازد نداریم. همین‌طور، هیچ نظریهٔ فیزیکی برای پدیده‌های مهمی چون آفرینش مداوم ماده نداریم. آیا قانون بی‌چون و چرای پایستگی ماده و انرژی در فرایند آفرینش ماده نقض شده است؟ بوندی و گلد متوجه این واقعیت بودند که پرسشهایی از این نوع را می‌توان به‌جای رهیافت قیاسی آنها با یک نظریهٔ دینامیکی پاسخ داد. اما، آنها حس می‌کردند که با استفادهٔ توأم از PCP و رصدهای محلی می‌توان ویژگیهای بزرگ مقیاس عالم را به‌صورتی تثبیت کرد که بتوان آن را با رصدها آزمود (نگاه کنید به بخش ۳.۹). بنابراین، آنها اهمیت زیادی را به رهیافتی دادند که به‌جای فرمولبندی نظریه‌ای دینامیکی که بتواند H_0، ρ_0 و غیره را به‌صورت کمّی تعیین کند، PCP را با رصدها می‌آزمود.

۲.۲.۹ نظریهٔ میدانی برای آفرینش

از طرف دیگر، فرد هویل دیدگاه مخالف را اختیار کرد. او به دنبال فرایندی نظری بود که بتواند پدیدهٔ آفرینش ماده اولیه را توجیه کند. مقالهٔ سال ۱۹۴۸ او شامل اصلاح معادله‌های میدان نسبیت عام اینشتین بود که در آن طرف راست شامل یک تانسور صریح انرژی تکانه برای «میدان آفرینش» اسکالر بود. با این همه، پس از کوششهایی چند در جهت بهبود چارچوب، سرانجام فرمولبندی را پذیرفت که ام. اچ. ال. پریس[1] پیشنهاد کرده بود. این فرمولبندی، که به نظریهٔ میدان-C معروف است را هویل و نگارنده در اوایل دهه ۱۹۶۰ به‌صورت گسترده به‌کار بردند. نکته‌های مهم نظریهٔ میدان-C به‌قرار زیرند.

اصل کنش

مانند رهیافت اولیهٔ هویل، نظریهٔ میدان-C شامل افزودن جمله‌های بیشتر به کُنش استاندارد اینشتین-هیلبرت است (نگاه کنید به بخشهای ۸.۲ و ۹.۲) تا پدیدهٔ آفرینش ماده را نشان دهد. با بهره‌گیری از تیغ اوکام[2]، میدان اضافی که باید وارد شود یک میدان نرده‌ای با جرم و بار صفر است. این میدان را با C و مشتقهای آن نسبت به مختصات فضازمان x^i را با C_i نشان می‌دهیم. در این صورت کُنش از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

1. M. H. L. Pryce 2. Occam's razor

$$\mathcal{A} = \frac{c^۳}{۱۶\pi G}\int R\sqrt{-g}\mathrm{d}^۴x - \sum_a m_a c\int \mathrm{d}s_a - \frac{۱}{۲c}f\int C_iC^i\sqrt{-g}\mathrm{d}^۴x + \sum_a \int C_i\mathrm{d}a^i \tag{۶.۹}$$

به‌جای جمله‌های الکترومغناطیسی (که در صورت وجود ذرات باردار وارد می‌شوند)، در (۶.۹) جمله‌های مربوط به میدان‌ـC را داریم. برای پی‌بردن به تفاوت میان دو برهم‌کنش، توجه کنید که جملهٔ آخر (۶.۹) مستقل از مسیر است. اگر جهانخط ذرهٔ a بین نقطه‌های پایانی $\mathrm{A}_۱$ و $\mathrm{A}_۲$ را در نظر بگیریم، داریم

$$\int_{\mathrm{A}_۱}^{\mathrm{A}_۲} C_i\mathrm{d}a^i = C(\mathrm{A}_۲) - C(\mathrm{A}_۱) \tag{۷.۹}$$

معمولاً، این جمله‌های مستقل از مسیر، سهمی در فیزیکی که از اصل کنش به‌دست می‌آید ندارند. پس چرا این جمله‌ها وارد شده‌اند؟ پاسخ این پرسش در مفهوم جهانخطهای «شکسته» نهفته است. نظریه‌ای که دربارهٔ آفرینش (یا نابودی) فی‌نفسهٔ ماده بحث می‌کند باید جهانخطهای با آغاز و پایان (یا هردوی) محدود باشد. اگر جهانخط a را تغییر دهیم و تغییرکُنش $\mathcal{A}$ در حجم حاوی نقطهٔ $\mathrm{A}_۱$ را که در آن جهانخط آغاز می‌شود در نظر بگیریم (نگاه کنید به‌شکل ۲.۹) $\mathrm{A}_۱$ را به‌دست می‌آوریم (که اکنون تغییر کرده است)

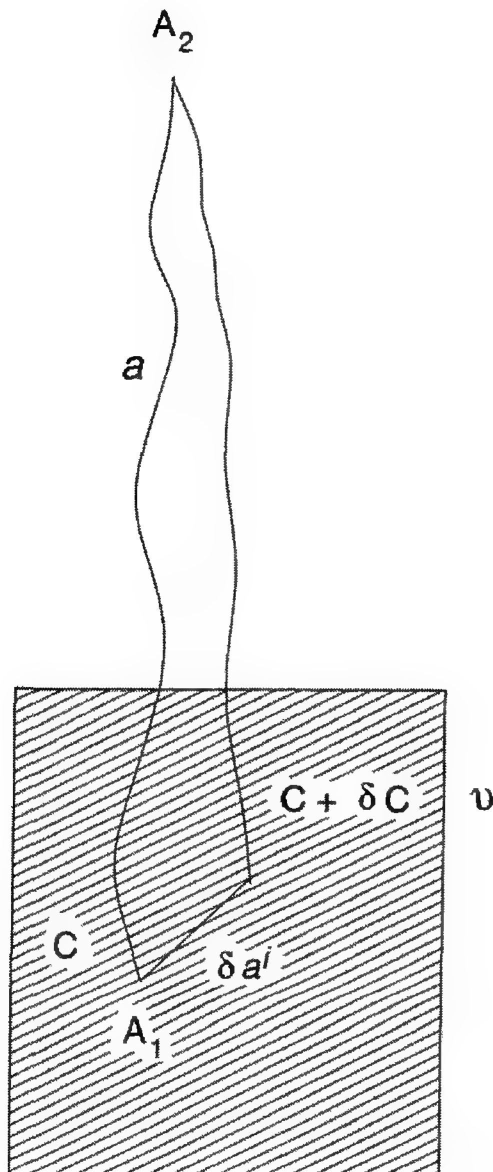
$$m_a c\frac{\mathrm{d}a^i}{\mathrm{d}s_a}g_{ik} - C_k = ۰ \tag{۸.۹}$$

این رابطه نشان می‌دهد که انرژی و تکانه روی‌هم‌رفته در نقطهٔ آفرینش پایسته هستند. ۴ـتکانهٔ ذرهٔ خلق‌شده با ۴ـتکانهٔ میدان‌ـC خنثی می‌شود. بدیهی است که برای رسیدن به این توازن میدان‌ـC باید دارای انرژی منفی باشد. بعداً به این نکته باز خواهیم گشت. همین‌طور متوجه می‌شویم که چون جملهٔ آفرینش مستقل از مسیر است، معادلهٔ حرکت a هنوز معادلهٔ یک ژئودزیک است:

$$m_a\left(\frac{\mathrm{d}^۲a^i}{\mathrm{d}s_a^۲} + \Gamma^i_{kl}\frac{\mathrm{d}a^k}{\mathrm{d}s_a}\,\frac{\mathrm{d}a^l}{\mathrm{d}s_a}\right) = ۰ \tag{۹.۹}$$

ثابت f درکنش (۶.۹) یک ثابت جفت‌شدگی است. تغییرات C معادلهٔ چشمه را به‌صورت زیر می‌دهد

$$C^k_{;k} = cf^{-۱}\bar{n} \tag{۱۰.۹}$$



شکل ۲.۹ جهانخط a در $A_۱$ آغاز می‌شود و در $A_۲$ پایان می‌یابد. اگر تغییرات ناحیهٔ هاشوردار را در نظر بگیریم، نقطهٔ $A_۱$ به اندازهٔ δa^i جابه‌جا می‌شود. این جابه‌جایی جملهٔ برهم‌کنش را به اندازهٔ $-\delta C = C_i \delta a^i$ تغییر می‌دهد. تغییر قسمت لخت کنش نیز سهم $p_i^{(a)} \delta a^i$ را در کُنش دارد که $p_i^{(a)}$ ۴ـتکانهٔ ذرهٔ a است. نتیجهٔ (۸.۹) پیامد مساوی قرار دادن سهم خالص δA در A_i برابر صفر است.

که $\overline{n}$ تعداد رویدادهای آفرینش خالص به‌ازای ویژه ۴ـحجم است. در محاسبهٔ $\overline{n}$ یک علامت + به نقطه‌هایی چون $\mathrm{A}_۱$ که در آن یک جهانخط آغاز می‌شود و یک علامت − به نقطه‌های چون $\mathrm{A}_۲$ که در آن جهانخط پایان می‌یابد اضافه می‌کنیم. باز هم در (۱۰.۹) رابطهٔ میان میدانـC و رویدادهای آفرینش/نابودی را ملاحظه می‌کنیم.

سرانجام، تغییر g_{ik} به معادله‌های میدان اصلاح‌شدهٔ اینشتین می‌انجامد

$$R^{ik} - \frac{۱}{۲} g^{ik} R = -\frac{۸\pi G}{c^۴}\left(T^{ik}_{(m)} + T^{ik}_{(C)}\right) \qquad (۱۱.۹)$$

که $T^{ik}_{(m)}$ مانند فصلهای قبل تانسور ماده است در حالی که

$$T^{ik}_{(C)} = -f(C^iC^k - \frac{1}{2}g^{ik}C^lC_l) \qquad (۱۲.۹)$$

باز هم متوجه می‌شویم که برای $f > 0$ داریم $T^{00}_{(C)} < 0$. از این رو، میدان-C دارای چگالی انرژی منفی است که یک اثر دافعهٔ گرانشی تولید می‌کند. این نیروی دافعه است که باعث انبساط عالم می‌شود. اثر بالا می‌تواند مشکل وابسته به نظریهٔ کوانتومی میدانهای با انرژی منفی را حل کند. چون این میدانها دارای حالت با کمترین انرژی نیستند، معمولاً سیستمهای پایدار تشکیل نمی‌دهند. سقوط به حالتهای با انرژی کمتر و کمتر در صورتی به‌طور اجتناب‌ناپذیر رخ می‌دهد که در یک حالت با انرژی منفی اختلالی در میدان ایجاد کنیم. به هر حال، اگر فیدبک (۱۲.۹) را در هندسهٔ فضازمان از طریق (۱۱.۹) در نظر بگیریم این نتیجه‌گیری تغییر می‌کند. این فیدبک باعث انبساط فضا و کم شدن مقدار انرژی میدان می‌شود. هر دوی این اثرها در جهت مخالف عمل و به پایداری سیستم کمک می‌کنند.

معادله‌های کیهان‌شناختی

با بهره‌گیری از جزء خط رابرتسون-واکر[1] و این فرض که ذره خلق‌شده توسط میدان-C دارای جرم m است، از (۸.۹) تا (۱۲.۹) معادله‌های زیر را به‌دست می‌آوریم:

$$\dot{C} = mc^2, \qquad (۱۳.۹)$$

$$mf\left(\ddot{C} + 3\frac{\dot{S}}{S}\dot{C}\right) = \left(\dot{\rho} + \frac{\dot{S}}{S}\rho\right)c^2; \qquad (۱۴.۹)$$

$$2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{4\pi Gf}{c^4}\dot{C}^2, \qquad (۱۵.۹)$$

$$3\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = 8\pi G\left(\rho - \frac{f}{2c^4}\dot{C}^2\right) \qquad (۱۶.۹)$$

به‌آسانی می‌توان نشان داد که جواب حالت پایای (۲.۹) از این معادله به‌ازای رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید

$$k = 0, \qquad S = e^{H_0 t}, \qquad \rho = \rho_0 = \frac{3H_0^2}{4\pi G} = fm^2 \qquad (۱۷.۹)$$

1. Robertson-Walker

توجه کنید که هر دوی $H_{\circ}$ و $\rho_{\circ}$ برحسب فرایندهای آفرینش بنیادی، یعنی ثابت جفت‌شدگی f و جرم ذرهٔ آفریده داده شده‌اند. از این رو، رهیافت هویل حاوی اطلاعات کمّی است که رهیافت قیاسی PCP ندارد.

اختلال مرتبهٔ اول معادله‌های بالا و جواب (۲.۹) نشان می‌دهند که جواب پایدار است (نگاه کنید به تمرین ۲۰). در واقع، تحلیل پایداری نقش کلیدی (۸.۹) را نمایان می‌سازد. این تحلیل نشان می‌دهد که ذرات خلق‌شده دارای جهانخطهای مربوط به خود در امتداد عمود بر رویه‌های $C = \text{const.}$ هستند. هویل استدلال کرده است که چنین نتیجه‌ای تأیید فیزیکی فرضیهٔ وایل است: یعنی نشان می‌دهد که چرا جهانخطهای ناظران بنیادی بر خانوادهٔ خاصی از اَبَررویه‌ای فضاگونه متعامدند. درکیهان‌شناسی میدان‌ـC این اَبَررویه‌ها فقط مفاهیم مجرد نیستند بلکه برمبنای فیزیکی برگزیده شده‌اند.

آفرینش انفجاری

اگرچه میدان‌ـC در درجه اول برای به‌حساب آوردن آفرینش پیوستهٔ ماده وارد شد، اما نگارنده در سال ۱۹۷۳ نشان داد که این میدان آفرینش انفجاری ماده را نیز که برای کیهان‌شناسی مهبانگ ضروری است به‌حساب می‌آورد. در زیر نشان می‌دهیم که این مورد چگونه برای $k = \circ$ به‌دست می‌آید.

در معادله‌های (۱۳.۹) تا (۱۶.۹)، از این ایده استفاده کردیم که تمام ماده در یک فرایند انفجاری در $t = \circ$ خلق شده است. پس طرف راست (۱۴.۹) مانند یک تابع دلتا $\delta(t)$ است، که به جواب زیر می‌انجامد

$$\dot{C} = \frac{A}{S^{۳}}, \qquad A = \text{const.}$$

توجه کنید که این جواب، بجز برای دورهٔ $t = \circ$، با (۱۳.۹) ناسازگار است. این موضوع تعجب‌آور نیست، زیرا فرض کردیم که آفرینش ماده پس از $t = \circ$ صورت می‌گیرد. بنابراین، شرط آفرینش (۸.۹) در $t > \circ$ صادق نیست.

با قرار دادن $\dot{C}$ در (۱۶.۹)، می‌توانیم از S انتگرال بگیریم و جواب زیر را به‌دست آوریم

$$S(t) \propto \left(۱ + \frac{(t + t_{۱})^{۲}}{t_{\circ}^{۲}}\right)^{۱/۳} \tag{۱۸.۹}$$

که $t_{\circ}$ و $t_{۱}$ ثابتهایی وابسته به شرایط اولیه در $t = \circ$ هستند (نگاه کنید به تمرین ۲۲).

عامل مقیاس (۱۸.۹) رفتاری مانند مدل استاندارد اینشتین‌ـدوسیته برای $t \ll t_\circ$ دارد. در مدل میدان‌ـC نه تنها از تکینگی فضازمان در $t = \circ$ اجتناب می‌شود، بلکه مادهٔ فعلی را ناشی از انفجار آغازینی می‌بینیم که انرژی و تکانه را پایسته نگه می‌دارد.

این پایستگی انرژی و تکانه باید به‌طورکلی برای هر مدل میدان‌ـC به‌دست آید، زیرا معادله‌های حاکم بر آن از یک اصل کُنش به‌دست می‌آیند. بنابراین، انتقاد برمبنای منشأ توجیه‌نشدهٔ مادهٔ جدید، که می‌تواند در مورد آفرینش انفجاری کیهان‌شناسی استاندارد یا آفرینش پیوسته در روایت بوندی‌ـگلد از مدل حالت پایا به‌کار رود، در مورد کیهان‌شناسی میدان‌ـC مورد استفاده قرار نمی‌گیرد.

به بیان فیزیکی، آفرینش توسط فرایند تبادل انرژی و تکانه بین میدان‌ـC با انرژی منفی و ماده توجیه می‌شود. دیورژانس (۱۱.۹) فرمول ریاضی پایستگی انرژی را می‌دهد

$$T^{ik}_{(m);k} = fC^iC^k_{;k} \qquad (۱۹.۹)$$

به‌راحتی می‌توان ثابت کرد که این فکر برای میدان انرژی مثبت عملی نیست (نگاه کنید به تمرین ۲۳).

۳.۹ پارامترهای قابل مشاهدهٔ نظریهٔ حالت پایا

باکنارگذاشتن دینامیک مدل، اکنون به بعضی جنبه‌های قابل مشاهدهٔ نظریهٔ حالت پایا می‌پردازیم. در اینجا اساساً با جزء خط (۲.۸) و ویژگیهای هندسی قابل استنتاج از آن سروکار داریم. در واقع، بوندی و گلد در مقالهٔ اولیهٔ خود تأکید کردند که مدل حالت پایا پیش‌بینی‌های دقیقی می‌کند و در نتیجه در برابر تأیید نشدن تجربی آسیب‌پذیر است. برخلاف مدلهای مهبانگ، که همواره می‌توان پارامترهای اختیاری را در آن وارد ساخت. (این اظهارنظر در فصلهای ۹ و ۱۰ با بحث دربارهٔ کیهان‌شناسی رصدی روشنتر می‌شود.)

چون محاسبه‌های مربوط به این جنبه‌های قابل مشاهده را در فصلهای ۳ و ۴ به تفصیل انجام داده‌ایم، در اینجا به‌طور مختصر فقط نتیجه‌ها را ذکر می‌کنیم.

انتقال به سرخ

انتقال به سرخ یک کهکشان G_1 در (r_1, θ_1, ϕ_1) که نور را در t_1 گسیل و ناظر O در $r = \circ$ آن را در عصر حاضر دریافت می‌کند عبارت است از

$$z_1 = e^{H_\circ(t_\circ - t_1)} - 1 = r_1 \frac{H_\circ}{c} e^{Ht_\circ} \qquad (۲۰.۹)$$

فاصلهٔ درخشندگی

این فاصله برای کهکشان بالا از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$D_۱ = \frac{c}{H_۰} z_۱(۱ + z_۱) \tag{۲۱.۹}$$

معادله (۲۱.۹) قانون هابل برای کیهان‌شناسی حالت پایاست. از (۱.۹) همچنین مشاهده می‌کنیم که پارامتر شتاب منفی $q_۰$ برای این کیهان‌شناسی دارای مقدار ۱− است.

افق رویداد

اگر به‌دنبال سیگنالهایی باشیم که ناظران عصر حاضر $t_۰$ به سوی ما گسیل می‌دارند، در صورتی سیگنالهایی را در عصر آیندهٔ محدود $t > t_۰$ دریافت خواهیم داشت که ویژه‌فاصلهٔ متریک آنها $rS(t_۰)$ کوچکتر از $c/H_۰$ باشد که در این صورت شعاع افق رویداد عالم حالت پایاست. می‌توان نشان داد که این مدل دارای افق ذره نیست.

اندازهٔ زاویه‌ای

زاویهٔ $\Delta\theta (\ll ۱)$ که یک چشمهٔ نجومی با تصویر اندازهٔ خطی d و انتقال به سرخ z در O به‌وجود می‌آورد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\Delta\theta = \frac{H_۰}{c} d \left(\frac{۱ + z}{z} \right) \cdot \tag{۲۲.۹}$$

بنابراین اندازهٔ زاویه‌ای با $z \to \infty$ به یک کمینهٔ محدود میل می‌کند.

چگالی شار

فرمول (۵۷.۳) در این مورد به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{۴\pi \left(\frac{c}{H_۰} \right)^۲ z^۲ (۱ + z)^۲} \tag{۲۳.۹}$$

برای (۵۶.۳)، به‌دست می‌آوریم

$$\widetilde{\mathcal{F}}(\nu_۰) = \frac{LJ(\nu_۰(۱ + z))}{۴\pi \left(\frac{c}{H_۰} \right)^۲ z^۲ (۱ + z)} \tag{۲۴.۹}$$

شمارش تعداد

در نمادگذاری بخش ۱۱.۳، تعداد چشمه‌های با انتقال به سرخ کمتر از z از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$N(z) = ۴\pi n \left(\frac{c}{H_\circ}\right)^۳ \left(\ln(۱+z) - \frac{۳z^۲ + ۲z}{۲(۱+z)^۲}\right) \qquad (۲۵.۹)$$

توزیع سن کهکشانها

کهکشانهای جدید همواره در عالم در حالت پایا تشکیل می‌شوند. چون عالم منبسط می‌شود، کهکشانها، پس از تشکیل، از یکدیگر دور می‌شوند. از این رو، هرچه جمعیتی از کهکشانها پیرتر باشند، توزیع آنها پراکنده‌تر خواهد بود. چون حجمی که کهشکانها دربر می‌گیرند با افزایش زمان به‌صورت $\exp(۳H_\circ t)$ افزایش می‌یابد، از رابطهٔ سن-چگالی کهکشانها نتیجهٔ سادهٔ زیر را به‌دست می‌آوریم

$$Q(\tau) \propto \mathrm{e}^{-۳H_\circ \tau} \qquad (۲۶.۹)$$

که $Q(\tau)\mathrm{d}\tau$ ویژه چگالی عددی کهکشانهای دارای سن بین τ و $\tau + \mathrm{d}\tau$ است. بنابراین، سن میانگین $(۳H_\circ)^{-۱}$ است.

۴.۹ ملاحظات فیزیکی و اخترفیزیکی

در این بخش به‌طور مختصر به ایده‌هایی می‌پردازیم که گاهی در بستر نظریهٔ حالت پایا مطرح می‌شود تا به مسئله‌هایی چون سرشت ذرات خلق‌شده، تشکیل کهکشانها، منشأ تابش زمینهٔ ریزموج، و غیره بپردازد. برخی از این مفاهیم ممکن است هنوز مطرح باشند اگرچه تصویر کیهان‌شناختی حالت پایا دوام نیاورده است.

۱.۴.۹ عالم داغ

در سال ۱۹۵۸ گلد و هویل این فرضیه را مطرح کردند که مادهٔ آفریده‌شده به‌صورت نوترون بوده است. آفرینش نوترونها هیچ قانون پایستگی استاندارد فیزیک ذرات، بجز ثابت بودن تعداد باریونها، را نقض نمی‌کند. اگرچه این موضوع در سال ۱۹۵۸ یک ایراد بود، اما امروز دیگر عدد باریونی ناوردا در نظر گرفته نمی‌شود. در واقع، در فصل ۶ دیدیم که چگونه در عالم اولیه سناریوهایی براساس ناپایستگی باریونی برای توجیه تعداد باریونهای مشاهده‌شده در عالم در نظر گرفته شدند.

در تصویر گلد-هویل نوترونهای آفریده‌شده در معرض واپاشی بتازا قرار می‌گیرند

$$\mathrm{n} \rightarrow \mathrm{p} + e^- + \overline{\nu} \qquad (۲۷.۹)$$

پایستگی انرژی و تکانه باعث می‌شود که الکترونها بیشتر انرژی جنبشی را بگیرند و در نتیجه دارای دمای جنبشی زیاد $10^9 \mathrm{K}$ ~ بشوند (نگاه کنید به تمرین ۲۹). گلد و هویل استدلال کردند که این ناهمگنی ناشی از دمای زیاد به تولید ماشینهای گرمایی بین منطقه‌های داغ و سرد می‌انجامد، که گرادیانهای فشار لازم برای تشکیل چگالشهایی با اندازهٔ $50\,\mathrm{Mpc} \geq$ را فراهم می‌آورند (نگاه کنید به تمرین ۳۰). همان‌طورکه قبلاً در فصل ۷ دیدیم، نیروهای گرانشی خالص نمی‌توانند تصویر رضایت‌بخشی از تشکیل کهکشان به‌دست دهند. گرادیانهای دمای ایجادشده در عالم داغ گلد و هویل به این فرایند کمک می‌کند.

به هر حال، سیستم حاصل یک کهکشان تنها نیست، بلکه اَبَرخوشه‌ای متشکل از تقریباً 10^3 تا 10^4 عضو است. به این ناهمگنی‌های بزرگ مقیاس در توزیع کهکشانها در فصل ۱ اشاره کردیم. ناهمگنی‌ها در این مقیاس بزرگ $50\,\mathrm{Mpc} \geq$ ما را به احتیاط درکاربرد دقیق اصل کیهان‌شناسی وا می‌دارد. به‌عنوان مثال، فرمول (۲۶.۸) برای توزیع سن کهکشانها در این مدل برای ناحیه‌ای بسیار بزرگتر از $50\,\mathrm{Mpc}$ صادق است. اگر در یک کهکشان معین باشیم، انتظار داریم که اغلب کهکشانها در فاصلهٔ مثلاً ۲۰ یا $30\,\mathrm{Mpc}$ سنی چون کهکشان ما داشته باشند. بنابراین، تعجب‌آور نیست که نمونهٔ موضعی ما سن متوسطی بسیار بزرگتر از میانگین کلی $(3H_0)^{-1} \approx 3 \times 10^9 h_0^{-1}$ سال به‌دست دهد.

اگرچه الکترونهای تازه تولیدشده دارای دمای جنبشی $10^9 \mathrm{K}$ ~ هستند، اما دما براثر انبساط فرومی‌افتد. دمای میانگین سه‌ـپنجم این مقدار، یعنی در حدود $6 \times 10^8 \mathrm{K}$ است. هویل در سال ۱۹۶۳ پیشنهاد کرد که این محیط میان کهکشانی داغ پرتو X زمینهٔ مشاهده‌شده را تولید می‌کند. اما، برآوردهای کمّی ار. جی. گولد[1] به‌زودی نشان داد که پرتو X زمینه در عالم داغ بسیار بیشتر از چیزی است که مشاهده می‌شود، در نتیجه عالم داغ غیرقابل دفاع است. اگرچه اندازه‌گیریهای زمینهٔ فعلی این عالم داغ را برای $h_0 \simeq 0{,}5$ منتفی نمی‌سازد، اخترفیزیکدانان مایل‌اند توجیه‌های دیگری را برای منشأ پرتو X زمینه بیابند.

اگرچه مدل عالم داغ اکنون بی‌اعتبار شده است اما این مدل تمرینی برای ارتباط فیزیک ذرات (واپاشی نوترون) با تشکیل ساختارهای بزرگ مقیاس در عالم بود.

۲.۴.۹ عالم حبابی

در سال ۱۹۶۶ هویل و نگارنده تأثیر افزایش ثابت جفت‌شدگی f به 10^{20} ~ را بررسی کردند. همان‌طورکه فرمول (۱۷.۹) نشان می‌دهد، در این صورت عالم پایایی با چگالی بسیار زیاد $(\rho_0 \simeq 10^{-8} \mathrm{g\ cm^{-3}})$ و مقیاس زمانی بسیار کوتاه $(H_0^{-1} \simeq$ ۱سال$)$ خواهیم داشت. اگر

1. R. G. Gould

آفرینش این عالم چگال در یک منطقه موضعی آغاز شود، یعنی اگر گذار فازی موضعی از مُد سازنده به غیرسازنده داشته باشیم

$$C^i_{;i} = 0 \tag{۲۸.۹}$$

این منطقهٔ موضعی طبق (۱۸.۹) منبسط می‌شود. چون چگالی این منطقه از اطراف آن کمتر است، بنابراین شبیه یک حباب هوا در آب است. خواننده می‌تواند با رجوع به فصل ۶ شباهتهای این مدل با مدل تورمی را، که پانزده سال بعد مورد توجه قرار گرفت، کشف کند.

با توجه به این مدل، این حباب تنها چیزی است که در بررسی کهکشانها، کوازارها، و غیره می‌بینیم. از این رو، مشاهده‌ها، در مورد این اختلال ناپایدار اطلاعاتی بیش از عالم حالت پایای اطراف آن در اختیارمان می‌گذارند. به هر حال، اثرهای قابل مشاهده‌ای وجود دارند که دال بر مقدار زیاد f هستند. به‌عنوان مثال، این مؤلفان نشان داده‌اند که آفرینش ذره در حوالی اجسام جرم‌دار موجود افزایش می‌یابد و طیف انرژی ذرات حاصل شبیه پرتوهای کیهانی پرانرژی است. چگالی انرژی واقعی پرتوهای کیهانی به مقدار f زیاد که در اینجا برگزیده شد نیاز دارد.

۳.۴.۹ منشأ عناصر و زمینهٔ ریزموج

بین سالهای ۱۹۶۴ و ۱۹۶۵ دو ضربهٔ تقریباً مهلک به مدل حالت پایا وارد شد. هر دو ضربه ناشی از ملاحظات مربوط به عالم نخستین و عبارت بودند از، (۱) فراوانی هسته‌های سبک و (۲) کشف زمینهٔ ریزموج. دربارهٔ این دو به اختصار بحث می‌کنیم.

همان‌طورکه در بخش ۵ دیدیم، معلوم شد که ایده‌های گاموف فقط سنتز هسته‌های اولیه سبک را به‌طور موفقیت‌آمیز توصیف می‌کند، که عمدتاً به تولید هلیم و مقدار کمی دوتریم و هسته‌های سبک دیگر می‌انجامد. برای اغلب عناصر، ستارگان محیط مناسب برای سنتز هسته‌ای پی‌درپی را فراهم می‌سازد. این موضوع باعث شد که اغلب منجمان دهۀ ۱۹۵۰ فکر کنند که سنتز هسته‌ای در ستارگان فرایند کلیدی برای تمام عناصر است، زیر حتی هلیم هم در ستارگان تولید می‌شد. این به‌نوبهٔ‌خود باعث شد که منجمان باز هم از ایده‌های گاموف پشتیبانی کنند (نگاه کنید به تمرین ۳۴). بجز هلیم، کشف دوتریم روایت آغازین را معتبرتر ساخت، زیرا هیچ فرایند شناخته‌شده‌ای برای ساخت حتی مقدار اندک دوتریم در ستارگان وجود نداشت. بنابراین، نظریهٔ حالت پایا، که عصر داغی برای ساختن چنین هسته‌هایی نداشت، در توجیه فراوانیهایی مشاهده‌شده دچار مشکل شد.

مورد مربوط به مهبانگ داغ با کشف زمینهٔ ریزموج در سال ۱۹۶۵ حتی شدیدتر شد. مدل حالت پایا هیچ فرایند طبیعی برای نگهداری تابش زمینه در ۳K ~ ندارد و هرگز از این دو ضربه

کاملاً بهبود نیافت. با وجود این، مدل به‌صورت اصلاح‌شده در سالهای ۱۹۹۰ دوباره مورد توجه قرار گرفت و با جنبه‌های اصلی آن را توصیف خواهیم کرد.

۵.۹ کیهان‌شناسی حالت‌ـشبه‌ـپایا

در سال ۱۹۹۳، فرد هویل، جفری بربیج و نگارنده (از این پس HBN) کیهان‌شناسی جدیدی را مطرح کردند که در عین وابستگی شدید به کیهان‌شناسی حالت پایای قبلی، امکان تحول در مقیاسهای زمانی کوتاهتر را فراهم می‌ساخت. این کیهان‌شناسی که به کیهان‌شناسی حالت‌ـشبه‌پایا[1] یا QSSC معروف است از ملاحظات نظریه هویل‌ـنارلیکار سرچشمه می‌گیرد که در فصل ۸ بیان شد. بحث خود را با یک اظهار نظر کلی آغاز می‌کنیم.

می‌دانیم نسبیت عام توصیف کاملی از پدیده‌های گرانشی در حد میدانهای گرانشی ضعیف به‌دست می‌دهد. در فصل ۲ موفقیتهای آن را در زمینهٔ رصدی دیدیم. با این همه، هیچ دلیل تجربی یا رصدی وجود ندارد که درستی کمّی نسبیت عام را برای میدانهای گرانشی قوی مشخص کند. همان‌طور که قبلاً دیدیم، کیهان‌شناسی مهبانگ کار را از شرایط اولیه‌ای همراه با برونیابیهای فراگیر در حوزه گرانشی و فیزیک انرژیهای بالا آغاز می‌کند که برای آنها دلایل روشنی وجود ندارد. بنابراین، وقتی شق دیگری را برای آن در نظر می‌گیریم، بهتر است نقطه‌های ضعف مفهومی رهیافت استاندارد را شناسایی کنیم و راههایی را برای اجتناب از آنها بیابیم. HBN کار را از چیزی آغاز می‌کنند که آن را نقطه ضعف اصلی نسبیت عام می‌دانند، یعنی چیزی که برخلاف بقیهٔ فیزیک مقیاس ناوردا نیست.

همه به این موضوع عادت داریم که نتیجه‌های فیزیک مستقل از یکاهایی باشند که کمیتها را برحسب آنها بیان می‌کنیم. علت آن است‌که نتایج همواره اعداد بی‌بُعد هستند. این وضعیت عادی برای یکاهایی است که در هر نقطهٔ X فضازمان یکسان باقی می‌مانند. اما، آیا چیزی در فیزیک وجود دارد که با تغییر یکاها در نقطه‌های مختلف فضازمان به‌صورت متفاوت تغییر کند؟ با استفاده از طول موج کامپتون ذره‌ای مشخص به عنوان یکای طول و توجه به اینکه $c = ۱$ ایجاب می‌کند که یکاهای زمان و فضا یکسان باشند، می‌توان دربارهٔ تغییرکلی مقیاس طول حاصل از تبدیل شکل زیر

$$\mathrm{d}s^{۲} = g_{ik}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^k \qquad (۲۹.۹)$$

به

$$\mathrm{d}s^{*۲} = \Omega^{۲}(x)g_{ik}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^k \qquad (۳۰.۹)$$

بحث کرد.

1. quasi-steady-state cosmology

در فصل ۸، راجع به تبدیل معروف به تبدیل همدیس به اختصار بحث کردیم. در این تبدیل مختصات فضازمان نقطه‌های X در مسیر ذره ثابت می‌ماند. ویژه‌فاصلهٔ بین نقطه‌های مجاور است که با توجه به انتخاب تابع نرده‌ای دوبار مشتق‌پذیر $\Omega(X)$ تغییر می‌کند. بدیهی است آزمایشهای محدود به مکانهایی که در آنها Ω به صورت قابل ملاحظه‌ای تغییر نمی‌کند تحت تأثیر قرار نمی‌گیرند. با این همه، ممکن است رویدادهای یک مکان از طریق انتشار یک میدان، مانند میدان الکترومغناطیسی، به مکانهای دوردست مرتبط شوند. امکان اینکه فیزیک از $\Omega(X)$ حتی برای مشاهده‌های مربوط به مکانهای با فاصله زیاد تأثیر نپذیرد را شرایطی مطرح می‌کند که در آنها مخروطهای نور در تبدیل (۳۰.۹) متأثر نشوند. البته اگر Ω محدود به شرط معروف به همدیس $\Omega \neq ۰$ باشد. در واقع، معادله‌های ماکسول نسبت به (۳۰.۹) در صورتی که ناوردا هستند که تانسور میدان الکترومغناطیسی تغییر نکند

$$F^*_{ik} = F_{ik} \qquad (۳۱.۹)$$

و با $A^*_i = A_i$ که از تبدیل پیمانه‌ای مناسب به‌دست می‌آید معادله موج برای ۴ـپتانسیل نیز ناوردا خواهد بود. این ناوردایی را ناوردایی همدیس می‌نامند.

چون مختصهٔ مکان ذرات تغییر نمی‌کند، تعداد ذراتی که در حجم معین مختصات سه‌بعدی شمرده می‌شوند باید تغییر نکند، گرچه ویژه حجم سه‌بعدی به‌صورت $\Omega^۳$ تغییر می‌کند. چون $|\psi|^۲$ احتمالهای ذره به‌ازای واحد ویژه ۳ـحجم را اندازه می‌گیرد، بنابراین تابع موج ψ در مکانیک کوانتومی برای تبدیل ψ به ψ^* طبق رابطهٔ زیر ضروری است

$$\psi^* = \Omega^{-۳/۲}\psi \qquad (۳۲.۹)$$

به‌علاوه، فاصلهٔ مختصات فضایی بین دو ذره بی‌تغییر می‌ماند، در حالی که ویژه‌فاصله به اندازهٔ Ω تغییر می‌کند. چون طول موج کامپتون $m^{-۱}$ بعضی ذرات استاندارد مورد اخیر را اندازه می‌گیرد، لازم است که m طبق رابطهٔ زیر به m^* تغییر کند

$$m^* = \Omega^{-۱}m \qquad (۳۳.۹)$$

پس تعداد طول موجهای کامپتون که دو ذره را از هم جدا می‌سازد یکسان باقی می‌ماند. این تداخل را می‌توان با در نظر گرفتن رفتار معادلهٔ دیراک

$$\mathrm{i}\gamma^k \frac{\partial\psi}{\partial x^k} + m\psi = ۰ \qquad (۳۴.۹)$$

تحت تبدیلهایی (۳۰.۹)، (۳۲.۹) و (۳۳.۹) به‌دقت آزمود برای انجام این کار ابتدا باید (۳۴.۹) را به‌فضای ریمانی تعمیم داد، بدین منظور به‌جای (۳۴.۹) می‌نویسیم،

$$i\gamma^k\psi_{;k} + m\psi = 0 \tag{۳۵.۹}$$

و جمله‌های نااقلیدسی را وارد مشتق هموردای میدان اسپینوری ψ می‌کنیم. (در این کتاب به میدانهای اسپینوری نپرداختیم؛ با این همه، می‌توانیم مشتق‌گیری هموردای اسپینوزها را در راستای بردارهایی تعریف کنیم که در فصل ۲ بررسی کردیم.) سپس می‌توانیم ناوردایی همدیس معادلهٔ دیراک، یعنی تبدیل (۳۵.۹) به رابطهٔ زیر را به‌دست دهیم

$$i\gamma^{*k}\psi^*_{;k} + m^*\psi^* = 0 \tag{۳۶.۹}$$

چون مکانیک کوانتومی نسبت به (۳۰.۹) ناوردا و در معرض (۳۳.۹) و (۳۴.۹) است و چون میدان الکترومغناطیسی نیز ناوردای همدیس است، پس مربوط به الکترودینامیک کوانتومی است. تحولات اخیر فیزیک در زمینهٔ فضاهای مجرد ذرات را نیز مقیاس‌ـناوردا در نظر می‌گیریم. پس چرا گرانش باید تنها جنبهٔ فیزیک باشد که چنین نیست؟ HBN احساس کردند که اولین گام به سوی شناخت بهتر از کیهان‌شناسی باید علاج این نارسایی باشد و برای این کار دریافتند که صورت‌گرایی نظریهٔ گرانی هویل‌ـنارلیکار که در فصل پیش بیان شد به‌صورت قابل تحسینی مناسب است. بنابراین این صورت‌گرایی را با توجه با QSSC دوباره بیان می‌کنیم.

کار را با یافتن کُنشی آغاز می‌کنیم که مقدار آن براثر تبدیل مقیاس تغییر نکند. برای مجموعه‌ای از ذرات $a, b, \cdots$ به جرمهای $m_a, m_b, \ldots$ شکل کُنش به‌صورت زیر است

$$\mathcal{A} = -\sum_a \int m_a(\mathrm{A})\mathrm{d}sa \tag{۳۷.۹}$$

که امکان تغییر جرم برحسب مکان در فضازمان ایجاب می‌کند که جرم $m_a(\mathrm{A})$ مربوط به ذرهٔ a در نقطه‌های مختلف Aی مسیرش تغییر کند؛ همین‌طور برای دیگر ذرات.

با $\mathrm{d}s^*_a = \Omega\ \mathrm{d}s_a$ و $m^*_a = \Omega^{-1}m_a$ بدیهی است که (۳۷.۹) نسبت تبدیل (مقیاس) همدیس ناورداست. در فصل پیش دیدیم که خمیدگی نرده‌ای به‌صورت زیر تبدیل می‌شود

$$R^* = \Omega^{-2}(R + 6\Omega^{-1}\Box\Omega) \tag{۳۸.۹}$$

و به همین اندازه روشن است که جملهٔ هیلبرت معمولی که به تانسور اینشتین می‌انجامد ناوردای همدیس نیست. بدین سبب است که معادله‌های نسبیت عام ناوردای همدیس نیستند. چون قبلاً

می‌توان متوجه این موضوع شد، در کنش کارآمد برای نسبیت عام، دارای ترکیب عجیبی از کمیتهای فیزیکی و هندسی هستیم، بدون شک در اینجاست که باید تغییری صورت گیرد. پژوهشها نشان می‌دهند که هرگونه کوشش در جهت جایگزین کردن جملهٔ هیلبرت معمولی با کمیت هندسی دیگر موفقیت‌آمیز نخواهد بود، بنابراین (۳۷.۹) به‌عنوان تنها امکان باقی می‌ماند، امکانی که سادگی آن شگفت‌انگیز است. معادله‌های گرانش را باید طبق معمول با تغییر مختصر در تانسور متریک، $g_{ik} \to g_{ik} + \delta g_{ik}$ در یک حجم کلی چهار بعدی با $\delta g_{ik} = ۰$ در مرز این حجم به‌دست آورد. نتیجه را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$\delta \mathcal{A} = -\frac{۱}{۲} \int [T^{ik} + (?)] \delta g_{ik} \sqrt{-g}\, \mathrm{d}^۴ x \qquad (۳۹.۹)$$

که تانسور انرژی تکانهٔ T^{ik} شکل عادی خود را دارد

$$T^{ik}(\mathrm{X}) = \sum_a \int m_a(\mathrm{A}) \frac{\delta_۴(\mathrm{X},\, \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}} \frac{\mathrm{d}a^i}{\mathrm{d}s_a} \frac{\mathrm{d}a^k}{\mathrm{d}s_a} \mathrm{d}s_a \qquad (۴۰.۹)$$

و (?) تانسوری است که شکل آن را ویژگی جرم ذرات، یعنی تغییرات $m_a(\mathrm{X}), m_b(\mathrm{X}), \ldots$ نسبت به مکان در فضا زمان تعیین می‌کند. معادله‌های گرانشی که از اصل کُنش مانا، $\delta \mathcal{A} = ۰$ برای همهٔ δg_{ik} به‌دست می‌آیند، صرفاً به‌صورت زیرند

$$T^{ik} + (?) = ۰ \qquad (۴۱.۹)$$

اکنون «میدان جرم» $M(\mathrm{X})$ را طوری انتخاب کنید که در رابطهٔ زیر صدق کند

$$\Box_{\mathrm{X}} M(\mathrm{X}) + \frac{۱}{۶} R M(\mathrm{X}) = \sum_a \int \frac{\delta_۴(\mathrm{X},\, \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}} \mathrm{d}s_a \qquad (۴۲.۹)$$

معادلهٔ (۴۲.۹) دارای هر دو جواب تعجیلی و تأخیری است. جزئیات جواب تعجیلی $M^{\mathrm{adv}}(\mathrm{X})$ و جواب تأخیری $M^{\mathrm{ret}}(\mathrm{X})$ را به‌صورت زیر بیان می‌کنیم. $M^{\mathrm{ret}}(\mathrm{X})$ باید جواب به اصطلاح اصلی در حد فضازمان تخت باشد. این ابهام ناشی از به‌دست آمدن $M^{\mathrm{ret}}(\mathrm{X})$ از معادلهٔ موج همگن را برطرف می‌سازد. ابهام نظیر آن برای $M^{\mathrm{adv}}(\mathrm{X})$ را می‌توان با این شرط فیزیکی که میدانهای بدون چشمه باید برابر صفر باشند برطرف کرد، زیرا

$$\Box [M^{\mathrm{adv}} - M^{\mathrm{ret}}] + \frac{۱}{۶} R [M^{\mathrm{adv}} - M^{\mathrm{ret}}] = ۰ \qquad (۴۳.۹)$$

پیامد فوری این شرط مرزی آن است که $M^{\rm ret} - M^{\rm adv}$، که بدون چشمه است، باید صفر باشد، به‌طوری که

$$M^{\rm adv}({\rm X}) = M^{\rm ret}({\rm X}) = M({\rm X}) \qquad (۴۴.۹)$$

اکنون معادله‌های گرانشی را می‌توان با قرار دادن

$$m_a({\rm A}) = M({\rm A}) \qquad m_b({\rm B}) = M({\rm B}), \ldots \qquad (۴۵.۹)$$

به دست آورد. می‌توان تانسور (?) را تعیین کرد و همین‌طور نشان داد که در تبدیل همدیس، جرم میدان $M({\rm X})$ مانند مورد (۳۳.۹) تبدیل می‌شود

$$M^*({\rm X}) = \Omega^{-۱}({\rm X}) M({\rm X}) \qquad (۴۶.۹)$$

نتیجه‌ای که از شکل معادلهٔ موج (۴۳.۹) به‌دست می‌آید (برای جزئیات به‌دست آوردن آن نگاه کنید به کتاب تألیف هویل و نارلیکار (۱۹۴۷، ص ۱۱۱) که در کتاب‌شناسی آمده است):

$$K(R_{ik} - \frac{۱}{۲} g_{ik} R) = -T_{ik} + M_i M_k - \frac{۱}{۲} g_{ik} g^{pq} M_p M_q + g_{ik} \Box K - K_{;ik} \quad (۴۷.۹)$$

که

$$K = \frac{۱}{۶} M^۲ \qquad (۴۸.۹)$$

این معادله‌های گرانشی مقیاس‌ـناوردا هستند. شاید عجیب به‌نظر برسد، که از شروعی ساده‌تر از کُنش معمول اینشتین‌ـهیلبرت نتیجه‌ای پیچیده‌تر به‌دست آید؛ اما به نظر می‌رسد که این ویژگی قانونهای فیزیک باشد: هرچه بیان کلی اولیه آنها ساده‌تر و دقیقتر باشد پیامدهای تفصیلی و خاص آنها پیچیده‌تر می‌شود. با این همه، ناوردایی همدیس نظریه به کمک ما می‌آید. زیرا، باعث تغییر مقیاس زیر می‌شود

$$\Omega({\rm X}) = M({\rm X}) / \tilde{m}_۰ \qquad (۴۹.۹)$$

که $\tilde{m}_۰$ ثابتی با ابعاد $M({\rm X})$ است. پس از تغییر مقیاس، جرم ذره در همه‌جا $\tilde{m}_۰$ می‌شود و جمله‌های مشتق، برحسب جرم تبدیل‌یافته، از معادله‌های گرانشی حذف می‌شوند. سپس، با تعریف ثابت گرانش G به‌صورت زیر

$$G = \frac{۳}{۴\pi \tilde{m}_۰^۲} \qquad (۵۰.۹)$$

معادلهٔ (۴۷.۹) شکل نسبیت عام را به‌خود می‌گیرد

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -8\pi G T_{ik} \qquad (51.9)$$

اکنون معلوم می‌شود که چرا معادله‌های نسبیت عام مقیاس‌ـناوردا نیستند. معادله‌های مقیاس‌ـناوردای (۴۷.۹) نسبت به مقیاسی خاص، یعنی مقیاسی که در آن جرم ذرات در همه‌جا یکسان است، به‌صورت این معادله‌ها درمی‌آیند.

۶.۹ ذرات پلانک

از معادلهٔ موج (۴۷.۹) به راحتی می‌توان دید که $M(\mathrm{X})$ دارای ابعاد (طول)$^{-1}$ است و همین‌طور برای $\tilde{m}_0$. در فیزیک ذرات اغلب از یکاهایی استفاده می‌شود که برای آنها هم سرعت نور c و هم ثابت پلانک $\hbar$ برابر واحد هستند و برحسب این یکاها جرم دارای ابعاد (طول)$^{-1}$ است. اگر فرض کنیم که این یکاها در بحث بالا به‌کار می‌روند، از (۵۰.۹) به‌دست می‌آوریم،

$$\tilde{m}_0 = [3/(4\pi G)]^{1/2} \qquad (52.9)$$

که با $c = \hbar = 1$، جرم ذرهٔ پلانک می‌شود. این نشان می‌دهد که در نظریهٔ گرانش بدون برهم‌کنشهای فیزیکی دیگر، ذرات باید دارای جرم (۵۲.۹) باشند، که برحسب یکاهای عملی معمولی با استفاده از مقدار G تجربی در حدود 10^{-5} g به‌دست آمده است.

اگر m_{P} جرم ذرات نسبت به یکایی تجربی باشد و یکاهای عملی تجربی را برای زمان و طول نیز در نظر بگیریم، به‌طوری که دیگر c و $\hbar$ برابر واحد نشوند. خواهیم داشت

$$\tilde{m}_0 = m_{\mathrm{P}} c/\hbar \qquad (53.9)$$

معادله‌های گرانشی (۵۱.۹) عبارت‌اند از

$$\frac{1}{6}\tilde{m}_0^2 \left(R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R\right) = -\sum_a \tilde{m}_0 \int \frac{\delta_4(\mathrm{X},\ \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}} \frac{\mathrm{d}a^i}{\mathrm{d}s_a} \frac{\mathrm{d}a^k}{\mathrm{d}s_a}\, \mathrm{d}s_a \qquad (54.9)$$

طرف راست تانسور انرژی تکانهٔ ذرات $a, b, \ldots$ است. با استفاده از (۵۳.۹) برای جایگزین کردن $\tilde{m}_0$ با m_{P} به‌دست می‌آوریم

$$R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R = -\frac{6\hbar}{c^3 m_{\mathrm{P}}^2} \sum_a m_{\mathrm{P}} c^2 \int \frac{\delta_4(\mathrm{X},\ \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}} \frac{\mathrm{d}a^i}{\mathrm{d}s_a} \frac{\mathrm{d}a^k}{\mathrm{d}s_a}\, \mathrm{d}s_a \qquad (55.9)$$

با مساوی قرار دادن $8\pi G/c^4$ با $6\hbar/(m_P^2 c^3)$، اینها به‌صورت معادله‌های نسبیت عام در می‌آیند، یعنی، برای

$$m_P = \left(\frac{3\hbar c}{4\pi G}\right)^{1/2} \tag{۵۶.۹}$$

وقتی از مقدار G که به‌صورت تجربی تعیین شده است در معادلهٔ (۵۶.۹) استفاده کنیم، این مقدار جرم ذرهٔ پلانک، یعنی $1{,}06 \times 10^{-5}$ می‌شود که در بالا گفتیم. به‌زودی خواهیم دید که ذرهٔ پلانک در QSSC نقشی کلیدی به عنوان ذرهٔ بنیادی دارد که باید آفریده شود. با این همه، قبل از پرداختن به این جنبه از نظریه، می‌خواهیم نگاهی دیگر به امکان داشتن یک ثابت کیهان‌شناختی در این کیهان‌شناسی اندازیم.

۷.۹ ثابت کیهان‌شناختی

به‌خاطر دارید که در فصل پیش به این نتیجه رسیدیم که اگر معادلهٔ موج به‌دست آمده برای لختی خطی باشد، صورت‌گرایی بالا به معادلهٔ اینشتین بدون ثابت کیهان‌شناختی می‌انجامد. اکنون نشان می‌دهیم که اگر فرض خطی بودن را حذف کنیم، نظریه وجود یک ثابت کیهان‌شناختی را به‌صورت طبیعی مجاز می‌دارد. به‌علاوه، اندازهٔ آن را ساختار بزرگ‌ـمقیاس عالم تعیین می‌کند.

اگر $M^{(a)}(\mathrm{X}), M^{(b)}(\mathrm{X}), \ldots$ را میدانهای جرم حاصل از تک‌تک ذرات پلانک $a, b, \ldots$ در نظر بگیریم، میدان جرم کل

$$M(\mathrm{X}) = \sum_a M^{(a)}(\mathrm{X}) \tag{۵۷.۹}$$

هنگامی در معادلهٔ موج (۴۲.۹) صدق می‌کند که $M^{(a)}, M^{(b)}, \ldots$ در معادلهٔ زیر صادق باشند

$$\Box M^{(a)} + \frac{1}{6} R M^{(a)} = \int \frac{\delta_4(\mathrm{X}, \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}}\, \mathrm{d}s_a, \ldots \tag{۵۸.۹}$$

ناوردایی مقیاس کمی ایجاب می‌کند که تبدیل همهٔ میدانهای جرم به‌صورت

$$M^{*(a)} = M^{(a)} \Omega^{-1} \tag{۵۹.۹}$$

نسبت به تغییر مقیاس Ω باشد، وقتی هر دو طرف راست و چپ معادلهٔ موج به فرم ستاره‌دار خود ضرب در Ω^{-3} تبدیل می‌شوند، یعنی طرف چپ معادلهٔ (۵۸.۹) به $\Omega^{-3}(\Box M^{*(a)} + \frac{1}{6} R^* M^{*(a)})$

و طرف راست آن به

$$\Omega^{-3} \int \frac{\delta_4(\mathrm{X}, \mathrm{A})}{\sqrt{-g^*(\mathrm{A})}}\, \mathrm{d}s_a^*$$

تبدیل می‌شود. در این صورت ضریب Ω^{-3} حذف می‌شود و معادلهٔ ناوردای مناسبی به‌دست می‌آید. بدیهی است که این حذف شدن در صورتی بدون تأثیر است که به‌جای معادلهٔ موج (۵۸.۹) که M^a در آن صدق می‌کند، داشته باشیم

$$\Box M^{(a)} + \frac{1}{6} R M^{(a)} + M^{(a)^3} = \int \frac{\delta_4(\mathrm{X}, \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}}\, \mathrm{d}s_a \qquad (۶۰.۹)$$

چون جملهٔ مکعب نسبت به Ω به‌صورت $M^{*(a)^3}\Omega^{-3}$ تبدیل می‌شود. تغییر از (۵۸.۹) به (۶۰.۹) ناوردایی مقیاس را ظاهراً درگسترده‌ترین شکل آن حفظ می‌کند. چون قانونهای فیزیک از جنبه‌های دیگر ویژگیهایی با پهن‌ترین گسترهٔ سازگار با شکلهای ناوردایی مربوطه را اختیار می‌کنند؛ شاید فکر کنیم که در اینجا نیز باید چنین باشد، که در این صورت (۶۰.۹) به‌جای (۵۸.۹) معادله موج صحیح برای $M^{(a)}$ است؛ و همین‌طور ...، $M^{(b)}$ میدانهای جرم سایر ذرات پلانک‌اند.

با این همه، این انحراف از خطی بودن در معادله‌های موج تک‌تک ذرات مانع از به‌دست آوردن معادله‌ای مشابه برای $M = \sum_a M^{(a)}$ می‌شود. با وجود این، افزودن تک‌تک معادله‌ها را می‌توان در عالمی همگن در نظرگرفت تا به معادله موجی تقریبی برای M به‌صورت زیر بینجامد

$$\Box M + \frac{1}{6} R M + \Lambda M^3 = \sum_a \int \frac{\delta_4(\mathrm{X}, \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}}\, \mathrm{d}s_a \qquad (۶۱.۹)$$

$$\Lambda = N^{-2} \qquad (۶۲.۹)$$

که N تعداد مؤثر ذرات سهیم در مجموع $\sum_a M^{(a)}$ است. این مجموع را می‌توان با قطع اولبرس گونه‌ای تعیین کرد، که بخش عالم اطراف نقطهٔ X تا انتقال به سرخ از مرتبهٔ واحد در $M(\mathrm{X})$ آن دخیل است. در عالم قابل مشاهده این جرم کل در حدود $\sim 10^{22} M_\odot$ می‌شود که برای $\sim 2 \times 10^{60}$ ذرهٔ پلانک کافی است. با این مقدار N

$$\Lambda \simeq 2{,}5 \times 10^{-121} \qquad (۶۳.۹)$$

گام بعدی توجه به این نکته است که معادلهٔ موج (۶۰.۹) به‌صورت متداول نظریهٔ میدان از

$\delta A = 0$ برای تابع نرده‌ای $M \to M + \delta M$ هنگامی به‌دست می‌آید که به رابطهٔ زیر اعمال شود

$$\mathcal{A} = -\frac{1}{2}\int \left(M_i M^i - \frac{1}{6}RM^2\right)\sqrt{-g}\, \mathrm{d}^4x + \frac{1}{4}\Lambda \int M^4 \sqrt{-g}\, \mathrm{d}^4x - \sum_a \int \frac{\delta_4(\mathrm{X}, \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}} M(\mathrm{X})\, \mathrm{d}s_a \qquad (۶۴.۹)$$

در مقیاسی که در آن M در همه‌جا m_{P} است، جملهٔ مشتق در (۶۴.۹) از میان می‌رود و چون $G = 3/(4\pi m_{\mathrm{P}}^2)$ است. جمله برحسب R همان جملهٔ هیلبرت می‌شود، انتگرالهای خطی نیز چنین‌اند؛ از شرط اینکه جمله‌های باقیمانده یکسان باشند به‌دست می‌آوریم

$$\lambda = -3\Lambda m_{\mathrm{P}}^2 \qquad (۶۵.۹)$$

بنابراین نه تنها ثابت کیهان‌شناختی که اندازه‌اش را نیز به‌دست آورده‌ایم، چیزی که فراتر از دیدگاه معمولی نظریه است. با در نظر گرفتن Λ برابر 2.5×10^{-121} مانند (۶۳.۹) و با m_{P} برابر عکس طول موج کامپتون ذرهٔ پلانک، $\sim 3 \times 10^{32}\mathrm{cm}^{-1}$، از (۶۵.۹) به‌دست می‌آوریم

$$\lambda \simeq -2 \times 10^{-56}\ \mathrm{cm}^{-2} \qquad (۶۶.۹)$$

که با مقداری که قبلاً برای λ فرض کردیم سازگاری نزدیک دارد. در کیهان‌شناسی مهبانگ کلاسیک هیچ نظریهٔ دینامیکی وجود ندارد که اندازهٔ λ را به چگالی یا مرتبه سایر ویژگیهای فیزیکی ماده مرتبط سازد. برای سازگاری رصدی فرض می‌کنیم که λ اکنون از مرتبهٔ (۶۶.۹) است. اما، علامت ثابت کیهان‌شناختی در اینجا منفی به‌دست می‌آید. به‌طوری که خواهیم دید، این اختلاف مهم مسئول تولید نوسانهای کراندار است. اگرچه، در کیهان‌شناسی استاندارد، λ مثبت در نظر گرفته می‌شود، اما بعداً در این فصل خواهیم دید که در چارچوب کیهان‌شناسی مورد بحث در اینجا، λی منفی با مشاهده‌ها ناسازگار نیست.

به‌دست آوردن λی دینامیکی در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد در صورتی امکان‌پذیر است که به عصرهای تورمی نخستین برویم. با این همه، مقادیر λ که از این نوع محاسبه‌ها به‌دست می‌آید به‌صورت ناراحت‌کننده‌ای بزرگ، و در حدود 10^{108}_10^{120} برابر مقداری است که از (۶۶.۹) به‌دست می‌آید. پس مسئله به این صورت در می‌آید که چگونه مقدار λ را از این مقادیر زیاد به گسترهٔ قابل قبول کنونی کاهش دهیم. برخلاف آن، برای به‌دست آوردن رابطهٔ کنونی با فرضهای نظری اندک به گسترهٔ قابل قبولی از مقادیر می‌رسیم. همین‌طور، رضایت خاطر در مشاهدهٔ این را هم داریم که کوچکی آن با عدد بزرگ N مرتبط می‌شود.

ذرات پلانک، هنگامی که به‌جای جفت‌شدگی جرم آنها مقادیر مربوط به ثانویه‌های پایدار را قرار دهیم، در معرض واپاشی سریع قرار می‌گیرند. رابطهٔ (۶۶.۹) در صورتی همچنان معتبر می‌ماند که ذرات ثانویه به همان طورت متناسب با جملهٔ مکعبی با هم برهم‌کنش کنند که ذرات پلانک اولیه با یکدیگر داشتند.

۸.۹ آفرینش ماده

اکنون به تفاوت بنیادی QSSC با کیهان‌شناسی استاندارد، یعنی امکان آفرینش گاه‌به‌گاه مادهٔ جدید می‌پردازیم. همان‌طور که خواهیم دید، اصل کُنش این امکان را صرفاً با این فرض مجاز می‌شمارد که جهانخطهای ذره بی‌پایان نباشند. بنابراین، یک جهانخط ممکن است در نقطهٔ معین A_0 فضازمان آغاز شود و در نقطهٔ معین دیگر A_1 پایان یابد. این بدان معنی است که ذره آفریده، و پس از عمر محدود، نابوده شده است. آیا نظریه می‌تواند دینامیک این فرایند «آفرینش/نابودی» را با همان اصل کُنش توصیف کند؟ پاسخ «آری» است. همان‌طور که قبلاً دیدیم، جرم مشخصهٔ ذره که از ترکیب ثابتهای بنیادی c، $\hbar$، و G به‌دست می‌آید جرم پلانک است. بنابراین، فرض می‌کنیم که ذرهٔ نوعی که باید در این فرایند اولیه آفریده شود ذرهٔ پلانک است.

نمونه‌ای از ذرهٔ پلانک a از A_0 تا $A_0 + \delta A_0$ وجود دارد و در طولی آن n ذرهٔ ثانویه پایدار، $n \simeq 6 \times 10^{18}$، $a_1, a_2, \ldots, a_n$ وامی‌پاشد. مهم هر ذرهٔ ثانویه در میدان‌جرم $m^{(a_r)}(\mathrm{X})$ می‌شود، که جواب اصلی معادلهٔ موج زیر است

$$\Box m^{(a_r)} + \frac{1}{6} R m^{(a_r)} + n^2 m^{(a_r)^3} = \frac{1}{n} \int_{A_0 + \delta A_0} \frac{\delta_4(\mathrm{X}, \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}}\, \mathrm{d}a \qquad (67.9)$$

در حالی که موجودیت کوتاه a سهم $c^{(a)}(\mathrm{X})$ را دارد که در معادلهٔ زیر صدق می‌کند

$$\Box c^{(a)} + \frac{1}{6} R c^{(a)} + c^{(a)^3} = \int_{A_0}^{A_0 + \delta A_0} \frac{\delta_4(\mathrm{X}, \mathrm{A})}{\sqrt{-g(\mathrm{A})}}\, \mathrm{d}a \qquad (68.9)$$

با مجموعیابی $c^{(a)}$ برای $a, b, \ldots$ به‌دست می‌آوریم

$$c(\mathrm{X}) = \sum_a c^{(a)}(\mathrm{X}) \qquad (69.9)$$

در حالی که سهم ذرات پلانک در جرم کل $M(\mathrm{X})$ در دورهٔ موجودیت کوتاهشان

$$\sum_a \sum_{r=1}^{n} m^{(a_r)}(\mathrm{X}) = m(\mathrm{X}) \qquad (70.9)$$

سهم ذرات پایدار را می‌دهد.

اگرچه $c(\mathrm{X})$ در تابع جرم کل سهیم است

$$M(\mathrm{X}) = c(\mathrm{X}) + m(\mathrm{X}) \tag{۷۱.۹}$$

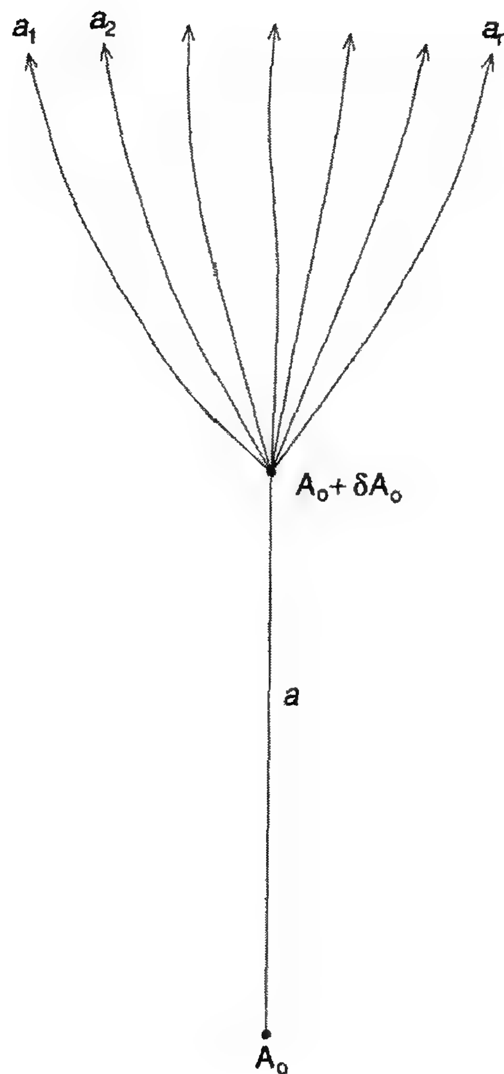
اما این سهم معمولاً نسبت به $M(\mathrm{X})$ کوچک است، یعنی این تفاوت وجود دارد که گرچه $m(\mathrm{X})$ اصولاً میدانی هموار است، اما $c(\mathrm{X})$ دارای افت‌وخیزهای بسیار سریع است و در نتیجه می‌تواند سهم زیادی در مشتقهای $c(\mathrm{X})$ داشته باشد. مثلاً، سهم ذرهٔ پلانک a در $c(\mathrm{X})$ عمدتاً بین دو مخروط نور قرار دارد که یکی از $A_\circ$ است و دیگری از $A_\circ + \delta A_\circ$. در امتداد یک خط زمان‌گونه که این دو مخروط را قطع می‌کند مشارکت در $c(\mathrm{X})$ از صفر در خطی که از $A_\circ$ می‌آید به مقداری بیشینه می‌رسد و سپس عملاً در عبور از مخروط نور دوم از $A_\circ + \delta A_\circ$ به صفر فرو می‌افتد. بنابراین در مشتق زمانی $c^{(a)}(\mathrm{X})$ عکس اختلاف زمان بین دو مخروط نور دخیل است. این رابطهٔ معکوس، تداوم کوتاه جملهٔ چشمه در طرف راست (۶۸.۹) را خنثی می‌کند. عامل مورد نظر در حدود زمان واپاشی τ ذرات پلانک، $\sim ۱۰^{-۴۳}\ \mathrm{s}$ است. τ هر چقدر که کوچک باشد، کاهش شدت چشمهٔ $c^{(a)}(\mathrm{X})$ در مشتقهای $c^{(a)}(\mathrm{X})$ بازیافت می‌شود، که در نتیجه نمی‌توان آنها را از معادله‌های گرانشی حذف کرد (نگاه کنید به شکل ۳.۹).

مشتقهای $c^a(\mathrm{X}), c^{(b)}(\mathrm{X}), \ldots$ می‌توانند منفی یا مثبت باشند، به‌طوری که در میانگین‌گیری روی تعداد زیادی ذرهٔ پلانک، جمله‌های خطی در مشتقها از بین می‌روند. بنابراین، چون فعلاً ثابت کیهان‌شناختی را حذف می‌کنیم، نشان دادن اینکه پس از این میانگین‌گیری معادله‌های گرانشی به‌صورت زیر درمی‌آیند مشکل نیست

$$R_{ik} - \frac{۱}{۲} g_{ik} R = \frac{۶}{m^۲}\Bigg[- T_{ik} + \frac{۱}{۶}(g_{ik}\Box m^۲ - m^۲_{;ik}) + \left(m_i m_k - \frac{۱}{۲} g_{ik} m_l m^l \right) + \frac{۲}{۳}\left(c_i c_k - \frac{۱}{۴} g_{ik} c_l c^l \right) \Bigg] \tag{۷۲.۹}$$

چون همین معادلهٔ موج هم برای $c(\mathrm{X})$ به کار می‌رود و هم $m(\mathrm{X})$، نظریه مقیاس-ناوردا باقی می‌ماند. بنابراین می‌توان تغییر مقیاسی را وارد کرد که $M(\mathrm{X}) = m(\mathrm{X}) + c(\mathrm{X})$ را به یک ثابت تبدیل کند، یا تغییر مقیاسی که $m(\mathrm{X})$ را ثابت گرداند. فقط تغییری که $m(\mathrm{X})$ را به ثابت تبدیل می‌کند، یعنی

$$\Omega = m(\mathrm{X})/m_{\mathrm{P}} \tag{۷۳.۹}$$



شکل ۳.۹ یک ذره پلانک در $A_\circ$ آفریده می‌شود و به‌زودی در $A_\circ + \delta A_\circ$ به تعداد زیادی باریون، مزون، فوتون و غیره وامی‌پاشد. میدان-C ناشی از این کش‌وقوس دارای اندازه کوچک ولی مشتقها بزرگ است.

این امتیاز را دارد که موجکهای با تغییرات سریع را وارد تانسور متریک نمی‌کند. این موجکها اگرچه دارای دامنهٔ کوچک‌اند، اما سهم آنها در مشتقهای تانسور ریمان قابل چشمپوشی نیست، پس بهتر است از آنها اجتناب کنیم، ساده‌سازی با (۷۳.۹) این مشکل را به‌وجود نمی‌آورد، بدین سبب است که جدا کردن بخش اصلی هموار $M(\mathrm{X})$ در (۷۲.۹) اکنون امتیازی به‌حساب می‌آید، و معادله‌های گرانشی به‌صورت ساده زیر در می‌آیند

$$۸\pi G = \frac{۶}{m_{\mathrm{P}}^{۲}}, \qquad m_{\mathrm{P}} = \mathrm{const.} \tag{۷۴.۹}$$

$$R_{ik} - \frac{۱}{۲} g_{ik} R = -۸\pi G [T_{ik} - \frac{۲}{۳}(c_i c_k - \frac{۱}{۴} g_{ik} c_l c^l)] \tag{۷۵.۹}$$

با استفاده از متریک (۴۵.۳) با $k = ۰$، معادله‌های دینامیکی برای عامل مقیاس $S(t)$ عبارت‌اند از

$$\frac{۲\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^۲}{S^۲} = \frac{۴\pi}{۳} G \bar{\dot{c}^۲} \tag{۷۶.۹}$$

$$\frac{۳\dot{S}^۲}{S^۲} = ۸\pi G \left(\bar{\rho} - \frac{۱}{۲} \bar{\dot{c}^۲} \right) \tag{۷۷.۹}$$

که $\bar{\rho}$ چگالی جرمی میانگین ذره و $\bar{\dot{c}^۲}$ مقدار میانگین $\dot{c}^۲$ است، مقدار میانگین جمله‌های خطی c و $\dot{c}$ صفر است. از رابطهٔ بالا به‌راحتی می‌توان نشان داد

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{۳\dot{S}}{S} \bar{\rho} = \frac{۱}{۲} \left(\frac{\partial \bar{\dot{c}^۲}}{\partial t} + \frac{۴\dot{S}}{S} \bar{\dot{c}^۲} \right) \tag{۷۸.۹}$$

اگر در زمان خاص ماده‌ای آفریده نشود، طرف چپ (۷۸.۹) با $\bar{\rho} \propto S^{-۳}$ صفر می‌شود. اگر طرف راست نیز در آن زمان صفر باشد، $\bar{\dot{c}^۲} \propto S^{-۴}$. علامت جملهٔ $\bar{\dot{c}^۲}$ در (۷۷.۹) مربوط به یک فشار منفی و مشخصهٔ میدانهایی است که وارد مدلهای کیهان‌شناختی تورمی می‌شوند. مفهوم ذرات پلانک باعث ظاهر شدن یک فشار منفی می‌شود. در واقع، انرژی مثبت ذرات آفریده‌شده، در (۷۶.۹) $\ddot{S}/S$ را زیاد می‌کند و در نتیجه باعث انبساط عالم می‌شود. می‌توان گفت که عالم به‌واسطهٔ آفرینش ماده منبسط می‌شود. این دو به‌هم وابسته‌اند زیرا دیورژانس طرف راست معادله‌های گرانشی (۷۵.۹) صفر است.

همان‌گونه که از این ویژگی پایستگی انتظار می‌رود، علامت جملهٔ $\bar{\dot{c}^۲}$ در (۷۷.۹) مربوط به میدان انرژی منفی است. در فیزیک معمولاً از این میدانها اجتناب می‌کنند، زیرا در فضازمان تخت ناپایداریهای فاجعه‌آمیزی را تولید می‌کنند ــ آفرینش ماده با انرژی مثبت، یک جمله $\bar{\dot{c}^۲}$ با انرژی منفی تولید می‌کند که باعث تولید مادهٔ بیشتر و $\bar{\dot{c}^۲}$ باز هم بزرگتر می‌شود، و *الی‌آخر*. در اینجا تأثیر به‌صورت انبساط فضای موضعی از طریق فورانهای انفجاری از ناحیه‌هایی است که در آنها این ناپایداریها وجود دارند، و از طریق جملهٔ $\bar{\dot{c}^۲}$ در (۷۶.۹) افزایش سریعی را در $\ddot{S}$ به‌وجود می‌آورد. بنابراین مکانهای آفرینش ماده بالقوه انفجاری هستند. انبساط انفجاری فضا باعث کنترل فرایند آفرینش می‌شود و مانع از فروریختن انفجاری به ترازهای انرژی منفی می‌شود.

این شرط از این نظر که فعالیت پرانرژی، آن چنانی که در اجرام شبه‌ستاره‌ای و هسته‌های کهکشانی فعال و غیره دیده می‌شود، همهٔ فورانهای انفجاری است، با اختر فیزیک رصدی سازگاری

دارد. جایگاه‌های فراوانی که در آنها فعالیت پرتو X و پرتو γ برقرار است، در نظریهٔ کنونی مکانهایی‌اند که در آنها آفرینش ماده در حال وقوع است.

با ترکیب ایده‌های بالا دربارهٔ آفرینش ماده و ایده‌های مربوط به ثابت کیهان‌شناختی که در بخش ۷.۹ بررسی شد، اکنون معادله‌های میدان به‌صورت زیر در می‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \lambda g_{ik} = -8\pi G [T_{ik} - \frac{2}{3}(c_i c_k - \frac{1}{4} g_{ik} c_l c^l)] \qquad (79.9)$$

بحث آنچه مدل کیهان‌شناختی حالت پایا (QSSC) خوانده می‌شود مبتنی بر معادلهٔ (۷۹.۹) است. می‌توان ارتباط آن با میدان-C کیهان‌شناسی حالت پایای قبلی را نیز به‌دست داد. می‌نویسیم

$$C(\mathrm{X}) = \tau c(\mathrm{X}) \qquad (80.9)$$

که τ طول عمر واپاشی ذره پلانک است، کُنش مربوط به ذرات پلانک $a, b, \ldots$

$$-\sum_a \int_{A_0}^{A_0 + \delta A_0} c(\mathrm{A}) \mathrm{d}a \qquad (81.9)$$

را می‌توان به‌صورت زیر تقریب زد

$$-C(A_0) - C(B_0) - \cdots \qquad (82.9)$$

که شکل آن را در کیهان‌شناسی حالت پایا به‌کار می‌بریم.

بنابراین به‌جای معادله‌های (۷۹.۹) می‌نویسیم

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \lambda g_{ik} = -8\pi G [T_{ik} - f(C_i C_k - \frac{1}{4} g_{ik} C_l C^l)] \qquad (83.9)$$

که ثابت جفت‌شدگی قبلی f به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$f = \frac{2}{3\tau^2} \qquad (84.9)$$

(به خواننده یادآوری می‌کنیم که سرعت نور را $c = 1$ در نظر گرفته‌ایم.)

اکنون این پرسش مطرح می‌شود که چرا مشاهده‌های اخترفیزیکی نشان می‌دهند که آفرینش ماده در بعضی جاها صورت می‌گیرد و در جاهای دیگر صورت نمی‌گیرد. برای اینکه آفرینش

در نقطه‌های $B_\circ\,,A_\circ$ صورت گیرد به لحاظ کلاسیک کُنش نباید با تغییر مکانهای مختصر این نقطه‌ها در فضازمان تغییر کند، که قبلاً نشان دادیم ایجاب می‌کند که

$$C_i(A_\circ)C^i(A_\circ) = C_i(B_\circ)C^i(B_\circ) = \cdots = m_{\rm P}^{۲} \qquad (۸۵.۹)$$

به‌طور دقیقتر، باید $c({\rm X})$ در $B_\circ\,,A_\circ$ برابر $m_{\rm P}$ باشد.

$$c(A_\circ) = c(B_\circ) = \cdots = m_{\rm P} \qquad (۸۶.۹)$$

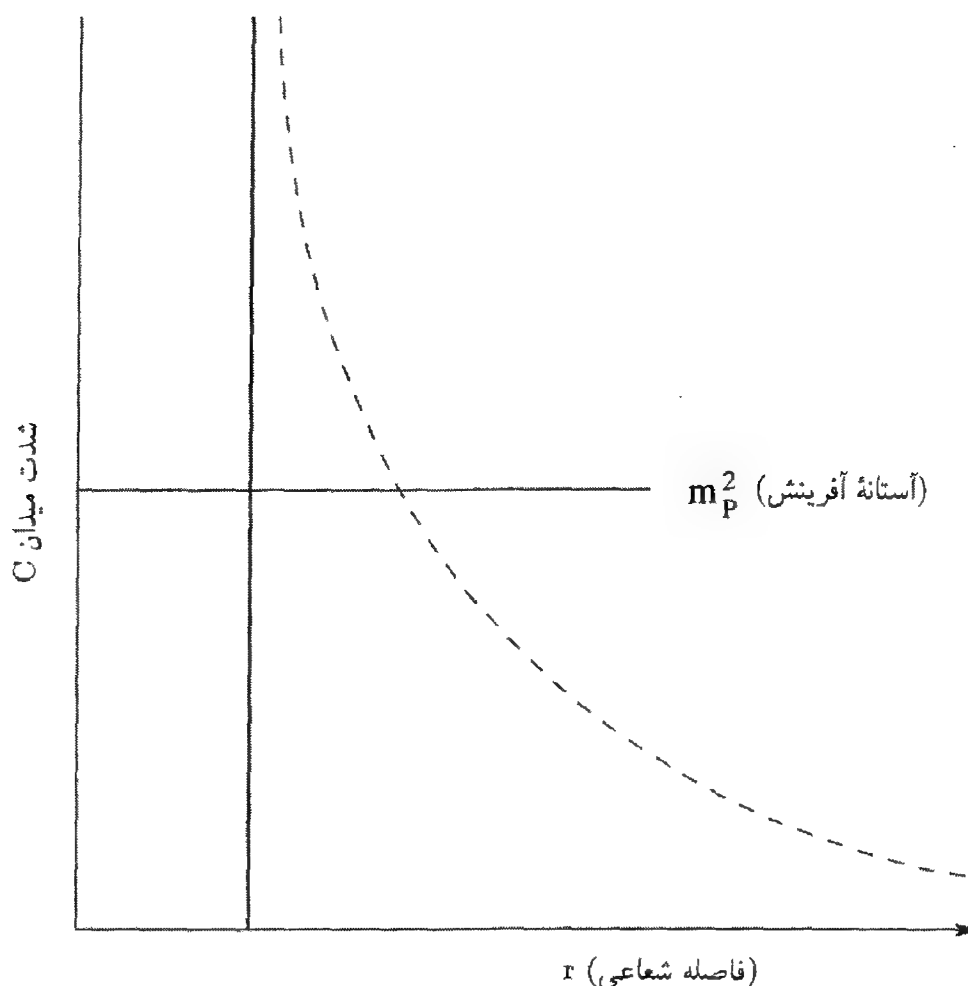
(زیرا معادلهٔ (۸۰.۹) نشان می‌دهد که ارتباط میان c و C از طریق طول عمر τ ذرهٔ پلانک است.)

همان‌طور که در بالا گفتیم، معمولاً چنین نیست: به‌طور کلی اندازهٔ $c({\rm X})$ بسیار کمتر از $m_{\rm P}$ است. با این همه، در نزدیکی افق رویداد یک جسم سنگین $C_i(A_\circ)C^i(A_\circ)$ با ضریب اتساع زمان نسبیتی افزایش می‌یابد، در حالی که $m_{\rm P}$ ثابت می‌ماند. شکل ۴.۹ این موضوع را نشان می‌دهد. بنابراین، در فاصله‌های به اندازهٔ کافی نزدیک به یک افق رویداد شرط پایستگی لازم می‌تواند صادق باشد، که پیامد آن وقوع رویدادهای آفرینش فقط در نواحی متراکم است، که با ناحیه‌های متراکم بسیار برانگیخته که به‌صورت گسترده در اخترفیزیک مشاهده می‌شوند سازگاری نزدیک دارد.

این نظریه بیشترین بهره را از توصیف کوانتومی تک‌تک فرایندهای آفرینش می‌گیرد، با این همه، مشکل اساسی این است که ذرات پلانک را به‌صورت ذراتی تعریف می‌کنند که برای آنها طول موج کامپتون و شعاع گرانشی اصولاً یکسان می‌شود، که معنی آن، برخلاف سایر فرایندهای کوانتومی، عدم امکان استفاده از فضازمان تخت در فرمولبندی نظریه است. یک اختشاش گرانشی الزاماً دخالت دارد و مکان ایده‌آل برای آفرینش در نزدیکی یک جسم سنگین متراکم است. یک بوزون میدان-C دور از جسم متراکم انرژی کافی برای شروع آفرینش ذرهٔ پلانک را ندارد. اما با سقوط در میدان گرانشی شدید یک جسم متراکم، انرژی بوزون در ضریب اتساع، یعنی $(۱-\mu/r)^{-۱/۲}$ برای متریک موضعی شوارتس‌شیلد ضرب می‌شود

$$(۱-\mu/r){\rm d}t^{۲} - \frac{{\rm d}t^{۲}}{۱-\mu/r} - r^{۲}({\rm d}\theta^{۲} + \sin^{۲}\theta{\rm d}\phi^{۲}) \qquad (۸۷.۹)$$

سپس بوزونها، مانند مورد تخلیه در یک لیزر، پی‌درپی تکثیر می‌شوند، یکی دوتا می‌شود، دو تا چهارتا، و الی‌آخر، تولید ذرات نیز به‌همین ترتیب تکثیر می‌شود و اثرهای فشار منفی



شکل ۴.۹ چگونگی صعود شدت میدان‌ـC در حوالی یک جسم سنگین رمبیده

سرانجام باعث انفجار دستگاه می‌شود. این رویداد انفجاری را می‌توان مینی‌ـبانگ یا یک رویداد مینی‌ـآفرینش نامید. اما، برخلاف مهبانگ دینامیک این فرایند خوش‌تعریف و ناتکین است.

اگرچه این دیدگاه هنوز کیفی است، اما با واقعیتهای تجربی و اخترفیزیک رصدی سازگار است، زیرا چند پدیدهٔ انفجاری، مانند فوران از چشمه‌های رادیویی، فوران پرتوهای γ، فوران پرتوهای X، کوازارها و هسته‌های فعال کهکشانی، را مشاهده می‌کنیم. معمولاً، فرض می‌شود که یک سیاهچاله با تبدیل انرژی عظیم گرانشی به انرژیهای جنبشی از نوع «فوران» در این رویداد نقشی اساسی دارد. در واقع، کسی ماده‌ای را که به درون سقوط می‌کند و نشانهٔ سیاهچاله است مشاهده نمی‌کند. بلکه، ماده و تابش خروجی را می‌بینند که با تصویر ارائه‌شده در بالا به خوبی سازگار است.

۹.۹ مدلهای کیهان‌شناختی

معادله‌های میدان (۸۳.۹) را برای جزء خط رابرتسون-واکر و مادهٔ به‌صورت گردوغبار می‌نویسیم، که در این مورد به‌صورت دو معادلهٔ مستقل در می‌آیند

$$۲\frac{\ddot{S}}{S}+\frac{\dot{S}^۲+k}{S^۲}=۳\lambda+۲\pi Gf\dot{C}^۲ \qquad (۸۸.۹)$$

$$\frac{۳(\dot{S}^۲+k)}{S^۲}=۳\lambda+۸\pi G\rho-۶\pi Gf\dot{C}^۲ \qquad (۸۹.۹)$$

که در آن سرعت نور را با $c=۱$ و چگالی گردوغبار را با ρ نشان داده‌ایم. از این معادله‌ها قانون پایستگی را به‌صورت اتحاد به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S}[S^۳(۳\lambda+۸\pi G\rho-۶\pi Gf\dot{C}^۲)]=۳S^۲(۳\lambda+۲\pi Gf\dot{C}^۲) \qquad (۹۰.۹)$$

این قانون مدهای «خلاق» و «غیرخلاق» را ادغام می‌کند. این دو را به‌ترتیب بررسی می‌کنیم.

۱.۹.۹ مُد خلاق

در این مُد داریم

$$T^{ik}_{;k}\neq ۰ \qquad (۹۱.۹)$$

که برحسب مدل ساده‌شدهٔ ما به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S}(S^۳\rho)\neq ۰ \qquad (۹۲.۹)$$

برای مورد $k=۰$، یک جواب ساده از نوع دوسیته با مقادیر زیر به‌دست می‌آوریم

$$\dot{C}=m,\qquad S=\exp(t/P) \qquad (۹۳.۹)$$

و از (۸۸.۹) و (۸۹.۹) خواهیم داشت

$$\rho=fm^۲,\qquad \frac{۱}{P^۲}=\frac{۲\pi G\rho}{۳}+\lambda \qquad (۹۴.۹)$$

چون $۰>\lambda$ است، انتظار داریم که

$$\lambda\approx-\frac{۲\pi G\rho}{۳},\qquad \frac{۱}{P^۲}\ll|\lambda| \qquad (۹۵.۹)$$

اما تعیین P را به پس از بررسی جوابهای غیرخلاق موکول می‌کنیم.

برای تکمیل بحث می‌توان موارد $k = \pm ۱$ را ذکر کرد که برای آنها عامل مقیاس متفاوت است، اگرچه بقیهٔ کمیتها یکسان باقی می‌مانند. بنابراین داریم

$$S = \frac{۱}{P}\cosh\left(\frac{t}{P}\right), \quad \text{برای } k = ۱$$

$$S = \frac{۱}{P}\sinh\left(\frac{t}{P}\right), \quad \text{برای } k = -۱ \qquad (۹۶.۹)$$

در واقع هر دوی آنها تغییرات نسبت به متریک دوسیته هستند. در هر دو مورد بردارهای زمان‌گونه کیلینگ[1] وجود دارد که نظیر «فرضیهٔ حالت پایا» هستند. با این همه، مورد $k = ۰$ را بیشتر بررسی می‌کنیم.

آهنگ آفرینش ماده از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$J = ۳\rho/P \qquad (۹۷.۹)$$

به‌طوری که در مورد حالت شبه‌پایا خواهیم دید، این آهنگ آفرینش میانگین کلی تعداد زیادی از رویدادهای کوچک است. به‌علاوه، چون فعالیت آفرینش دارای افت‌وخیز است، انتظار داریم که J نوعی میانگین زمانی را نشان دهد. این موضوع پس از در نظر گرفتن مُد غیرخلاق و ارتباط آن با مُدخلاق روشن می‌شود.

۲.۹.۹ مُد غیرخلاق

در این مورد $T^{ik}_{;k} = ۰$ و مجموعه متفاوتی از جوابها را به‌دست می‌آوریم. از پایستگی ماده به تنهایی به‌دست می‌آوریم

$$\rho \propto ۱/S^۳ \qquad (۹۸.۹)$$

در حالی که برای (۹۸.۹) و λ ثابت، (۹۰.۹) به‌رابطهٔ زیر می‌انجامد

$$\dot{C} \propto ۱/S^۲ \qquad (۹۹.۹)$$

بنابراین، از معادلهٔ (۸۹.۹) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\dot{S}^۲ + k}{S^۲} = \lambda + \frac{A}{S^۳} - \frac{B}{S^۴} \qquad (۱۰۰.۹)$$

1. killing

که A و B ثابتهای مثبت ناشی از ثابتهای تناسب موجود در (۹۸.۹) و (۹۹.۹) هستند.

سپس جوابهای (۸۹.۹) را برای مورد $k = 0$ و $k = \pm 1$ در نظر می‌گیریم. ابتدا به مورد اول می‌پردازیم.

۳.۹.۹ جوابهای مربوط به $k = 0$

اکنون در می‌یابیم که جواب دقیق (۸۹.۹) برای مورد $k = 0$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$S = \overline{S}[1 + \eta \cos\theta(t)] \tag{۱۰۱.۹}$$

که η یک پارامتر است و تابع $\theta(t)$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\dot{\theta}^2 = -\lambda(1 + \eta\cos\theta)^{-2}[6 + 4\eta\cos\theta + \eta^2(1 + \cos^2\theta)] \tag{۱۰۲.۹}$$

در اینجا، $\overline{S}$ مقداری ثابت است و پارامتر η در شرط $|\eta| < 1$ صدق می‌کند. بنابراین عامل مقیاس هرگز صفر نمی‌شود و مدل بین حدود مقیاس متناهی نوسان می‌کند

$$S_{\min} \equiv \overline{S}(1 - \eta) \leq S \leq \overline{S}(1 + \eta) \equiv S_{\max} \tag{۱۰۳.۹}$$

چگالی ماده و چگالی میدان-C از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آیند

$$\overline{\rho} = -\frac{3\lambda}{2\pi G}(1 + \eta^2) \tag{۱۰۴.۹}$$

$$f\dot{C}^2 = -\frac{\lambda}{2\pi G}(1 - \eta^2)(3 + \eta^2) \tag{۱۰۵.۹}$$

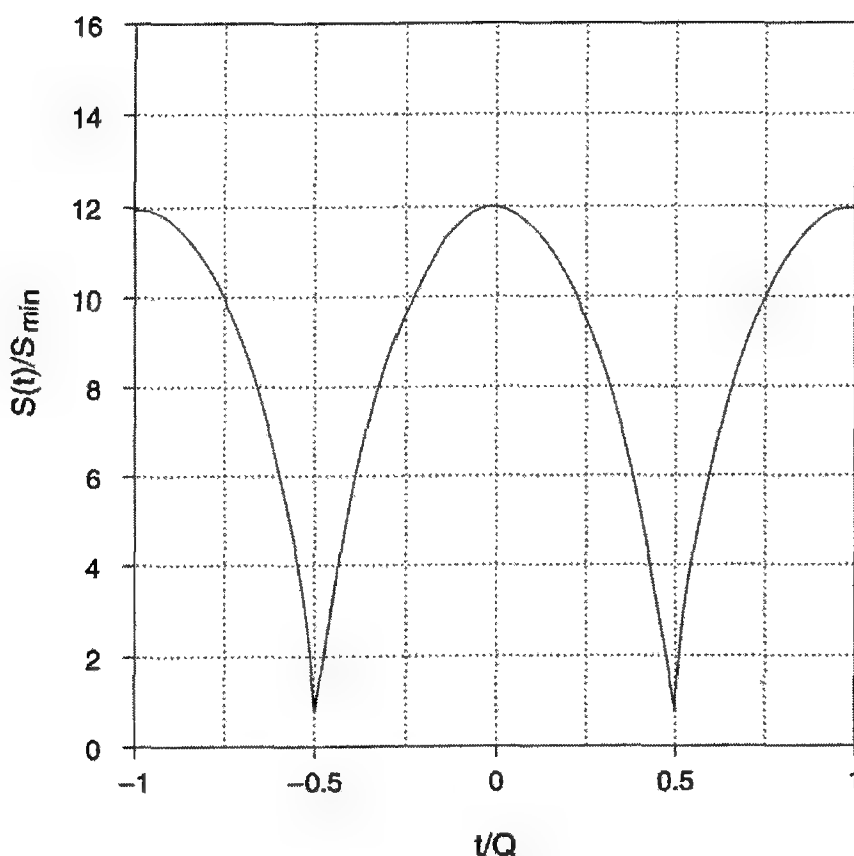
در حالی که دورهٔ نوسان از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$Q = \frac{1}{\sqrt{-\lambda}}\int_0^{2\pi} \frac{(1 + \eta\cos\theta)\mathrm{d}\theta}{[6 + 4\eta\cos\theta + \eta^2(1 + \cos^2\theta)]^{1/2}}$$

$$\equiv \frac{1}{\sqrt{-\lambda}}\xi(\eta) \tag{۱۰۶.۹}$$

جواب نوسانی را می‌توان با جواب ساده‌تر سینوسی با همان دورهٔ تناوب تقریب زد

$$S \approx 1 + \eta\cos\left(\frac{2\pi t}{Q}\right) \tag{۱۰۷.۹}$$



شکل ۵.۹ عامل مقیاس جواب دقیق مورد تخت.

بنابراین تابع $\theta(t)$ تقریباً متناسب با t است.

شکل ۵.۹ نمونهٔ چرخه نوسانی دقیق را نشان می‌دهد که با جواب (۱۰۷.۹) تقریب زده می‌شود، به‌طوری تنظیم شده است که همان دوره و دامنه را داشته باشد. متوجه می‌شویم که جواب دقیق دارای ستیغهای تخت‌تر و پاستیغهای باریکتر از جواب تقریبی است، وگرنه این مورد را به‌خوبی شبیه‌سازی می‌کند.

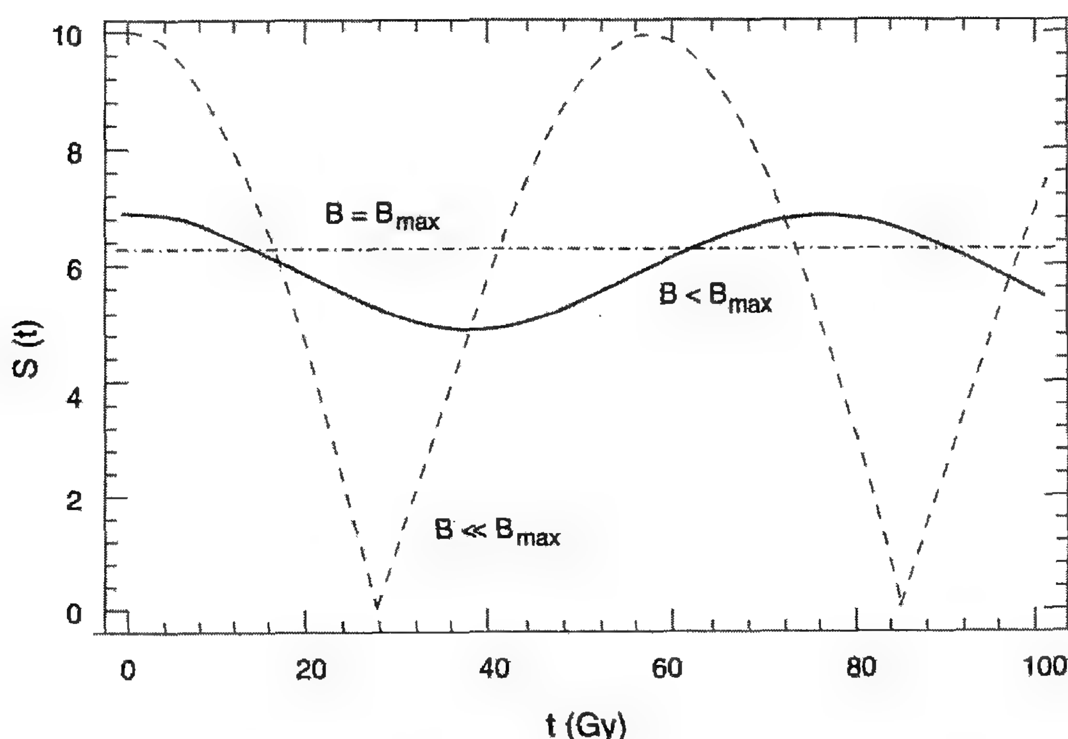
۴.۹.۹ جوابهای مربوط به $k = \pm ۱$

در این مورد (۱۰۰.۹) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\dot{S}^۲ = \pm ۱ + \lambda S^۲ + \frac{A}{S} - \frac{B}{S^۲} \qquad (۱۰۸.۹)$$

که علامت به علاوه نظیر $k = -۱$ و علامت منها نظیر $k = +۱$ است.

امکانات دینامیکی مختلف برای عامل مقیاس با منحنیهایی برای طرف راست (۱۰۸.۹) در

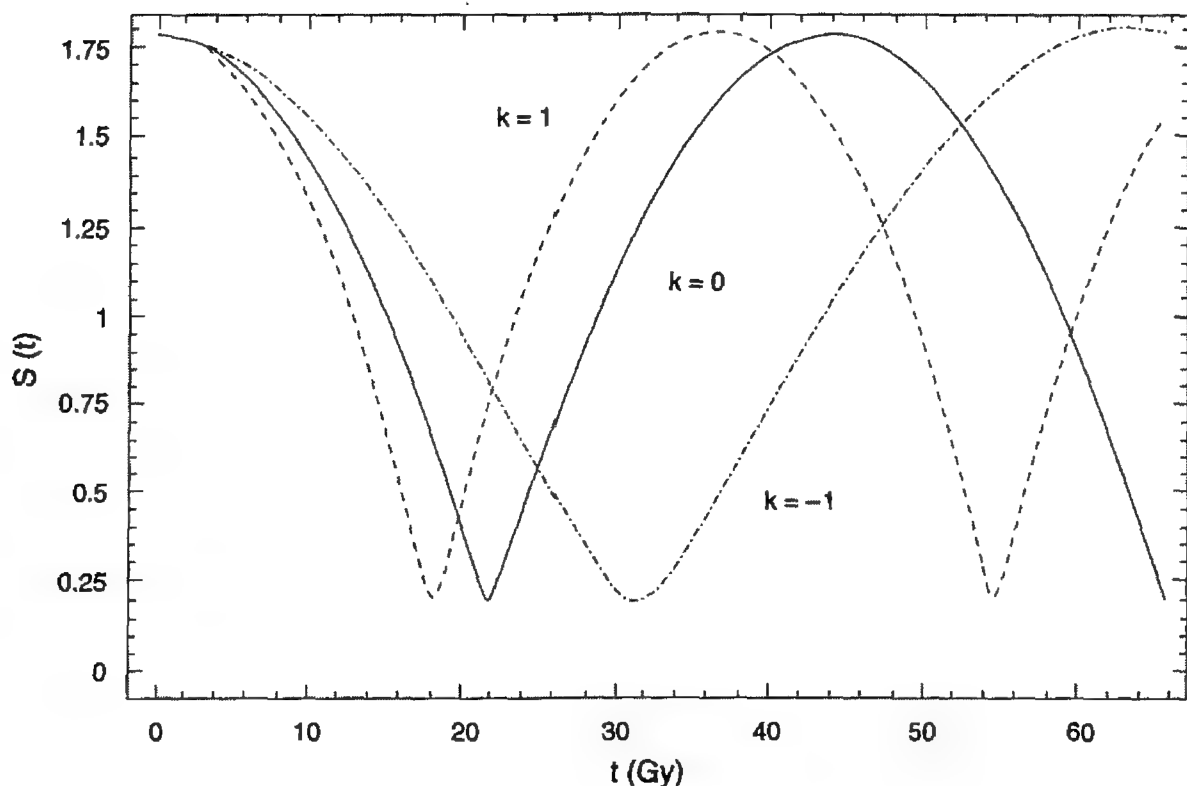


شکل ۶.۹ نمونهٔ عاملهای مقیاس برای پارامترهای مختلف. خطهای افقی عالم ایستا با $B = B_{\max}(-\cdot-\cdot-)$ را نشان می‌دهند. برای $B < B_{\max}$ نوسانهای مختصری را در عامل مقیاس می‌یابیم (ــــ) و برای $B \ll B_{\max}$ دارای نوسانهای بزرگ می‌شویم $(---)$.

شکل ۶.۹ نشان داده شده است که در آنها پارامتر مقادیر مختلف اختیار می‌کند. توجه کنید که گروه خاصی از جوابها وجود دارند که در آنها عالم ایستاست. چون طرف راست (۱۰۸.۹) باید نامنفی باشد، این منحنیها نشان می‌دهند که عامل مقیاس هرگز صفر نمی‌شود. همین‌طور، به‌علت منفی بودن ثابت کیهان‌شناختی، حد بالای محدودی برای S وجود دارد. بنابراین همهٔ مدلها بین شعاعهای محدود نوسان می‌کنند. باز هم جواب عمومی از نوع (۱۰۲.۹) است، که در آن $\theta(t)$ در معادلهٔ زیر صدق می‌کند

$$\dot{\theta}^{۲} = \pm \frac{۱}{\overline{S}^{۲}(۱+\eta\cos\theta)^{۲}} - \frac{\lambda[۶+۴\eta\cos\theta+\eta^{۲}(۱+\cos^{۲}\theta)]}{(۱+\eta\cos\theta)^{۲}} \qquad (۱۰۹.۹)$$

شکل ۷.۹ نمونه عاملهای مقیاس را برحسب زمان برای موردهای $k = ۰, \pm ۱$ نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رود، برای مورد خمیدگی مثبت مرحلهٔ انقباضی کوتاهتر و سریعتر از موارد با خمیدگی صفر و منفی است. همین‌طور، در مورد $k = \pm ۱$ دورهٔ زمانی کوتاهتر از موردهای $k = ۰, -۱$ است.



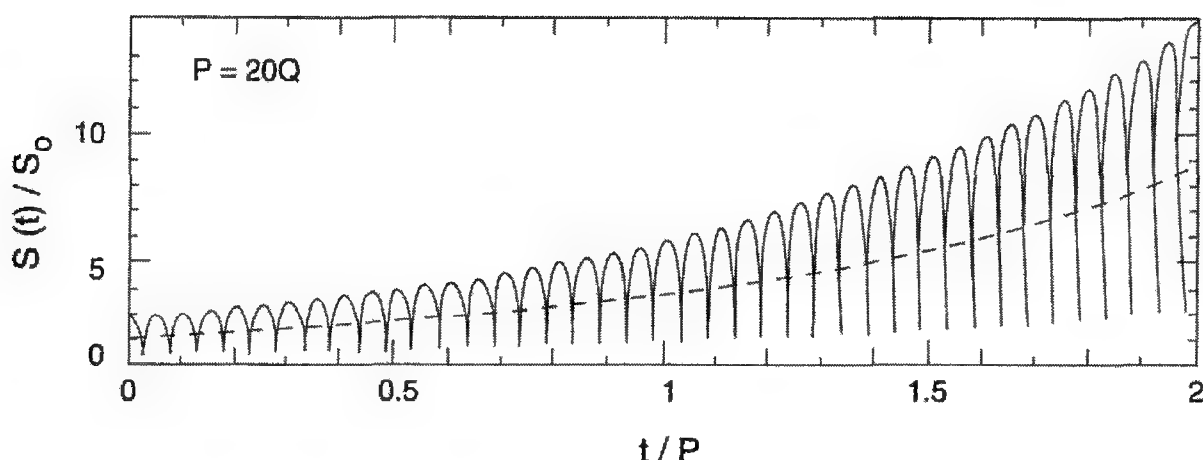
شکل ۷.۹ تأثیر k بر نوسانها. خط پیوسته مورد $k = ۰$ است، خط‌چین مورد $k = +۱$ و خط‌ـنقطه مورد $k = -۱$ را نشان می‌دهد.

۱۰.۹ جواب حالت شبه‌پایا

کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا با ترکیبی از مُدهای خلاق و غیرخلاق توصیف می‌شود. برای دنبال کردن این روال کلی نگاهی به جوابی به شکل زیر می‌اندازیم

$$S(t) = \exp\left(\frac{t}{P}\right)[۱ + \eta \cos\theta(t)] \qquad (۱۱۰.۹)$$

که در آن $P \gg Q$. بنابراین در دورهٔ Q که از رابطهٔ (۱۰۶.۹) به‌دست می‌آید، عالم اصولاً در مُد غیرخلاق است. با این همه، در فاصله‌های منظم که با دورهٔ Q از هم جدا شده‌اند، مادهٔ جدید با آهنگی در آن تزریق می‌شود که آهنگ آفرینش در دورهٔ P که از J در رابطهٔ (۹۷.۹) به‌دست می‌آید را حفظ کند. احتمالاً این عصرهای آفرینش مربوط به مقادیر کمینهٔ عامل مقیاس در طول نوسانی هستند که در آن تراز زمینهٔ میدان‌ـC بالاترین مقدار را دارد (نگاه کنید به شکل ۸.۹). توجه کنید که آنچه به‌صورت نقطهٔ بازگشت در کمینه‌ای نوعی در شکل ۸.۹ به‌نظر می‌رسد در واقع خم پیوسته‌ای است که در $S = S_{\min}$ به سرعت تغییر موضع می‌دهد.



شکل ۸.۹ یک منحنی که جواب مرکب QSSC را نشان می‌دهد. عصرهای آفرینش ماده به کمینه‌های نوسان S نزدیک‌اند.

فرض کنید که آفرینش ماده در مقدار کمینهٔ $S = S_{\min}$ صورت گیرد و N ذره در واحد حجم با جرم $m_\circ$ آفریده شوند. در این صورت چگالی اضافی‌شده در طول این عصر در مُد خلاق عبارت است از

$$\Delta\rho = m_\circ N \tag{۱۱۱.۹}$$

پس از یک چرخه حجم فضا با ضریب $\exp(۳Q/P)$ منبسط می‌شود، برای برگرداندن چگالی آن به مقدار اولیه باید داشته باشیم

$$(\rho + \Delta\rho)\mathrm{e}^{-۳Q/P} = \rho, \quad \text{یعنی، } \Delta\rho/\rho \cong ۳Q/P \tag{۱۱۲.۹}$$

شدت میدان-C نیز به‌همین ترتیب دارای پرشی در زمان آفرینش می‌شود و در چرخهٔ پس از آن با ضریب $\exp(-۴Q/P)$ سقوط می‌کند. بنابراین شرط «حالت پایا» از یک چرخه به چرخهٔ دیگر نشان می‌دهد که تغییر شدت میدان $\dot{C}^۲$ باید برابر باشد با

$$\Delta\dot{C}^۲ = \frac{۴Q}{P}\dot{C}^۲ \tag{۱۱۳.۹}$$

مشاهده می‌شود که نتیجهٔ بالا وقتی با (۱۱۲.۹) سازگار می‌شود که به قانون پایستگی (۹۰.۹) توجه کنیم. با کمی دستکاری از این معادله به‌دست می‌آوریم

$$\frac{۳}{۴}\,\frac{۱}{S^۴}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S}(f\dot{C}^۲S^۴) = \frac{۱}{S^۳}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S}(\rho S^۳) \tag{۱۱۴.۹}$$

با این همه، طرف راست آهنگ آفرینش ماده به‌ازای واحد حجم است. چون از (۱۱۳.۹) و (۱۱۴.۹) داریم

$$\frac{\Delta \dot{C}^2}{\dot{C}^2} = \frac{4}{3}\,\frac{\Delta\rho}{\rho} \qquad (۱۱۵.۹)$$

و از (۹۴.۹) و (۹۳.۹) داریم $\rho = f\dot{C}^2$، مشاهده می‌کنیم (۱۱۵.۹) را می‌توان از (۱۱۲.۹) و (۱۱۳.۹) به‌دست آورد.

به‌طور خلاصه، در می‌یابیم که جواب مرکب مشخصهٔ حالت شبه‌پایای کیهان‌شناسی را به‌درستی نشان می‌دهد زیرا، اگرچه مدت Qی هر چرخه درست تکرار چرخهٔ قبل از آن است، اما در درازمدت با ضریب انبساط دوسیتهٔ $\exp(t/P)$ منبسط می‌شود. بنابراین، دو مقیاس زمانی P و Q با ثابت جفت‌شدگی و پارامترهای λ، f، G و ηی معادله‌های میدان به‌هم مربوط می‌شوند. پیشرفت بیشتر در مسئله نظری پس از شناخت نظریهٔ کوانتومی آفرینش توسط میدان-C صورت می‌گیرد.

این جوابها تعداد کافی از ثابتهای دلخواه را دارند تا، پس از ساده‌سازیهای لازم برای پیروی عالم از اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی، به ما این اطمینان را بدهند که عام هستند. جواب مرکب را می‌توان نمایش چگونگی پیوند مُد غیرخلاق با مُد خلاق در نظر گرفت. ممکن است امکانات بیشتری برای ترکیب این دو در چارچوب معین وجود داشته باشد. با این همه، چون در پی سادگی استدلال بوده‌ایم (و همین‌طور از کیهان‌شناسی مهبانگ استاندارد استفاده کرده‌ایم) انتخاب خود را به جواب مرکبی محدود ساختیم کرد در اینجا توصیف کردیم. HBN از (۱۱۰.۹)، و یا تقریب آن

$$S(t) = \exp\left(\frac{t}{P}\right)\left[1 + \eta\cos\left(\frac{2\pi t}{Q}\right)\right] \qquad (۱۱۶.۹)$$

برای به‌دست آوردن جنبه‌های قابل مشاهدهٔ QSSC استفاده کرده‌اند، که به بررسی نکته‌های اصلی آن خواهیم پرداخت.

۱۱.۹ تصویر اخترفیزیکی

درگذر از این جوابهای ریاضی به تفسیر فیزیکی، می‌توان مدل بالا را با استفاده از مقادیر زیر برای پارامترهای آن مجسم کرد:

$$P = 20Q, \quad Q = 4{,}4 \times 10^{10}\ \text{سال}, \quad \eta = 0{,}8,$$

$$\lambda = -0{,}3 \times 10^{-56}\text{cm}^{-2}, \quad t_0 = 0{,}7Q \qquad (۱۱۷.۹)$$

این مقادیر پارامتری به‌طور منحصربه‌فرد انتخاب نشده‌اند؛ بلکه نشانه‌ای از اندازه‌هایی هستند که می‌تواند عالم واقعی را توصیف کند. در فصلهای بعد، آزمونهای رصدی مختلفی را بررسی می‌کنیم که می‌توان از آنها برای محدود ساختن این مقادیر استفاده کرد. فقط در این هنگام است که خواهیم دانست آیا QSSC شق مناسب و کارآمدی برای مهبانگ در اختیار می‌گذارد.

با این همه، بد نیست چند پیامد دارای سرشت اختر فیزیکی را ذکر کنیم. مثلاً، چرخهٔ نوعی دارای طول عمر به اندازهٔ کافی طولانی است تا اغلب ستارگان دارای جرم بیش از $\sim ۰/۵\text{-}۰/۷ M_\odot$ از بین بروند. بنابراین بیشتر ستارگان چرخه‌های قبلی به عنوان تابشگرهای انرژی از بین رفته‌اند. با این همه، جرم آنها همچنان بر مادهٔ مرئی تأثیر گرانشی وارد می‌سازد. این به‌اصطلاح مادهٔ تاریک در ناحیهٔ دوردست کهکشانها و در درون خوشه‌ها ممکن است متشکل از این بقایای ستاره‌ای باشد.

این تغییر تا چه حد با مشاهده‌ها سازگار است؟ بدیهی است که در کیهان‌شناسی مهبانگ مقیاسهای زمانی به اندازهٔ کافی طولانی نیستند تا چنین تغییرهایی را مجاز بشمارند. همین‌طور کیهان‌شناسی اجازه نمی‌دهد که ماده تا این حد باریونی باشد. قیود موجود بر مادهٔ تاریک باریونی در کیهان‌شناسی استاندارد ناشی از (۱) منشأ و فراوانی دوتریم و (۲) ملاحظات مربوط به ساختار بزرگ مقیاس است. در QSSC، چنانکه در این فصل خواهیم دید، این قیود مطرح نیستند. از این پس به بحث دربارهٔ منشأ هسته‌های سبک می‌پردازیم.

۱۲.۹ منشأ هسته‌های سبک

بحث این کیهان‌شناسی را با آفرینش ذرهٔ پلانک به عنوان جزء سازندهٔ ماده آغاز کردیم. اما، چون این ذره ناپایدار است در مدت حدود $\tau \sim ۶ \times ۱۰^{-۴۴}$ وامی‌پاشد. به چه چیز وامی‌پاشد؟ با توجه به جرمش، واپاشی آن سرانجام $\sim ۶ \times ۱۰^{۱۸}$ نوکلئون تولید می‌کند. با این همه، این واپاشی نمی‌تواند بلافاصله رخ دهد. ملاحظات واگنی مانع از این بسته‌بندی چگال می‌شود، به‌طوری که انبوههٔ ثانویه‌های حاصل باید ابتدا به صورت بوزونها پخش شوند. تنها وقتی که ابعاد $\sim ۱۰^{-۷}\text{cm}$ حاصل شد. گروه متشکل از $\sim ۲ \times ۱۰^{۱۹}$ کوارک می‌تواند نمایان گردد. از این نظر وضعیت مانند لحظه‌های اولیهٔ کیهان‌شناسی مهبانگ است. اما به‌جای مهبانگ داغ گلولهٔ آتشینی در اطراف هر ذرهٔ پلانک آفریده شده داریم.

با این همه، در حالی که در کیهان‌شناسی مهبانگ ذرات پلانک اولیه در مجاور هم قرار دارند، در اینجا فاصلهٔ آنها از هم زیاد است، و هر یک خوشهٔ ثانویه‌های منبسط‌شوندهٔ خود را تولید می‌کند. تفاوت دیگر آن است که ذرات پلانک در اینجا متشکل از ماده‌ای است که عمدتاً به ماده وامی‌پاشد،

به‌طوری که تبدیل عمدهٔ انرژی به تابش که در کیهان‌شناسی مهبانگ رخ می‌دهد در اینجا صورت نمی‌گیرد. این کار در کیهان‌شناسی مهبانگ با توجه به دو فرض اصولاً متضاد صورت می‌گیرد. ابتدا گفته می‌شود که ذرات پلانک بین ماده و پادماده توازن برقرار می‌کنند و سپس می‌گویند که این توازن کامل نیست، مثل اینکه بگوییم ۱− کاملاً با ۱+ متوازن نمی‌شود. آنچه از ماده به‌جا می‌ماند در میدانی با سیطرهٔ تابش قرار دارد که چگالی جرم اندکی را در میدان تابش با دمای زیاد تولید می‌کند که جنبهٔ لازم رابطهٔ (۶۹.۵) در فصل ۵ است، که با مقدار مرجح پارامتر η که اندازهٔ آن برای سنتز هسته‌های سبک در کیهان‌شناسی مهبانگ لازم به نظر می‌رسد، می‌دهد

$$\rho \cong 10^{-32} T^3 \qquad (118.9)$$

چالش موجود در اینجا دست یافتن به سنتز عناصر سبک با ضریب اطمینان بسیار بالاتر از 10^{-32} در این رابطه است. انرژی تلف‌شده به‌صورت تابش در انبساط آتش‌گوی پلانک به سرعت تبدیل به انبساط دینامیکی ذرات ثانویه می‌شود. بدون دانستن مقدار دقیق این اتلاف، می‌توان صرفاً فرض کرد که سرعت انبساطی از مرتبهٔ c به‌وجود می‌آورد. بنابراین مقیاس زمانی برای انبساط به بعد 10^{-7}ـ10^{-6}cm در حدود 10^{-16}s می‌شود و چگالی ذرات در هنگامی که سرانجام تعداد زیادی باریون به‌وجود می‌آید در گسترهٔ 10^{36}ـ10^{40}cm^{-3} است.

با این همه، بحث در چگالیهایی بسیار بیش از این آغاز می‌شود، در فاز کوارک با چگالی کوارک به اندازهٔ کافی زیاد، بالاتر از 10^{42} کوارک در سانتیمتر مکعب، تا واگنی باعث شود که هر شش طعم کوارک به‌طور یکسان وجود داشته باشند. اما، با ادامهٔ انبساط نقش واگنی کاهش می‌یابد، کوارکهای پرجرم سروته و افسون به‌صورت سربارهای انرژی فزاینده در می‌آیند و فرض می‌شود که گذار به کوارکهای بالا، پایین و شگفت در محدوده زمان موجود صورت گیرد. اما، چون در خارج از فیزیک آزمایشگاهی شناخته‌شده قرار داریم، این گام، نه از نظر اصول، بلکه با توجه به جزئیات مقیاس زمانی وقوع گذارهای مربوط، مبتنی بر حدس و گمان است.

تنها الکترونهای موجود ناشی از تولید زوج از پرتوهای γ هستند، زیرا مسافت آزاد میانگین الکترونها به اندازه‌ای کوتاه است که می‌توان آن را نادیده گرفت، بنابراین خنثایی بار باید بین خود کوارکها وجود داشته باشد. یعنی، بار اضافی بین کوارکها را الکترونها نمی‌توانند متوازن کنند و، چون هرگونه بار اضافی باید کوچک باشد، باز هم با توجه به ملاحظات انرژی، کوارک شگفت را نمی‌توان مانند کوارکهای افسون، سروته کنارگذاشت. برای حصول به خنثایی بار، چگالیهای برابر از کوارکهای بالا، پایین، و شگفت با بارهای به ترتیب برابر $+\frac{2}{3}$، $-\frac{1}{3}$، و $-\frac{1}{3}$ ضروری است. این موضوع باعث می‌شود که سرانجام از ترکیب کوارکها باریونها در پایین‌ترین ترازهای انرژی خود تشکیل شوند و p،

جدول ۱.۹ نسبت فراوانیهای عناصر سبک که از آتش‌گویهای پلانک به‌دست می‌آید

D/H	۲×۱۰^{-۵}
^{۳}He/H	۲×۱۰^{-۵}
^{۷}Li/H	$۱۰^{-۹}$
^{۹}Be/H	۳×۱۰^{-۱۱}
^{۱۱}B/H	$۱۰^{-۱۰}$
^{۶}Li/^{۷}Li	$۱۰^{-۱}$
^{۱۰}B/^{۱۱}B	$۱۰^{-۱}$

n، Λ، Σ^+، Σ°، Σ^-، Ξ^- و Ξ^+ را به میزان تقریباً مساوی به‌وجود آورند. مقدار اندکی Ω^- نیز وجود دارد ولی می‌توان آن را عملاً نادیده گرفت. بنابراین، با ترکیب نهایی n و p در هسته‌های پایدار ^{۴}He به H در حدود ۰٫۲۵ می‌شود.

مراحل بعدی انبساط آتش‌گویهای پلانک را نمی‌توان، به‌طوری که هویل در سال ۱۹۹۲ انجام داد، به صورت کمّی محاسبه کرد. یک میدان تابش از طریق واپاشی ۷۵ MeV ذرهٔ Σ° به Λ به‌وجود می‌آید، و با محاسبه‌های مفصلتر آهنگهای واکنش هسته‌ای می‌توان نشان داد که فقط کسرهای کوچکی از n و p به‌صورت ^{۴}He ترکیب نمی‌شوند و نسبت جرم دقیق ^{۴}He به H را بین ۰٫۲۳ و ۰٫۲۴ به‌دست می‌دهند. فراوانیهای نسبی سایر هسته‌های سبک با مقادیر مربوط به شهاب‌سنگهای منظومهٔ شمسی، در جدول ۱.۹ به‌خوبی سازگار است.

هدف ما در اینجا مطرح کردن دو نکته دربارهٔ این نتایج است. اولاً، جالب توجه است که چنین نتیجه‌هایی را می‌توان در شرایط وابسته به چگالی، دما، و مقیاس زمانی به‌دست آورد که با شرایط مربوط به کیهان‌شناسی مهبانگ تفاوت بسیار دارند ــ اگر بحث حاضر غیرواقعی بود انتظار این را نداشتیم. نکته دوم آن است که چون(۱۱۸.۹) دیگر ضروری نیست، دلیلی ندارد که چگالی کیهان‌شناختی کنونی، $۱۰^{-۲۹}g^{-۳} \sim$، کاملاً باریونی نباشد. قبلاً در سال ۱۹۶۷، واگونر، فاؤلر، و هویل در هنگام کار مجدد روی مسئله اولیه گاموف دربارهٔ سنتز هسته‌های آغازین بر ضرورت شناخت (۱۱۸.۹) برمبنای اصول اولیه فیزیک تأکید بسیار کردند. با این همه، شناخت آن در چارچوب این نظریه هنوز دور از دسترس است.

مشاهدهٔ اینکه نسبت جرمی ^{۴}He/H در واقع در حدود ۰٫۲۳ باشد نیازمند آن است که واپاشی ذرات پلانک وارد نظریهٔ موجود شود و در نتیجه در زمانهایی درگذشته آفریده شده باشد.

کیهان‌شناسی مهبانگ نیز به همین موضوع، با آفرینش ذراتی که لحظه‌های کوتاهی پس از مهبانگ وجود داشته‌اند، نیاز دارد. در اینجا می‌توان آفرینش را در طول زمان توزیع کرد، و می‌تواند فرایندی در حال پیشرفت باشد.

۱۳.۹ زمینهٔ ریزموج

در بخش ۳.۴.۹ در ضمن نظریهٔ حالت‌ـپایا گفتیم که ملاحظات ساده از نوعی که در تمرین ۳۴ آمده است نشان می‌دهد که عالم باید دارای تابش زمینه‌ای با دمای نزدیک به ۲٫۷ K باشد. اکنون این اثر را با توجه به QSSC نشان می‌دهیم.

۱.۱۳.۹ دمای زمینه

در این محاسبه به چگالی انرژی کنونی نور ستارهٔ میان کهکشانی نیاز داریم، که فرض می‌کنیم عمدتاً از ستارگان کوتوله ناشی می‌شود، یعنی از جمعیت ستارگان پیر، که نوعاً دارای طیف نوع K با تصحیح تابش‌سنجی حدود ۰٫۷۵ قدر هستند. بنابراین برآورد متداول $\sim ۲ \times ۱۰^{-۱۴} \mathrm{erg\ cm^{-۳}}$ برای چگالی انرژی در طیف بصری $\sim ۲ \times ۱۰^{-۱۴} \mathrm{erg\ cm^{-۳}}$ برای کل چگالی انرژی نورستاره می‌شود.

برای میانگین‌گیری روی حجمهای بزرگ، آهنگ تولید نورستاره به‌ازای واحد حجم و در واحد زمان را ε بگیرید. با نور ستاره‌ای که از ستارگان به اندازه کافی پیر می‌آید، آهنگ ε را می‌توان در مقیاس زمانی Q، یعنی روی یک چرخهٔ نوسانی، تقریباً ثابت در نظر گرفت. برای این محاسبه از فرمول تقریبی (۱۱۶.۹) استفاده می‌کنیم. برای نشان دادن چگونگی محاسبه $\eta = ۰٫۷۵$ و $t_۰ = ۰٫۸۵Q$ را در نظر می‌گیریم. این مقادیر پارامتری اندکی با (۱۱۷.۹) تفاوت دارند، اما این اختلاف تأثیر چندانی در نتیجه ندارد. سپس با در نظر گرفتن زمان t برحسب یکاهای Q، میانگین تولید از آخرین کمینهٔ نوسانی برابر است با

$$\varepsilon \int_{۰٫۵}^{۰٫۸۵} \frac{\mathrm{d}t}{۱+z} \tag{۱۱۹.۹}$$

این به‌ازای واحد حجم است، ضریب $۱/(z+۱)$ از این رو در انتگرال ظاهر می‌شود تا هر کوانتوم را انتقال به سرخ دهد. با قرار دادن (۱۱۹.۹) برابر با کل چگالی انرژی نورستارهٔ فعلی، ε را از رابطهٔ زیر تعیین می‌کنیم

$$\varepsilon \int_{۰٫۵}^{۰٫۸۵} \frac{۱ + ۰٫۷۵ \cos(۲\pi t)}{۱ + ۰٫۷۵ \cos(۲\pi t_۰)}\, \mathrm{d}t = ۲ \times ۱۰^{-۱۴} \tag{۱۲۰.۹}$$

بنابراین، پس از ارزیابی انتگرال، داریم

$$\varepsilon = ۱/۱۴ \times ۱۰^{-۱۳} \text{erg cm}^{-۳} \quad \text{در واحد زمان} \qquad (۱۲۱.۹)$$

که یکای زمان Q است. بنابراین کل تولید نورستاره ازکمینه نوسانی قبلی در $t = -۰/۵$ تا کمینه موجود در $t = ۰/۵$ برابر است

$$\varepsilon \int_{-۰/۵}^{۰/۵} \frac{\mathrm{d}t}{۱ + z} = ۴/۵۶ \times ۱۰^{-۱۳} \text{erg cm}^{-۳} \qquad (۱۲۲.۹)$$

که از (۱۲۱.۹) برای ε استفاده شده است.

حال، تضعیف چگالی انرژی $W_{\min}$ در این چرخه درکمینهٔ نوسانی زمینهٔ ریزموج به‌واسطهٔ عامل $\exp(t/P)$ در $S(t)$، $۴QW_{\min}/P$ است، و برای نگهداشتن زمینه در تراز پایا از چرخه‌ای به چرخهٔ دیگر، ورودی (۱۲۲.۹) ناشی ازگرمایی شدن نورستاره باید این آهنگ اتلاف را جبران کند. بنابراین از شرط پایایی برای $P/Q = ۲۰$ به‌دست می‌آوریم

$$W_{\min} = ۱/۱۴ \times ۱۰^{-۱۳} \frac{P}{Q} = ۲/۲۸ \times ۱۰^{-۱۲} \text{erg cm}^{-۳} \qquad (۱۲۳.۹)$$

چون (۱۲۲.۹) با توجه به مختصهٔ حجم نوشته شده است، نوعی تضعیف چگالی انرژی زمینه با توان چهارم $S(۰/۵)/S(t_۰)$ بین آخرین کمینهٔ نوسانی و زمان حاضر $t_۰ = ۰/۸۵$، یعنی، با ضریب ۰/۱۷۳۴ به مقدار زیر وجود دارد

$$W_{\text{کنونی}} = ۳/۹۶ \times ۱۰^{-۱۳} \text{ erg cm}^{-۳} \qquad (۱۲۴.۹)$$

عامل مقیاس کیهان‌شناختی طوری تنظیم شده است که در $t = t_۰$ برابر واحد باشد، این چگالی انرژی زمینه ریزموج به‌ازای یکای ویژه حجم نیز هست. با تقسیم (۱۲۴.۹) بر ثابت چگالی تابش و سپس گرفتن ریشهٔ چهارم دمای تابش کنونی را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$T_۰ = ۲/۶۸ \text{ K} \qquad (۱۲۵.۹)$$

که به مقدار مشاهده‌شدهٔ ۲/۷۳ K بسیار نزدیک است. با در نظر گرفتن برآوردهای مورد استفاده برای محاسبهٔ دما، سازگاری در واقع چشمگیر است. این موضوع مخصوصاً وقتی جالب توجه می‌شود که به خاطر آوریم تغییر استاندارد این زمینهٔ «باقیمانده»، یعنی دمای کنونی را نمی‌توان اصلاً برآورد کرد. اگرچه آلفر و هرمان در پیشنهاد آن برابر ۵ K در مقالهٔ سال ۱۹۴۸ خود حدس خوبی زده بودند. خود گاموف برآوردهای مختلفی را داد که از ۷ ~ تا ۵۰ K ~ تغییر می‌کرد! با این همه، جنبهٔ بسیار مهم این نتیجه، که باید هنوز توجیه شود، فرایند گرمایی شدنی است که نور ستارهٔ باقیمانده را به طیف گرمایی تبدیل می‌کند.

۲.۱۳.۹ گرمایی شدن

درکیهان‌شناسی مهبانگ گرمایی شدن تابش در عصرهای آغازین و معمولاً از طریق پراکندگی فوتونها از الکترونها صورت گرفته است. در QSSC، الکترونهای آزاد وجود ندارند تا عمل گرمایی شدن را انجام دهند. بلکه باید گردوغبار میان کهکشانی از نوع خاص را برای این منظور در نظر بگیریم. در سالهای ۱۹۸۰، فرد هویل و چاندرا ویکراماسینگه[1] ذراتی رشته‌ای شکل ازگردوغبار کیهانی را برای عوامل ایده‌آل برای این کار مطرح کردند. این دانه‌های گردوغبار ازکجا به‌وجود می‌آمدند؟ معلوم شد که ابرنواخترها زمینه‌ای ایده‌آل برای این هدف هستند. رویدادهای مینی‌ـآفرینش QSSC نیز می‌توانند به‌عنوان چشمه‌هایی عمل کنند.

برآورد شده است که در نمونه‌ای از ابرنواختر نوع‌ـII مانند SN۱۹۸۷A، جرم کل آهن تولیدشده $\sim ۰٫۱M_\odot$ است. فلز در پوسته‌ای غنی از آهن تولید و از حالت بخار در دمای اولیهٔ $۱۰^{۱۰}$ K و چگالی $۱۰^{۹}$ g cm$^{-۳}$ تا حالتی با دمای $۱۰^{۳}$ K و چگالی $۱۰^{-۱۵}$ g cm$^{-۳}$ سرد می‌شود. در این دوره هسته‌های عناصر گروه آهن، مخصوصاً $Ni^{۵۶}$، نیز به $Fe^{۵۶}$ وامی‌پاشد و چگالی بخار آهن آغاز می‌شود. جزئیات فرایند رشد نشان می‌دهد که چگالش اولیه تا شعاع $۰٫۰۱$ μm به‌صورت کروی است. پس از آن واپاشی پرتوزای $Co^{۵۶}$ دارای یک محور دررفتگی می‌شود که رشد رشته در امتداد آن صورت می‌گیرد. رشد خطی و برحسب زمان نمایی است، طول آن در زمان t عبارت است از

$$l = l_\circ \exp(t/t_۱) \qquad (۱۲۶.۹)$$

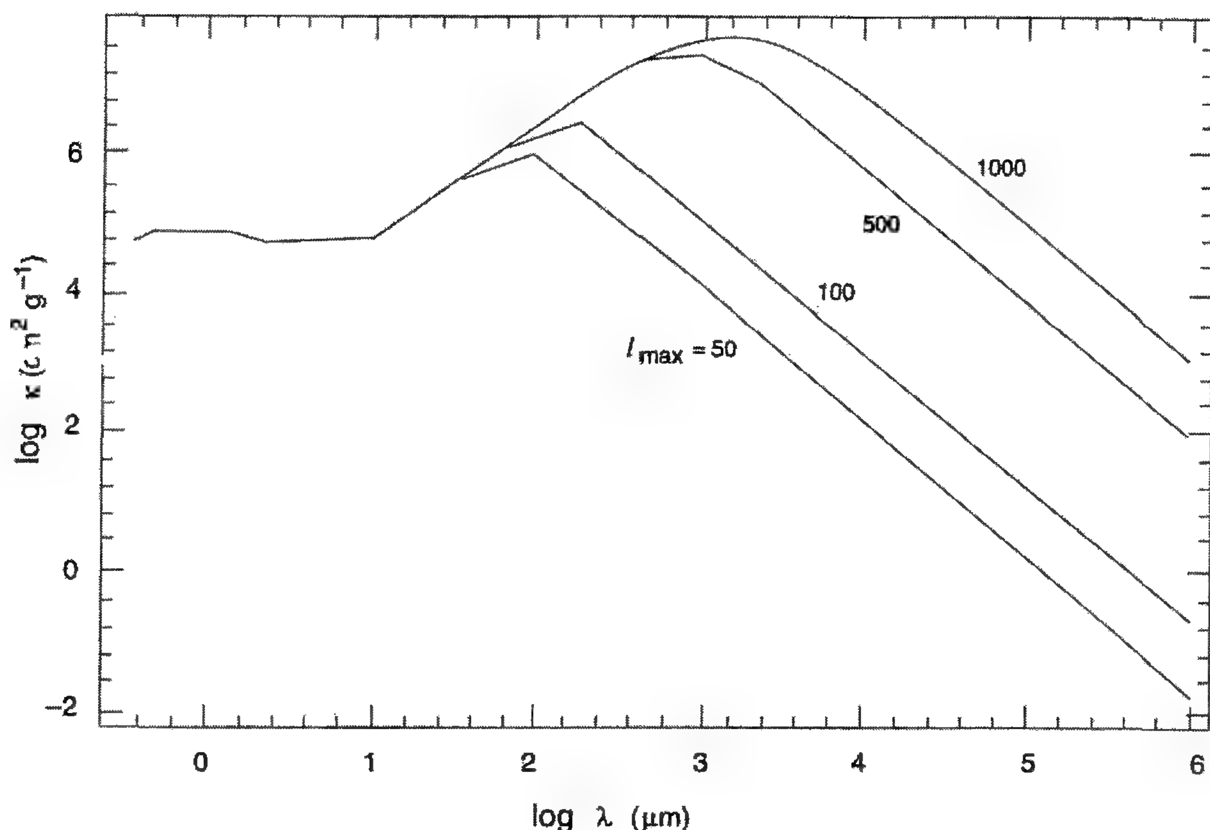
که زمان مشخصهٔ $t_۱$ را پارامترهای مختلف فرایند چگالش تعیین می‌کند. بنابراین چگالیده‌ها رشته‌های مویین به طول مختلف هستند که توزیع طول آنها از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$n(l)\mathrm{d}l = B\, \mathrm{d}l/l, \qquad l_{\min} \le l \le l_{\max}, \qquad B = \text{const.} \qquad (۱۲۷.۹)$$

$n(l)\mathrm{d}l$ چگالی عددی رشته‌های با طول بین l و $l + \mathrm{d}l$ است. حد بالای طول آنها ناشی از شکستن رشته‌های براثر برخورد است. بجز آهن، کربن تولید و پرتاب‌شده از اَبرنواختر نیز می‌تواند به شکل رشته ظاهر شود.

دلیلی آزمایشگاهی برای چگالش بخارهای فلزی به رشته‌های مویین وجود دارد. فرایند چگالش باعث می‌شود که دانه‌ها، به‌علت وجود نقصهای بلوری، به‌جای رشد به‌صورت همسانگرد، به شکل خطی رشد کنند. بنابراین به‌جای گویهای کروی گردوغبار رشته‌هایی چگالیده می‌شوند.

1. Chandra Wickramasingle

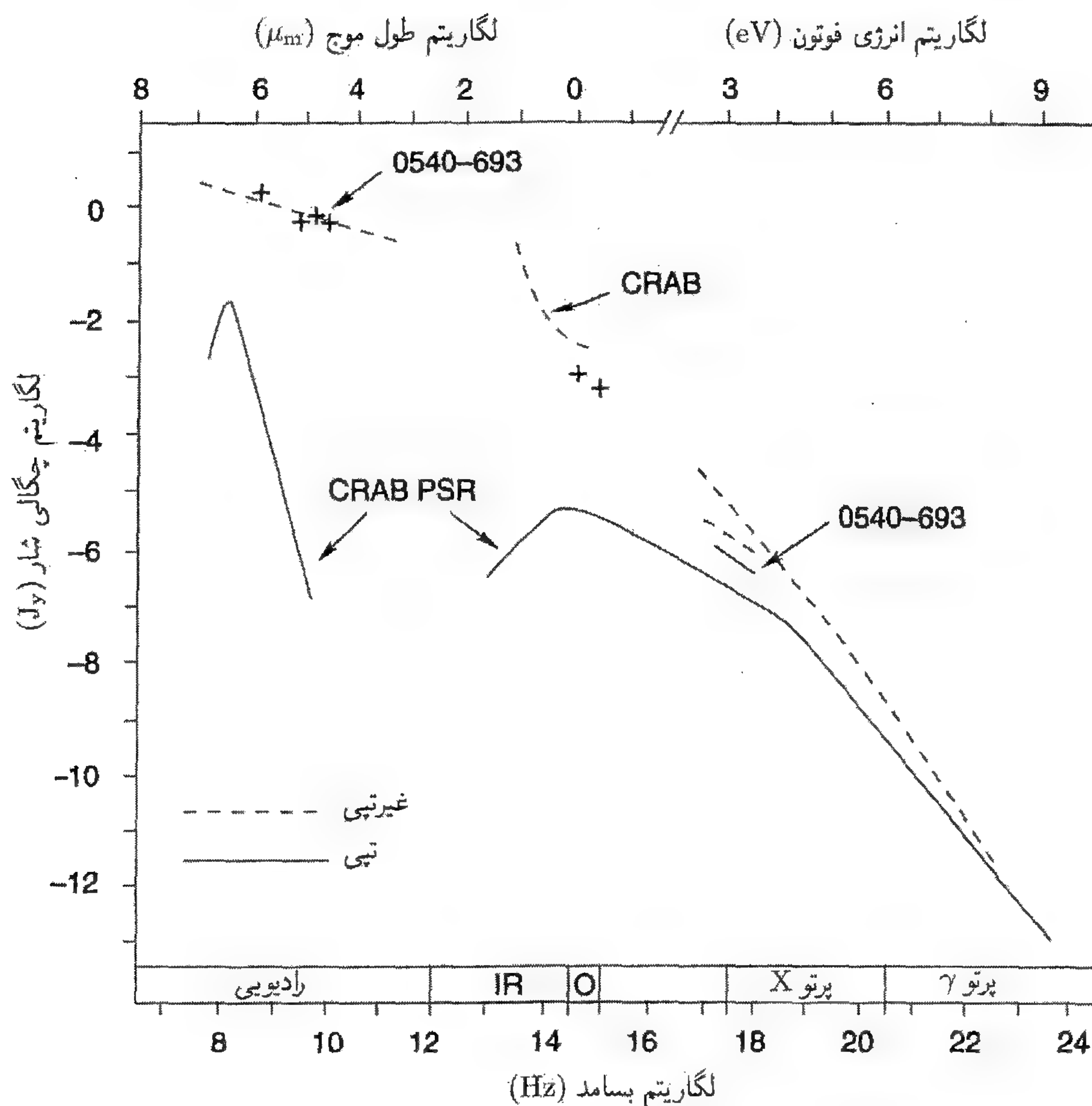


شکل ۹.۹ ضریب خاموشی جرمی برحسب طول موج برای رشته‌های به طول مختلف برحسب میکرومتر رسم شده است. به جذب غالب در طول موجهای حدود میلیمتر توجه کنید، این جذب برای موجهای رادیویی ناچیز است.

گرچه رشته‌هایی که بدین ترتیب تولید شده‌اند در حوالی منبع خود باقی می‌مانند، اما این کار برای همهٔ آنها ضروری نیست و اغلب آنها می‌توانند، به‌علت سرعتهای زیادی که از موج شوکی ابرنواختر گرفته‌اند، وارد فضای میان‌ستاره‌ای شوند. چگالی جرمی متوسط این رشته‌ها می‌تواند به کوچکی $۱۰^{-۳۵}\mathrm{g\ cm^{-۳}}$ باشد. با وجود این، می‌توانند چند اثر قابل مشاهده تولید کنند. برای شناخت این اثرها باید به ویژگیهای انهدام آنها توجه کنیم.

یک رشته آهنی می‌تواند استوانه‌ای با شعاع سطح مقطع $۰/۰۱\mu\mathrm{m}$، و طولی در گسترهٔ $۵\text{-}۱۰ \sim \vec{l}$ باشد. شکل ۹.۹ ضریب انهدام جرمی را برای جمعیتی از این دانه‌ها نشان می‌دهد که طبق قانون رابطهٔ (۱۲۷.۹) توزیع شده‌اند. به قله چشمگیر در گستره میلیمتر-سانتیمتر توجه کنید که مشاهده‌های زیر آن را تأیید می‌کنند.

۱. **تپ‌اختر خرچنگ.** طیف پیوستاری تپ‌اختر خرچنگ در گسترهٔ طول موجهای $۳۰\ \mu\mathrm{m}$ تا $۳۰\ \mathrm{cm}$ یک فرورفتگی دارد، که می‌توان آن را به حضور رشته‌هایی نسبت داد که از ابرنواختر خرچنگ سرچشمه گرفته‌اند و هنوز در آن حوالی وجود دارند. شکل ۱۰.۹ این اثر را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰.۹ این طیف بس طول موجی تپ‌اختر خرچنگ یک فرورفتگی را در گستره میلیمتر از خود نشان می‌دهد، که نشانگر عامل خاموش‌کننده‌ای در آن حوالی است. رشته‌های فلزی توضیحی طبیعی برای این مشاهده‌اند اگر ضریب جذب جرمی شکل ۹.۹ را در نظر بگیریم.

۲. **مرکز کهکشانی.** چون مرکز کهکشانی از لحاظ ابرنواختر غنی است، انتظار داریم چگالی رشته‌ها در آنجا بیش از حد معمول باشد. خطهای C II و N II در طول موجهای به‌ترتیب ۱۵۷٫۷ μm و ۲۰۵٫۳ μm در بررسیهای انجام‌شده در منطقه مرکز کهکشان فرورفتگی از خود نشان می‌دهند، این واقعیت را می‌توان با حضور رشته‌هایی به طول تا ۱۰۰ μm توجیه کرد.

۳. **جرم گردوغبار در چشمه‌های با انتقال به سرخ بالا.** ویکراماسینگه رامادورایی[1] نشان داده‌اند که جرم گردوغبار لازم برای توجیه شارهای بالای موج میلیمتری در چشمه‌های با انتقال به سرخ بالا

1. Ramadurai

به طول قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد (با ضریب $۱۰^{-۳} \sim$) اگر مبدلهای کارآمدتری برای تبدیل تابش محیط به این امواج وجود داشته باشد، یعنی اگر فرض کنیم که رشته‌های فلزی موجودند. در غیر این‌صورت، تحلیلهای اخیر کهکشانهای پر از گردوغبار با انتقال به سرخ بالا، با فرض اینکه به‌صورت متداول کروی باشند، وجود جرم گردوغبار قابل ملاحظه‌ای را ایجاب می‌کند. اگر فرض کنیم که رشته‌های بخش عمده گردوغبار را تشکیل دهند، برآوردهای جرم با ضریب قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد.

۴. **طیفهای کوازارهای رادیویی و هسته‌های فعال کهکشانی.** طیف مربوط به چشمه‌های رادیویی، مانند تپ‌اختر خرچنگ، و هسته‌های فعال کهکشانی فرورفتگیهایی را در پیوستار از خود نشان می‌دهند که نشانگر جذب در ناحیه طول موج میلیمتری است. این موضوع را می‌توان به بهترین نحو با خاموشی به‌وسیلهٔ رشته‌ها توضیح داد.

۵. **جذب میان‌کهکشانی.** به‌طوری که در فصل ۱۲ خواهیم دید، وجود گردوغبار میان‌کهکشانی به‌صورت رشته‌های فلزی توضیح مناسبی را برای رابطهٔ قدر-انتقال به سرخ اَبَرنواخترهای نوع-Ia با انتقال به سرخ بزرگ در اختیار می‌گذارد.

در حالی که رشته‌های آهنی احتمالاً چشمه غالب کدری در ناحیهٔ ریزموج هستند، رشته‌های کربنی در طول موجهای کوتاهتر به‌طور قابل ملاحظه‌ای غلبه می‌کنند، زیرا کربن به مقدار فراوانتر در ستاره‌ها تولید می‌شود و کارایی آن در طول موجهای کوتاهتر بیشتر است. در بحث زیر نسبت $S(t)/S_{\min}$ در یک چرخهٔ نوعی را با x نشان می‌دهیم. بنابراین، اگر بیشینه انتقال به سرخ قابل مشاهده در طی این چرخه ۵ باشد، مقدار کنونی $x = ۶$ است.

ضریب جذب رشته‌های گرافیتی برای تمام طول موجهای بزرگتر از $۱ \sim \mu\text{m}$ اصولاً ثابت است، و حتی به طول موجهای بلندتر نیز گسترش می‌یابد، و مقدار آن برای رشته‌های به قطر $۰/۰۱ \ \mu\text{m}$ و طول $۱ \sim \text{mm}$ برابر است با $۱۰^{۵} \ \text{cm}^{۲} \ \text{g}^{-۱}$. از طرف دیگر، ضریب جذب در حدود سه برابر مقدار آن برای تابش فرابنفش، $۳ \times ۱۰^{۵} \ \text{cm}^{۲} \ \text{g}^{-۱} \sim$، است که ایجاب می‌کند چگالی میان‌کهکشانی $۱۰^{-۳۴} \text{g cm}^{-۳} \sim$ باشد تا جذب فرابنفش قابل ملاحظه‌ای را در هنگامی تولید کند که پارامتر x، با نزدیک شدن به عصر کمینه-مقیاس در مرحله انقباض هر چرخه، به کمتر از ۶ کاهش می‌یابد. بنابراین چگالی میان‌کهکشانی $۱۰^{-۳۴} \ \text{g cm}^{-۳} \sim$ در $z_{\max} = ۵$ در $z = ۰$ به $۲ \times ۱۰^{-۳۲} \ \text{g cm}^{-۳} \sim$ افزایش می‌یابد. در فاصلهٔ کیهان‌شناختی $۱۰^{۲۷} \ \text{cm}$ برای این عصر مقدار عمقهای اپتیکی $۶ \sim$ برای نور فرابنفش و $۱ \sim$ برای طول موجهای بلندتر از $۱ \ \mu\text{m}$ به‌دست می‌آید.

پس تودهٔ عظیم تابش اپتیکی به شکل نورستاره که گرمایی شده است در هر مرحلهٔ انقباض به مدت 10^{11} سال در حرکت بوده است و این مدت برای ریزموجها از این هم طولانی‌تر است. تابشی که بر رشته‌های کربنی فرود می‌آید بیشتر در مرحلهٔ آخرین بیشینهٔ نوسان منتشر شده است. این شامل همهٔ تابش ریزموج می‌شود که قبل از نوسان کنونی موجود بوده‌اند و همهٔ نورستاره‌ای که کهکشانها در نیمهٔ اول چرخهٔ جاری تولید کرده‌اند، با این پیامد که همهٔ این تابشها دارای چگالی انرژی بسیار یکنواخت هستند. با این همه، لازم نیست که رشته‌های کربنی که مسئول جذب نورستاره و بازگسیل آن به‌صورت ریزموج هستند به‌صورت یکنواخت توزیع شده باشند. رشته‌های کربن می‌توانند در مقیاس خوشه‌های کهکشانی به‌صورت کپه‌ای باشند. این به معنی آن است که تبدیل نورستاره به ریزموج با نزدیک شدن به کمینهٔ نوسان به‌صورت کپه‌ای صورت می‌گیرد.

با وجود این، هر رشتهٔ کربن، در هر کجا که قرار گرفته باشد، خود را در حمامی با چگالی انرژی یکنواخت می‌یابد، حمام تابشی که کسر قابل ملاحظه‌ای از آن از ریزموجهای چرخهٔ قبلی تشکیل شده است و بقیهٔ آن اغلب نورستاره‌ای است که باید به ریزموج تبدیل شود. اگر همهٔ تابش در ناحیهٔ ریزموج بود، تخت بودن ضریب جذب نسبت به طول موج درگستره بلندتر از $\sim 1\mu\text{m}$ ایجاب می‌کرد که دمایی که ذرات به آن می‌رسیدند صرفاً دمای استاندارد ریزموجی باشد که اکنون مشاهده می‌شود، که $\sim ۲٫۷۳\ \text{K}$ است. با این همه، چون کسری از آن، مثلاً ٪۱۰، تابش فرابنفش است، مؤلفهٔ ستاره‌ای که از مقادیر نزولی پارامتر x انتقال به آبی یافته است، دارای ضریب جذب بالاتر از مقداری است که در بالا بحث شد. این موضوع باعث افزایش دمای T_{g} دانه‌ها به مقدار بالاتر از $\sim ۲٫۷۳\text{K}$، یعنی مقدار زیر می‌شود

$$T_{\text{g}} \sim [۰٫۹ + (۳^{۱/۴} \times ۰٫۱)]۲٫۷۳ \simeq ۲٫۸۲\text{K} \qquad (۱۲۸.۹)$$

جملهٔ دوم داخل کروشه مربوط به جذب نورستاره است. چون نورستاره به‌تدریج با عمق اپتیکی τ جذب می‌شود، به‌جای ضریب ۰٫۱ در معادله $۰٫۱\exp(-\tau)$ را قرار می‌دهیم و به‌جای ضریب ۰٫۹ می‌گذاریم $۱ - ۰٫۱\exp(-\tau)$، به‌طوری که دمای دانه‌ها طبق رابطهٔ زیر تغییر می‌کند

$$T_{\text{g}}[۱ + ۰٫۱\text{e}^{-\tau}(۳^{۱/۴} - ۱)] \times ۲٫۷۳\text{K} \qquad (۱۲۹.۹)$$

بنابراین، با جذب شدن نورستاره، دمای رشته‌ها در حدود $۰٫۱\text{K}$ بالاتر می‌رود و سپس با جذب تدریجی نورستاره به $۲٫۷۳\text{K}$ فرو می‌افتد.

چون گسیلمندی ذرات تابع طول موج نیست، آنها به ازای هر مقدار T_g، طبق معادلهٔ فوق با دماهایی که ممکن است تا حدود $۲٫۸۲\text{K}$ افزایش یابند، فقط گسیل با توزیع

پلانک $1/\{\exp[h\nu/(kT)] - 1\}$ خواهند داشت. اما، به طور کلی آنها شدت پلانک $\nu^3/\{\exp[h\nu/(kT)] - 1\}$ را تولید نمی‌کنند. وقتی دما تا ۲٫۸۲K بالا رود شدت تابش اندکی رقیق می‌شود.

بنابراین پیامد حاصل از این اولین جذب نورستاره چیست؟ نتیجه چگالی انرژی یکنواخت ریزموجها با توزیعی تقریباً به‌صورت جسم سیاه در دمای ۲٫۷۳K است، اما با افت‌وخیزهایی در جزئیات مربوط به منحنی شدت، که این جزئیات در ابتدا دارای توزیع تا اندازه‌ای ناهموارند زیرا رشته‌های کربن به‌صورت نامرتب توزیع شده‌اند.

حال، با نورستارهٔ جذب‌شده و دمای یکنواخت ذرات در همه‌جا، جذب و بازگسیل بیشتر به‌طور اجتناب‌ناپذیری توزیع پلانک دقیق برای ۲٫۷۳K را تولید می‌کند. فقط جذبهای بیشتر در کمینه‌های نوسانی برای این گام آخر ضروری هستند. این کار را، چنانکه نارلیکار، ادموندز[1]، و ویکراماسینگه در سال ۱۹۷۵ نشان دادند، می‌توان با رشته‌های کربن انجام داد. با این همه، اضافه کردن حتی مقدار کمی از رشته‌های آهن، با کدری زیاد در مرکز توزیع ریزموج، این گام نهایی را حتی سرنوشت‌سازتر می‌کند.

نکته اساسی چیزی است که قبلاً بر آن تأکید شد، یعنی اینکه انبساط در بیشینهٔ نوسانی باعث مخلوط شدن تابشی می‌شود که از فاصله‌های بسیار دور $\sim 10^{29}$ cm می‌آید، و این کار با چگالی میان‌کهکشانی کم ذرات صورت می‌گیرد و باعث می‌شود که تابش آزادانه حرکت کند.

۳.۱۳.۹ ناهمسانگردی زمینه

تأثیر τی بالا، که به‌صورت کپه‌ای در مقیاس خوشه‌های کهکشانی توزیع‌شده، باعث می‌شود که این فرایند افزایش مختصر دما و سپس بازگشت به ۲٫۷۳K نیز ناهموار باشد. اما کاری که انجام نمی‌شود آن است که چگالی کل انرژی تابش به‌هیچ‌وجه ناهموار نیست. هنگامی که چگالی انرژی تابش به‌طور کلی یکنواخت شد، این ویژگی بنیادی براثر جذب و بازگسیل توسط ذرات تغییر نمی‌کند. زیرا البته هر ذره همان مقدار انرژی گسیل می‌کند که جذب کرده است ــ مجموعهٔ کل ذرات دارای محتوای گرمایی ناچیز است ــ ذرات فقط مقدار مختصری گرما را ذخیره می‌کنند. بنابراین، این برداشت که توزیع ناهموار جذب‌کننده‌ها توزیع ناهموار تابش را به‌وجود می‌آورد درست نیست.

با این همه، همواره مقداری تابش از چشمه‌های موضعی، مانند یک کهکشان، گسیل می‌شود که می‌تواند افت‌وخیزهایی را در چگالی انرژی به‌وجود آورد. کهکشانهایی که در آنها نور بیشتر ناشی از کوتوله‌های رشتهٔ اصلی است قدر مطلق در حدود ۲۱− خواهند داشت، یعنی گسیلی

1. Edmunds

در حدود 10^{44}erg s^{-1} سهم یک کهکشان نزدیک، با فاصلهٔ مشخصه‌ای در حدود ۳Mpc، در چگالی انرژی $\sim 3 \times 10^{-18}\text{erg cm}^{-3}$ است، در مقایسه با چگالی انرژی کیهان‌شناختی $\sim 10^{-14}\text{erg cm}^{-3}$، یعنی، تغییرات موضعی چگالی انرژی در حدود یک قسمت در ۳۰۰۰ است. این موضوع باعث تغییر دمای ذرات گرمایی‌کننده به‌اندازهٔ یک قسمت در ۱۲۰۰۰ می‌شود، که وقتی اثر تمام ذرات گرمایی‌کننده را که به حد اولبرس رسیده‌اند در نظر بگیریم، ناچیز می‌شود.

یک حد اعلای افت‌وخیز ناشی از چشمه‌های موضعی مربوط به‌خوشه‌های غنی کهکشانهاست. بنابراین، برای ذرهٔ گردوغباری که در فاصلهٔ Mpc از خوشهٔ غنی متشکل از ۱۰۰۰ کهکشان قرار دارد، اصلاح موضعی میدان کیهانی نورستاره ($10^{-14}\text{erg cm}^{-3}$) برابر است با $1000 \times 3 \times 10^{-18}\text{erg cm}^{-3} = 3 \times 10^{-15}\text{erg cm}^{-3}$. این افت‌وخیز چگالی انرژی در حدود ۳۰٪ است که می‌تواند دمای ذرات را از ۲٫۷۳K با مقدار ۳۰٪ تغییر محاسبه شده در بالا به‌حدود ۲٫۸۳K افزایش دهد. بنابراین تغییری در حدود $3 \times 10^{-2}\text{K}$ به‌وجود می‌آید.

وقتی آسمان را در یک مقیاس زاویه‌ای بررسی کنیم به‌طوری که یکی از باریکه‌های مقایسه‌شونده حاوی خوشه‌ای غنی ازکهکشانها باشد و دیگری چنین نباشد، انتظار داریم تغییری قابل آشکارسازی در دمای مؤثر زمینه به‌دست آید. با این همه، مقدار تغییر به‌هیچ‌وجه به بزرگی $30 \times 10^{-2}\text{K}$ نیست که اکنون محاسبه کردیم. زیرا ذراتی که این تغییر در مورد آنها به‌کار می‌رود باید در فاصلهٔ حدود ۳Mpc از خوشهٔ کهکشانها قرار گرفته باشند و این افت‌وخیزهای کاملاً موضعی را همراه با ذرات گرمایی‌کننده‌ای در نظر بگیریم که در امتداد خط دید تا حد اولبرس قرار گرفته‌اند. مورد اخیر اندازهٔ افت‌وخیزها را با ضریب حدود ۱۰۰۰، تا $3 \times 10^{-5}\text{K}$، یا حدود $30\mu\text{K}$ کم می‌کند، که با افت‌وخیزهای مشاهده‌شده، چنانکه در فصل بعد خواهیم دید، سازگاری خوبی دارد.

به‌طور خلاصه، برخلاف وضعیت کیهان‌شناسی مهبانگ، افت‌وخیزهای زمینهٔ ریزموج چیزی جز انحرافهای مختصر نیستند که بر اثر تغییرات فضایی چگالی انرژی نورستاره ستاره به‌واسطهٔ توزیع ناهمگن کهکشانها به‌وجود می‌آیند.

بنابراین، انرژی زمینهٔ ریزموج، طیف، و دامنهٔ افت‌وخیزها را به‌دست آوردیم. پس QSSC مسئله‌ای را حل می‌کند که نظریهٔ حالت پایا از حل آن ناتوان است. با این همه، آزمونهای کیهان‌شناختی دیگری نیز وجود دارند و جالب است ببینیم این کیهان‌شناسی با کیهان‌شناسی استاندارد چه برخوردی دارد. در دو فصل بعد دلایل رصدی را بررسی می‌کنیم که هر مدل کیهان‌شناختی باید در نظر بگیرد، در فصل ۱۲ به QSSC باز خواهیم گشت.

۱۴.۹ ساختار بزرگ ـ مقیاس

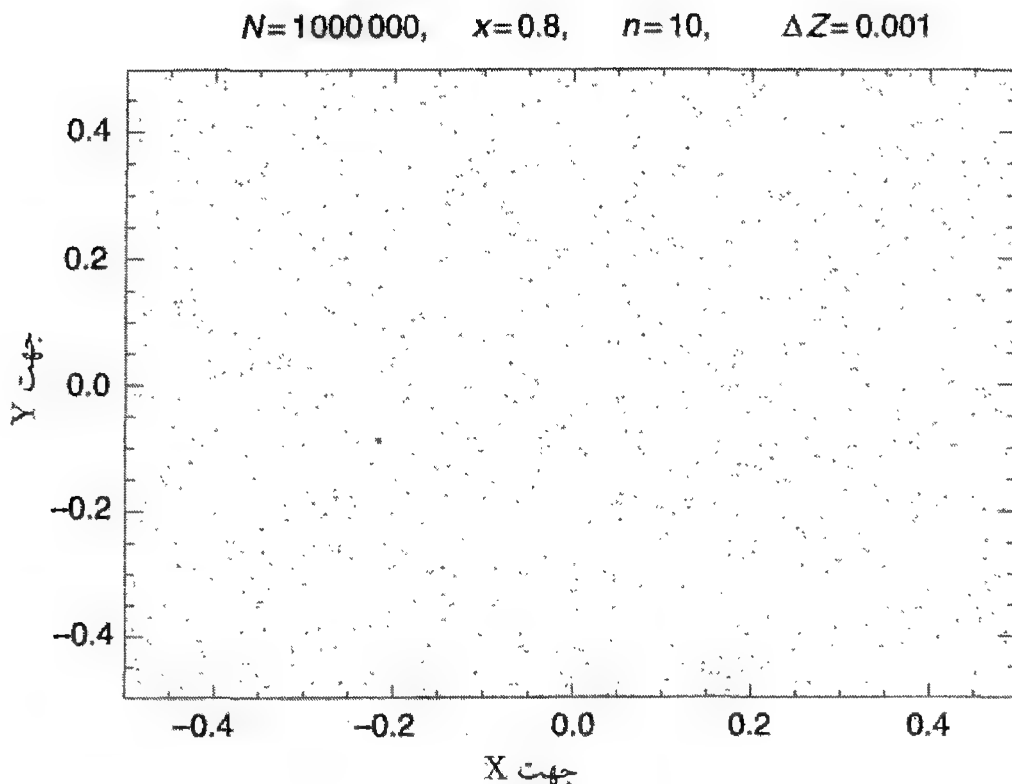
برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ که در آن ساختارها باید از ناهمگنهایی آغازین شکل بگیرید که به‌صورت دستی وارد شده‌اند، در اینجا مسئله این است که چگونه ساختارهای چرخهٔ کنونی را از آنچه در چرخه‌های قبل وجود داشته باز تولید کنیم. چون رویدادهای مینی‌ـآفرینش در این کیهان‌شناسی نقش اساسی دارند، انتظار داریم که هستهای جدید آفرینش از ماده‌ای که از آنها پرتاب شده است شکل بگیرد.

با وجود این، بد نیست ببینیم چگونه *ناپایداریهای گرانشی* در *این* کیهان‌شناسی رشد کردند. در سال ۱۹۷۷، بانرجی[1] و نارلیکار رهیافت زیر را اختیار کردند. متریک، چگالی و میدان‌ـC دچار اختلال شدند، با محدود کردن به کمیتهای مرتبهٔ اول، تغییرات این اختلالها در فضازمان زمینه محاسبه شد. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، چگالی ناهمگنیها در مرحلهٔ انقباض یک نوسان رشد کرد و در مرحلهٔ انبساط آن میرا شد. با این همه، روی‌هم‌رفته ناپایداری قابل ملاحظه‌ای در جواب وجود نداشت. درحالی‌که این موضوع باعث اطمینان از قوت جواب اصلی می‌شود، اما فرد را مجبور می‌کند که به جستجوی اثرهای غیرگرانشی برای تولید ساختار بپردازد. فرایند آفرینش یک امکان را در اختیار می‌گذارد. درکوششی اخیر برای شناخت چگونگی رشد ساختارها و توزیع آنها در فضا، فرد هویل آزمایش تجربی زیر را پیشنهاد و علی نیری[2] و سانو انجینیر[3] و نگارنده آن را امتحان کردند.

تعداد زیادی نقطه ($N \sim$ ۱۰^۵ـ۱۰^۶) در سطحی مربعی به‌صورت کاتوره‌ای توزیع شد. هر نقطه همسایه‌ای کاتوره‌ای را در محدودهٔ معین x از فاصلهٔ میان ذره‌ای مجموعهٔ اولیه تولید می‌کرد. سپس سطح به دو برابر اندازهٔ اولیه مقیاس‌بندی شد، به‌طوری‌که چگالی ذرات یکسان باقی ماند. سپس، از این سطح منبسط‌شده، بخش مرکزی نظیر سطح اولیه حفظ و بقیه کنار گذاشته شد. با این مربع جدید آزمایش تکرار شد.

به‌زودی، یعنی، پس از سه یا چهار بار تکرار روال بالا، خوشه‌ها و حفره‌ها در تصویر شروع به شکل گرفتن کردند و اندازهٔ حفره‌ها افزایش یافت درحالی‌که با تکرار آزمایش خوشه‌بندی چگالتر شد. اگر آفرینش همسایهٔ جدید B در اطراف نقطهٔ نوعی A کاملاً کاتوره‌ای نبود، بلکه به تاریخچهٔ قبلی آفرینش A بستگی داشت، به‌طوری‌که AB بیشتر در جهتی قرار می‌گرفت که A پرتاب شده است، ساختار رشته‌ای همراه با حفره‌ها رشد می‌کرد. این هم ترازی را می‌توان با این فرض که مرکز آفرینش جسم چرخان رمبیده‌ای (چون سیاهچاله کِر) را در خود جای داده است توجیه کرد؛ زیرا در این صورت ذرات آفریده ترجیحاً در امتداد محور چرخش پرتاب می‌شوند. تصویرهایی که بدین ترتیب تولید شدند به ساختار بزرگ‌ـمقیاس شباهت بسیار داشتند.

---
1. Banergee 2. Ali Nayeri 3. Sunu Engineer



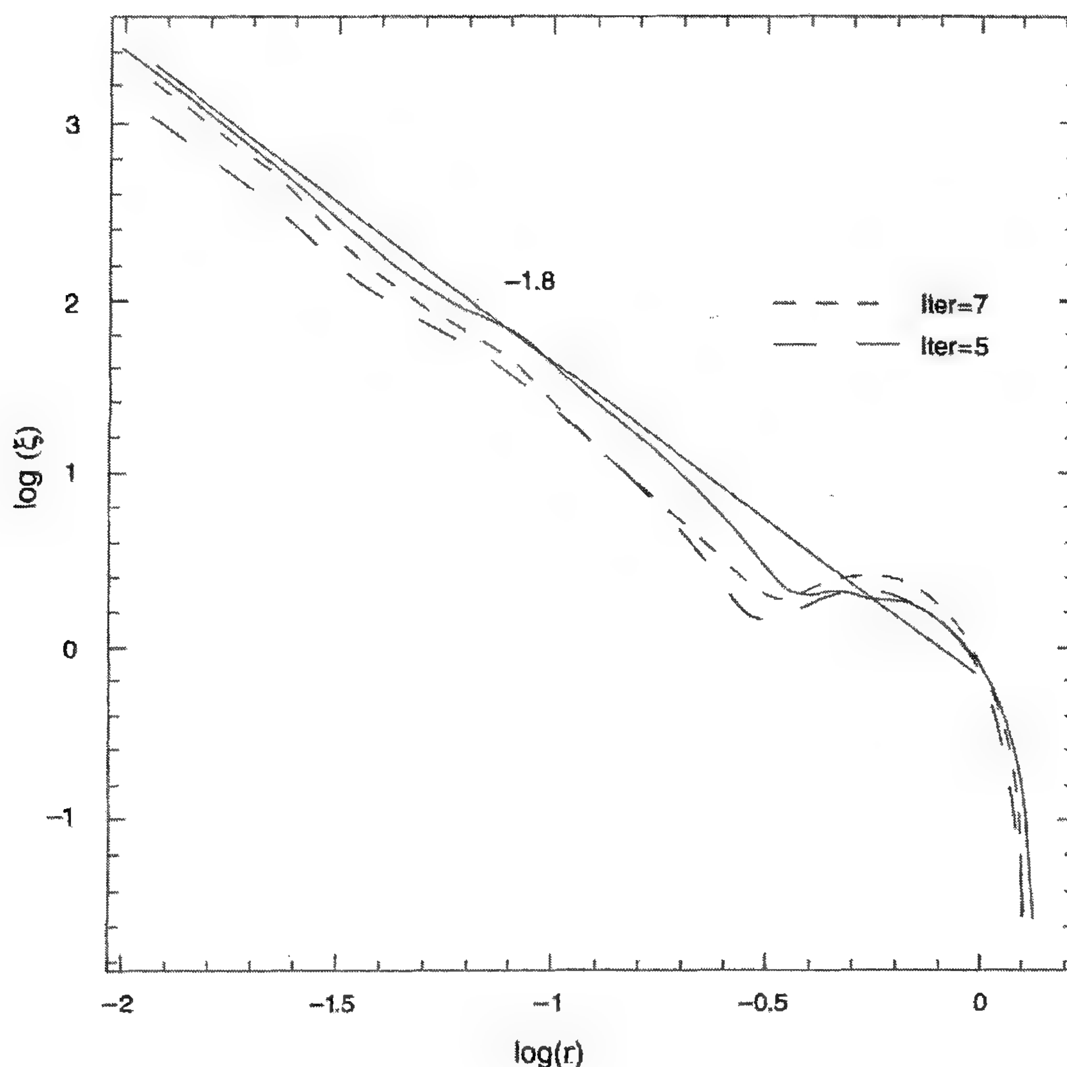
شکل ۱۱.۹ یک شبیه‌سازی بزرگ‌ـمقیاس QSSC، برمبنای آفرینش یک نسل از خوشه‌ها در حوالی خوشه‌های مربوط به نسل قبل، که در آن پرتاب هم‌تراز از یک نسل به نسل بعد در نظر گرفته شده است. با گذر از یک نسل‌به‌نسل بعد رشته‌ها و حفره‌ها شکل می‌گیرند. شکل نتیجه را پس از ده تکرار، برای مقادیر پارامتری بالای شکل، نشان می‌دهد. نقطه‌ها توزیع روی برش نازکی را در جهت Z توزیع مکعبی نشان می‌دهند.

آزمایش در سه‌بُعد تکرار شد و برشهای دوبعدی نیز برای ساختار بررسی شدند. باز هم شکل آنها به رشته‌ها و حفره‌های مربوط به بررسیهای انتقال به سرخ شباهت قابل ملاحظه داشت. برای نزدیکتر کردن آزمایش به دینامیک QSSC، مکعب اولیه با ضریب (Q/P) در هر جهت منبسط شد و گذاشتیم فقط کسر

$$f = [۱ - \exp(-۳Q/P)] \qquad (۱۳۰.۹)$$

مجموعه نقطه‌های اولیه همسایه‌های جدیدی را تولید کنند. کارهای اولیهٔ علی نیری نشان می‌دهد که رشته‌ها و حفره‌ها فقط پس از چند تکرار ظاهر می‌شوند. مثلاً، نگاه کنید به شکل ۱۱.۹.

خوشه‌بندی مشاهده‌شده در شکل ۱۱.۹ چگونه با خوشه‌بندی مشاهده‌شده مقایسه می‌شود؟ تمرینی برای اندازه‌گیری تابع همبستگی دونقطه‌ای ξ، تعریف‌شده در فصل ۷، برای شبیه‌سازیهای مشاهده‌شده پس از تکرارهای پی‌درپی انجام شد. همان‌طور که شکل ۱۲.۹ نشان می‌دهد، رابطهٔ



شکل ۱۲.۹ یک تابع همبستگی دو نقطه‌ای برای شبیه‌سازیهای از نوعی که در شکل ۱۱.۹ آمده است دارای توزیعی از نوع قانون توان با شاخصی است که پس از چند بار تکرار فرایند آفرینش به ۱/۸− نزدیک می‌شود. تکامل شاخص به طرف شیب خط ایده‌آل ۱/۸− (که با خط پیوسته مشخص‌شده) برای تکرار تا ده نسل نشان داده شده است.

$r-\xi$ به سرعت به طیف قانون توان با شاخص ۱/۸− نزدیک می‌شود. بنابراین معلوم می‌شود که رهیافت کنونی به تشکیل ساختار، اگرچه سرشت ساده دارد، اما می‌تواند به واقعیت نزدیک باشد.

۱۵.۹ اظهارنظرهای نهایی

ایده‌های بالاکوششهایی را نشان می‌دهد که برای شناخت پدیدهٔ آفرینش ماده در چارچوب فیزیکی خوش تعریف صورت گرفته است. نظریهٔ حالت پایای بوندی و گلد به این نتیجه می‌رسد که آفرینش

ماده پیامد اجتناب‌ناپذیر اصل کیهان‌شناختی کامل است. رهیافت هویل نظریهٔ میدان شناخته‌شده‌تر را برای توجیه این پدیده در چارچوب نسبیت عام مطرح می‌کند. از طرف دیگر، کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا با شروع از اصل ماخ و معادله‌های گرانشی عام‌تر، با یک ثابت کیهان‌شناختی و میدانی نرده‌ای که آفرینش ماده را مشخص می‌کند، به نسبیت عام «می‌رسند». اصولاً، QSSC از جایی کار را شروع می‌کند که نظریهٔ حالت پایا آن را ترک کرده است، و می‌تواند مدعی حل مسئله‌های مهمی باشد که باعث دردسر نظریهٔ اخیر بوده‌اند.

موفقیتهای بلافصل نظریه عبارت‌اند از:

۱. این شرط که Gی حاصل از تمام ذرات موجود در عالم الزاماً مثبت است ایجاب می‌کند که گرانش به‌صورت نیروی جاذبه عمل کند. انبوهٔ ماده باید تمایل به گردهم آمدن داشته باشد. این برخلاف نسبیت عام است، که برای آن گرانش می‌تواند مرکز گریز هم باشد، که پیامد انتخاب G منفی در کُنش نسبیت عام منفی است و باعث می‌شود که انبوهه ماده همواره از هم دور شوند.

۲. در مورد کیهان‌شناختی با همگنی و همسانگردی، فشار ناشی از جملهٔ میدان-C در معادله‌های گرانشی منفی است، که انبساط عالم را توجیه می‌کند. بنابراین، انبساط مربوط به فرایند آغازین اسرارآمیزی چون «مهبانگ» نیست.

۳. باز هم در مورد کیهان‌شناختی، انرژی مربوط به میدان C منفی است، که اطمینان می‌دهد وقتی شرایط آفرینش برقرار باشد، تحول آن به‌صورت شاراشار، با پیامدهای انفجاری است.

۴. معلوم شده است که اندازهٔ ثابت λ باید در حدودی باشد که در کیهان‌شناسی ضروری است. برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ، این به‌جای اینکه یک فرض باشد یک نتیجه‌گیری است؛ و به جوابی می‌انجامد که از نظر مشاهده دارای مرتبهٔ بزرگی صحیح است. با این همه، علامت λ منفی، یعنی برخلاف چیزی است که معمولاً فرض می‌شود.

۵. در یک مدل QSSC نوعی عالم دارای انبساط درازمدت از نوع دوسیته است، که روی نوسانهای کوتاه‌مدت بین عاملهای مقیاس کمینه و بیشینهٔ محدود نهاده می‌شود. بنابراین جواب نشانگر عالم ناتکین است.

۶. با ذرات جدیداً آفریده‌شده‌ای که ذرات پلانک‌اند، واپاشی آنها امکان تولید عناصر سبک را فراهم می‌سازد.

۷. زمینهٔ ریزموج با نورستارهٔ باقیمانده از چرخه‌های قبلی QSSC ارتباط مستقیم دارد، گرمایی شدن آن توزیع جسم سیاه با دمای ۲٫۷K ~ را به‌وجود می‌آورد. برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ، توضیحی اخترفیزیکی برای این موضوع داریم که چرا دمای زمینه دارای این اندازه است.

۸. حضور ماده تاریک را می‌توان برحسب بقایای ستارگان چرخه‌های قبل فهمید که نورشان به‌صورت زمینهٔ ریزموج ظاهر می‌شود.

۹. موفقیت مدل اسباب‌بازی که برای تشکیل ساختار از طریق رویدادهای مینی‌ـآفرینش توسعه یافت گامهای بیشتر در این راه را تشویق می‌کند.

این مفهوم حالت پایای اصلاح‌شده، که اکنون به‌صورت مؤثرتر از نظریهٔ‌حالت پایای کلاسیک قدیم به‌کار می‌رود، مسئله کیهان‌شناختی را به مسئله‌ای تبدیل می‌کند که در آن پارامترهایی را که محاسبه‌های برمبنای آن صورت می‌گیرد می‌توان از مشاهده‌های نجومی تعیین کرد. آنها مانند کیهان‌شناسی مهبانگ مبتنی بر حدس وگمان نیستند. در فصلهای باقیمانده کیهان‌شناسی مهبانگ و QSSC را در معرض بررسی رصدی دقیقتر قرار می‌دهیم و عملکرد آنها را مقایسه می‌کنیم.

تمرینها

۱. دربارهٔ ملاحظاتی که به فرمولبندی کیهان‌شناسی حالت پایا انجامید بحث کنید. آیا هیچ‌کدام از این ملاحظات امروز معتبرند؟

۲. اصل کیهان‌شناختی کامل (PCP) چیست؟ این اصل برای از میان برداشتن چه کمبودهای اصل کیهان‌شناختی معمولی طراحی شده است؟

۳. با در نظر گرفتن اجسام نجومی مختلف، به مقیاس طولی برسید که در آن انتظار دارید PCP به‌کار رود. مقیاسهای زمانی متناظر که در آنها انتظار دارید عالم از این اصل پیروی کند کدام‌اند؟

۴. خمیدگی نرده‌ای R را برای مدل رابرتسون‌ـواکر محاسبه کنید. از PCP برای ثابت بودن R بهره بگیرید و نشان دهید که این موضوع سبب می‌شود S تابعهای ویژه‌ای از t برای $k = ۰, \pm ۱$ باشد. با استفاده از ثابت بودن ثابت هابل نتیجه بگیرید که $k = ۰$.

۵. نشان دهید که پارامتر شتاب منفی برای عالم حالت پایا در تمام دوره‌ها برابر ۱− است.

۶. از PCP و مشاهدهٔ موضعی انحراف از تعادل ترمودینامیکی نتیجه بگیرید که عالم حالت پایا باید منبسط شود.

۷. نشان دهید که اگر عالم حالت پایا دارای ویژه چگالی عددی n از چشمه‌هایی باشد که هر یک با درخشندگی L تابش می‌کنند، شدت کل در زاویهٔ فضایی $\mathrm{d}\Omega$ آسمان از $F\mathrm{d}\Omega$ به‌دست می‌آید که

$$F = \frac{۱}{۱۶\pi} L n \frac{c}{H_{\circ}}$$

با قرار دادن مقدارهای مشخصهٔ L، n برای کهکشانها F را برآورد کنید و نتیجه بگیرید که آسمان شب کاملاً تاریک است.

۸. در مورد اعتبار گزاره زیر بحث کنید: «از راههای حل پارادوکس اولبرس، تنها راه ممکن برای مدل حالت پایا انبساط عالم است».

۹. نشان دهید که با توجه به کیهان‌شناسی میدان-C آهنگ آفرینش مادهٔ لازم برای تداوم مدل حالت پایا از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$Q = ۴ \times ۱۰^{-۴۶} h_{\circ}^{۳} g\ \mathrm{cm}^{۳}\mathrm{s}^{-۱}$$

۱۰. با بهره‌گیری از تمرین ۹، آهنگ آفرینش را برحسب جرم خورشید در هر سال در هر مگاپارسک مکعب بیان کنید.

۱۱. در مورد مزایا و محدودیتهای کیهان‌شناسی میدان-C بحث کنید.

۱۲. ادعا شده است که نظریهٔ حالت پایا به‌راحتی قابل آزمودن و در نتیجه بیشتر از مدل استاندارد مهبانگ کیهان‌شناسی در معرض عدم تأیید است. با ذکر چند مثال، این ادعا را توجیه کنید.

۱۳. میدان-C و میدان الکترومغناطیسی را مقایسه و تفاوتهای آنها را بیان کنید.

۱۴. با ذکر مثال میدان-C نشان دهید که جمله‌های مستقل از مسیر کنش می‌توانند به نتایج غیرصفر بینجامند.

۱۵. نشان دهید که در نبود نیروهای دیگر، ذره آفریده‌شده در کیهان‌شناسی میدان-C یک ژئودزیک را دنبال می‌کند.

۱۶. نشان دهید که در نظریهٔ میدان-C درهنگام آفرینش یک ذره انرژی کل و تکانه پایسته می‌ماند.

۱۷. با تغییر g_{ik} و قرار دادن تغییرات مرتبهٔ اول کُنش برابر با صفر، شکل تانسور انرژی تکانهٔ میدان-C را به‌دست آورید. نشان دهید که

$$T^{ik}_{(C);k} = -fC^{i}C^{k}_{;k}$$

این رابطه را در حوالی نقطه‌ای از فضازمان که در آن ذره آفریده می‌شود ارزیابی کنید و قانون پایستگی ۴-تکانه را نتیجه بگیرید.

۱۸. پیامدهای منفی بودن انرژی میدان-C را بررسی کنید.

۱۹. معادله‌های کیهان‌شناختی (۱۳.۹) تا (۱۶.۹) به‌دست آورید. جواب کلی این معادله‌ها را برای مورد $k = ۰$ بنویسید.

۲۰. اختلالی در جزء خط حالت پایا را به‌شکل زیر در نظر بگیرید:

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k, \quad x^0 = ct$$
$$g_{00} = (1 + h_{00}), \quad g_{0\mu} = 0, \quad g_{\mu\nu} = -(\delta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu})e^{2H_0 t}$$

که h_{ik} تابعهای کلی مختصات فضازمان هستند. به‌علاوه، چگالی و بردار جریان را به‌صورت زیر در نظر بگیرید

$$\rho = \frac{3H_0^2}{4\pi G} + \rho_1, \quad u^i = (1, 0, 0, 0) + u_1^i$$

با در نظر گرفتن ρ_1، u_1^i، $h_{\mu\nu}$ به‌صورت کمیتهای کوچک مرتبهٔ اول، نشان دهید که آنها برحسب زمان به‌صورت زیر فرو می‌افتند

$$\rho_1 = Ae^{-3H_0 t} + Be^{-5H_0 t}, \quad u_1^i = \overline{u}^i e^{-5H_0 t},$$
$$h_{00} = 0, \quad h_{\mu\nu} = \alpha_{\mu\nu} + \beta_{\mu\nu}e^{-2H_0 t} + \gamma_{\mu\nu}e^{-3H_0 t} + \varepsilon_{\mu\nu}e^{-5H_0 t}$$

توابع A، B، $\overline{u}^i$، $\alpha_{\mu\nu}$، ...، $\varepsilon_{\mu\nu}$ تابع x^μ هستند. ثابت کنید که با انبساط عالم حتی ناهمگنی مربوط به $\alpha_{\mu\nu}$ اهمیت کمتری پیدا می‌کند.

۲۱. نتیجه بگیرید که بردار جریان ماده آفریده‌شده دارای اسپین صفر است. این نتیجه چه پیامدهایی برای اصل ماخ دارد؟

۲۲. جواب (۱۸.۹) را برای فرایند آفرینش انفجاری استنتاج کنید. پارامترهای جواب خود را به مقدار مادهٔ آفریده‌شده در عالم ربط دهید. به‌ویژه، نشان دهید که

$$t_1 = t_0$$

و چگالی بیشینه در $t = 0$ به‌وجود می‌آید و برابر است با fm^2.

۲۳. مخزن انرژی ξ را در حجم V در حال انبساط در نظر بگیرید. نشان دهید که اگر $\xi > 0$، انبساط و تبدیل انرژی به ماده به‌صورت ξ مساوی صفر در زمان محدود در می‌آید. همین‌طور نشان دهید که اگر $\xi < 0$ باشد این نتیجه‌گیری به‌شدت تغییر می‌کند.

۲۴. نشان دهید در کیهان‌شناسی حالت پایا انتقال به سرخ یک کهکشان با ویژه‌فاصلهٔ شعاعی آن کهکشان از ما متناسب است.

۲۵. نشان دهید که کیهان‌شناسی حالت پایا دارای افق ذره نیست، بلکه دارای افق رویدادی با ویژه شعاع c/H_0 است. یعنی، نشان دهید کهکشانی که ویژه‌فاصلهٔ شعاعی آن از ما از c/H_0 تجاوز کند نمی‌تواند هرگز با ما تماس بگیرد.

۲۶. تفاوت قدر تابش‌سنجی ظاهری یک کهکشان با انتقال به سرخ $z = ۱$ را که با توجه به مدل حالت پایا محاسبه شده است با مقدار مربوط به مدل فریدمان با $q_0 = ۱$ برآورد کنید.

۲۷. خانواده‌ای از چشمه‌های رادیویی با درخشندگی یکسان و طیف انرژی که برحسب بسامد ν به‌صورت $\nu^{-۱} \sim$ تغییر می‌کند در عالم حالت پایا شمرده شده‌اند. نشان دهید که چگالی شار S برحسب انتقال به سرخ z چشم به‌صورت زیر تغییر می‌کند

$$S \propto z^{-۲}(۱ + z)^{-۲}$$

شیب $\mathrm{d}\log N/\mathrm{d}\log S$ را برحسب z محاسبه کنید که N از رابطهٔ (۲۵.۹) به‌دست می‌آید. این تابع را برای $z = ۱۰^{-n}$، $n = ۴, ۳, ۲, ۱, ۰$ جدول‌بندی کنید. از این جدول چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲۸. در عالمی با جزء خط

$$\mathrm{d}s^۲ = c^۲\mathrm{d}t^۲ - S^۲(t)[\mathrm{d}r^۲ + r^۲(\mathrm{d}\theta^۲ + \sin^۲\theta\mathrm{d}\phi^۲)]$$

$Q(t,\tau)\mathrm{d}\tau$ ویژه چگالی عددی کهکشانهای دارای سن بین τ و $\tau + \mathrm{d}\tau$ در عصر t است. فرض کنید $\eta(t)$ آهنگ تزریق کهکشانها (به‌ازای واحد ویژه حجم) در عالم باشد. نشان دهید که $Q(t,\tau)$ در معادله زیر صدق می‌کند

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial \tau} + ۳\frac{\dot{S}}{S}Q = \eta(t)\delta(\tau)$$

از این معادله توزیع سن کهکشانها در عالم حالت پایا را نتیجه بگیرید.

۲۹. انرژیهای جرم سکون نوترون و پروتون را در جدول ثابتها در انتهای کتاب پیدا کنید. با فرض اینکه ۲۰ ~ درصد اختلاف انرژی را الکترون در واپاشی β بگیرید، سرعت و انرژی جنبشی الکترون را برآورد کنید.

۳۰. برای چگالی اتم هیدروژن $۲ \times ۱۰^{-۵}\mathrm{cm}^{-۳}$ و دمای جنبشی $۱۰^۹\mathrm{K}$، سرعت صوت را برآورد کنید. این سرعت را برابر سرعت انبساط $H_0 D$ قانون هابل قرار دهید و مقیاس فاصلهٔ بی‌نظمی را برآورد کنید که در عالم داغ گلد‌ـ‌هویل به‌وجود می‌آید و در آن فشارهای گرمایی با نیروی انبساط کلی رقابت می‌کنند.

۳۱. عالم حبابی را با مدلهای تورمی مقایسه کنید.

۳۲. دربارهٔ عالم حبابی بحث کنید. آیا هیچ شباهتی میان تولید ناهمگنیهای فضایی در عالم داغ و شیوه‌ای که عالم حبابی ناپایداریهای زمانی تولید می‌کند وجود دارد؟ در این مدلها چه اتفاقی برای PCP می‌افتد؟

۳۳. یک حباب در حال انبساط را می‌توان ابری از گاز در نظر گرفت که به‌صورت شعاعی به‌طرف خارج حرکت می‌کند. در یک حباب کروی یکنواخت به جرم $M(r)$ در محدودهٔ شعاع r انبساط از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\dot{r}^{۲} = ۲GM(r)/r$$

سپس فرض کنید یک جسم بسیار پرجرم به جرم μ هنگامی که $r = r_{۰}$ است در مبدأ ظاهر شود. نشان دهید که این ابر اکنون تا شعاع بیشینه زیر منبسط می‌شود.

$$r_{\max} = \left(۱ + \frac{M}{\mu}\right) r_{۰}$$

در نظریهٔ عالم حبابی این فکر مبنای تشکیل یک کهکشان بیضوی به‌صورت ابری از گاز تا شعاع $r_{\max}$ است که به‌صورت گرانشی با جسم بسیار پرجرمی در هستهٔ کهکشانی کنترل می‌شود.

۳۴. با فرض اینکه کهکشان ما با آهنگ $۴ \times ۱۰^{۴۳}\text{erg s}^{-۱}$ به‌مدت $۳ \times ۱۰^{۱۷}\text{s}$ تابش کند و این انرژی از تبدیل هیدروژن به هلیم به‌دست آید، برآورد کنید که بدین ترتیب چقدر هلیم تشکیل می‌شود. (در تبدیل هیدروژن به هلیم $۶ \times ۱۰^{۱۸}\text{erg g}^{-۱}$ آزاد می‌شود. دربارهٔ پاسخ خود در ارتباط با کسر جرم هلیم آغازین به‌دست آمده در فصل ۵ اظهار نظر کنید.

۳۵. فرض کنید که اکنون تابش گرمایی با دمای ۲٫۷K وجود دارد، حد پایین پارامتر B در معادلهٔ (۹.۱۰۰) را چنان تعیین کنید که وجود مدل ناتکینی را تضمین کند.

۳۶. مقادیر پارامتری را طوری تعیین کنید که باعث وجود جوابهای ایستا برای معادلهٔ (۹.۱۰۰) شود. شرط $\lambda > ۰$ تا چه حد برای این جوابها ضروری است؟

۳۷. چرا فراوانی دوتریم چگالی باریونها در QSSC را محدود نمی‌کند؟

۳۸. عبارتی را برای زاویه‌ای بنویسید که یک خوشهٔ کروی به شعاع R در $Z = Z_{\max}$ در QSSC در محل ناظر به‌وجود می‌آورد. این عبارت را به مقیاس زاویه‌ای ناهمسانگردی زمینهٔ ریزموج در QSSC ربط دهید.

۳۹. بگویید چرا QSSC مسئله‌ای از نوع اولبرس برای تاریکی آسمان شب ندارد.

۴۰. نشان دهید که مدل QSSC افق رویداد دارد، اما افق ذره ندارد.

۱۰

آزمونهای رصدی موضعی دارای اهمیت کیهان‌شناختی

۱.۱۰ مقدمه

بحث ما تاکنون بیشتر نظری بود: اکنون وقت آن است که نظریه‌هایی را که تاکنون توصیف کردیم با واقعیت مرتبط سازیم. این کار را می‌توان با آزمونهای رصدی مختلف مبتنی بر پیش‌بینی مدلهای کیهان‌شناختی انجام داد. به‌خاطر داشته باشید که در روزهای اولیه، عالم ایستای اینشتین را رصدهای انتقال به سرخ هابل کشف کرد، رصدهایی که سرانجام به پذیرش فرض بنیادی عالم در حال انبساط انجامید.

این مثال جنبهٔ دیگر از مجادلهٔ نظریه در برابر مشاهده را نشان می‌دهد که گاهی فراموش می‌شود. رصدهای هابل به‌صرف این واقعیت بیان نمی‌کند که عالم در حال انبساط است. بخش مبتنی بر واقعیت رصدها آن بود که یک انتقال به سرخ سحابه‌ای وجود داشت که با قدر ظاهری افزایش می‌یافت. با توجه به این واقعیت، انتقال به سرخ را، با توجه به معادلهٔ (۵۱.۳) ناشی از انبساط

عالم تفسیر می‌کنیم، و همین‌طور با بهره‌گیری از معادله‌های (۵۵.۳) تا (۵۸.۳) قدر ظاهری را به فاصله مرتبط می‌سازیم. پس این تفسیر ما از رصدهای هابل از طریق مدلهای انبساطی است که باید با رصدهای دقیقتر آزموده شود. زیرا ممکن است تفسیرهای دیگری از رصدهای هابل وجود داشته باشد، مانند تفسیری که در فصل ۸ بیان شد (نگاه کنید به معادلهٔ (۵۷.۸)) و در یک مرحله کیهان‌شناس شاید بخواهد بررسی کند که کدام‌یک از این تفسیرها درست است. تفسیر دیگری که در این کتاب بررسی نکردیم، مربوط به فوتون «خسته» است. اگر فوتون جرم سکون کوچکی داشته باشد و در هنگام حرکت در عالم از طریق برهم‌کنش با ماده انرژی از دست دهد، انتقال به سرخ پیدا خواهد کرد، و این انتقال به سرخ با فاصله افزایش می‌یابد. چگونه می‌توان این فرضیه را آزمود؟ به‌طور خلاصه، داده‌های بنیادی یکسان، در نظریه‌های مختلف می‌توانند تفسیرهای متفاوت داشته باشند، بنابراین باید فراتر رفت و آزمونهای دقیقتری را برای تمیز دادن تفسیرهای مختلف یافت.

ما دیدگاه کارل پوپر[1] را اختیار می‌کنیم که آزمونها می‌توانند یک نظریهٔ علمی را رد کنند، اما هرگز آن را اثبات نمی‌کنند. اگر آزمونی نتایج بسیار متفاوت از پیش‌بینی‌های نظریه به‌دست دهد، این نظریه رد می‌شود. با این‌همه، اگر آزمون نتیجه‌های پیش‌بینی‌شدهٔ نظریه را بدهد، تنها چیزی که می‌توانیم بگوییم آن است که نظریه با نتیجه‌های آزمون سازگار است. در حالی که اثبات سازگاری میزان اعتبار نظریه را بهبود می‌بخشد، اما نظریه هنوز در مرحلهٔ آزمایشی باقی می‌ماند.

در این فصل رصدهای اخترشناسی را مرور می‌کنیم که می‌خواهند ساختار بزرگ مقیاس عالم را از بررسیهای نسبتاً محلی تعیین کنند. این آزمونها چیزی دربارهٔ ساختار هندسی بزرگ‌ـمقیاس عالم به ما نمی‌گویند، زیرا تا فاصله‌های به‌اندازهٔ کافی دورگسترش نمی‌یابند. با وجود این، خواهیم دید که چگونه حتی اندازه‌گیریهای موضعی، در مورد آنچه می‌توانیم دربارهٔ بخشهای دوردست عالم بگوییم محدودیت ایجاد می‌کنند. این موضوع شاید متناقض‌نما باشد، اما پیامد فرضهای تقارنی است که در اغلب مدلهای عالم، به‌ویژه اصل کیهان‌شناختی، در نظر گرفته می‌شود.

در مرتبط ساختن مدلهای کیهان‌شناختی به این رصدها بیشتر دربارهٔ کیهان‌شناسی استاندارد مهبانگ بحث خواهیم کرد. همان‌طور که در فصلهای قبل بحث شد، این مدلها را می‌توان به‌صورت زیر طبقه‌بندی کرد.

- مارک I مدل فریدمان‌ـلومتر با سیطره گردوغبار با $k = 0$ و $\lambda = 0$. این را مدل اینشتین‌ـدوسیته می‌نامند زیرا اینشتین و دوسیته (۱۹۳۲) پس از تثبیت شدن انبساط عالم هابل مشترکاً از آن دفاع می‌کردند.

1. Karl Popper

- مارک II مانند مارک I به اضافهٔ انبساط با سیطرهٔ تابش پیش از $t_{\rm eq}$. جورج گاموف از این مدل برای بحث دربارهٔ سنتز هستهٔ آغازین استفاده کرده است.
- مارک III مانند مارک II است به اضافهٔ تورمی که به $\Omega_m = ۱$ انجامید. این با پیدایش تورم مورد توجه قرار گرفت.
- مارک IV مانند مارک III به اضافهٔ تورمی که به $\Omega_m + \Omega_\Lambda = ۱$ انجامید. این هنگامی طرفدار پیدا کرد که مشکلات رصدی مارک III را منتفی ساخت.
- مارک V مدل فریدمان_لومتر با $k = -۱$ به اضافهٔ یک مرحلهٔ اولیه با سیطرهٔ تابش و بدون تورم. این را گاهی عالم کم‌چگالی می‌نامند و در سالهای ۱۹۷۰ پیش از تورم و مادهٔ تاریک مورد توجه بود، ولی اخیراً در مورد آن اختلاف نظر به‌وجود آمده است.

همین‌طور دربارهٔ چند کیهان‌شناسی دیگر نیز بحث کردیم. با این همه، فقط یکی از آنها، یعنی کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا (QSSC)، را با مدلهای مهبانگ در پس زمینهٔ رصدها بررسی می‌کنیم.

این آزمونها به‌اختصار عبارت‌اند از:

۱. اندازه‌گیری ثابت هابل،

۲. ناهمسانگردی بزرگ مقیاس میدان سرعت،

۳. توزیع و چگالی ماده در اطراف ما،

۴. سن عالم،

۵. فراوانی هسته‌های سبک،

۶. نشانهٔ وجود پادماده در عالم،

۷. تابش زمینهٔ ریزموج.

بررسی کیهان‌شناسی رصدی کنونی چند موضوع را مطرح می‌کند که رصادان و نظریه پردازان در مورد آنها اختلاف دارند. گاهی نکته‌های فیزیکی مهم در زیر این انبوه داده‌های عددی مدفون می‌شوند. به‌طوری که تفسیر تازه‌ای ضروری می‌شود. رهیافت ما در این کتاب تأکید بر مواردی است که رصدها جزئیات عددی بحث‌انگیز بسیاری از نمایان می‌سازند. هرچند کوشیده‌ایم تا «داده‌های روزآمد» را ارائه دهیم، اما رصدهای جدیدتر از آنچه در اینجا بررسی شده‌اند در طول زمان پدید می‌آیند. امیدواریم هرگاه این واقعه رخ دهد، خواننده بتواند موارد مورد بحث را به داده‌های جدید مرتبط سازد و ببیند که نتیجه‌گیریها از آن چه تأثیری می‌پذیرند.

۲.۱۰ اندازه‌گیری ثابت هابل

کیهان‌شناسی جدید با رصدهای هابل، که در فصل ۱ دیدیم، آغاز شد. هابل مقدار $h_{\circ} \sim$ ۵/۳ را از رصدهای اولیهٔ خود به‌دست آورد، در حالی که رصدهای کنونی نشان می‌دهد که $h_{\circ}$ در گسترهٔ ۱ $\leq h_{\circ} \leq$ ۰/۵ قرار دارد. خواننده شاید نه تنها به این فکر بیفتد که چگونه این تغییر بارز در طی شش دهه صورت گرفته است، بلکه متوجه این واقعیت نیز بشود که هنوز هم خطای زیادی در مورد مقدار واقعی این پارامتر مهم کیهان‌شناسی جدید وجود دارد. در این بخش می‌کوشیم تا وضعیت را روشن کنیم.

در شروع کار یادآور می‌شویم که ثابت هابل $H_{\circ}$، انتقال به سرخ z مربوط به یک کهکشان نزدیک را به فاصلهٔ D از ما مرتبط می‌سازد:

$$cz = H_{\circ} D \cdot \qquad (1.10)$$

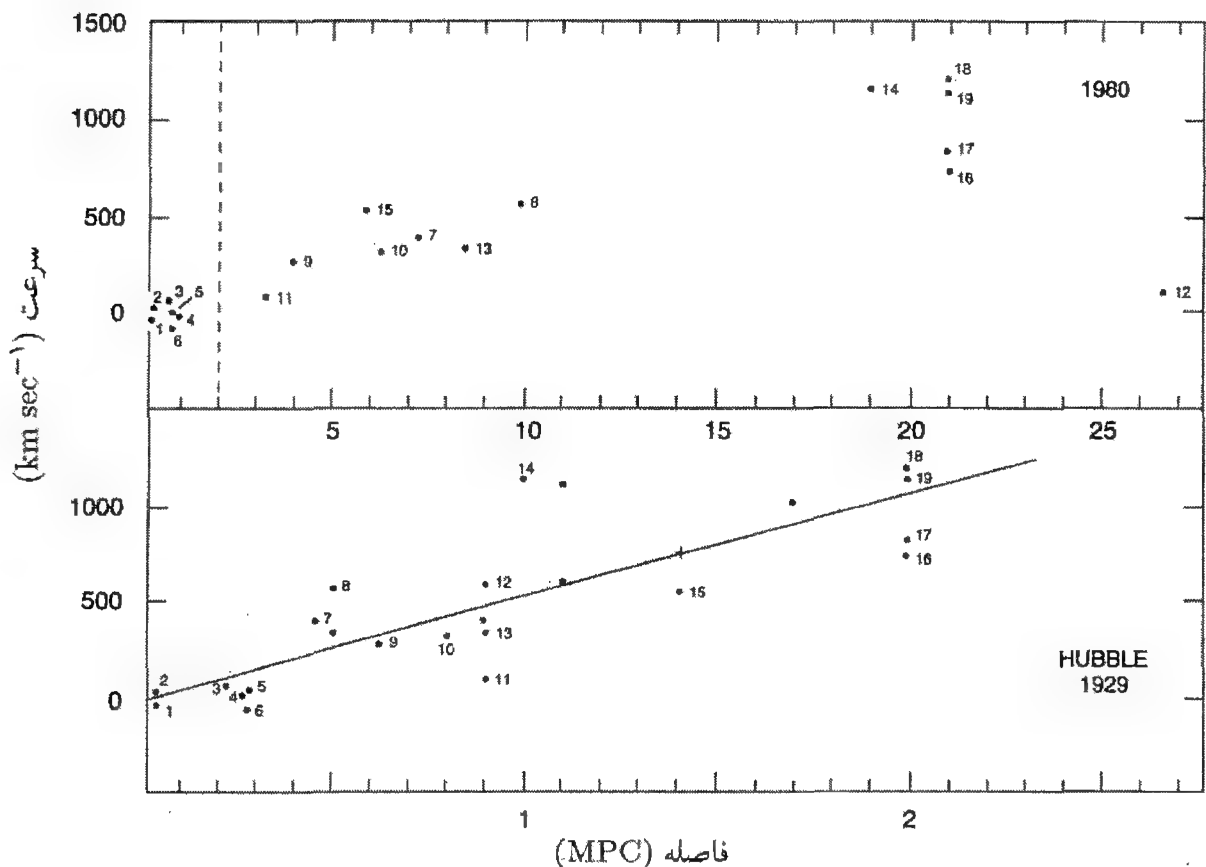
از این‌رو، اگر z و D را برای تعدادی کهکشان اندازه بگیریم (کاری که هابل کرد)، می‌توانیم $H_{\circ}$ را برآورد کنیم. رصدها مقدار z را نسبتاً دقیق به‌دست می‌دهند. مشکل وقتی به‌وجود می‌آید که می‌خواهیم D را تخمین بزنیم. مقدار بزرگی که هابل به‌دست آورد ناشی از آن بود که در بررسیهای خود فاصلهٔ کهکشانها را بی‌اندازه دست‌کم گرفته بود.

مثلاً، شکل ۱.۱۰، رابطهٔ اولیهٔ هابل را همراه با نمودار همان اجسام برون کهکشانی با برآوردهای فاصلهٔ جدید و تجدید نظر شده نشان می‌دهد. خواننده می‌تواند خود تصمیم بگیرید که آیا هابل می‌توانست با داده‌های تجدیدنظر شده رابطه‌ای خطی به‌دست آورد.

منجمان چگونه فاصلهٔ کهکشانها را اندازه می‌گیرند؟ روشهای موجود برای انجام این‌کار، که همه ناشی از این فلسفهٔ کلی اِس. ون دن برگ در سال ۱۹۷۵ است که «همهٔ اندازه‌گیریهای فاصلهٔ فراکهکشانی در نهایت مبتنی بر این فرض است که اشیا دوردست قابل تشخیص مانند اجسام از همان نوع‌اند در حوالی ما قرار دارند.» خواهیم دید که این فلسفه در عمل به چه صورت در می‌آید.

۱.۲.۱۰ مدول فاصله

قبل از شروع کار، بد نیست مفهوم مدول فاصله را که منجم ستاره‌ای با آن آشناست معرفی کنیم. به‌خاطر داشته باشید که برای جسمی با درخشندگی L در فاصلهٔ D از ما، قدرهای مطلق و ظاهری



شکل ۱.۱۰ نمودار هابل که درکنار نمودار جدید با فاصله‌های تجدیدنظر شدهٔ همان اجسام نشان داده شده است.

از فرمول زیر به‌دست می‌آیند

$$m = -۲/۵ \log\left(\frac{L}{۴\pi D^۲}\right) + \text{const.}, \qquad (۲.۱۰)$$

$$M = -۲/۵ \log L + \text{const.} \qquad (۳.۱۰)$$

مقدار ثابت در (۲.۱۰) را با اختصاص دادن قدر $m = ۰$ به جسمی با $L/(۴\pi D^۲) = ۲/۵۲ \times ۱۰^{-۵} \text{erg cm}^{-۲}\text{s}^{-۱}$ به‌دست می‌آوریم. ثابت رابطهٔ (۳.۱۰) با تعریف M به‌صورت قدر ظاهری جسمی تعیین می‌شود که آن را در فاصلهٔ ۱۰pc مشاهده می‌کنیم. بنابراین، اگر D برحسب پارسک اندازه‌گیری شود، از (۲.۱۰) و (۳.۱۰) داریم

$$m - M = ۵ \log D_{\text{pc}} - ۵\cdot \qquad (۴.۱۰)$$

منجم ستاره‌ای معمولاً فاصله‌ها را برحسب پارسک اندازه می‌گیرد. از این‌رو، رابطهٔ بالا برای او مناسب است. از طرف دیگر، کیهان‌شناس فاصله‌ها را برحسب مگا پارسک اندازه می‌گیرد.

بنابراین، شکل مناسب (۴.۱۰) برای او عبارت است از

$$m - M = ۵ \log D_{\mathrm{Mpc}} + ۲۵ = \mu \qquad (۵.۱۰)$$

که μ مدول فاصله است.

اگر در رابطهٔ هابل (۱.۹) بگذاریم $H_{\circ} = ۱۰۰ h_{\circ} \mathrm{km\ s^{-۱} Mpc^{-۱}}$ و $c = ۲/۹۹۷۹۲۹ \times ۱۰^{۵} \mathrm{km\ s^{-۱}}$، به رابطهٔ زیر برای قانون هابل می‌رسیم:

$$\begin{aligned} ۵ \log h_{\circ} &= ۴۲/۳۸ + (M - m) + ۵ \log z \\ &= ۴۲/۳۸ - \mu + ۵ \log z. \end{aligned} \qquad (۶.۱۰)$$

مثال

کهکشانی با انتقال به سرخ ۰/۰۰۲ دارای مدول فاصلهٔ ۳۰ ≈ است. رابطهٔ بالا را می‌توان برای محاسبهٔ $h_{\circ}$ به‌کار برد. محاسبه‌ای ساده ثابت هابل را $\approx ۶۰ \mathrm{km\ s^{-۱} Mpc^{-۱}}$ به‌دست می‌دهد.

پس برای برآورد $h_{\circ}$ باید μ و z کهکشان را تعیین کنیم.

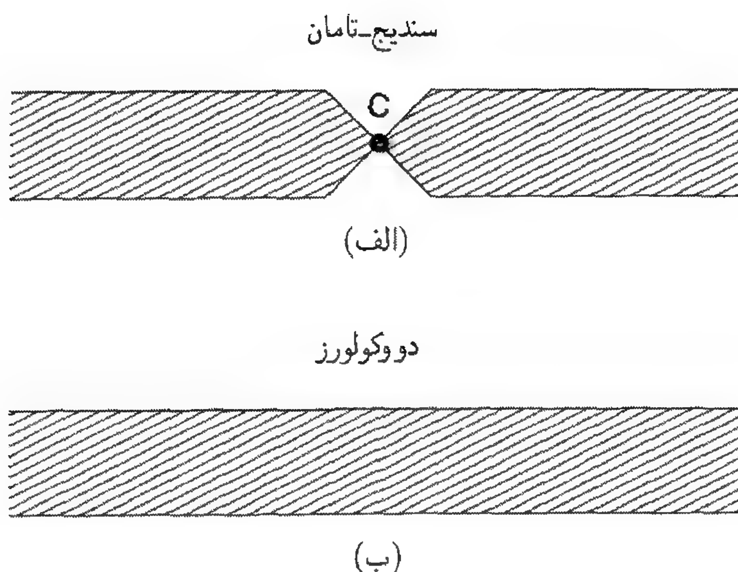
۲.۲.۱۰ خاموشی کهکشانی

تعریفهای بالا این تصحیح مهم را که ناشی از نگریستن به هرکهکشان از میان کهکشان خود ماست نادیده می‌گیرد. بنابراین، شار نور کهکشان خارج از کهکشان ما بر اثر جذب و پراکندگی در آن تا اندازه‌ای کاهش می‌یابد. کاهش شدت نور به چگالی ستونی؛ یعنی فاصله‌ای که نور در کهکشان ما می‌پیماید و چگالی عوامل جاذب و پراکنندهٔ مسیر بستگی دارد. چه مقداری را باید به این اثر اختصاص داد؟ بدیهی است که درخشندگی واقعی کهکشان مشاهده‌شده باید بیشتر باشد و قدر مطلق واقعی آن از مقادیر متناظری که بدون توجه به این تصحیح به‌دست آمده‌اند کمتر است. در نتیجه، اگر بخواهیم از فرمول بالا استفاده کنیم در برآورد M باید آن را به اندازهٔ تابع خاموشی A کم کنیم. همین‌طور، اگر مقدار M را برای یک کهکشان دوردست بدانیم، قبل از محاسبهٔ مدول فاصله باید قدر ظاهری اندازه‌گیری‌شده را به‌اندازهٔ A کم کنیم.

رصادان در مورد مقدار A اتفاق نظر ندارند. ا. سندیج[1] و جی. تامان[2] قانون خاموشی زیر را برای قدرهای آبی به‌کار برده‌اند:

$$A = \begin{cases} ۰ & \text{برای } |b| > ۵۰^{\circ} \\ ۰/۱۳(|\mathrm{cosec}\, b| - ۱) & \text{برای } |b| \leq ۵۰^{\circ} \end{cases} \qquad (۷.۱۰)$$

1. A. Sandage 2. G. Tammann



شکل ۲.۱۰ مدلهای کهکشانی که (الف) سندیج و تامان و (ب) دو وکولورز برای محاسبه خاموشی نور مرئی خارج ازکهشکان ما در نظرگرفتند. در مورد اول نبود منطقهٔ هاشوردار در عرضهای زیاد نشان می‌دهد که هیچ خاموشی برای $|b| > ۵۰^\circ$ وجود ندارد.

در حالی که جی. دو ووکولورز از قانون کسکانت یکنواخت زیر

$$a = ۰{,}۲۰\,(|\text{cosec}\ b| - ۱) \qquad (۸.۱۰)$$

برای همه عرضهای کهکشانی b بهره می‌گیرد. شکل ۲.۱۰ مدلهای کهکشانی زیربنای این فرمولها را نشان می‌دهد. بدیهی است که تصحیحهای متفاوت خاموشی می‌توانند به پاسخهای مختلفی برای $h_۰$ بینجامند.

۳.۲.۱۰ اندازه‌گیریهای فاصلهٔ برون‌کهکشانی

فاصلهٔ سیارات و قمرهای درون منظومهٔ شمسی را می‌توان با استفاده از مثلثات و قانونهای کپلر به‌دقت اندازه گرفت. فاصلهٔ ستارگان تقریباً ۲۵ تا ۵۰pc را می‌توان به‌کمک اختلاف منظر مثلثاتی به‌دست آورد. اگر باز هم دورتر برویم، روش با اعتبار بیشتر برمبنای زنجیرهٔ اصلی هیادهاست. مقایسهٔ زنجیرهٔ اصلی خوشهٔ هیادها با زنجیره‌های اصلی خوشه‌های دورتر در کهکشان ما امکان اندازه‌گیری فاصله‌های ستارگان را در این خوشه‌ها فراهم می‌سازد. به هر حال، این روشها در فراتر ازکهکشان ما عملی نیستند. بنابراین، روشهای جدیدی برای اندازه‌گیری فاصله‌های برون کهکشانی ضروری است. در زیر به بحث دربارهٔ برخی از آنها می‌پردازیم.

(الف) متغیرهای قیفاووسی. متغیرهای قیفاووسی گروهی از ستارگان هستند که درخشندگی آنها در حدود ۱۰ درصد، اما با نظم بسیار زیاد، تغییر می‌کند. پس می‌توان دورهٔ P را به یک چرخهٔ تغییرات هر متغیر قیفاووسی نسبت داد. اولین ستاره از این نوع، به‌نام δی قیفاووسی را جان گودریکه[1] در سال ۱۷۸۴ کشف کرد. او به‌واسطهٔ ابتلای به یک تب در کودکی کر و لال بود، بر این معلولیتها غلبه کرده و منجمی رصدی شده بود. کشف او در سال ۱۷۸۴ را این مشاهده تأیید کرد که شدت نور ستاره بین کمینه و بیشینه با ضریب دو تغییر می‌کند. از آن پس ستارگان از این نوع را متغیرهای قیفاووسی یا صرفاً قیفاووسی می‌نامند. شکل ۳.۱۰ نشان می‌دهد که چگونه اندازه و شدت یک قیفاووسی به‌صورت تپنده تغییر می‌کند. معمولاً ستاره‌ای چون قیفاووسی δ وقتی می‌تپد که اختلالی داخلی در ساختار آن توازن بین نیروی فشار هیدروستاتیک و گرانی را برهم زند. در اینجا وارد جزئیات این فرایند نمی‌شویم، بجز اینکه بگوییم، ناشناخت فعلی از ساختار ستاره‌ای می‌توان توضیحی نه تنها برای تپش ستاره بلکه برای ویژگی بسیار مهمی ارائه کرد که قیفاووسیها را برای اندازه‌گیری فاصلهٔ میان کهکشانی چنان سودمند می‌سازد.

این ویژگی را هنریتا لئادیت[2] در سال ۱۹۱۲ کشف کرد و رابطهٔ یکتایی را بین P و درخشندگی میانگین L نشان می‌دهد. شکل ۴.۱۰ این رابطه را نشان می‌دهد که می‌توان آن را به‌صورت زیر بیان کرد

$$\langle M_V \rangle = a + b\log_{10} P \qquad (۹.۱۰)$$

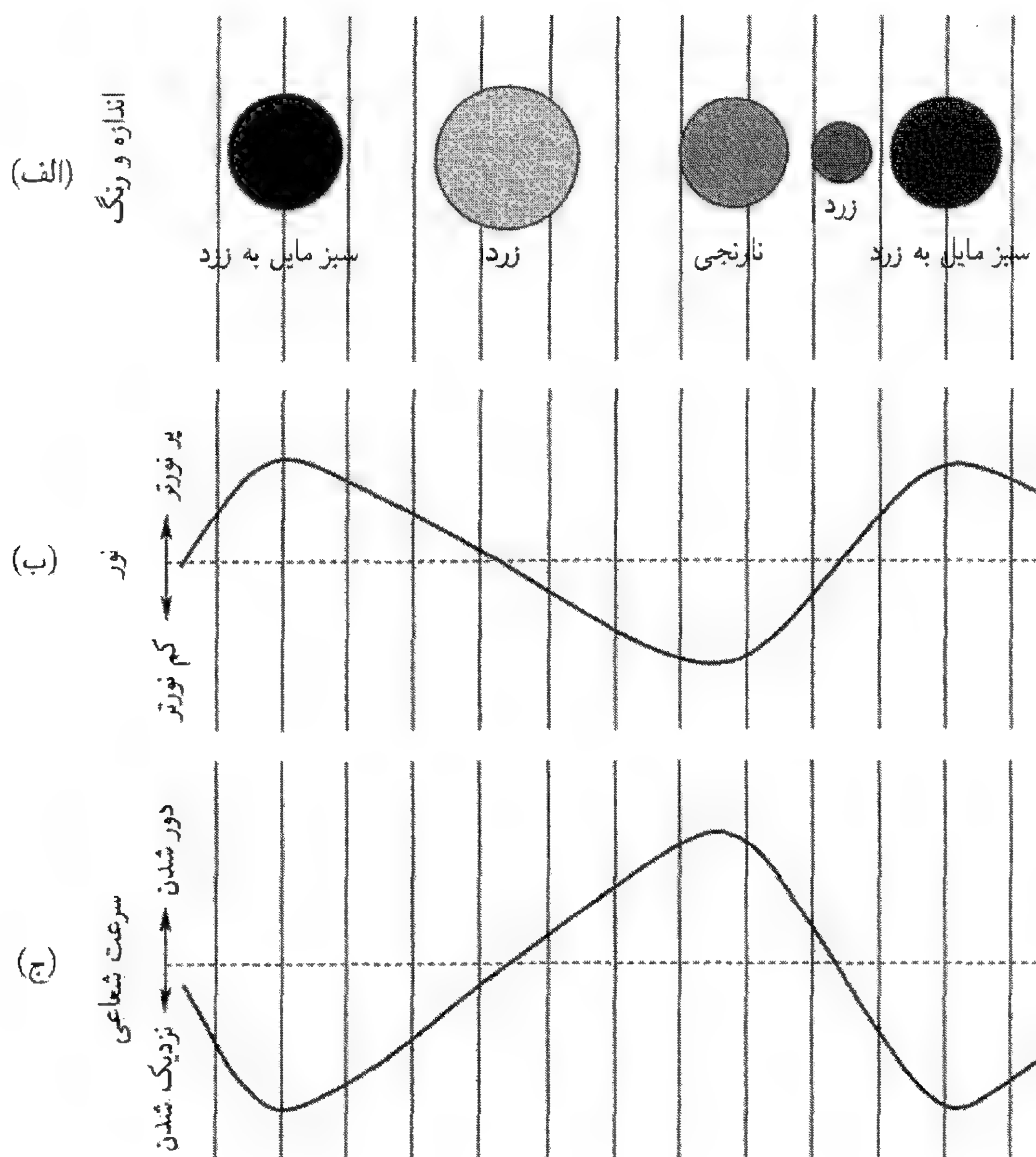
که $\langle M_V \rangle$ قدرمطلق میانگین قیفاووسی است و دورهٔ نوسان برحسب روز اندازه‌گیری می‌شود. باز هم وارد جزئیات کوششهای انجام‌شده در جهت اندازه‌گیری دقیق a و b در میان چند خطای رصدی نمی‌شویم. کار پیشگامانهٔ در این زمینه را آینار هرتسپرانگ[3] و هارلو شیپلی انجام دادند.

چون قیفاووسی‌ها پرنور و متغیرند، می‌توان آنها را در کهکشانهای نزدیک به‌راحتی آشکارسازی کرد. بنابراین، اگر یکی از آنها را در کهکشانی آشکارسازی کنیم و دوره‌اش را اندازه بگیریم، می‌توانیم درخشندگی L و در نتیجه قدر مطلق M آن را به‌دقت برآورد کنیم. سپس از روی (۵.۱۰) مدول فاصله و در نتیجه فاصلهٔ کهکشانی که در آن قرار دارد به‌دست می‌آید.

به‌کمک قیفاووسی‌ها بود که هابل نشان داد کهکشانهایی خارج از کهکشان ما وجود دارد. کارهای اولیهٔ او که به کشف انبساط عالم انجامید نیز برمبنای قیفاووسی‌ها بود. این روش ما را تا فاصله‌های $\sim 10\,\mathrm{Mpc}$ می‌برد؛ یعنی تا کهکشانهایی که در حوالی ما قرار دارند.

با این همه، مشکلی وجود داشت که باعث شد هابل با این روش فاصله‌ها را بسیار دست‌کم بگیرد! دو نوع قیفاووسی وجود داشت که یکی متعلق به ستارگان جمعیت I کهکشان بود و نوع

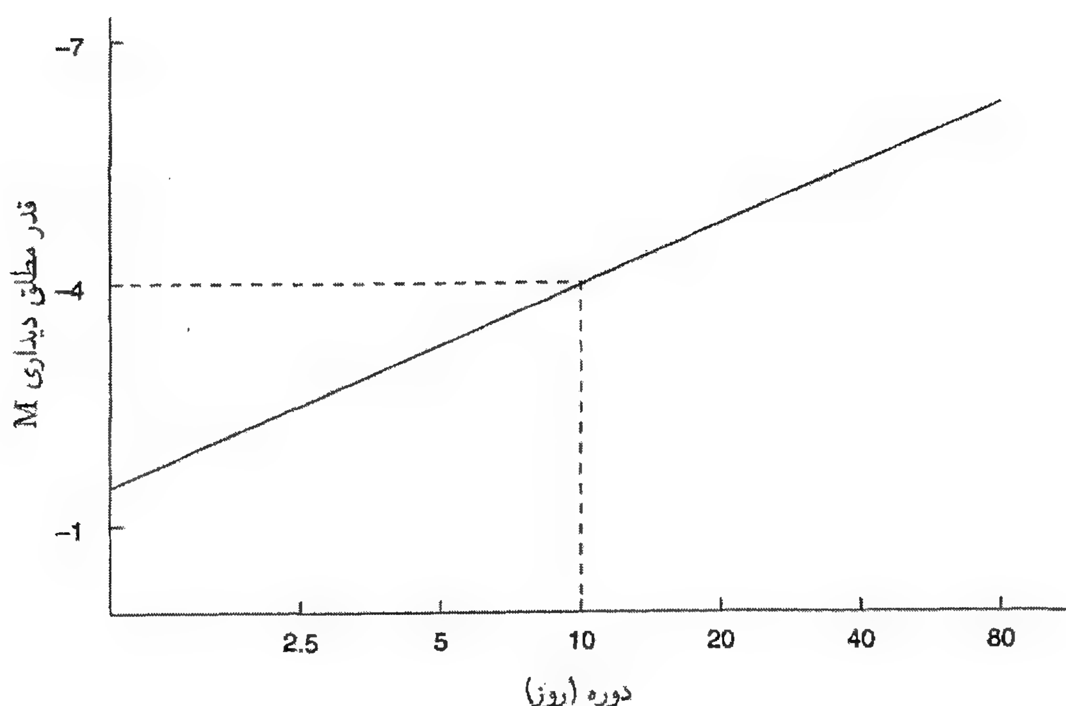
1. John Goodricke 2. Henrietta Leavitt 3. Ejnar Hertzsprung



شکل ۳.۱۰ نموداری که نوسانهای اندازه، شدت و سرعت شعاعی یک ستارهٔ متغیر قیفاووسی را نشان می‌دهد.

دیگر به ستارگان جمعیت‌ـII مربوط می‌شد. منحنیهای نور و طیفهای این دو نوع تفاوت داشتند و درخشندگی گروه اول در حدود چهار برابر گروه دوم بود. والتر باده متوجه این تفاوت شد و آن را در سال ۱۹۵۲ تذکر داد و این به بازنگری در جهت کم کردن ثابت هابل انجامید. حتی امروز تفاوتهایی بین برآوردهای a و b وجود دارد که رصادان مختلف به‌دست آورده‌اند. مثلاً، ام. فیست[1] و کچپول[2] به‌دست آورده‌اند $a = -۱٫۴۳$ و $b = -۲٫۸۱$، در حالی که تنویر[3] به‌دست آورده است $a = -۱٫۳۸$ و $b = ۲٫۷۷$.

1. M. Feast 2. Catchpole 3. Tanvir

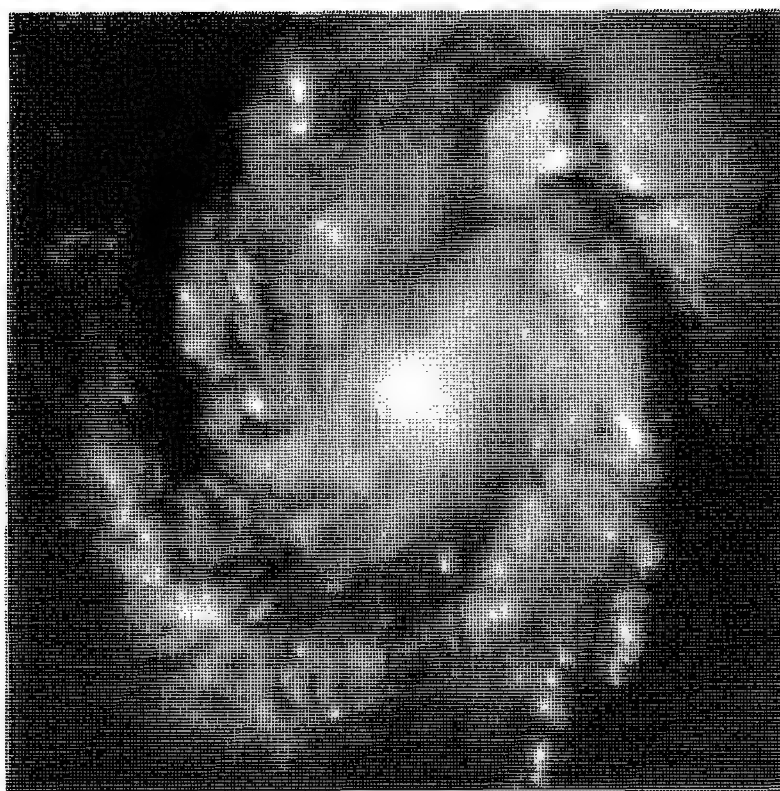


شکل ۴.۱۰ درخشندگی میانگین که در مقیاس لگاریتمی برحسب دوره برای تعدادی از متغیرهای قیفاووسی رسم شده است. خط راست نشانگر این واقعیت است که درخشندگی این ستارگان با زیاد شدن دوره افزایش می‌یابد، این ویژگی محاسبهٔ درخشندگی قیفاووسی‌های دوردست را با اندازه‌گیری دورهٔ آنها امکان‌پذیر می‌سازد. بنابراین، در شکل بالا یک قیفاووسی با دورهٔ ۱۰ روز دارای قدر مطلق $M = -۴$ خواهد بود.

از طرف دیگر، با استفاده از تلسکوپ فضایی هابل[1] (HST) امکان مشاهدهٔ قیفاووسی‌ها در کهکشانها دورتر فراهم شد. درواقع، یکی از طرحهای کی[2] HST برآورد مقدار $H_{\circ}$ با خطای ۱۰٪ بود. پژوهشگران اصلی در این تیم بسیار بزرگ وندی فریدمن[3]، رابرت کنیکات جونیور[4] و ریچارد مولد[5] بودند. اولین گام در پژوهش آنها استفاده از قیفاووسیهای کهکشان مارپیچی M100 در خوشهٔ سنبله بود (نگاه کنید به شکل ۵.۱۰ و ۶.۱۰). آنها در سال ۱۹۹۴ نتیجه‌ای را برمبنای ۲۰ قیفاووسی موجود در M۱۰۰ اعلام کردند. مقدار ثابت هابل آنها $۸۰ \pm ۱۷\mathrm{km-s^{-۱}-Mpc^{-۱}}$ بود. این مقدار بعدها با استفاده از روشی که در آن قیفاووسی‌ها دخیل بودند به گسترهٔ $۷۰\text{–}۸۰\,\mathrm{kms^{-۱}Mpc^{-۱}}$ کاهش یافت.

(ب) روشنترین ستاره. در این روش اندازه‌گیری کهکشانهای دوردست از این فرض استفاده می‌شود که در کهکشانهای مارپیچی Sc مشابه با درخشندگی قابل مقایسه، روشنترین ستاره دارای درخشندگی قابل مقایسه نیز هستند. این ستارگان کدام‌اند؟ می‌توان نشان داد که، وقتی ستاره‌ای با

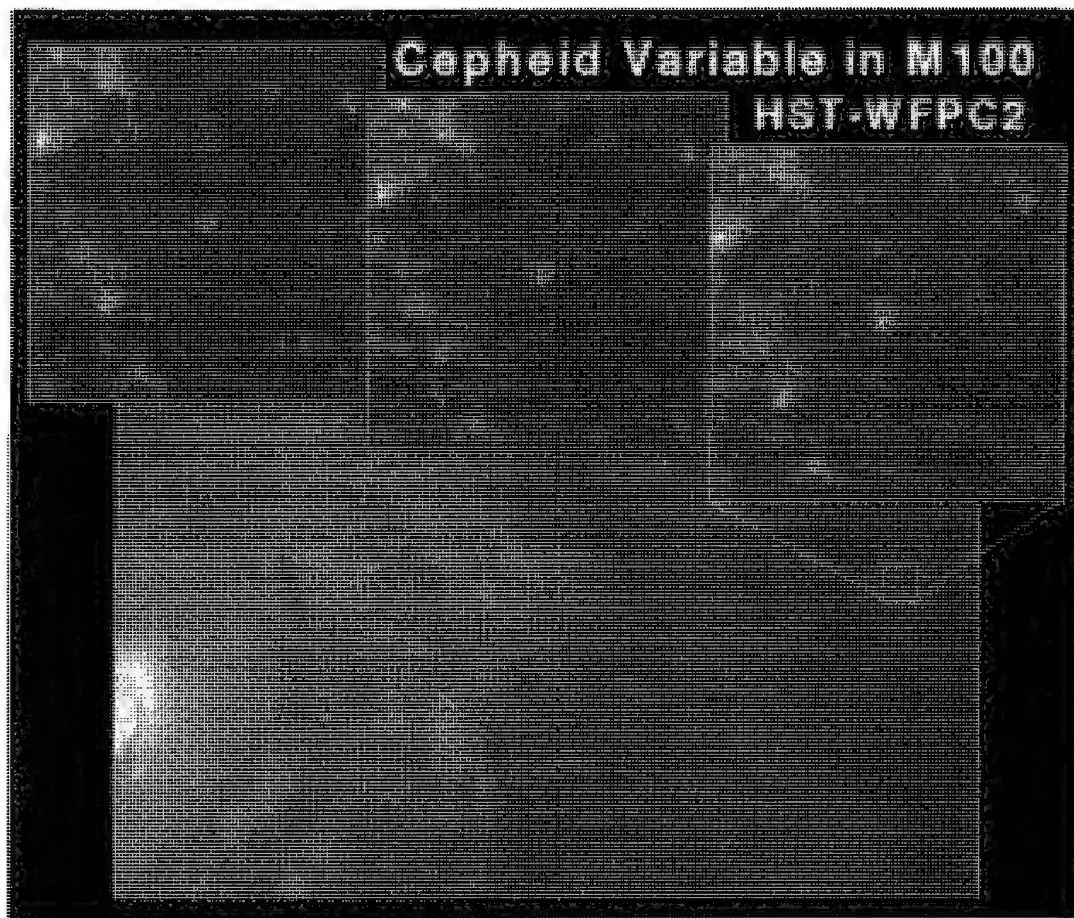
1. Hubble Space Telescope 2. *key projects* 3. Wendy Freedman
4. Robert Kennicutt Jr 5. Richard Mould



شکل ۵.۱۰ کهکشان مارپیچی M۱۰۰ در خوشهٔ سنبله که فاصله‌اش را HST در طرح کی، با استفاده از روش قیفاووسی‌ها، اندازه گرفته است. تصویر HST با حمایت انستیتوی علوم تلسکوپ فضایی به‌وجود آمده است که انجمن دانشگاهها برای تحقیقات نجومی آن را اداره می‌کند.

جرم نسبتاً کم به تمام‌کردن سوخت هیدروژنی هسته‌اش نزدیک شود، همجوشی هیدروژن به هلیم در پوسته‌ای که این هسته را احاطه کرده است آغاز می‌شود. با افزایش اندازهٔ پوسته درخشندگی ستاره افزایش می‌یابد و، در نمودار هرتسپرانگ‌ـ‌راسل (HR)، شروع به بالا رفتن در شاخهٔ غول می‌کند (نگاه کنید به شکل ۷.۱۰). خاکستر هلیم تولیده‌شده در پوسته به داخل هسته می‌ریزد، بنابراین جرم و اندازهٔ آن افزایش می‌یابد. وقتی جرم هسته به مقدار بحرانی $\sim ۰٫۴M_\odot$ رسید، همجوشی هلیم به سرعت آغاز می‌شود. این پدیده را درخشش هلیم می‌نامند. با این همه، درخشندگی زیاد ستاره فقط مدت کوتاهی دوام می‌آورد، و پس از آن ستاره کم‌نورتر می‌شود و در شاخهٔ غول پایین می‌رود. سرانجام، در امتداد شاخهٔ افقی نمودار HR به حرکت درمی‌آید تا ذخیرهٔ هلیم آن مصرف شود. نوک شاخهٔ غول است که مرحله‌ای را مشخص می‌کند که ستاره در روشنترین وضعیت است. چون درخشندگی آن ناشی از پوستهٔ هلیم با جرم بحرانی است، مقدار آن از یک ستاره به ستارهٔ دیگر ثابت است. این شمع استانداردی است که کیهان‌شناس برای برآورد فاصله‌ها به‌کار می‌برد.

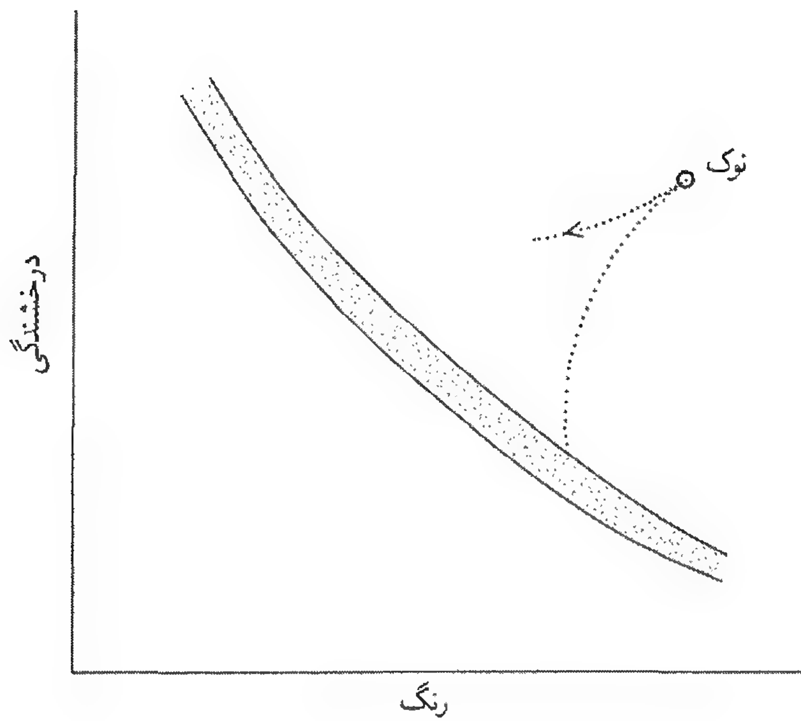
چون اینها روشنترین ستارگان هستند، می‌توان آنها را در کهکشانهای دوردست‌تر تشخیص داد، که در آنها قیفاووسی‌ها را (که بسیار کم‌نورند) نمی‌توان دید و همین‌طور لازم نیست منتظر نوردهی



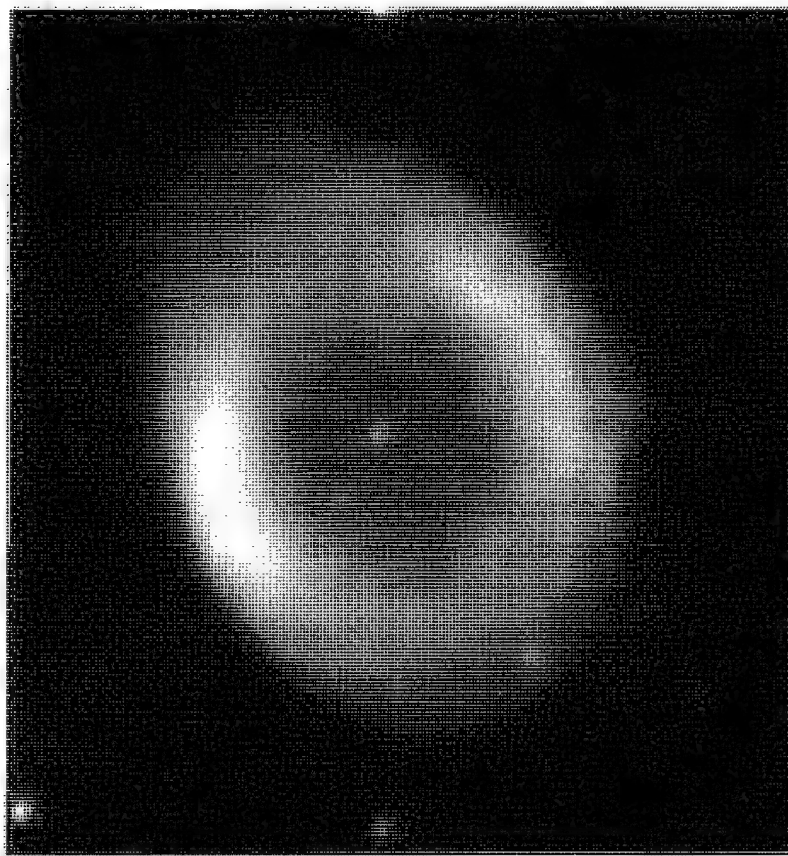
شکل ۶.۱۰ شدت ستارهٔ متغیر قیفاووسی که HST در M۱۰۰ آشکار ساخته است. به‌تغییر شدت که قابهای کنار هم توجه کنید. تصویر HST با حمایت انستیتوی علوم تلسکوپ فضایی به‌وجود آمده است که انجمن دانشگاهها برای تحقیقات نجومی آن را اداره می‌کند.

چندباره تصویرها شویم که برای قیفاووسیها ضروری است، پس این روش دارای امتیاز بارز است. مثلاً، هابل دریافت که روشنترین ستارگان کهکشانهای M۳۱ و M۳۳ به‌طور قابل ملاحظه‌ای روشنتر از روشنترین قیفاووسی‌ها هستند. درواقع، این روش ما را، تنها به کمک رصد از تلسکوپهای روی زمین، تا مرکز خوشه کهکشانهای سنبله، یعنی تا فاصله‌های ۱۰ـ۱۵Mpc ~ جلو می‌برد.

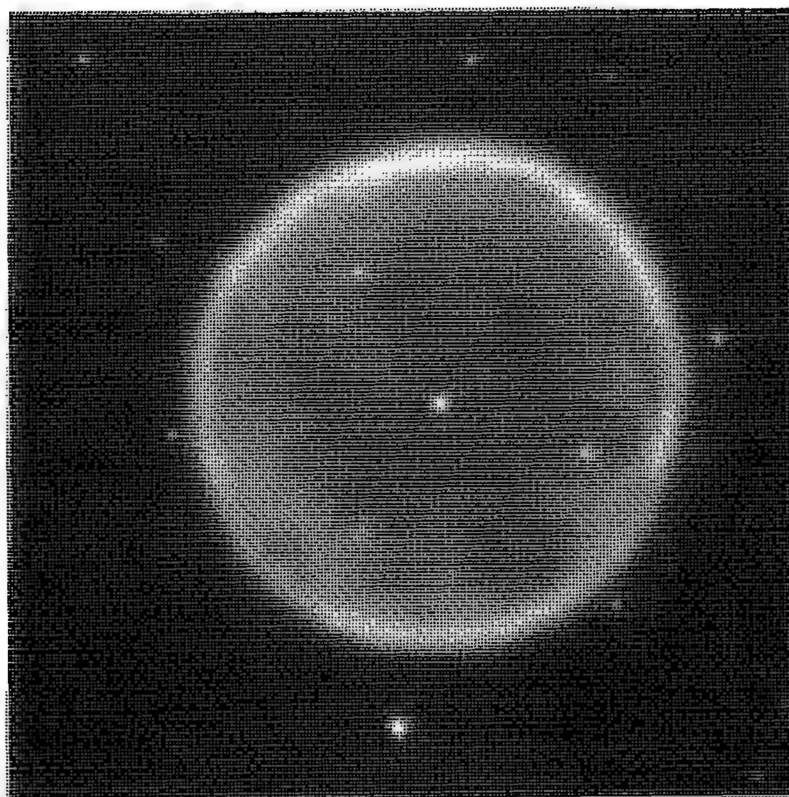
(ج) سحابیهای سیاره‌ای. سحابیهای سیاره‌ای (PN؛ نگاه کنید به شکلهای ۱۰.۸ تا ۱۰.۱۰) را پوسته‌های گازی تشکیل می‌دهند که از بخشهای خارجی پوش ستارگان، در مراحل نهایی تکوین پرتاب می‌شود. در این مرحله ستاره غول سرخی است که پوش آن منبسط و پخشیده و هستهٔ آن منقبض و داغتر می‌شود. به‌طوری که در یک مرحله شروع به گسیل فوتونهای فرابنفشی می‌کند، که پوستهٔ گسیلیده را یونیده کرده و باعث درخشان شدن آن می‌شوند. مرحلهٔ سحابی سیاره‌ای تقریباً گذراست، و بیش از حدود ۲۵۰۰۰ سال به طول نمی‌انجامد. برآورده‌شده که ممکن است حدود ۵۰۰۰۰ سحابی سیاره‌ای در کهکشان ما وجود داشته باشد. تابع درخشندگی آنها، یعنی، تعداد



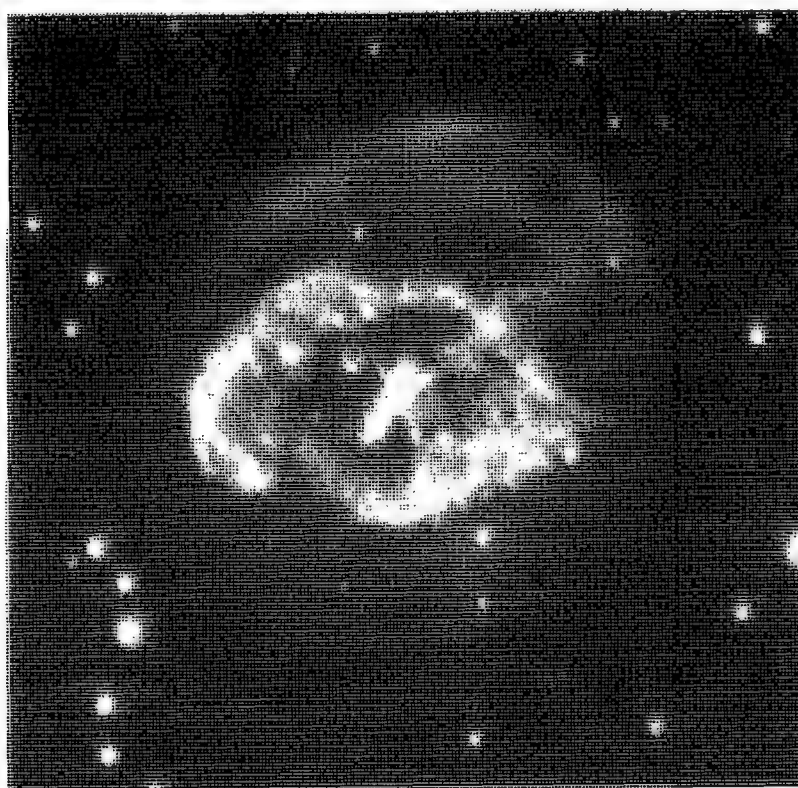
شکل ۷.۱۰ نوک شاخهٔ غول در این نمودار HR نشان داده شده است، که در آن درخشندگی ستاره بیشینه است.



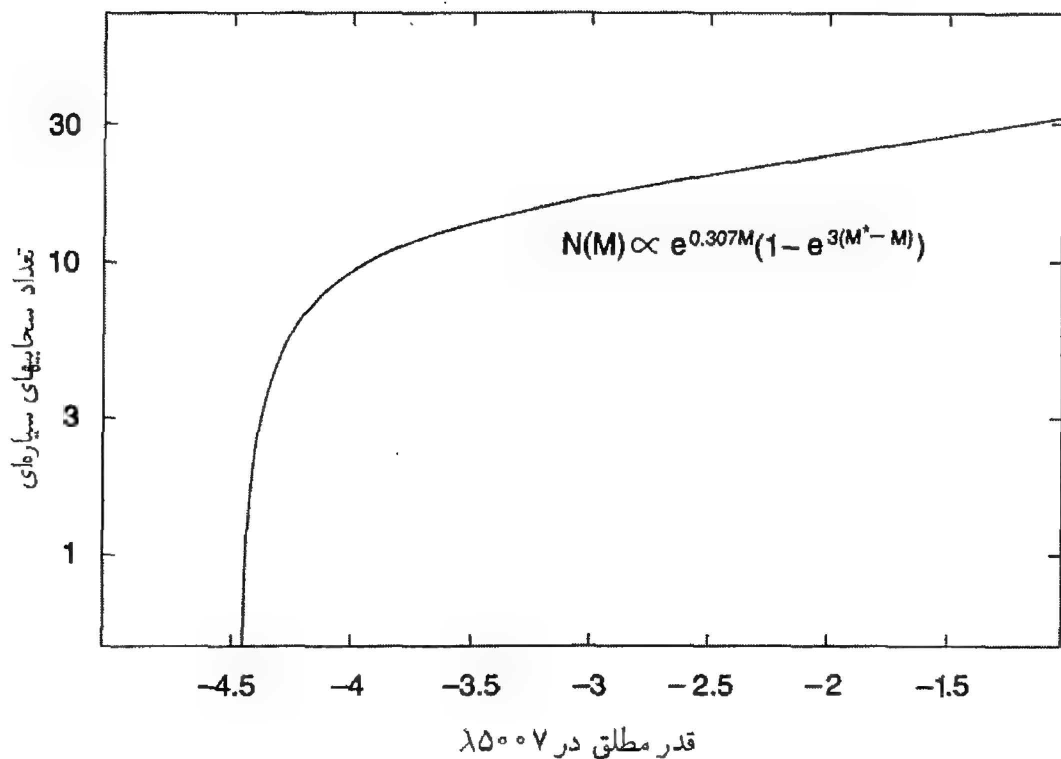
شکل ۸.۱۰ سحابی سیاره‌ای M۵۷، به‌نام «سحابی حلقه‌ای».



شکل ۹.۱۰ سحابی سیاره‌ای آبل ۳۹. از وب‌سایت http://www.noao.edu/image-gallery/html/im0636.html of WIYN/NOAO/NSF.



شکل ۱۰.۱۰ سحابی سیاره‌ای آبل ۷۸.



شکل ۱۱.۱۰ تابع درخشندگی سحابیهای سیاره‌ای. به قطع‌شدگی تابع در قدر معین توجه کنید که مثل درخشندگی شمع استاندارد عمل می‌کند.

PN موجود درگسترهٔ قدرمطلق $(M, M + \mathrm{d}M)$، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$N(M)\mathrm{d}M = N_\circ \exp(\circ/\text{۳۰۷}M)\{\text{۱} - \exp[\text{۳}(M^* - M]\}\mathrm{d}M \qquad (\text{۱۰.۱۰})$$

که $N_\circ$ مقداری ثابت و M^* قدرمطلق روشنترین PN است.

گرچه نمی‌توان هیچ نوع از سحابی سیاره‌ای را به‌عنوان شمع استاندارد مشخص کرد، اما می‌توان از موقعیتهایی استفاده کرد که شکل تابع درخشندگی در همهٔ کهکشانها یکسان به‌نظر می‌رسد. همان‌طورکه شکل ۱۱.۱۰ نشان می‌دهد، نوعی قطع در تابع درخشندگی در یک قدر معین وجود دارد، که می‌تواند به‌عنوان شمع استاندارد عمل کند. این کار را می‌توان با آشکارسازی تعداد کافی از سحابیهای سیاره‌ای در بخش نسبتاً تخت تابع درخشندگی انجام داد. قدر مطلق این در حدود ۴٫۵− است، که امکان استفاده از این روش را برای برآورد فاصله‌های تا حدود ۲۰Mpc فراهم می‌سازد. جورج جاکوبی[1] و همکاران فاصلهٔ ما از مرکز خوشهٔ سنبله را ۱۵٫۱ ± ۰٫۹Mpc برآورد کرده‌اند.

(د) منطقه‌های *H_II*. منطقه‌های H_II حوزه‌های بزرگی از هیدروژن یونیده هستند. این

1. George Jacoby

حوزه‌ها را نه تنها در کهکشان ما بلکه در سایر کهکشانها نیز می‌توان یافت. قطر خطی بزرگترین ناحیهٔ H_II، یا باز هم بهتر اندازهٔ میانگین خطی سه تا از بزرگترین منطقه‌های H_II، با درخشندگی و گروه درخشندگی کهکشان مادر (نگاه کنید به بخش ۳.۱) شدیداً تغییر می‌کند. برای کهکشانهای کوتوله این اندازهٔ میانگین به کوچکی ۷۵pc است، در حالی که برای کهکشانهای اَبَرغول این اندازه تا ۴۶۰pc بالا می‌رود. با مقایسهٔ اندازه‌های زاویه‌ای این منطقه‌های H_II در کهکشانهای دور و نزدیک از یک نوع، می‌توان نسبت فاصله‌های آنها را تخمین زد. سپس، اگر فاصلهٔ کهکشان نزدیک را بدانیم، می‌توانیم فاصلهٔ کهکشان دور را برآورد کنیم. توجه کنید که این روش، برخلاف روشهای دیگری که تاکنون ذکر کردیم، برای تعیین فاصله به‌جای درخشندگی از اندازه استفاده می‌کند.

(ه) اَبَرنواخترهای نوع *II*. روش جدید مبتنی بر اَبَرنواخترها اخیراً نویدبخش قابلیت اطمینان بوده است و به فرضهای دلخواه چندانی نیاز ندارد. اصولاً، در این روش تعیین شار واقعی نوری دخیل است که شیدسپهر ستارهٔ در حال انفجار را در بسامدهای مختلف ترک می‌کند، و به روشهای گام به گام سایر روشهای تعیین فاصله بستگی ندارد. این روش متشکل از اندازه‌گیریهای آهنگ انبساط شیدسپهر اَبَرنواختر است، و از روشهای مختلف مورد استفادهٔ دبلیو. باده در سال ۱۹۲۶ برای ستارگان متغیر بهره می‌گیرد.

اگر شیدسپهر (نگاه کنید به شکل ۱۲.۱۰) را تقریباً یک جسم سیاه با دمای T و شعاع R در نظر بگیریم، و فرض کنیم که فاصله‌اش از ما D است، اندازهٔ زاویه‌ای θ و چگالی شار $f(\nu)$ در بسامد ν مربوط به آن عبارت خواهد بود از

$$\theta = \frac{R}{D} \qquad (۱۱.۱۰)$$

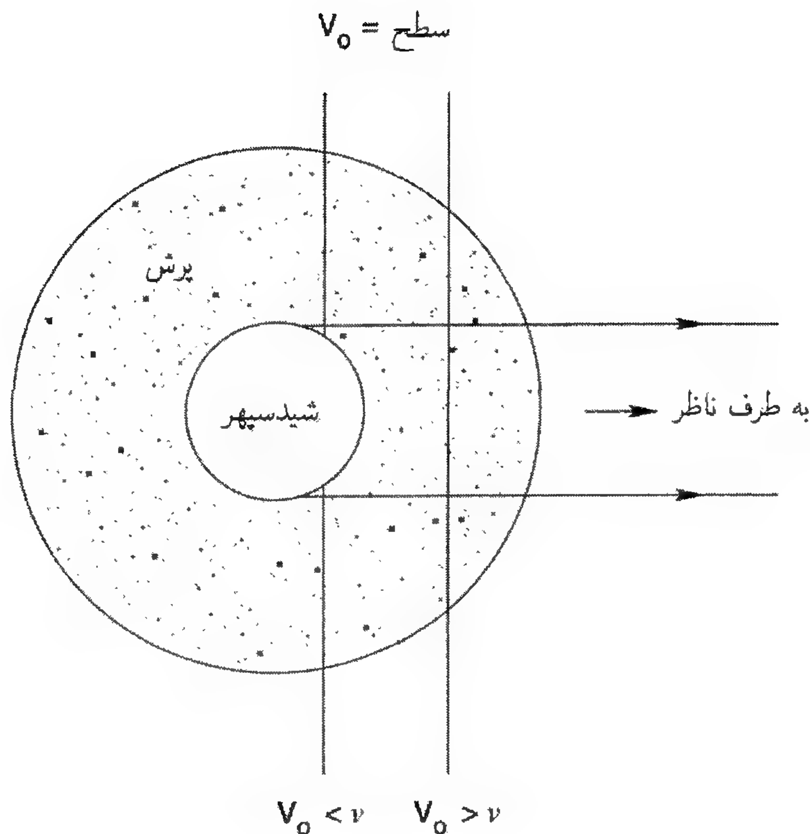
$$f(\nu) = \frac{R^۲}{D^۲}\frac{۲\pi h\nu^۳}{c^۲(e^{h\nu/(kT)} - ۱)} \qquad (۱۲.۱۰)$$

(در اینجا انتقال به سرخ را نادیده گرفته‌ایم.)

از این‌رو، از (۱۱.۱۰) و (۱۲.۱۰) به‌دست می‌آوریم

$$\theta = \left(\frac{f(\nu)c^۲(\mathrm{e}^{h\nu/(kT)} - ۱)}{۲\pi h\nu^۳}\right)^{۱/۲} \qquad (۱۳.۱۰)$$

بنابراین، اگر $f(\nu)$ و T را اندازه بگیریم می‌توانیم θ را به‌دست آوریم. به‌علاوه، اگر R را اندازه بگیریم، D را از (۱۱.۱۰) به‌دست می‌آوریم. روبشهای طیفی طیف پیوستاری اَبَرنواختر برآوردی



شکل ۱۲.۱۰ منطقهٔ سایه‌دار پوش در حال انبساط ذرات پراکنندهٔ اطراف شیدسپهر است. سطوح با سرعت ثابت $V_\circ$ ذرات موجود در این پوش نسبت به ناظر (در شرایط ایده‌آل) به‌صورت صفحه نشان داده شده است. در صفحهٔ طرف چپ $V_\circ$ کمتر از سرعت شیدسپهر v است، در حالی که برای صفحهٔ سمت راست $V_\circ > v$ است. انتقال از $V_\circ < v$ به $V_\circ > v$ را می‌توان به میزان پراکندگی حاصل از ذرات موجود در پوش مرتبط ساخت و در نمایه‌های خطی اَبَرنواختر به‌صورت تهی شدگیهای متغیر دیده می‌شوند. بررسی این نمایه‌ها به منجم این امکان را می‌دهد که مقدار v را تثبیت کند.

خوبی را از T به‌دست می‌دهد. برای اندازه‌گیری R، ار. پی. کیرشنر[1] و جِی. کوان[2] روش زیر را پیشنهاد کرده‌اند.

در این روش آهنگ انبساط شیدسپهر را با مقدار ثابت v تقریب می‌زنیم، به‌طوری که اگر انبساط در $t = t_\circ$ آغاز شده باشد که در آن $R = R_\circ$ است، شعاع در زمانهای بعد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$R = v(t - t_\circ) + R_\circ \qquad (۱۴.۱۰)$$

(ثابت بودن v را این واقعیت توجیه می‌کند که فشار محیط میان ستاره‌ای ناچیز و انبساط آن تقریباً آزاد است). شیدسپهر را جوّ رقیقی احاطه کرده است که اتمهای آن تابش شیدسپهر را پراکنده

1. R. P. Kirshner 2. J. Kwan

می‌سازند. همان‌گونه که در شکل ۱۲.۱۰ شد، مشاهدهٔ نمایه‌های خطی ما را قادر می‌سازد تا v، سرعت انبساط شیدسپهری، را اندازه بگیریم، زیرا در جوّ در حال انبساط بعضی اتمهای پراکننده با سرعت بیشتر و بعضی از آنها با سرعت کمتر از سرعت حرکت شیدسپهر به‌طرف ناظر حرکت می‌کنند. بنابراین، در فرایند پراکندگی اثر دوپلر مختصری موجود است، و این موضوع در نمایه‌های جذب خط تأثیر می‌گذارد.

سرعت شیدسپهری v متناظر با سرعتی است که در آن تهی شدن پیوستار، در صورتی که تیز و خوش تعریف باشد، بیشینه است. اگر این پیوستار تیز نباشد، بلکه پاستیغ تختی داشته باشد، لبهٔ سرخ پاستیغ تهی‌شده نشانگر سرعت شیدسپهری است.

ادعا شده است که این فرایند نسبتاً بدون ابهام و عاری از عدم قطعیتهایی است که در مورد روشهای دیگر وجود دارد. این روشها به اجسامی نیاز دارد که «شبیه هم به‌نظر برسند» و پارامترهای فیزیکی نظیر درخشندگی و اندازهٔ آنها «یکسان» باشد. به هر حال، این روش به یک رشته رصدهای خوب در مورد اَبَرنواخترها نیاز دارد که ممکن است برای کهکشانی که می‌خواهیم فاصله‌اش را اندازه بگیریم موجود نباشد.

(و) رابطهٔ تالی‌ـفیشر. در سال ۱۹۷۷ ار. بی. تالی[1] و جِی. ار. فیشر[2] همبستگی خوبی را بین درخشندگی یک کهکشان مارپیچی و عرض خط ۲۱ سانتی‌متری آن به‌دست آوردند که به نوع کهکشان بستگی ندارد. بنابراین، اگر نمایهٔ خط ۲۱ سانتی‌متری را برای یک مارپیچ دور تعیین کنیم، می‌توانیم درخشندگی آن را تخمین بزنیم. البته رابطهٔ بین این دو پارامتر فیزیکی شاید بی‌پایه به‌نظر برسد، اما می‌توان به‌صورت زیر آن را منطقی ساخت.

اگر کهکشان بچرخد نمایهٔ خط ۲۱ سانتی‌متری پهن می‌شود. اگر زاویهٔ میل صفحهٔ کهکشان در خط دید ما i و سرعت چرخش بیشینهٔ کهکشان T_{m} باشد، عرض دوپلری خط برابر خواهد بود با

$$w = \frac{۲V_{\mathrm{m}}\sin i}{c}. \qquad (۱۵.۱۰)$$

با استفاده از نیروی گرانشی جرم M در فاصلهٔ برابر با شعاع R برای به وجود آوردن چرخش V_{m} یک منطقهٔ نوعی H-I، به‌دست می‌آوریم

$$M = V_{\mathrm{m}}^{۲}R/G. \qquad (۱۶.۱۰)$$

در اینجا V_{m} را با منحنی چرخشی تخت برای کهکشان مشخص می‌کنیم (نگاه کنید به فصل ۱). با فرض اینکه نسبت جرم‌ـبه‌ـنور کهکشان k برای تمام کهکشانهای از یک نوع یکسان باشد،

1. R. B. Tully 2. J. R. Fisher

درخشندگی کهکشان را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$L = \frac{V_{\rm m}^{۲} R}{kG}. \qquad (۱۷.۱۰)$$

سپس فرض می‌کنیم که همهٔ کهکشانهای این گروه دارای روشنایی سطحی یکسان $\Sigma = L/(\pi R^{۲})$ باشند، به‌طوری که از ترکیب رابطه‌های بالا به‌دست آوریم

$$L = \frac{۱}{\pi k^{۲} \Sigma G^{۲}} V_{\rm m}^{۴} \propto V_{\rm m}^{۴}. \qquad (۱۸.۱۰)$$

سپس، با بهره‌گیری از رابطهٔ (۱۵.۱۰)، رابطهٔ تالی_فیشر ایده‌آل زیر را به‌دست می‌آوریم

$$M_{\rm G} = -۱۰ \log V_{\rm m} + b = -۱۰ \log \left(\frac{w}{۲ \sin i} \right) + b \qquad (۱۹.۱۰)$$

که $M_{\rm G}$ قدرمطلق کهکشان و b مقداری ثابت است.

رابطهٔ تالی_فیشر تجربی به‌صورت زیر نوشته می‌شود

$$M_{\rm G} = -a \log \left(\frac{w}{۲ \sin i} \right) + b \qquad (۲۰.۱۰)$$

که a و b ثابتهایی هستند که از رصدها به‌دست می‌آیند.

این روش یک مسئلهٔ عملی دارد. برای اجتناب از جذب داخلی در کهکشان باید در حالت ایده‌آل از روبه‌رو به آن نگاه کرد. با این همه، عرض خط برای کهکشانهای مارپیچی هنگامی به بهترین صورت تعیین می‌شود که از پهلو به آنها نگاه کنیم، که در این صورت جذب داخلی در کهکشان بزرگ است. بنابراین، رصاد مجبور است از مارپیچی‌هایی استفاده کند که با زاویه‌ای به آنها می‌نگرد و در عین حال عرض خط قابل اعتمادی را به‌دست می‌آورد. فاصلهٔ گروههای M۸۱ و M۱۰۱ به این ترتیب و پس از استفاده از داده‌های مربوط به کهکشانهای نزدیکتر M۳۱ و M۳۳ برای درجه‌بندی به‌دست آمده است. این روش نیز ما را تا فاصله‌های $\sim$ ۱۰۰Mpc می‌برد.

(ز) روش فِیبر_جکسون و صفحهٔ بنیادی. روش تالی_فیشر در مورد مارپیچی‌هایی به‌کار می‌رود که چرخش قابل ملاحظه‌ای از خود نشان دهند. اما برای کهکشانهای بیضوی چطور؟ این کهکشانها نمی‌چرخند و حاوی مقدار گاز بسیار کمی هستند، بنابراین ابرهای هیدروژن خنثی در آنها موجود نیست. در سال ۱۹۷۶ ساندرا فِیبر[1] و رابرت جکسون[2] روشی را یافتند که در مورد کهکشانهای بیضوی به‌کار می‌رود و شبیه روش تالی_فیشر برای کهکشانهای مارپیچی است. در

1. Sandra Faber   2. Robert Jackson

این روش درخشندگی L کهکشان به‌سرعت پاشیدگی σ رابط داده می‌شود که عمدتاً در ناحیهٔ مرکزی یک کهکشان بیضوی وجود دارد. از قضیهٔ ویریال می‌دانیم که، در حالت تعادل دینامیکی، همپاری تقریبی بین انرژی جنبشی (T) حرکت کاتوره‌ای و انرژی پتانسیل گرانشی (Φ) وجود دارد، که با رابطهٔ $2T + \Phi = 0$ نشان داده می‌شود. برای توزیع یکنواخت جرم کل M و شعاع R، این رابطه به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\sigma^2 = \frac{GM}{5R}. \qquad (21.10)$$

با فرض همان فرضهای نسبت جرم‌ـبه‌ـنور رابطهٔ (۱۷.۱۰) و روشنایی سطحی میانگین ثابت رابطهٔ (۱۸.۱۰)، به‌دست می‌آوریم

$$L = \text{const.} \times \sigma^4. \qquad (22.10)$$

این رابطهٔ فِیبرـجکسون است. با اندازه‌گیری σ، می‌توان L و در نتیجه فاصله کهکشان بیضوی را به‌دست آورد.

با این همه، کاربرد این رابطه در مورد کهکشانها پراکندگی قابل ملاحظه‌ای را در اطراف رابطهٔ اصلی نشان می‌دهد، که نشانگر آن است که شاید پارامترهای اضافی وجود دارند که در نظر گرفته نشده‌اند. در سال ۱۹۸۷ جورج دیورگوسکی[1] و مارک دیویس[2] نشان دادند که، به‌جای درخشندگی L، باید از دو پارامتر استفاده کرد: R_e، شعاع مؤثر کهکشان بیضوی، و I_e روشنایی سطحی میانگین در داخل این شعاع. در این صورت رابطهٔ تنگاتنگی بین σ، R_e، و I_e به‌وجود می‌آید که می‌توان آن را به‌صورت رابطهٔ خطی بین لگاریتمهای آنها نوشت

$$\log R_e = 1{,}36 \log \sigma - 0{,}85 \log I_e. \qquad (23.10)$$

این رابطهٔ خطی «صفحه‌ای» را در مقیاس لگاریتمی در فضای سه‌بُعدی مربوط به سه کمیت بالا نشان می‌دهد، صفحه‌ای که آن را صفحهٔ بنیادی کهکشانهای بیضوی می‌نامند. بنابراین، با استفاده از این روش می‌توان R_e را برای کهکشان بیضوی برآورد کرد و سپس، با استفاده از اندازهٔ زاویه‌ای آن، فاصله‌اش را به‌دست آورد.

همین‌طور می‌توان، با محدود ساختن خود به ناحیهٔ مرکزی کهکشان بیضوی، شکل تنگاتنگتری از رابطهٔ فِیبرـجکسون را به‌دست آورد. گروه منجمان معروف به «هفت سامورایی» که در بخش بعد با آنها آشنا خواهیم شد، با محدود کردن خود به بخشی که در آن میانگین روشنایی سطحی کل

1. George Djorgovski 2. Marc Davis

در مقیاس قدر $۲۰٫۷۵^{m}$ به‌ازای مربع ثانیه کمانی می‌شد، منطقه را انتخاب کردند. با نشان دادن قطر این منطقهٔ (دایره‌ای) با D_n، آنها همبستگی تنگاتنگی را بین D_n و σ به‌دست آوردند.

(ح) روشنترین کهکشان در خوشه. اگر هزار کهکشان غیرعادی در خوشهٔ سنبله را در نظر بگیریم، یکی از آنها، M۸۷، به‌طور قابل ملاحظه‌ای از بقیه روشنتر و پرجرمتر و بزرگتر است. این یک کهکشان بیضوی است. ا. سندیج متوجه شد که خوشه‌های دورتر نیز شامل کهکشانهای بیضوی غالب مشابهی هستند. با این فرض (تأییدشده با رصد خوشه‌های نزدیک) که این بیضویها درخشندگی قابل مقایسه‌ای دارند، می‌توانیم M و در نتیجه مدول فاصلهٔ خوشه‌های تا فاصله ۱۰۰۰Mpc را برآورد کنیم.

(ط) ابرنواختر نوع Ia. ابرنواخترهای نوع Ia، برخلاف ابرنواختر نوع II، ناشی از کوتوله‌های سفیدند. وقتی یک کوتولهٔ سفید موجود در یک دوتایی دارای جرم نزدیک به حد چاندراسکار[1] ماده را از همدمش جذب کند، دستخوش ناپایداری شده و منفجر می‌شود. یک ابرنواختر نوع II پس از انفجار هسته‌ای را به‌جا می‌گذارد؛ اما اَبَرنواختر نوع Ia باعث نابودی کامل ستاره می‌شود. همین‌طور، در اَبَرنواختر نوع اول، نوترینوها حامل بخش عمدهٔ انرژی انفجار هستند، در حالی که در نوع دوم مؤلفهٔ اپتیکی بسیار بزرگتر است. بدین سبب است که اَبَرنواخترهای نوع Ia در قلهٔ خود بسیار پرنورتر از سایر ابرنواخترها هستند. شکل ۱۳.۱۰ نمونهٔ منحنی نور را برای این نوع ابرنواختر نشان می‌دهد. توجه کنید که قدر قله نزدیک به $M_{\max} = -۱۹٫۵$ است.

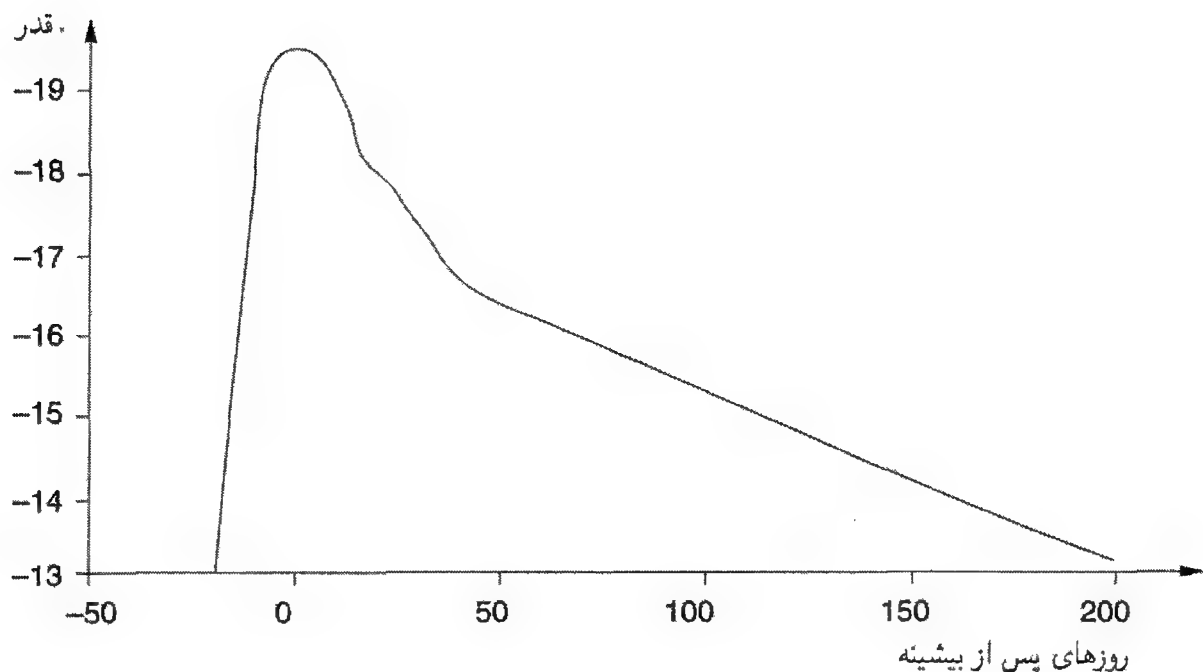
آلن سندیج و همکاران قدر قلهٔ این اَبَرنواخترها را به‌صورت منظم بررسی کردند و آن را با روش اندازه‌گیری فاصله با استفاده از قیفاووسیها مقایسه کردند. قدر قله دارای پاشیدگی مختصر است. مثلاً، می‌تواند از مرتبهٔ $\Delta M_{\max} \approx ۰٫۱۵$ باشد. این مقادیر را فقط باید نشانه‌ای در نظر گرفت، چون در حال حاضر برآوردها بهبود قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کنند.

بنابراین، اَبَرنواخترهای نوع Ia شمعهای استانداردی را برای اندازه‌گیری فاصله‌های بسیار بیش از ۱۰۰۰Mpc در اختیار می‌گذارند. نقطهٔ ضعف آنها نامتداول بودن این نوع رویداد است و در نتیجه پایگاه داده‌ها به‌کندی افزایش می‌یابد. نقطهٔ ضعف دیگر آن است که، همان‌طور که شکل ۱۳.۱۰ نشان می‌دهد، مرحلهٔ با درخشندگی زیاد دوام چندانی ندارد. در فصل بعد پس از بحث دربارهٔ رابطهٔ ثابت هابل در انتقال به سرخهای زیاد، دوباره به این اندازه‌گیریهای فاصله باز خواهیم گشت.

۴.۲.۱۰ ثابت هابل

باید اذعان کرد که آنچه در بالا گفته شد دست‌وپا شکسته و ناقص است. مثلاً، روش افت‌وخیزهای روشنایی سطحی، روش تابع درخشندگی خوشه‌های گویسان، استفاده از عدسیهای گرانشی،

1. Chandrasekhar



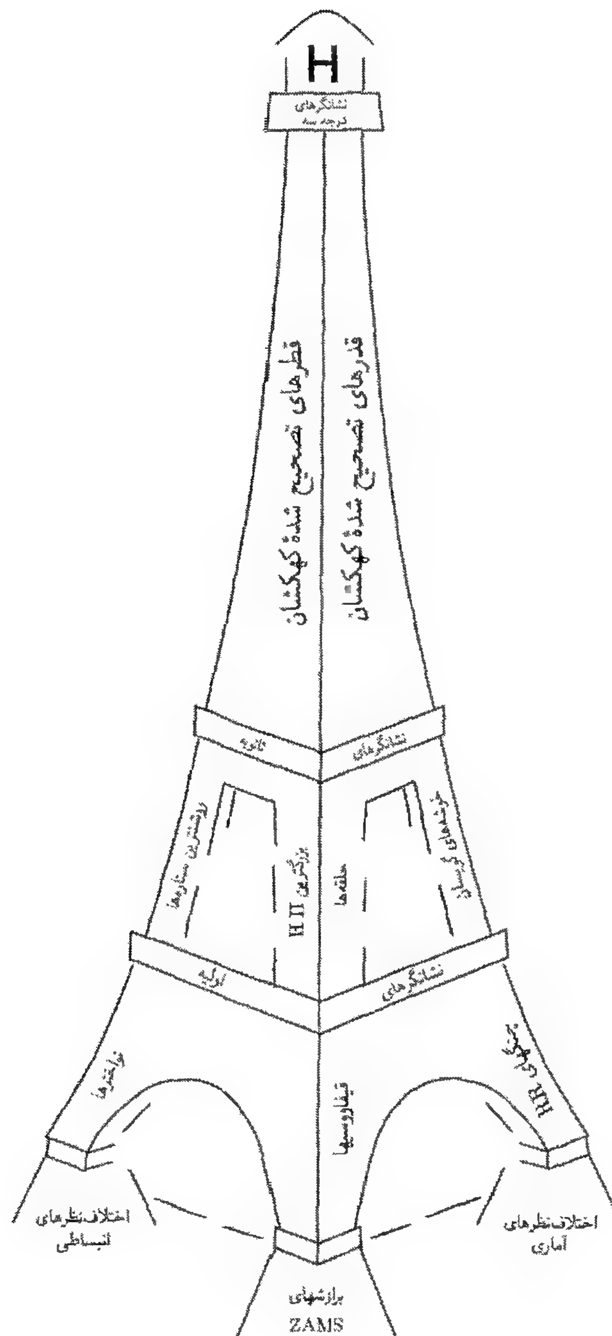
شکل ۱۳.۱۰ نمونهٔ منحنی نور یک اَبَرنواختر نوع Ia. قله درخشندگی را می‌توان به عنوان شمع استاندارد به‌کار برد.

مگامیزرها و اثر سانیف‌ـزلدویچ[1] را شرح ندادیم. زیرا هر روش دارای فرضهای درون‌ساز در معرض خطاست و نمی‌توان ۱۰۰٪ به‌هیچ‌کدام از آنها اطمینان کرد. بدین سبب است که این روزها منجمان برآوردهای خود را در مقایسه با بیش از یک روش بررسی می‌کنند.

این روشها و روشهای دیگر در «برج ایفلی» خلاصه شده‌اند که ژرار دو ووکولورز[2] بنا کرده در شکل ۱۴.۱۰ آمده است. توجه کنید که فاصله‌ها از یک طبقه به طبقهٔ بعد افزایش می‌یابد. در هر طبقه دیدگاهی برای خطاهای درجه‌بندی وجود دارد. به‌عنوان مثال، حتی یک بازنگری در مقیاس فاصلهٔ ستاره‌ای، مانند فاصلهٔ هیادهای رشتهٔ اصلی در کهکشان ما، به بازنگری در تمام مقیاسهای پس از آن می‌انجامد. مثلاً، این مورد هنگامی پیش آمد که فاصله‌های ستاره‌ای اندازه‌گیری‌شده توسط ماهوارهٔ هیپارخوس باعث تجدید نظر نزولی در برآوردهای قبلی شد. این خطاهای سیستماتیک در روش اولیهٔ هابل موجود بودند، و هنگامی که با هم جمع شدند مقدار $h_0 \geq 5$ را به‌دست دادند. به‌عنوان مثال، رابطهٔ دوره‌ـدرخشندگی که هابل در اختیار داشت نادرست بود. همین‌طور او از قدرمطلق بسیار ضعیفی برای درخشانترین ستارگان در کهکشانهای دیگر استفاده کرد. از شکل (۶.۱۰) می‌بینیم که مقدار M به مقدار زیادی برای h_0 می‌انجامد.

در تمام این بحث تلویحاً فرض کرده‌ایم که، در رابطهٔ سرعت‌ـفاصله، این فاصله است که باعث

1. Sunyaev-Zel'dovich 2. Gérard de Vaucouleurs



شکل ۱۴.۱۰ برج ایفلی که در اینجا آمده است نشان می‌دهد که چگونه فاصله‌های کیهان‌شناختی طبقه به طبقه اندازه‌گیری می‌شوند. سطوح مختلف مورد استفاده برای درجه‌بندی از نزدیکترین فاصله در طبقه اول آغاز می‌شوند و به دورترین آنها در بالا می‌انجامد. ZAMSنمایانگر «سن صفر رشته اصلی» است که دلالت بر روش اندازه‌گیری فاصله با بهره‌گیری از هیادهای رشته اصلی دارد که در متن کتاب آمده است.

دردسر می‌شود. اما الزاماً چنین نیست؛ یک منبع عمدهٔ خطا، لااقل برای اندازه‌گیریهای نزدیک، تشخیص جریان هابل «واقعی» از حرکتهای عجیب و غریبی است که سایر ناهمگنیهای نسبتاً موضعی به‌وجود می‌آورند. در بخش بعد این مسئله را بیشتر بررسی خواهیم کرد.

به این دلایل بهتر است کیهان‌شناسان دربارهٔ مقدار دقیق ثابت هابل محتاط باشند. سندیج و تامان مقدار $h_\circ \sim ۰/۵$ را ترجیح می‌دهند، در حالی که دو ووکولورز استدلال کرد که $h_\circ \sim ۰/۱$ و سپس گروه پروژه کی HST مقدار آن را $h_\circ \sim ۰/۷۵$ در نظر گرفتند. با توجه به خطاهای رایج در نشانگرهای فاصلهٔ مختلف، اکنون مرسوم است که بگویید $h_\circ$ بین این دو حد قرار دارد. ما $h_\circ \sim ۰/۶۵ \pm ۰/۱۰$ را در نظر می‌گیریم که بیشتر اندازه‌گیری حاضر سازگار است. اما هنوز با ثابت هابل به‌دقت تعیین‌شده فاصله داریم.

۳.۱۰ ناهمسانگردی میدانهای سرعت بزرگ مقیاس موضعی

اکنون به مشکلات ممکن تعیین v در رابطهٔ هابل $v = H_\circ D$ می‌پردازیم، زیرا سرعت موجود در این رابطه چیزی است که به انبساط عالم مربوط می‌شود و نباید حاوی هیچ مؤلفهٔ دیگری باشد. در واقع، این موردی است که در صورت اعتبار کامل اصل موضوع وایل به‌وجود می‌آید، که در واقع چنین نیست. کهکشانها حرکتهای دیگری نیز دارند که بر آن نهاده می‌شود، و در جابه‌جایی طیفی که ناظر اندازه می‌گیرد دخیل‌اند. مثلاً، اولین اندازه‌گیری جابه‌جایی طیفی یک کهکشان را اسلیفر در سال ۱۹۱۲ انجام داد و مربوط به یک انتقال به آبی بود. او به این نتیجه‌گیری رسید که سحابی M۳۱ با سرعت حدود $۲۰۰\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ به کهکشان ما نزدیک می‌شود. چند کهکشان نزدیک از خود انتقال به آبی نشان می‌دهند و اینها را می‌توان با چیزی توجیه کرد که اصطلاحاً برهم‌نهی حرکت کاتوره‌ای یا «غیرعادی» کهکشانها بر «جریان هابل» خوانده می‌شود. این حرکتهای کاتوره‌ای معمولاً از مرتبهٔ $\sim ۳۰۰\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ هستند و در نتیجه سرعت کل یک کهکشان نزدیک را، که برای آن با D کوچک، مؤلفهٔ هابل کوچک خواهد بود، به‌طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌دهند. فقط وقتی به فاصله‌های، مثلاً، بیش از ۵۰ Mpc می‌رویم انتظار داریم که قانون هابل بر میدان سرعت غلبه کند.

تصویر سادهٔ عالم همگن و همسانگرد برمبنای جزء خط رابرتسون-واکر اکنون دیگر بیش از اندازه ساده به‌نظر می‌رسد، به‌ویژه با کشف سرعتهای بزرگ مقیاس که به نظر می‌رسد بر جریان هابل برهم‌نهاده شده‌اند. چون تعریف جریان هابل در همسایگی «موضعی» ما کوچک است، بنابراین می‌تواند در سایر سرعتها گم شود. جدا کردن این دو از یکدیگر و مشخص کردن تأثیر سایر

سرعتهای غیرهابل کاری بس دشوار است. در اینجا فقط به طرح کلی وضعیت در جبهه‌های نظری و رصدی می‌پردازیم و ابتدا موضوع دوم را بررسی می‌کنیم.

در اواسط سالهای هفتاد وی. سی. رابین[1] و دبلیو. ک. فورد[2]، و دیگران نگاهی به این مسئله انداختند. اثر معروف به رابین-فورد نشان داد که ثابت هابل هنگامی که سرعتهای شعاعی کهکشانهای ۱۸۴ Sc I و Sc II (I و II رده‌های درخشندگی ون دن براو برای کهکشانهای Sc مارپیچی هستند، که Sc I روشنترین ردهٔ کهکشانهاست) اندازه‌گیری می‌شود همسانگرد نیست. ناهمسانگردی از نوع دوقطبی بود و می‌شد آن را به این حساب گذاشت که کهکشان ما با سرعت قابل ملاحظه‌ای در زمینهٔ کهکشانها حرکت می‌کند. این سرعت برابر بود با

$$(۴۵۴ \pm ۱۲۵)\ \mathrm{km\,s^{-۱}}\ \text{به‌طرف}\ l = ۱۶۳^\circ \pm ۱۵^\circ, b = -۱۱^\circ \pm ۱۴^\circ$$

نسبت به بخش دوردست نمونه به

$$(۴۷۴ \pm ۱۶۴\ \mathrm{km\,s^{-۱}})\ \text{به‌طرف}\ l = ۱۶۷^\circ \pm ۲۰^\circ, b = ۵^\circ \pm ۲۰^\circ$$

نسبت به قسمت نزدیکتر. این اولین نشانهٔ قرار نداشتن کهکشان در چارچوب سکون کیهان‌شناختی بود.

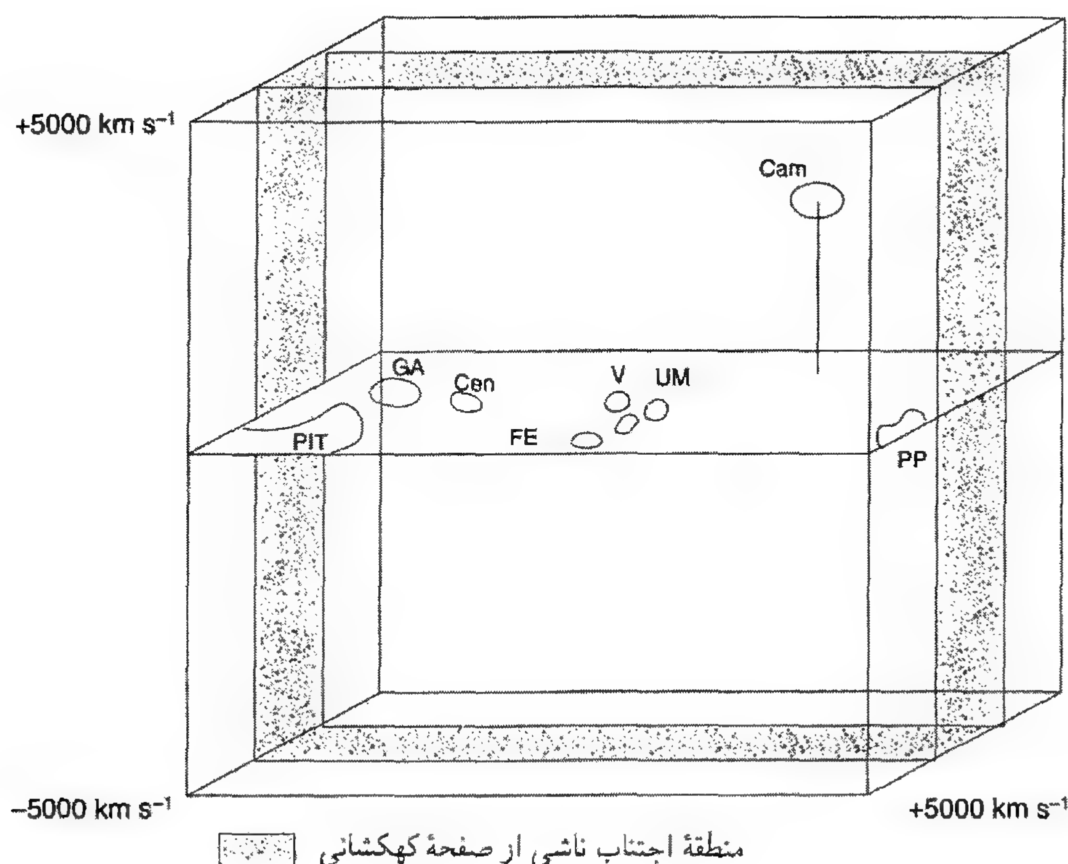
۱.۳.۱۰ توزیع موضعی

اطلس کهکشانهای نزدیک که تالی و فیشر منتشر کرده‌اند، حاوی نقشه‌های مفصل توزیع و سرعت کهکشانها در منطقه‌ای نسبتاً موضعی است. این نقشه‌ها در تشکیل توپوگرافی ناحیهٔ دور و بر سودمندند. شکل ۱۵.۱۰ طرح کلی توزیع را در ناحیه‌ای مکعبی در اطراف کهکشان ما نشان می‌دهد، که هر ضلع مکعب دیفرانسیل سرعت تقریباً برابر با $۱۰۰۰۰\mathrm{km\,s^{-۱}}$ را اندازه می‌گیرد. (یعنی، اگر $H_۰$ ثابت هابل باشد، اندازهٔ خطی تقریباً $H_۰^{-۱}$ برابر این مقدار است. ما استفاده از سرعت را به‌عنوان فاصله بدین صورت مفید یافته‌ایم.)

ناحیهٔ سایه‌دار مکعب منطقه اجتناب کهکشانی عمود بر اَبَرصفحهٔ کهکشانی است (نگاه کنید به فصل ۱). می‌توان فرض کرد که حرکت این اجسام از چند مؤلفه تشکیل شده است:

۱. جریان به‌طرف رباینده بزرگ (GA) که در فاصلهٔ $\sim ۴۲۰۰\mathrm{km\,s^{-۱}}$ از گروه موضعی قرار دارد. (این GA تقریباً در $l = ۳۰۹^\circ$ و $b = +۱۸^\circ$ (مختصات کهکشانی) قرار دارد. مثلاً، دو خوشهٔ قنطورس در GA با سرعتهای $\sim ۱۰۰۰\mathrm{km\,s^{-۱}}$ (دور از ما)) قرار می‌گیرند.

1. V. C. Rubin   2. W. K. Ford



شکل ۱۵.۱۰ حجم مکعبی حاوی برخی ساختارهای بزرگ مقیاس قابل ملاحظه در حوالی ما. در داخل مکعب GA: ربایندهٔ بزرگ؛ V: خوشهٔ سنبله؛ CSC: ابرکوما-حجار؛ حاوی گروه محلی؛ UM، خوشهٔ دب‌اکبر؛ Cen، قنطورس؛ FE، کوره-نهر؛ Cam، زرافه؛ PP، برساوش-حوت؛ PIT، طاووس-هندی-تلسکوپ.

۲. سقوط ماده به‌طرف خوشهٔ سنبله.

۳. «بی‌هنجاری موضعی» که ظاهراً به تصحیح سرعت کلی $۳۶۰ \,\mathrm{km\, s^{-1}}$ برای ناحیه‌ای از گروه موضعی ما تا فاصله‌های $۷۰۰ \,\mathrm{km\, s^{-1}}$ نیاز دارد.

۴. جریان هابل

این مدل چند مؤلفه‌ای پارامترهایی دارد که می‌توان آنها را با روش کمترین مربعات، با بهره‌گیری از رابطهٔ تالی-فیشر[1] برای مارپیچها برای اندازه‌گیری فاصله‌های آنها (نگاه کنید به بخش ۲.۹) و انتقالهای به سرخ برای سرعتهای شعاعی، تعیین کرد. این مدل سرعتهایی را به‌دست می‌دهد که با مقادیر مشاهده شده مقایسه و اختلاف آنها به کمک روش کمترین مربعات کمینه می‌شود. این روش را اولین بار «هفت سامورایی» دی. لیندن-بل[2]، اس. ام. فابر[3]، دی. برنشتاین[4]، ار. ال.

1. Tully-Fisher 2. D. Lynden-Bell 3. S. M. Faber 4. D. Burnstein

دیویس[1]، ا. درسلر[2]، ار. ترلویچ[3]، و جی. واگنر[4] به‌کار بردند. نتیجه‌گیری کلی به قرار زیر است.

GA ربایندهٔ با جرم بزرگی است که ماده را جذب می‌کند، و سبب جریان بزرگ مقیاسی به‌طرف خود می‌شود. در مقیاس کوچکتر و نزدیکتر، خوشهٔ سنبله، کهکشانهای مجاور، از جمله گروه موضعی ما، را به مرکز خود جذب می‌کند. اما، گروه موضعی ما حرکت ناهنجار دیگری را نیز نسبت به جریان سنبله مرکزی دارد. شاید برای برآورد عددی سرعت و جهت دقیق تمام این جریانها بسیار زود باشد. رصدهایی بیشتر در آینده بدون شک به برآوردهای موثقتر کمک خواهد کرد.

به هر حال، مباحثهٔ قابل ملاحظه‌ای در مورد اینکه آیا اصلاً GA وجود دارد در جریان است. به‌عنوان مثال، دی. ا. متیوسون[5]، وی. ال. فورد[6] و ام. بوخهورن[7] سرعتهای عجیب ۱۳۵۵ کهکشان مارپیچی در آسمان جنوبی را اندازه گرفته‌اند و با بهره‌گیری از رابطهٔ تالی‌ـفیشر فاصلهٔ آنها را تخمین زده‌اند. آنها هیچ‌گونه فروریزشی را به منطقهٔ GA نیافتند، بلکه جریان کلی $۴۰۰\mathrm{km\ s^{-1}}$ را در مقیاس $۱۰۰h_{\circ}^{-1}\mathrm{Mpc}$ به‌دست آوردند. بنابراین، تردید قابل ملاحظه‌ای در مورد وجود یک جرم رباینده در آنجا وجود دارد. به احتمال زیاد این کشش را، به‌جای یک جرم تنهای بزرگ، چند خوشهٔ بزرگ وارد کنند که در آن جهت در فضا توزیع شده‌اند.

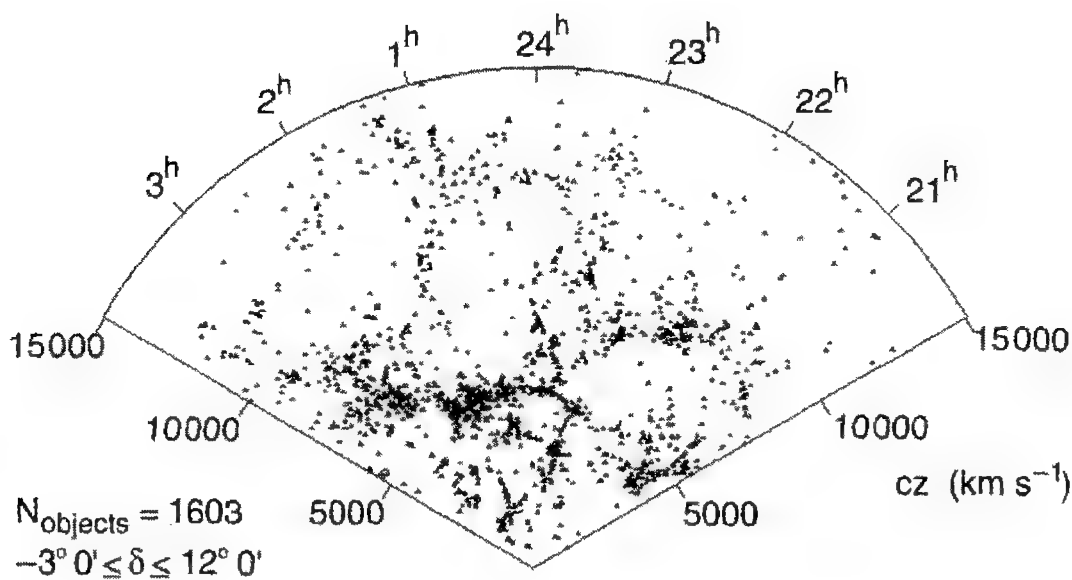
این مسئله‌ها وقتی حل می‌شوند که، به‌کمک نقشه‌برداریهای انتقال به سرخ بزرگ که اکنون در جریان است یا اخیراً تکمیل شده‌اند، تصویر روشنتری از عالم به‌دست آوریم. مثلاً، نقشه‌برداریهای میدان دو درجه‌ای در استرالیا و نقشه‌برداری انتقال به سرخ لاس کامپاناس[8] در شیلی حاوی چندصدهزار انتقال به سرخ است. نقشه‌برداری دیجیتالی آسمان اسلوان[9] دارای طیف ~ ۹۰۰۰۰۰ کهکشان تا انتقال به سرخ $\sim ۰٫۲$ است. اگر قانون هابل را در مورد این انتقالهای به‌سرخ به‌کار بریم، نقشه‌های آسمان حاصل از آنها طرح کلی توزیع ماده مرئی را در اختیار می‌گذارند و کمک می‌کنند تا علاوه بر مشخص کردن توزیع متراکم ماده، حفره‌ها را نیز مشخص کنیم. شکل ۱۶.۱۰ و ۱۷.۱۰ نقشه‌های حاصل از این بررسیها را نشان می‌دهند. بدیهی است که فرض همگن از این تصویرها ضربه می‌خورد. این ناهمگنیهای موضعی ناهمسانگردیهایی را وارد قانون هابل می‌کنند.

بخشی دیگر از اطلاعات را که در بخش ۸.۱۰ بررسی می‌کنیم حرکت کهکشان ما نسبت به چارچوب سکون زمینهٔ ریزموج کیهانی است.

۲.۳.۱۰ بازنگری ثابت هابل

به این پرسش باز می‌گردیم که چرا اختلاف نظر در مورد مقدار $H_{\circ}$ (یعنی، اینکه $h_{\circ} \approx ۱$ یا $h_{\circ} \approx ۰٫۵$) ادامه دارد. ار. بی. تالی استدلال کرده است که ناهنجاری سرعت موضعی دلیل

1. R. L. Davies 2. A. Dressler 3. R. Terlevich 4. G. Wagner
5. D. A. Mathewson 6. V. L. Ford 7. M. Buchhorn 8. Las Campañas 9. Sloan



شکل ۱۶.۱۰ این یکی از بخشهای آسمان است که مرکز اخترفیزیک آن را عمیقاً بررسی کرده است. با تقسیم سرعتها بر ثابت هابل می‌توان تعیین کرد که اجسام در چه فاصله‌ای از ما قرار دارند.

اصلی ابهام در این مورد است. این استدلال را می‌توان با یک مثال ساده نشان داد.

فرض کنید که تراکم جرم موضعی M بر جریان هابل برهم‌نهاده شود. در فاصلهٔ R از جرم، سرعت شعاعی به‌طرف خارج V را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

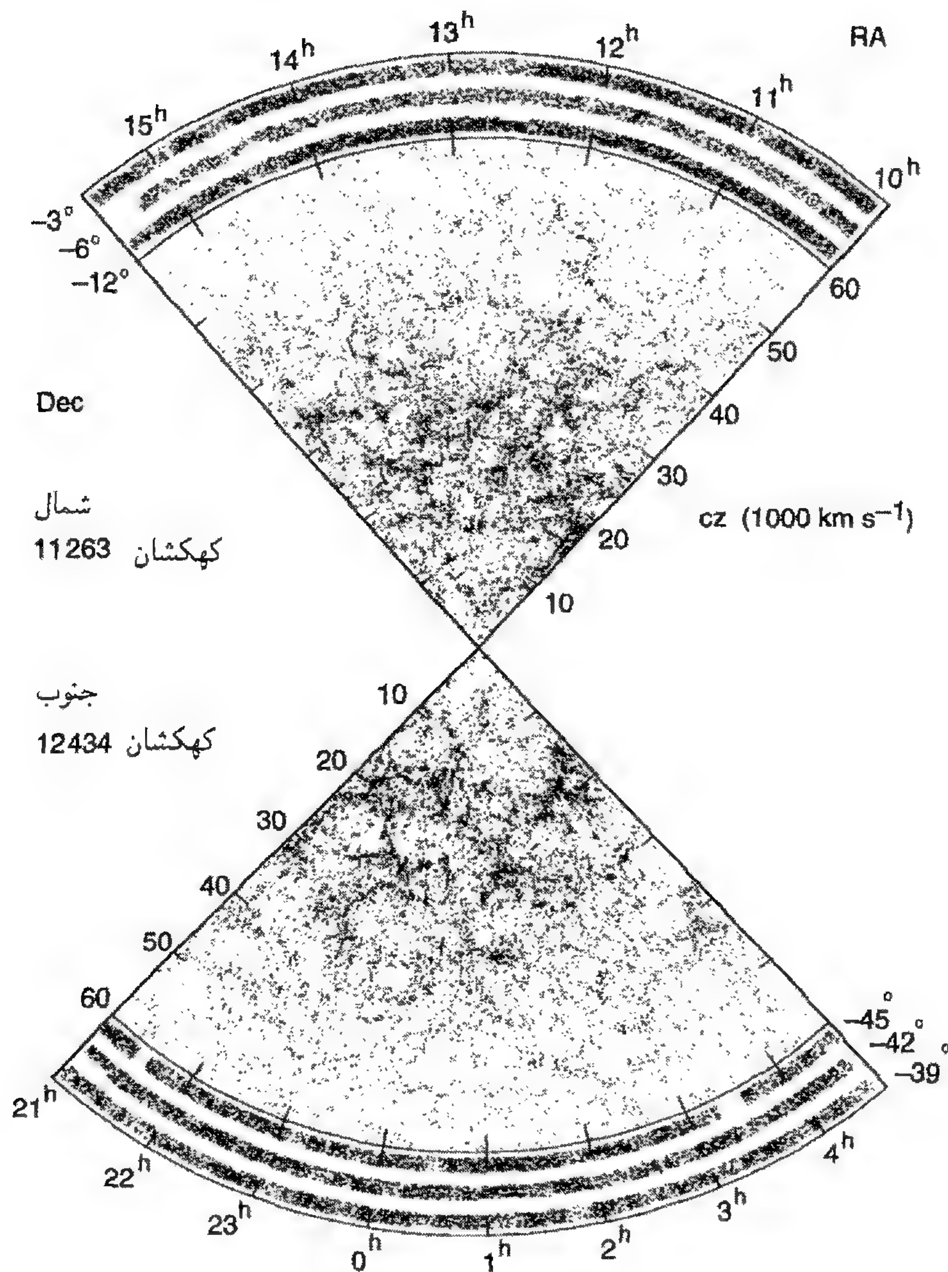
$$V = -\sqrt{\frac{۲GM}{R}} + HR \equiv H_{\text{eff}} R. \qquad (۲۴.۱۰)$$

اولین جمله سرعتی به‌طرف داخل است که در بینهایت صفر می‌شود، در حالی که جملهٔ دوم جریان هابل با ثابت هابل H است. می‌توان (۲۴.۱۰) را فقط جریان هابل با ثابت هابل «مؤثر» در نظر گرفت

$$H_{\text{eff}} = H - \sqrt{\frac{۲GM}{R^۳}}. \qquad (۲۵.۱۰)$$

بنابراین، هرچه به تراکم جرم نزدیکتر شویم ثابت هابل مؤثر از ثابت هابل واقعی کوچکتر می‌شود. با دور شدن از M، ثابت هابل مؤثر به مقدار واقعی نزدیک می‌شود.

از این‌رو، حضور تراکم جرم در ابر کوما-حجار نوعی ناهنجاری را در سرعت موضعی به‌وجود می‌آورد که همراه با جریان سنبله مرکزی مقدار ثابت هابل برای کهکشانهای نسبتاً نزدیک را کم می‌کند و $h_۰$ را به ۰٫۵ نزدیکتر می‌سازد. اما، نمونه‌های دورتر کهکشان $h_۰$ را تا اندازه‌ای بزرگ می‌کنند که نظیر با مقدار واقعی ثابت هابل است.



شکل ۱۷.۱۰ این نقشه را نقشه‌برداری انتقال به سرخ لاس کامپاناس تولید کرده است.

به‌نظر تالی ناهنجاری موضعی ممکن است ناشی از جرمی در حدود $۱۰^{۱۴} M_\odot$ در مقایسه با $\sim ۱۰^{۱۵} M_\odot$ در خوشهٔ سنبله باشد. برعکس، جرم ربایندهٔ بزرگ ممکن است در حدود $۵ \times ۱۰^{۱۶} M_\odot$ باشد. این مقادیر نشان می‌دهد که رسم توپوگرافی عالم، هم برحسب جرم و هم برحسب سرعت، قبل از نتیجه‌گیری دقیق دربارهٔ مقادیر پارامترهای کیهان‌شناختی چقدر اهمیت دارد.

سپس می‌خواهیم چگالی میانگین ماده را در عالم تعیین کنیم، این پارامتر دارای پیامدهایی مهم برای نظریه‌های کیهان‌شناختی است که تاکنون بررسی کردیم.

۴.۱۰ توزیع و چگالی ماده در اطراف ما

در فصل ۴ پارامتر Ω را با رابطهٔ زیر تعریف کردیم

$$\rho_\circ = \frac{۳H_\circ^۲}{۸\pi G}\Omega_\circ \equiv \rho_c\Omega_\circ\,, \qquad (۲۶.۱۰)$$

که ρ_c چگالی بستار کنونی در کیهان‌شناسی فریدمان است. به‌صورت عددی، (۲۶.۱۰) ایجاب می‌کند که

$$\rho = ۲ \times ۱۰^{-۲۹}(h_\circ^۲\Omega_\circ)\text{g cm}^{-۳}. \qquad (۲۷.۱۰)$$

بنابراین، اندازه‌گیری مستقیم موردنظر است، چون حدود پارامترهای $h_\circ$ و $\Omega_\circ$ را مشخص می‌کند.

رهیافت فعلی به این مسئله تعیین حدود چگالی ماده در کهکشانها، خوشه‌های کهکشانی، و غیره است؛ یعنی ماده به‌صورت استاندارد درخشان. این کار به‌صورت زیر انجام می‌شود. فرض کنید نسبت جرم به نور را برای کهکشانها می‌دانیم، که معمولاً برحسب یکاهای خورشیدی بیان می‌شود:

$$\left\langle \frac{M_G}{L_G} \right\rangle = \eta\frac{M_\odot}{L_\odot}. \qquad (۲۸.۱۰)$$

سپس چگالی درخشندگی متوسط l_G کهکشانها را تعیین می‌کنیم. بهترین مقدار l_G مربوط به فهرست تجدید نظر شدهٔ شیپلی آمز[1] و عبارت است از

$$L_{GS} \cong ۴/۴ \times ۱۰^۷ L_\odot h_\circ \text{Mpc}^{-۳} \quad \text{برای کهکشانهای مارپیچی} \qquad (۲۹.۱۰)$$

$$L_{GE} \cong ۱۷/۴ \times ۱۰^۷ L_\odot h_\circ \text{Mpc}^{-۳} \quad \text{برای کهکشانهای E و SO} \qquad (۳۰.۱۰)$$

بنابراین چگالی درخشندگی کل از مرتبهٔ زیر است

$$l_G \cong ۲/۲ \times ۱۰^۸ L_\odot h_\circ \text{Mpc}^{-۳}. \qquad (۳۱.۱۰)$$

از (۲۸.۱۰) و (۳۱.۱۰) چگالی کیهان‌شناختی میانگین به شکل کهکشانهای اطراف خود را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$\begin{aligned}\rho_G &\cong ۲/۲ \times ۱۰^۸ \eta M_\odot h_\circ \text{Mpc}^{-۳}\\ &\cong ۱/۵ \times ۱۰^{-۳۲}\eta h_\circ \text{g cm}^{-۳}.\end{aligned} \qquad (۳۲.۱۰)$$

---
1. Revised Shapley Ames Catalogue

برآورد η چقدر است؟ مشکل اصلی در تخمین η مربوط به اندازه‌گیری جرمهای کهکشانی است. اندازه‌گیری درخشندگی در مقایسه با آن آسان و تنها خطا در این فرایند ناشی از دقیق نبودن $H_{\circ}$ است. ما روشهای به‌کار رفته در اندازه‌گیری η برای اجسام مختلف را قبل از خلاصه کردن نتایج جدول ۱.۱۰ مرور می‌کنیم.

مثال

تابع درخشندگی کهکشانها را که شِکتر[1] از رابطهٔ زیر برآورد کرده است در نظر بگیرید

$$\Phi(L) = \frac{\Phi^*}{L^*}\left(\frac{L}{L^*}\right)^{-\alpha} \exp\left(-\frac{L}{L^*}\right)$$

با $\Phi^* = ۱۰^{-۲} h_{\circ}^{۳}\,\mathrm{Mpc}^{-۳}$، $L^* = ۱۰^{۱۰} h_{\circ}^{-۲} L_{\odot}$ و $\alpha \sim ۱/۲۵$. تعداد کهکشانهای با درخشندگی در گسترهٔ $(L, L+\mathrm{d}L)$، از $\Phi(L)\mathrm{d}L$ به‌دست می‌آید. از انتگرال‌گیری بین ۰ و ∞ به‌دست می‌آوریم

$$l_{\mathrm{G}} = \int_{\circ}^{\infty} \Phi(L) L \;\; \mathrm{d}L \sim ۳/۳ \times ۱۰^{۸} h_{\circ} L_{\odot} \mathrm{Mpc}^{-۳}.$$

۱.۴.۱۰ نسبتهای جرم به نور

روشهای اندازه‌گیری η برای تک‌تک کهکشانها و خوشه‌های کهکشانی در زیر خلاصه شده است.

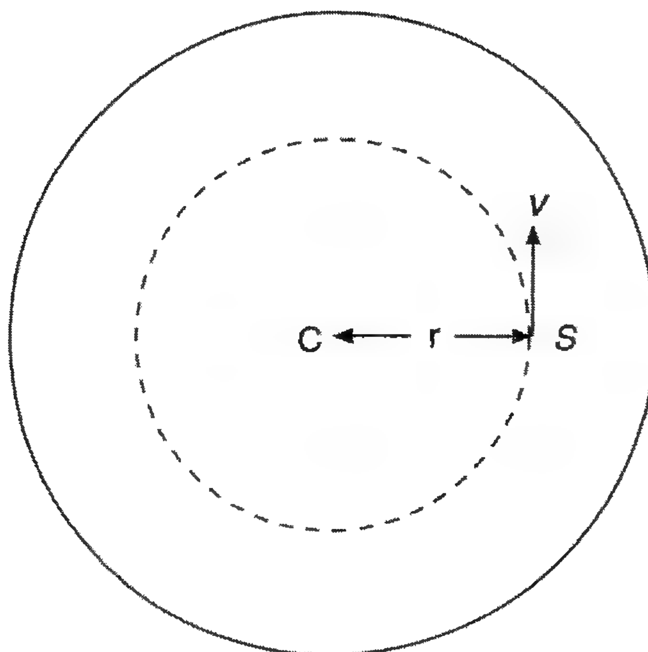
کهکشانهای مارپیچی

بهترین دستاویز برای جرم موجود در نمونه‌ای از کهکشان مارپیچی را منحنی چرخش آن به‌دست می‌دهد. شکل ۱۸.۱۰ این اصل را به‌کمک جسم سطحی به شکل قرص نمایش می‌دهد که توزیع دایره‌ای ستارگان است که به دور مرکز مشترک C می‌گردند. رابطهٔ سرعت چرخش v برای ستارهٔ S در فاصلهٔ r از C (در توزیع تعادل) با نیروی گرانشی F_r وارد بر S به‌طرف مرکز به‌صورت زیر است

$$m\frac{v^{۲}}{r} = F_r. \qquad (۳۳.۱۰)$$

بنابراین، اگر v را برحسب r بدانیم، F_r را برحسب r به‌دست می‌آوریم. سپس، با توجه به قانون گرانش نیوتون (که به‌واسطهٔ ضعیف بودن میدانهای گرانشی در اینجا قابل استفاده است)، می‌توانیم توزیع جرم را تعیین کنیم. به عنوان مثال، اگر بیشتر جرم در ناحیهٔ هستهٔ اطراف C متمرکز بود داشتیم $F_r \propto r^{-۲}$ و $v \propto r^{-۱/۲}$. توزیع نور در یک کهکشان مارپیچی نشان می‌دهد که رابطهٔ

1. Schechter



شکل ۱۸.۱۰ قرص کهکشانی با سیستمی از ستارگان تقریب زده می‌شود که در مدارهای دایره‌ای دور مرکز مشترک C می‌چرخند. سرعت v مربوط به S از قانونهای گرانش و حرکت نیوتون به‌دست می‌آید.

بالا تقریب خوبی است. اما، در واقع منحنی سرعت چرخش برحسب فاصله $v(r)$ برای اغلب کهکشانها تخت است. یعنی پس از صعود تیز در بیرون منطقهٔ هسته، v برابر مقدار ثابت (مثلاً $v_\circ$) باقی می‌ماند. به‌علاوه، این رابطه به فراتر از قرص مرئی گسترش می‌یابد.

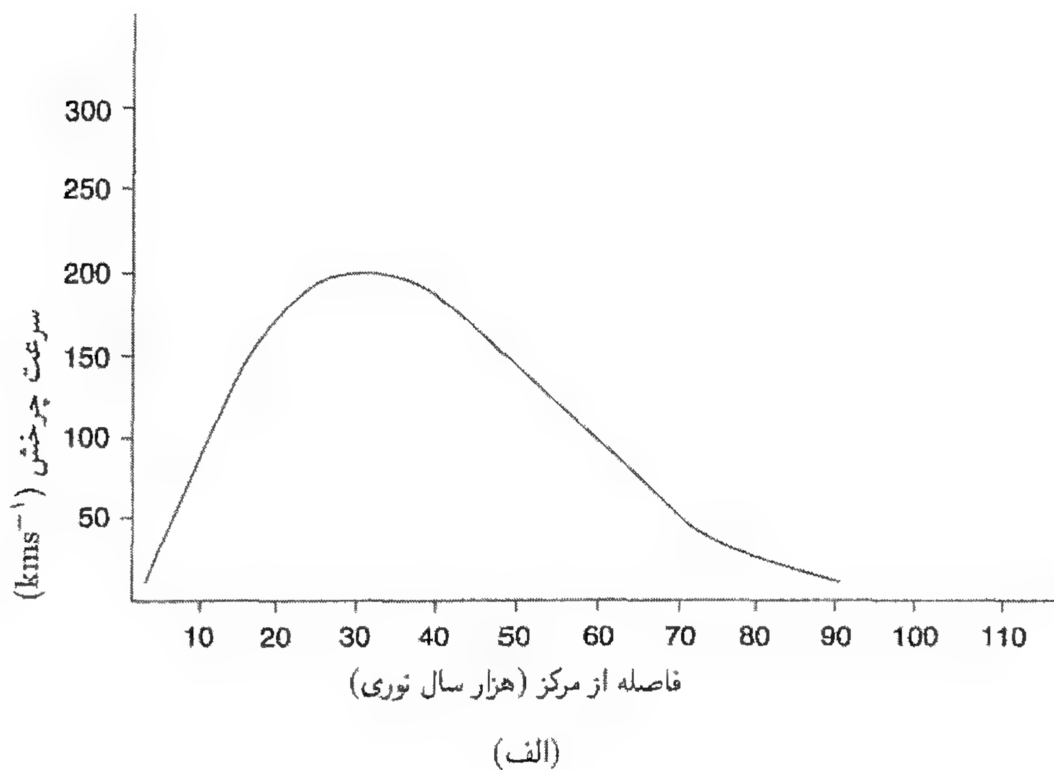
این نتیجه ایجاب می‌کند که یا جرم موجود در بخشهای خارجی کهکشان بیش از آنی باشد که توزیع درخشندگی نشان می‌دهد، یا قانون حرکت نیوتون و قانون عکس مجذور در گسترهٔ فاصله‌های کهکشانی (تقریباً چندکیلو پارسک) معتبر نباشند. با توجه به دیدگاه (نه چندان افراطی) اول، منجمان جرم کهکشانهای مارپیچی را برآورد کرده‌اند. اس. ام. فابر و جی. اس. گالاگار[1] سرعتهای دوران و جرمهای موجود در شعاع هولمبرگ[2] را (که در آن روشنایی سطحی به $۲۶٫۵m_{\rm pg} \sim$ (ثانیه کمانی)$^{-۲}$ فرو می‌افتد) برای ۳۹ کهکشان مارپیچی فهرست‌بندی کرده‌اند. چون درخشندگیها را نیز می‌دانیم، می‌توانیم مقدار میانگین η را برای این نمونه تخمین بزنیم. نتیجه عبارت است از

$$\eta \cong (۹ \pm ۱)h_\circ. \qquad (۳۴.۱۰)$$

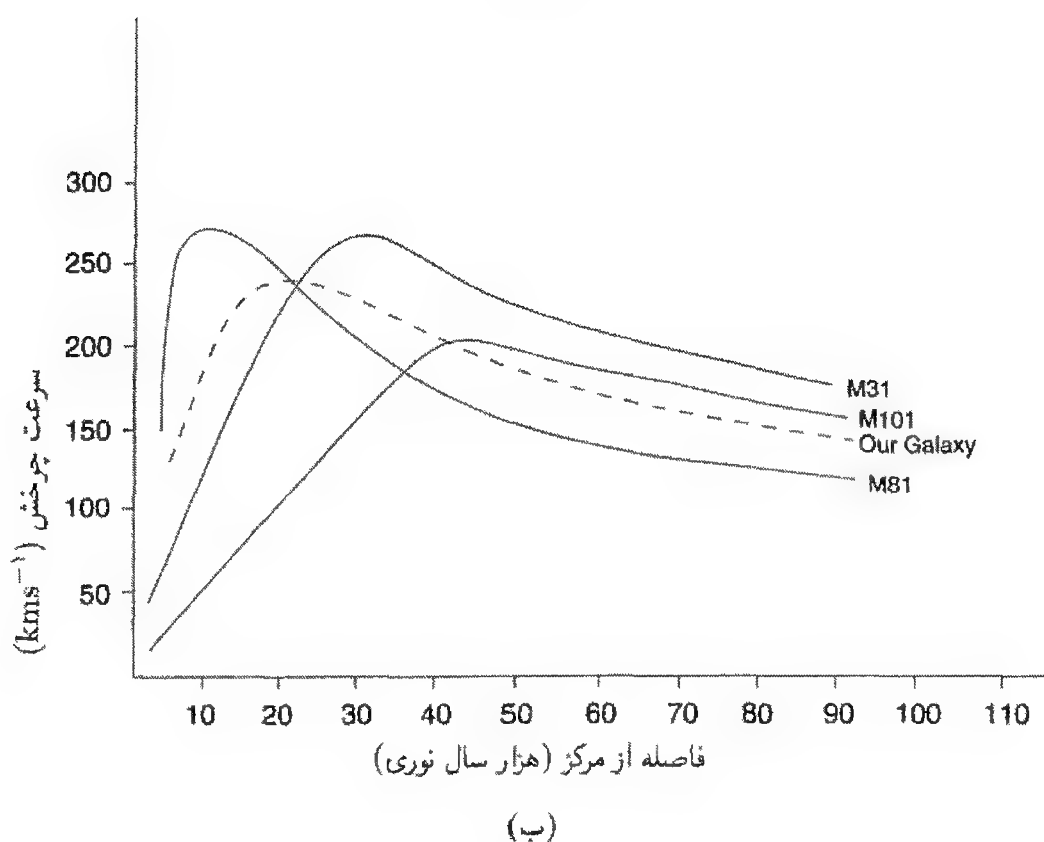
کهکشانهای بیضوی

این کهکشانها هیچ چرخشی از خود نشان نمی‌دهند، ازاین‌رو روش منحنی چرخش که برای مارپیچها به‌کار می‌رفت در اینجا کاربرد ندارد. در

1. J. S. Gallaghar 2. Holmberg radius



(الف)



(ب)

شکل ۱۹.۱۰ منحنیهای چرخش بعضی کهکشانهای مارپیچی. توجه کنید که در فاصله‌های زیاد از مرکز، انتظار داریم که منحنی نوعی به‌جای اینکه مانند منحنی واقعی (ب) کم‌وبیش ثابت بماند، چون منحنی (الف) به صفر فرو بیفتد.

عوض، برآورد جرم برمبنای تغییر سرعت پراکندگی σ در کهکشان صورت می‌گیرد.

در تقریب جرم کروی، تابع توزیع ستاره در حالت تعادل آماری به شکل زیر در می‌آید

$$f \propto \exp - \left(\frac{v^۲/۲ + \phi(r)}{\sigma^۲} \right), \qquad (۳۵.۱۰)$$

که $\phi(r)$ پتانسیل گرانشی و سرعت میانگین مربعی ستاره در نقطه‌ای روی کرهٔ تکدمای ستاره برابر است با $\langle v^۲ \rangle = ۳\sigma^۲$. با فرض اینکه چگالی عددی ستارگان به‌صورت $r^{-\varepsilon}$ تغییر کند، رابطهٔ بالا و معادلهٔ پواسون جرم داخل شعاع r را به‌صورت زیر می‌دهند

$$M(< r) = \frac{\varepsilon \sigma^۲ r}{G}. \qquad (۳۶.۱۰)$$

اگر چگالی درخشندگی $j(r)$ مانند چگالی عددی تغییر کند، نسبت درخشندگی به جرم به‌صورت $r^{\varepsilon-۲}$ تغییر می‌کند. هنوز نمی‌توان با توجه به رصدها اظهارنظر دقیقی در مورد مقدار ε کرد. اما، در نزدیکی مرکز کهکشان بیضوی، رصدهای σ دقیقتر هستند. آی. کینگ[1] مدلی را برای کهکشان پیشنهاد کرده است که در آن

$$j(r) \propto \left(۱ + \frac{r^۲}{a^۲} \right)^{-۳/۲}. \qquad (۳۷.۱۰)$$

این مدل در اغلب موارد موفق است. یک استثنای قابل ملاحظه کهکشان غول‌آسای M۸۷ است، که برای آن دو گروه از رصادان در سال ۱۹۷۸ استدلال کردند که افزایش سریع $j(r)$، و نیز زیاد شدن سریع σ به‌طرف مرکز، دال بر تراکم جرم در مرکز بسیار بیش از چیزی است که مدل کینگ به‌دست می‌دهد.

از این مطالعات معلوم شده است که میانگین نسبت جرم به نور در ناحیهٔ مرکزی بیضویهای بزرگ در این گستره قرار دارد

$$\eta = (۱۰ \pm ۲) h_\circ. \qquad (۳۸.۱۰)$$

آمار گروههای کهکشان

در فهرستی از کهکشانها که معمولاً آنها را برحسب مختصات در کره سماوی مشخص کرده است، دو کهکشان با مختصات تقریباً یکسان در نزدیکی یکدیگر دیده می‌شوند. اما، آیا می‌توان اطمینان داشت که گروه کهکشانهای ظاهراً نزدیک به‌هم واقعاً در حوالی هم قرار دارند و بخشی از یک

1. I. King

سیستم فیزیکی هستند؟ پاسخ به این پرسش از دو جهت مورد نظر است که هر دو دارای سرشت آماری هستند و به برآوردهای η می‌انجامند.

اس. جی. آرست[1]، و جی. ار. گوت[2]، و ای. ال. ترنر[3] از رهیافت شبیه‌سازیهای Nجسمی استفاده کردند که در آن کهکشانها تحت تأثیر کشش گرانشی یکدیگر حرکت می‌کنند و تمایل به خوشه‌ای شدن در گروههای کوچک یا بزرگ را دارند. مقایسهٔ این توزیعها با فهرست واقعی کهکشان به شناسایی گروههای کهکشانی و در نتیجه برآورد η کمک می‌کند.

در رهیافت دیگری که ای. ال. اسکات[4] و جی. نیمن[5] پیشگام آن هستند و پی. جی. ای. پیبلز و دیگران آن را به‌طور گسترده به‌کار برده‌اند، تابعهای همبستگی کهکشان‌ـکهکشان دخیل است. ما قبلاً در فصل ۷ به آن اشاره کردیم. در این رهیافت احتمال یافتن کهکشان در حجم کوچک δV در فاصلهٔ r از یک کهکشان نوعی به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\delta P = n\delta V[1 + \xi(r)], \qquad (۳۹.۱۰)$$

که n چگالی عددی میانگین کهکشانهاست. برای توزیع یکنواخت داریم $\xi(r) = 0$. $\xi(r)$ مثبت زیاد شدن چگالی کهکشان در حوالی یک کهکشان نوعی را نشان می‌دهد، از این‌رو $\xi(r)$ را تابع همبستگی دونقطه‌ای می‌نامند.

در اندازه‌گیریهای واقعی بردار مکان r از کهکشان نوعی نسبت به ناظر دو مؤلفه دارد. مؤلفهٔ شعاعی π را می‌توان از اختلاف انتقال به سرخ دو کهکشان با استفاده از قانون هابل به‌دست آورد. مؤلفهٔ عرضی σ با توجه به فاصلهٔ زاویه‌ای دو کهکشان و ضرب کردن آن در میانگین فاصلهٔ هابل به‌دست می‌آید. اما، کهکشانها بجز سرعت کلی، سرعتهای ویژه (کاتوره‌ای) نسبت به چارچوبهای سکون کیهان‌شناختی موضعی خود را نیز دارند. این سرعتها مؤلفهٔ شعاعی را واپیچیده می‌کنند، در نتیجه اگر نموداری از دو مؤلفهٔ r در دستگاه دکارتی رسم شود، توزیع نقطه‌ها در اطراف محور نظیر با مؤلفهٔ شعاعی خوشه تشکیل می‌دهد.

با بهره‌گیری از این نمودارها برای کهکشانهای NGC و IC، پیبلز نتیجه گرفت که $\xi(r)$ با تقریبی خوب عبارت است از

$$\xi(r) = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\gamma}, \quad \gamma = 1{,}77, \quad r_0 = 4{,}2 h_0^{-1}\mathrm{Mpc}. \qquad (۴۰.۱۰)$$

آرست و همکاران نیز از شبیه‌سازیهای کامپیوتری به نتیجه‌ای مشابه رسیدند. سرعتهای ویژهٔ کهکشانها را می‌توان از اثر تراکمی فوق‌الذکر برآورد کرد، و پاشیدگی سرعت به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

1. S. J. Aarseth 2. J. R. Gott 3. E. L. Turner 4. E. L. Scott 5. J. Neyman

$$\langle v^{۲}\rangle^{۱/۲} \cong (۶۰۰ \pm ۲۵۰)\mathrm{km\ s^{-۱}}. \qquad (۴۱.۱۰)$$

از این نتیجه می‌توان η را به‌صورت زیر برآورد کرد. میانگین تعداد همسایگان در فاصلهٔ مشخصهٔ $r_{۰} \sim R = ۵h_{۰}^{-۱}\mathrm{Mpc}$ عبارت است از

$$N = n\int_{۰}^{R}[۱+\xi(r)]\mathrm{d}^{۳}r$$
$$= ۴۲ \qquad (۴۲.۱۰)$$

برای $n = ۰/۰۳h_{۰}^{۲}\mathrm{Mpc}^{-۳}$ (که برای کهکشانهای پرنور تخمین زده شده است). انتظار می‌رود که سرعت ویژهٔ v_i برای کهکشان iاُم که دارای N_i همسایه به جرم M در فاصلهٔ R است از مرتبهٔ زیر باشد

$$v_i^{۲} \sim \frac{GMN_i}{R}.$$

این نتیجه از قضیهٔ معروف ویریال به‌دست می‌آید،که با توجه به آن در توزیع تعادل N جسمی، همپاری میان انرژی جنبشی و پتانسیل وجود دارد. از این نتیجه‌ها و از برآوردهای $\langle N_i^{۲}\rangle$ به‌دست می‌آوریم

$$M \sim \frac{R\langle v_i^{۲}\rangle\langle N_i\rangle}{G\langle N_i^{۲}\rangle} \sim ۵\times ۱۰^{۱۲}h_{۰}^{-۱}M_{\odot} \qquad (۴۳.۱۰)$$

محاسبهٔ مفصل با بهره‌گیری از داده‌های مربوط به درخشندگی η را در گسترهٔ زیر به‌دست می‌دهد

$$\eta \sim (۵۰۰ \pm ۲۰۰)h_{۰}. \qquad (۴۴.۱۰)$$

خوشه‌های کهکشانی

اگر تحلیل تابع همبستگی مشابهی را برای خوشه‌های آبلی با انتقال به سرخ تا $z \leq ۰/۲$ به‌کار ببریم. مقدار η برای گروه کهکشانهای اطراف نزدیک به مقدار بالا به‌دست می‌آید

$$\eta \sim (۵۰۰ \pm ۱۰۰)h_{۰}. \qquad (۴۵.۱۰)$$

در سال ۱۹۳۳ اف. زویکی[1] به نکته‌ای اشاره کرد که اکنون به مسئلهٔ جرم گمشده در خوشه‌ها معروف است. این مسئله را می‌توان به‌اختصار به‌صورت زیر بیان کرد. اگر جرم کهکشانهایی را که در میدان گرانشی یکدیگر در یک خوشه در حرکت‌اند برآورد کنیم، قضیهٔ ویریال جرم خوشه را برحسب پاشیدگی سرعت و شعاع میانگین مؤثر به‌دست می‌دهد:

$$M = \langle v^{۲}\rangle\frac{R}{G}. \qquad (۴۶.۱۰)$$

1. F. Zwicky

پس با توجه به رصدهای پاشیدگی سرعت $\langle v^{2}\rangle^{1/2}$ می‌توانیم جرم کل M در یک خوشه را برآورد کنیم. این مقدار به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیش از چیزی است که برمبنای نسبت جرم به نور یعنی $\eta_{\rm G}$ هر کهکشان به‌دست می‌آید. یعنی، اگر تعداد کهکشانهای خوشه n و درخشندگی کل خوشه L باشد، جرم موجود در خوشه $L\eta_{\rm G}$ است. تسویکی اولین کسی بود که خاطرنشان ساخت

$$L\eta_{\rm G} \ll M. \qquad (۴۷.۱۰)$$

مثلاً، برای خوشهٔ کوما $M|L\eta_{\rm G} \sim ۳۰۰$ (نگاه کنید به تمرین ۲۰).

معمولاً جرم یک خوشه را در حدود $۱۰^{۱۵}h_{۰}^{-۱}M_{\odot}$ به‌دست می‌آوریم. رصدها نشان می‌دهند که در حدود ۴۰۰۰ خوشهٔ بزرگ در کرهٔ «موضعی» به شعاع $۶۰۰h_{۰}^{-۱}{\rm Mpc}$ وجود دارد. پس برای چگالی میانگین ماده در خوشه‌ها به‌دست می‌آوریم

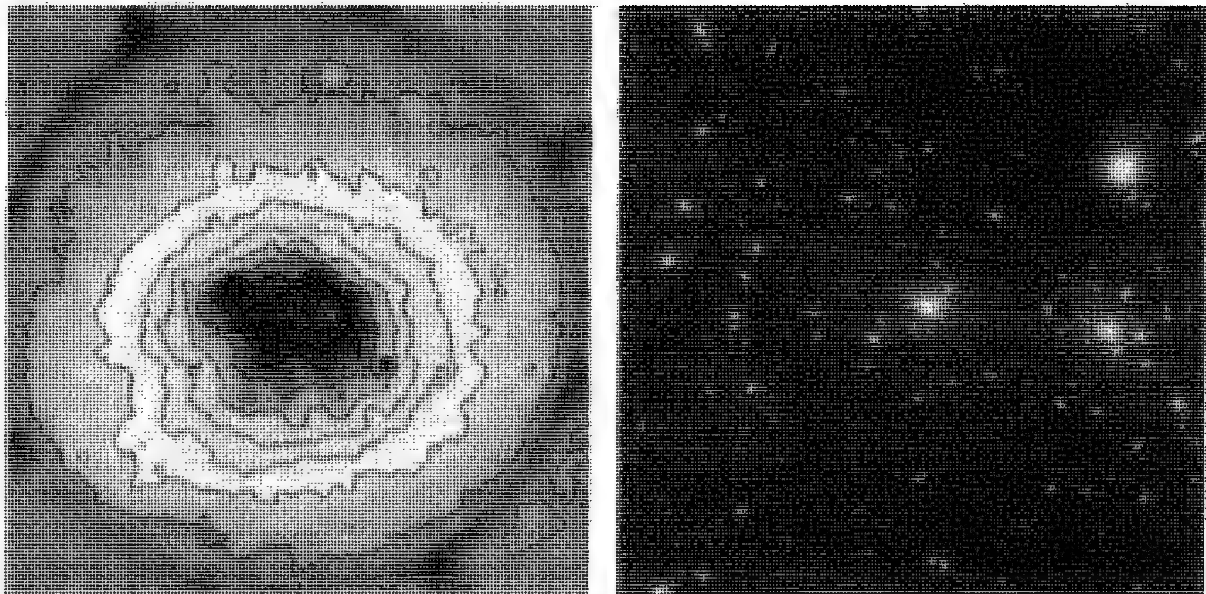
$$\rho_{۰\,\text{خوشه}} \approx ۴ \times ۱۰^{-۳۱}h_{۰}^{۲}\,{\rm g\,cm}^{-۳}. \qquad (۴۸.۱۰)$$

چگالی برآوردشدهٔ خوشه‌ها در همین حدود است، اگرچه همهٔ کهکشانها در داخل خوشه‌ها قرار ندارند. خوشه‌ها دارای جرم به نسبت بیشتر از کهکشانهایی هستند که در آنها قرار گرفته‌اند زیرا نسبت M/L برای آنها تا $۳۰۰h_{۰}M_{\odot}/L_{\odot} \sim$ می‌رسد، که ده برابر بزرگتر از مقدار مربوط به کهکشانهاست. این به سبب آن است که خوشه‌ها برای تعادل ویریال به جرم بیشتری از مادهٔ تاریک نیاز دارند.

رصدهای پرتو X ناشی از خوشه‌ها (نگاه کنید به شکل ۲۰.۱۰) نشان داده‌اند که این گسیل ناشی از تابش ترمزی ازگاز داغ است و مقدار مادهٔ باریونی موجود در خوشهٔ گیسوکافی نیست تا جرم گمشده‌ای را تأمین کند که با استفاده از قضیهٔ ویریال به‌دست می‌آید. اگر نسبت ماده باریونی به مادهٔ کل موجود در خوشهٔ گیسو نشانگر مقدار کلی باشد، در این صورت پارامتر چگالی کل $\Omega_{۰}$ را نامساوی زیر محدود می‌کند

$$\Omega_{۰} \leq \frac{۰{,}۱۵h_{۰}^{-۱/۲}}{۱ + ۰{,}۵۵h_{۰}^{۳/۲}}. \qquad (۴۹.۱۰)$$

با این نوع نامساوی، روشن است که (۱) اگر دوتریم موجود در عالم به‌صورت آغازین ساخته شده بود، نمی‌توانیم موردی را داشته باشیم که پارامتر چگالی فقط با باریونها به حد بالا برسد؛ و (۲) عالم باز است ($k = -۱$) مگر اینکه مقدار زیادی مادهٔ تاریک در خارج از خوشه‌ها وجود داشته باشد، در همین مرحله هم محتوای شناخته‌شدهٔ باریونی جرم خوشه ($M_{\rm B}$) به‌عنوان کسری



شکل ۲۰.۱۰ توزیع پرتو X در یک خوشه. در طرف چپ تصویر ROSAT از خوشهٔ گیسو پربندهای شدت پرتو X را نشان می‌دهد. تصویر اپتیکی در طرف راست قرار دارد.

از جرم کل خوشه با رصدهای مربوط به فراوانی دوتریم ناسازگاری دارد. مثلاً، برای خوشهٔ گیسو، داریم

$$\frac{M_{\rm B}}{M_{\rm tot}} \approx ۰/۰۱ + ۰/۰۵h_{\circ}^{-۳/۲}. \qquad (۵۰.۱۰)$$

اگر این نسبت کلی بود، با حد فراوانی دوتریم برای $\Omega_{\circ} = ۱$ مغایرت داشت. درواقع، اگر مثلاً $h_{\circ} = ۰/۶۵$ باشد، با قرار دادن این نسبت برابر $۰/۰۱h_{\circ}^{-۲}$ برای سازگاری با فراوانی دوتریم به‌دست می‌آوریم $\Omega_{\circ} \approx ۰/۲۳$. بنابرای، اگر مقدار کلی $\Omega_{\circ}$ برابر واحد در نظر گرفته می‌شد (چنانکه در ابتدا تورم ایجاب می‌کرد، باید به این نتیجه می‌رسیدیم که باریونها به‌صورت گزینشی در خوشه‌ها قرار گرفته‌اند، در حالی که مادهٔ غیرباریونی فضای میان ستاره‌ای را پر کرده است. با در نظر گرفتن امکان وجود یک عالم با چگالی کم، می‌توانستیم از این گزارهٔ توجیهی اجتناب کنیم.

اَبَرخوشهٔ موضعی

دو ووکولورز خاطرنشان کرده است که ما در ناحیه‌ای قرار داریم که ظاهراً در حول و حوش تجمعی از کهکشانهاست که فاصلهٔ آنها از خوشهٔ سنبلهٔ کهکشانها عبارت است از

$$D = ۱۱h_{\circ}^{-۱}{\rm Mpc}.$$

جدول ۱.۱۰ میانگین نسبت جرم به نور به‌ازای کهکشان

جسم	$\eta h_\circ^{-1}$
کهکشان ما (بخش داخلی)	۶±۲
کهکشان ما (بخش خارجی)	۴۰±۳۰
کهکشانهای مارپیچی	۹±۱
کهکشانهای بیضوی	۱۰±۲
زوجهای کهکشان	۸۰±۲۰
گروه محلی	۱۶۰±۸۰
آمار خوشه‌ای شدن	۵۰۰±۲۰۰
خوشه‌های آبل	۵۰۰±۲۰۰
اَبَرخوشه‌های محلی	۸۰±۳۰

برآوردهای میانگین نسبت جرم به نور برای اَبَر خوشه هنوز قطعی نیست، اما تصور می‌شود در گسترهٔ زیر باشد

$$\eta \sim (۸۰ \pm ۳۰) h_\circ. \qquad (۵۱.۱۰)$$

جدول ۱.۱۰، خلاصه نتیجهٔ بالا و نیز نتیجه‌هایی است که در اینجا بررسی نشده‌اند.

با رجوع به (۳۱.۱۰) اکنون می‌بینیم که پارامتر چگالی را می‌توان لااقل با استفاده از مقادیر جدول ۱.۱۰، در محدوده‌ای وسیع تعیین کرد. چون برآورد برمبنای داده‌های کهکشان است برآورد $\Omega_\circ$ را با $\Omega_{\rm G}$ نشان می‌دهیم.

طبق جدول ۱.۱۰ گسترهٔ مقادیر $\eta h_\circ^{-1}$ بین ۴ و ۷۰۰ است! این $\Omega_{\rm G}$ را بین دو حد زیر می‌دهد

$$۰٫۰۰۳ \leq \Omega_{\rm G} \leq ۰٫۵۳. \qquad (۵۲.۱۰)$$

توجه کنید که این گستره به $h_\circ$ بستگی ندارد. این گستره بسیار افراطی است، زیرا بیشترین عدم قطعیت در مقدار کلی پارامتر η را در نظر می‌گیرد. حد بالای واقعیتر می‌تواند $\Omega_{\rm G} \leq ۰٫۳۰$ باشد.

۲.۴.۱۰ محدودیتهای ناشی از تشکیل ساختار

نظریه‌های تشکیل ساختار محدودیتهای بیشتری را بر چگالی ماده اعمال می‌کند. ایده‌های جاری را، با این گوشزد که ممکن است با تحول نظریه‌ها اصلاح شوند، مرور می‌کنیم.

در فصل ۷ ریشهٔ میانگین مربعی افت‌وخیزهای جرم $\langle \delta M_R \rangle$ را در ناحیه‌ای کروی به شعاع R (معادلهٔ واید (۷۵.۷)) تعریف کردیم. پارامتر را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\sigma_{۸} = \left\langle \frac{\delta M_R}{M_R} \right\rangle, \qquad R = ۸h_{\circ}^{-۱}\text{Mpc}. \tag{۵۳.۱۰}$$

اندازهٔ R برگزیده در بالا مشخصهٔ حجمهای حاوی خوشه‌های بزرگ است. معمولاً انتظار داریم که خوشه‌های پرجرم براثر انقباض حجمهای بزرگ در یک عالم با چگالی کم یا حجمهای کوچکتر در عالمی با چگالی زیاد تشکیل شوند. از جزئیات فرایند چگالش رابطه بین $\sigma_{۸}$ و Ω_G را برای بازتولید جرمهای مشاهده‌شدهٔ خوشه‌ها تقریباً به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$\sigma_{۸}\sqrt{\Omega_{\text{G}}} \approx ۰/۵۰. \tag{۵۴.۱۰}$$

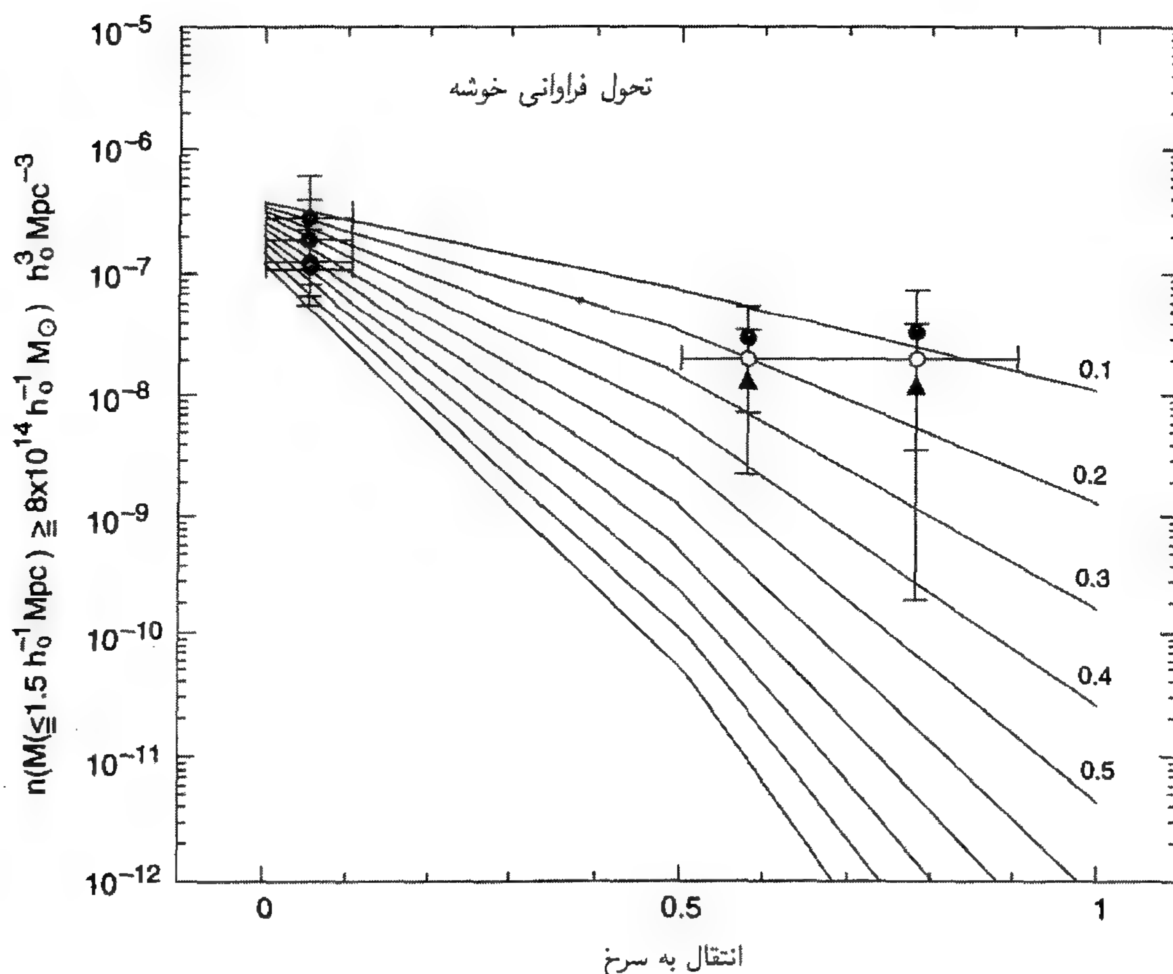
بنابراین، اگر مثلاً داشتیم $\Omega_{\text{G}} = ۱$، $\sigma_{۸} = ۰/۵$ مورد نیاز بود در حالی که برای چگالی جرم یک‌چهارم مقدار بستار، $\sigma_{۸} = ۱$.

حال نظریه‌های تشکیل ساختار نشان می‌دهند که در مدلهای چگالی‌ـبالا، مانند مدلهای با $\Omega_{\text{G}} = ۱$، افت‌وخیزها نسبتاً در این اواخر شروع به رشد کرده‌اند و در نتیجه رشد آنها باید سریع باشد. پس، اگر به چگالی عددی خوشه‌های پرجرم مانند گیسو، نگاه می‌کردیم، باید تعداد کمی خوشه‌های با انتقال به سرخ زیاد را می‌یافتیم. مثلاً، احتمال یافتن خوشه‌ای چون گیسو را با انتقال به سرخ $۰/۵ <$ در سطح ۱۰۰۰ درجهٔ مربع فقط در حدود ۱ درصد است (با توجه به فراوانی فعلی این خوشه‌ها). برعکس، فراوانی این خوشه‌ها در عالم کم‌ـچگالی به‌کندی درگسترهٔ انتقال به سرخ $[۰, ۱]$ تحول می‌یافت. مطالعهٔ نمونه‌هایی از خوشه در انتقال به سرخهای متفاوت یک توزیع فراوانی را از خود نشان می‌دهد که با مورد اخیر، با $\Omega_{\text{G}} = ۰/۳$، درگسترهٔ $[۰/۲, ۰/۴]$ سازگارتر است. شکل ۲۱.۱۰ نشان می‌دهد که چگونه تحول فراوانی خوشه‌ها با چگالی عالم تغییر می‌کند. در اینجا داده‌ها در واقع محدودیت شدیدتری را نشان می‌دهند، که به‌نفع پارامتر چگالی $۰/۲ \sim$ است.

می‌توانیم این برآورد را با نسبتهای جرم به توری مقایسه کنیم که قبلاً از مؤلفهٔ باریونی خوشه‌ها به‌دست آوردیم. هر سه آنها نشان می‌دهند که رسیدن به چگالی کل ماده، باریونی و غیرباریونی، برابر با چگالی بستار بدون وارد کردن سناریوهای شدیداً ساختگی دشوار است.

۳.۴.۱۰ مادهٔ تاریک

درکیهان‌شناسی تورمی باید $\Omega_{\circ} = ۱$ باشد. بدیهی است که Ω_{G} بسیار کمتر از این مقدار است. بنابراین، آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که عالم باز نیست؟ آیا تورم منتفی است؟ با این همه، پاسخ به این پرسشها چندان ساده نیستند. وضعیت بودجه ماده به‌قرار زیر است.



شکل ۲۱.۱۰ این منحنیها نشان می‌دهند چگونه فراوانی خوشه‌ها برحسب انتقال به سرخ برای مقادیر مختلف $\Omega_{\circ}$ تحول می‌یابد. خوشه‌های با جرم بزرگتر از $M_{\odot}{}^{-1}{}_{\circ}h^{14}10 \times 8$ در داخل شعاع همراه $1/5h_{\circ}^{-1}\mathrm{Mpc}$ را در شمارش به‌ازای واحد حجم در نظر گرفته شده‌اند. نقطه‌های مشاهده‌شده با خطهای خطای همراه با منحنیهای تحول برای پارامترهای مختلف چگالی جرم $\Omega_{\mathrm{G}} = (\circ/1, \circ/2, \circ/3, \ldots)$ نشان داده شده‌اند. ظاهراً داده‌ها به‌نفع عالم کم‌ـچگالی با $\Omega_{\mathrm{G}} \approx \circ/2$ است.

قبلاً معلوم شده است که بخش قابل ملاحظه‌ای از مادهٔ موجود در عالم درخشان نیست. دیدیم که اگر قانون عکس مجذوری نیوتونی گرانش را در نظر بگیریم، منحنیهای چرخش تخت کهکشانهای مارپیچی جرمی بیشتر از چیزی را ایجاب می‌کند که به‌صورت ستارگان مشاهده می‌شود. در خوشه‌های کهکشانی، قضیهٔ ویریال (که باز هم مبتنی بر قانون گرانش نیوتون است) به جرمی بیش از مقدار مشاهده‌شده نیاز دارد.

در وضعیت اخیر بد نیست دیدگاههای منجم امریکایی و ویکتور آمبارتسومیان[1] را متذکر شویم

1. Victor Ambartsumian

«طبیعی است بکوشیم با مشاهدهٔ نقطه‌های کلیدی که اسرار طبیعت در آنجا پنهان هستند از این اسرار پرده برداریم. دستیابی به این هدف با نظریه‌پردازی به تنهایی ممکن نیست. رصدها تقریباً شواهد تقریباً نامحدودی را به‌نفع فورانها و انفجارها(ی کهکشانها) در اختیار می‌گذارند، ولی برای فرایندهای چگالش و رمبش تقریباً ناقص‌اند. واقعیتها ادعانامه‌ای برضد ایده‌های مرتبط به فرایند چگالش هستند؛ در عالم قابل مشاهده؛ پدیده‌های متضاد، یعنی انبساط و پخش، مسئول اغلب تغییراتی هستند که صورت می‌گیرد.»[۱]

مشاهده‌های بعدی شاید معلوم کند که خوشه‌ها تابع قضیهٔ ویریال‌اند، یا طبق استدلال آمبارتسومیان، در حال انبساط. این استدلال برای مادهٔ تاریک در مورد اخیر ضعیف می‌شود. فعلاً ما شق اول را در نظر می‌گیریم.

با این همه، حتی اگر قضیهٔ ویریال در مورد خوشه‌ها به‌کار رود، نمی‌توانیم چگالی جرم کل لازم برای انبساط را به‌دست آوریم. باید فرض کنیم که، اگر چنین ماده‌ای وجود داشته باشد، بیشتر در حفره‌ها توزیع‌شده و غیردرخشان است. همین‌طور، این ماده باید غیرباریونی باشد.

در فصل ۵ دیدیم که قیدهای شدیدی در مورد چگالی باریونی عالم وجود دارد، که با توجه به رصدهای مربوط به دوتریم آغازین اعمال می‌شود. این مدرک برمبنای دوتریم را در بخش ۶.۱۰ مرور می‌کنیم، اما اکنون به تأثیر آن بر Ω_0 می‌پردازیم. نسبتهای M/L بزرگ در جدول ۱.۱۰ ایجاب می‌کند که حتی در محدودهٔ بالا مادهٔ غیردرخشان زیادی وجود داشته باشد. تا جایی که چگالی این ماده از حدودی که فراوانی دوتریم معلوم می‌کند تجاوز نکند، باریونها می‌توانند مادهٔ غیردرخشان را به‌صورت زیر به‌حساب آورند.

۱. **ستارگان با درخشندگی کم و بقایای ستارگان**. یک امکان «کوتوله‌های قهوه‌ای» یعنی ستارگان با جرمهای بسیا رکمتر ($\leq ۰٫۸ M_\odot$) از مقداری است که بتوانند براثر همجوشی هستهٔ هیدروژن درخشان شود. این ستارگان ممکن است در فرایند تشکیل ستارگان به‌وجود آیند، اما آشکارسازی آنها بسیار دشوار است مگر اینکه بخشی از دوتاییها باشند. در انتهای دیگر روند تحول ستاره‌ای، ستارگان با جرم زیاد ممکن است به حالتهای نهایی کوتولهٔ سفید/ستارگان نوترونی/سیاهچاله‌ها رسیده باشند. اما، همان‌طور که بی. کَر و دیگران محاسبه کرده‌اند، چگالی در

۱. برگرفته از

A Life in Astrophysics-Selected Papers of V. A. Ambartsumian, Allerton, New York (1998).

این باقی‌مانده‌ها نمی‌تواند مسئول بیش از $\Omega_{\circ} \approx ۰/۰۳$ باشد؛ در غیر این‌صورت نور کل آنها به‌صورت غیرقابل قبولی زیاد می‌شود.

۲. **اجسام جامد کوچک مانند دنباله‌دارها، ذرات گردوغبار، و غیره**. اما برای شرکت این عوامل در $\Omega_{\circ}$ حدی وجود دارد، زیرا اغلب آنها از فلزات سنگین ساخته شده‌اند که فراوانی آنها روی‌هم‌رفته از $۰/۰۱ \sim$ فراوانی هیدروژن تجاوز نمی‌کند.

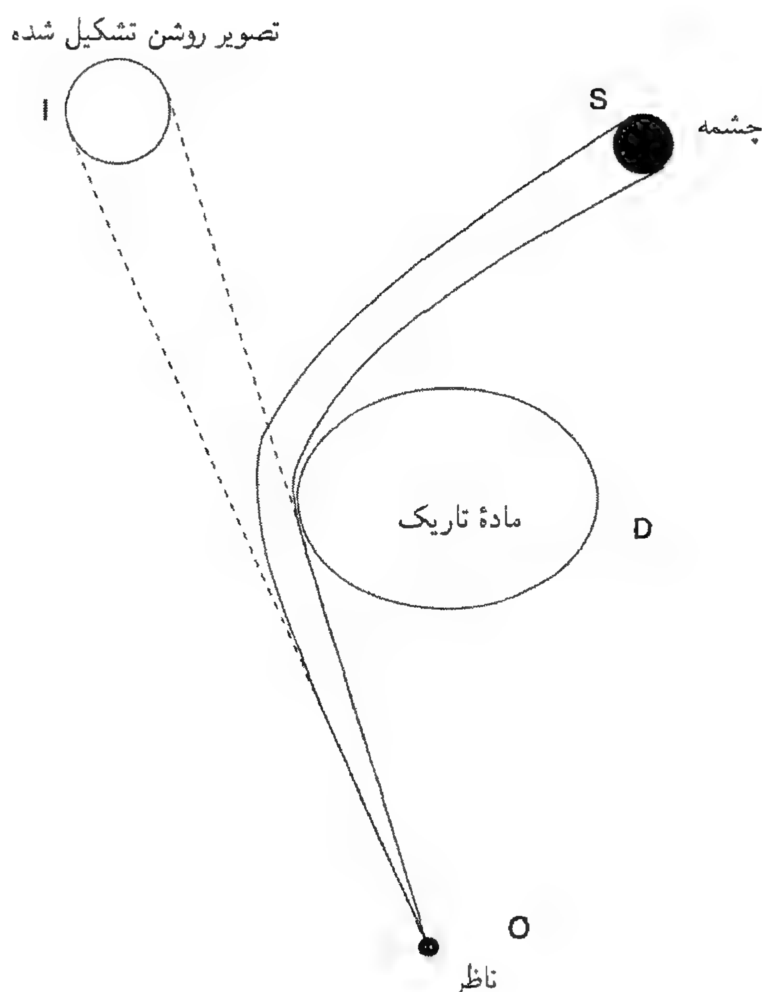
۳. **گاز خنثی و یونیده به‌صورت هیدروژن**. به هر حال، مقدار این ماده کمتر از آن است که به حساب مادهٔ تاریک گذاشته شود. به‌عنوان مثال هالهٔ پرتو X مربوط به M۸۷ محتوای گاز فقط ۳ درصد جرم کل کهکشان را نشان می‌دهد.

همین‌طور محدودیتهای شدیدی در مورد هیدروژن خنثای میان کهکشانی وجود دارد. در طیف کوازارهای با انتقال به سرخ زیاد ($z > ۲$)، طرف آبی خط لیمان ($\lambda = ۱۲۱۵\text{Å}$) باید براثر جذب در راه توسط هیدروژن خنثی، اُفت قابل ملاحظه‌ای در پیوستار داشته باشد. در سال ۱۹۶۵ جِی. گان و بی. ا. پترسون[1] درکوازار ۳C-۹ به دنبال این اثر گشتند و حد بالا را (برمبنای هیچ اثر قابل آشکارسازی در حدود حساسیت رصدها) $\Omega_{\text{H-I}} \leq ۴ \times ۱۰^{-۷} h_{\circ}^{-۱}$ تعیین کردند.

هیدروژن مولکولی را نیز می‌توان، برمبنای آزمونهای مشابه، از زمرهٔ مدعیان ممکن عنوان مادهٔ تاریک کنار گذاشت. سیستمهای خط جذبی αی لیمان که در کوازارها یافت می‌شوند ممکن است ناشی از ابرهای گسستهٔ هیدروژن خنثی باشند. اما، اغلب هیدروژن موجود در این ابرهای میان-کهکشانی براثر تابش کوازار یونیده شده است، و در نتیجه با استفاده از این داده‌ها می‌توان $\Omega_{\text{H-II}} \approx ۱۰^{-۳}$ را برآورد کرد. به‌علاوه، این شرط که ابرها رسانش بیش از حد گرم نشده باشند حد $\Omega_{\text{H-II}} \leq ۰/۰۲ h_{\circ}^{-۲}$ را بر چگالی محیط یونیدهٔ میان کهکشانی اعمال می‌کند.

۴. **سیاهچاله‌های پرجرم**. این سیاهچاله‌ها، با جرمهای متجاوز از چند صدبرابر جرم خورشید، نیز می‌توانند نامزد مادهٔ تاریک باشند. چنین سیاهچاله‌هایی از رمبش ستارگان پرجرمی که به‌صورت ابرنواخترها منفجر نمی‌شوند و در نتیجه عناصر سنگین را به محیط اطراف پرتاب نمی‌کنند به‌وجود می‌آیند. (سیاهچاله‌های با جرم کمتر نمی‌توانند تعداد زیادی را تشکیل دهند، زیرا براثر انفجارهای اَبَرنواختر تشکیل شده‌اند و از این‌رو محیط میان ستاره‌ای را با عناصر سنگین آلوده ساخته‌اند.) برمبنای بیشترین اثرهای مشاهده‌شده از این نوع، بی. کَر و دیگران استدلال کرده‌اند که سهم سیاهچاله‌ها در $\Omega_{\circ}$ بیش از $۱۰^{-۴} \sim$ نیست. به هر حال، برای سیاهچاله‌های پرجرم، محدودیتهای دیگری وجود دارد. سی. کانیزارز[2] استدلال کرده است تعداد بسیار زیادی از این سیاهچاله‌ها به

1. B. A. Peterson   2. C. Canizares



شکل ۲۲.۱۰ نمودار کلی یک دستگاه ریزعدسی. تصویر ستاره هنگامی درخشان می‌شود که یک مادهٔ تاریک میانی نقش عدسی را بازی می‌کند.

واسطهٔ تشکیل عدسی گرانشی تأثیر مبالغه‌آمیزی بر کوازارها دارند. نبود تأثیر قابل ملاحظهٔ واپیچیدگی ناشی از این اثر تعداد این سیاهچاله‌های پرجرم را نیز ناچیز می‌سازد.

۵. تشکیل ریز عدسیهای گرانشی . یک راه هوشمندانه برای آشکارسازی حضور کوتوله‌های قهوه‌ای و سایر اشیا تاریک با جرم کمتر از ستاره را چند گروه در اوایل سالهای ۱۹۹۰ با استفاده از مفهوم ریزعدسیهای گرانشی آغاز کردند. در این پدیده، نور ناشی از یک ستاره در قسمت برآمدهٔ کهکشان یا در کهکشانی بسیار نزدیک مانند ابرهای ماژلانی می‌توانند مطابق شکل ۲۲.۱۰ توسط یک جسم میانی متشکل از مادهٔ تاریک از نوع بالا که نقش عدسی گرانشی را بازی می‌کند کانونی شود. چون این پدیده در مقیاسی بسیار کوچکتر از عمل عدسی گرانشی صورت می‌گیرد که کهکشانها یا خوشه‌های کهکشانی در مورد کوازارها انجام می‌دهند، آن را تشکیل ریزعدسی گرانشی می‌نامند. این عمل باعث می‌شود که ستاره برای مدت کوتاهی، از حدود چند روز تا یک ماه که

جسم کانونی‌کننده از خط دید عبور می‌کند، بدرخشد. مدت تقویت نور جرم جسم کانونی‌کننده را مشخص می‌کند. گروههای با سرواژه‌های تخیلی مانند MACHO [۱]، EROS [۲]، OGLE [۳] و غیره، تلسکوپهایی را وقف جستجوی این سیستمها کرده‌اند. شکل ۲۳.۱۰ یک مورد مشخصی از این افزایش شدت را نشان می‌دهد. البته، هر وضعیتی که در آن ستاره‌ای ناگهان پرنور می‌شود مربوط به عمل ریزعدسی نیست، زیرا درخشندگی ستاره ممکن است به دلایل دیگر نیز تغییر کند. بنابراین در هنگام تحلیل مواردی که در جستجوهای خودکار پیش می‌آید باید دقت کرد.

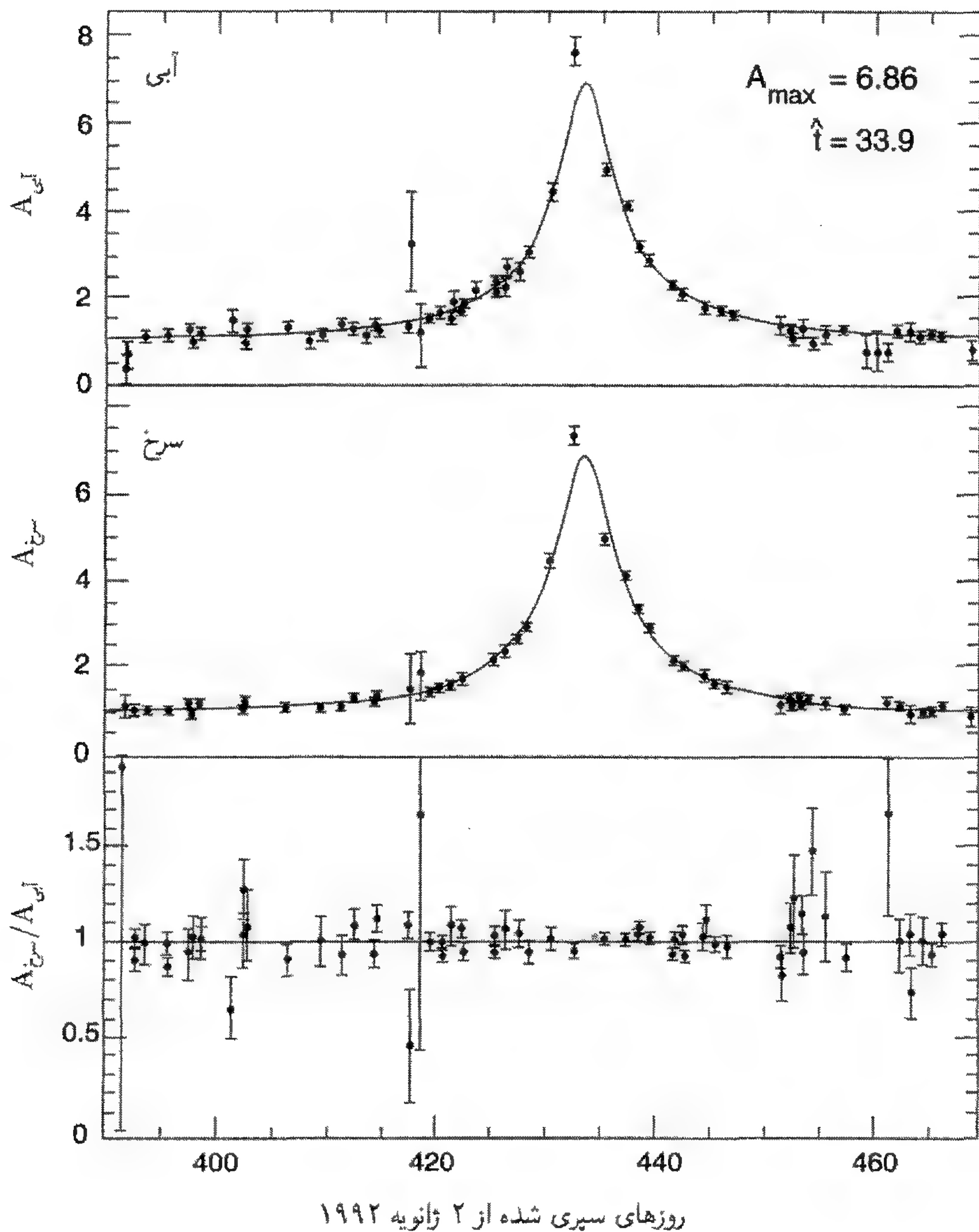
برنامه‌های فعلی مربوط به ریزعدسی به جرمهای ۵ـ۰٫۱ برابر جرم خورشید حساس‌اند. این به‌واسطهٔ مقیاس زمانی است: مقیاس زمانی برای جسمی به جرم ۰٫۱ جرم خورشید در حدود ۷ روز است، در حالی که مقیاس زمانی برای جسمی با پنج برابر جرم خورشید حدود ۲۰۰ روز می‌شود. برنامهٔ دیدبانی رویدادهایی را که خیلی کمتر از ۷ روز، یا خیلی بیش از ۲۰۰ روز دوام می‌آورند آشکار نخواهد ساخت. بنابراین، اگر اجسامی فراتر از این گسترهٔ جرم قرار داشته باشند، روش ریزعدسی نمی‌تواند آنها را مشخص سازد.

اصولاً، روش ریزعدسی را هنوز می‌توان برای آشکارسازی اجسام کوچکتر از ۰٫۱ و بزرگتر از پنج برابر جرم خورشید به‌کار برد. با این همه، برنامه را باید طوری تنظیم کرد که به رویدادهای در مقیاس زمانی بلندتر و کوتاهتر حساس باشد.

در این مرحله هنوز معلوم نیست که سهم اجسام از نوع MACHO در چگالی باریونی کل عالم تا چه اندازه است، زیرا هنوز نمی‌توان با صراحت گفت که جمعیت آنها در چه نقطه‌ای در مقابل کهکشان قرار دارد. این احتمال مشخص وجود دارد که بخشی از این ریزعدسیها در قرص یا هاله‌ها کهکشان نباشند، بلکه در ابر بزرگ یا کوچک ماژلانی قرارگرفته باشند. بنابراین برخی برآوردها کسر MACHO مربوط به Ω_{B} را قابل مقایسه با واحد می‌دانند، در حالی که در برآوردهای دیگر مقدار آن ناچیز است. وابستگی شدیدی نیز به جرم یک MACHO نوعی وجود دارد، که مقدار آن هنوز مشخص نیست. با این همه، این روش توان بالقوهٔ زیادی را برای آشکارسازی مؤلفهٔ تاریک عالم دارد.

۶. مادهٔ غیرباریونی . بنابراین به جایگزینهای غیرباریونی رهنمون می‌شویم، که برای باور کیهان‌شناسی تورمی با $\Omega_0 = 1$ بدون شک به آنها نیاز داریم. در فصل ۷ شکلهای مختلف مادهٔ تاریک غیرباریونی را بررسی کردیم. چون ظاهراً این مواد با نور و هیچ مادهٔ باریونی و لپتونی برهم‌کنش ندارند، بنابراین «ذرات سنگین دارای برهم‌کنش ضعیف» (WIMPs) [۴] همان‌طور که

1. Massive Astrophysical Compact Halo Object 2. Experience de Recherche d'Objets Sombers 3. Optical Gravitational Lensing Experiment 4. Weakly interacting massive particles



شکل ۲۳.۱۰ برنامهٔ MACHO یک رویداد ریزعدسی را گزارش کرده است. خیز و فرو افت شدت ستاره در دورنگ مشاهده می‌شود. این با اثر عدسی گرانشی سازگار است زیرا در همهٔ طول موجها عمل می‌کند.

قبلاً گفته شد، مادهٔ تاریک می‌تواند دو صورت ممکن سرد و داغ را داشته باشد. برهم‌کنش آنها با مادهٔ مرئی، از طریق گرانش، نقش مهمی در توصیف ساختار بزرگ مقیاسی دارد که اکنون مشاهده می‌شود. اگرچه در زمان نوشتن این کتاب، به‌نظر می‌رسد که CDM انتخاب برتر باشد، اما این

انتخاب برای هیچ سناریوی تشکیل ساختار کاملاً رضایت‌بخش نیست. هیچ‌گونه WIMP وجود ندارد که «وجود» آن در تجربه‌های آزمایشگاهی ثابت شده باشد. نزدیکترین مورد به اعتبار تجربی نوترینوهای جرم‌دار هستند (که به گروه HDM تعلق دارند)، که برای آنها ادعاهای متضادی در مورد جرم غیرصفر آنها وجود دارد.

آیا اگر منجمان دلیل سرراستی برای $\Omega_۰ = ۱$ به‌دست نیاورند، ایدهٔ «تورم» می‌تواند دوام بیاورد؟ پاسخ مثبت است، این کار با احیای جملهٔ λ (نگاه کنید به تمرین ۲۲) صورت می‌گیرد! البته، این موضوع مسئله تنظیم دقیق جملهٔ λ را لاینحل باقی می‌گذارد (نگاه کنید به فصل ۶).

۵.۱۰ سن عالم

فرمولهای (۴۷.۴)، (۶۱.۴) و (۷۴.۴) سن عالم را برحسب مدلهای فریدمان مختلف به‌دست می‌دهد. چون این فرمولها تابع دو پارامتر $H_۰$ و $q_۰$ (یا $\Omega_۰$) است که هر دوی آنها را در بالا بررسی کردیم، اکنون در موقعیتی هستیم که نگاهی به مسئلهٔ سازگاری برآوردهای سن فریدمان با تخمینهای مختلف اخترفیزیکی از سن عالم بیندازیم. شکل ۱۳.۴ چند برآورد مقادیر مشخصهٔ مدلهای فریدمان را برای مقایسه در اختیارمان می‌گذارد.

در حال حاضر دو راه مختلف برای برآورد سن کهکشانها وجود دارد، که هر دوی آنها در مورد کهکشان ما به‌کار رفته است. شرط اولیهٔ سازگاری البته این است که سن مدل فریدمان از سن هر جسم داخل آن تجاوز کند.

۱.۵.۱۰ تحول ستاره‌ای

این روش، که در مورد خوشه‌های گویسان در کهکشان ما به‌کار رفته است، برمنبای این اصل قرار دارد که ستارگان با ترک کردن رشتهٔ اصلی برای اینکه به‌صورت غولهای سرخ درآیند، سرختر و پرنورتر می‌شوند. چون مرحلهٔ غول سرخ در طول عمر ستاره نسبتاً کوتاه است، مثلاً تا حدود ۱۰ درصد زمانی که ستاره در رشتهٔ اصلی قرار دارد. نقطهٔ عطف از رشتهٔ اصلی به شاخهٔ غول سن خوشه را با خطای ۱۰ درصد تعیین می‌کند.

اگر سن خوشه، یعنی زمانی که خوشه از رشتهٔ اصلی خارج می‌شود را با $t_c \times ۱۰^۹$ سال نشان دهیم، و Y و Z را فراوانیهای هلیم و فلز در این مرحله در نظر بگیریم. محاسبه‌های تحول ستاره‌ای نشان می‌دهد که

$$\log t_c = ۱/۰۳۵ + ۲/۰۸۵(۰/۳ - Y) - ۰/۰۳(\log Z + ۳) \cdot \qquad (۵۵.۱۰)$$

از این‌رو، سن ستاره بستگی شدیدی به فراوانی هلیم Y دارد. Y را می‌توان از مقایسهٔ زمانی که ستاره در شاخهٔ افقی قرار دارد به زمانی که در شاخهٔ غول سرخ می‌گذراند به‌دست آورد. اگر این نسبت R باشد، محاسبه نشان می‌دهد که

$$Y = ۰{,}۳ - ۰{,}۳۹ \log(f/R), \qquad (۵۶.۱۰)$$

که اگر مدل ستاره‌ای نیم‌ـهمرفت و سایر اثرها را به‌حساب آورد، $f = ۲$ می‌شود، در حالی که اگر این منظور نشوند خواهیم داشت $f = ۱$. R را می‌توان از نسبت ستارگان شاخهٔ افقی و ستارگان غول سرخ موجود در خوشه برآورد کرد. سن ستارگانی که به این روش تعیین شده‌اند در گسترهٔ ۱۳×۱۰^۹ تا ۱۸×۱۰^۹ سال قرار می‌گیرد.

۲.۵.۱۰ گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای

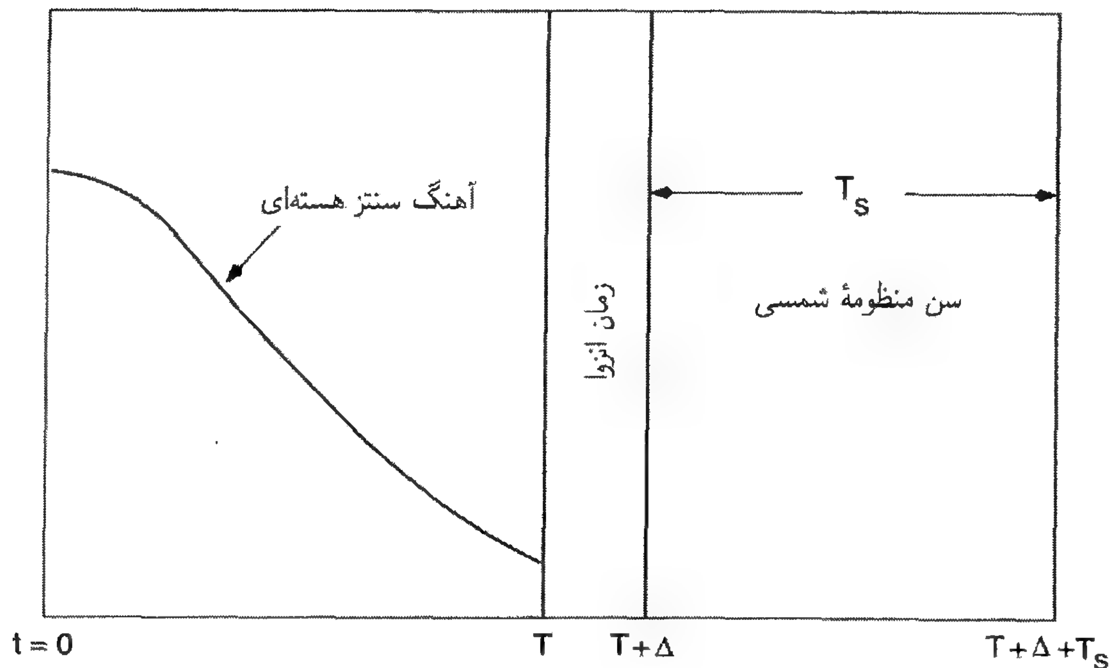
در سال ۱۹۶۰ اف. هویل و دبلیو. ا. فأولر برای نخستین بار نشان دادند که چگونه می‌توان از روی فراوانیهای نسبی هسته‌ای پرتوزا با طول عمر زیاد سن کهکشان ما را برآورد کرد. از این روش قبلاً برای تخمین سن منظومهٔ شمسی استفاده شده بود. به‌عنوان مثال، مشاهده‌های فعلی در مورد نسبتهای $^{۸۷}\mathrm{Sr}/^{۸۶}\mathrm{Sr}$ که برحسب نسبت $^{۸۷}\mathrm{Rb}/^{۸۶}\mathrm{Sr}$ در مواد مختلف منظومهٔ شمسی (مانند شهابسنگها) رسم شده‌اند، سن این منظومه را دقیقاً $t_S \simeq ۴{,}۵۴ \times ۱۰^۹$ سال به‌دست می‌دهند (نگاه کنید به تمرین ۲۴).

همان‌طورکه شکل ۲۴.۱۰ نشان می‌دهد، روش گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای می‌خواهد زمان قبل از تشکیل منظومهٔ شمسی را برآورد کند. با توجه به این روش، ساعت هسته‌ای ما در $t = ۰$ با تولد کهکشان به‌کار می‌افتد. ستارگان تحول می‌یابند و ستارگان پرجرمتر به‌صورت اَبَرنواختر در می‌آیند، که هسته‌های پرتوزای درازـعمر را در آنچه به فرایندـr (جذب سریع نوترون توسط هسته‌های سنگین) معروف است می‌سازد. آهنگ پیشرفت این فرایند را با تابع $p(t)$ نشان می‌دهند، که در $t = T$ به مقداری ناچیز فرو می‌افتد. بین این عصر و تشکیل منظومهٔ شمسی، گاف زمانی کوتاه Δ وجود دارد که به زمان انزوا معروف است و در آن می‌توان سنتزهسته‌ای، به‌ویژه فرایندـr را نادیده گرفت. از این‌رو، سن هسته‌ای کل کهکشان عبارت است از

$$t_G = T + \Delta + t_S. \qquad (۵۷.۱۰)$$

خلاصه، T و Δ را می‌توان به‌صورت زیر تخمین زد. روش کار، که تغییری را نسبت به‌کار قبلی هویل و فاولر نشان می‌دهد، مربوط به دی. ان. اشرام[1] و جی. جِی. واسربورگ[2] است. یک

1. D. N. Schramm 2. G. J. Wasserburg



شکل ۲۴.۱۰ نقشهٔ زمانی که نشان می‌دهد چگونه می‌توان سن کهکشان را برآورد کرد. جزئیات در متن کتاب شرح داده شده است.

سری هسته‌های $i(i = ۱, ۲, \ldots)$ را با ثابتهای واپاشی λ_i و آهنگهای تولید $P_i p(t)$ در نظر می‌گیریم. همین‌طور فرض می‌کنیم که فراوانی N_i هستهٔ i براثر رقیق شدن مادهٔ ستاره‌ای با گاز خارجی و بازگشت ماده به ستاره، به‌صورت نمایی با آهنگ ω کاهش می‌یابد. بنابراین، N_i در معادلهٔ دیفرانسیل زیر صدق می‌کند

$$\frac{\mathrm{d}N_i}{\mathrm{d}t} = -\lambda_i N_i - \omega N_i + P_i p(t)\cdot \qquad (۵۸.۱۰)$$

فرض می‌کنیم که آهنگ تولید نسبی P_i/P_j دو هستهٔ i و j ثابت است.

از معادلهٔ (۵۸.۱۰) می‌توان از ۰ تا T انتگرال گرفت و به‌دست آورد

$$N_i(T) = P_i \mathrm{e}^{-(\lambda_i+\omega)T} \int_۰^T p(t)\mathrm{e}^{(\lambda_i+\omega)t}\mathrm{d}t\cdot \qquad (۵۹.۱۰)$$

بین T و $T + \Delta$ می‌توان جمله‌های ω و $P_i p$ در (۵۸.۱۰) را نادیده و نتیجه گرفت

$$N_i(T+\Delta) = N_i(T)\mathrm{e}^{-\lambda_i \Delta}. \qquad (۶۰.۱۰)$$

برای هسته‌های دراز_عمر $\lambda_i T \gg 1$ و می‌توان بعضی تقریبها را به‌کار برده با تعریف

$$R_{ij} = \frac{P_i N_j(T+\Delta)}{P_j N_i(T+\Delta)}, \qquad (۶۱.۱۰)$$

$$\langle\tau\rangle = \frac{\int_0^T tp(t)\mathrm{d}t}{\int_0^T p(t)\mathrm{d}t}\cdot \qquad (۶۲.۱۰)$$

به‌راحتی می‌توان دید که برای $p(t) = \text{const.}$، $\langle\tau\rangle = T/2$، در حالی که برای $p(t) \propto \delta(t)$، $\langle\tau\rangle = 0$. مقدار $\langle\tau\rangle$ به‌طور کلی بین این دو حد قرار دارد.

سپس با محاسبه‌ای ساده می‌توان از (۵۹.۱۰) و (۶۲.۱۰) نتیجه گرفت

$$T = \langle\tau\rangle + \Delta_{ij} - \Delta, \qquad (۶۳.۱۰)$$

که

$$\Delta_{ij} = \frac{\ln R_{ij}}{\lambda_i - \lambda_j}\cdot \qquad (۶۴.۱۰)$$

ایزوتوپهای پرتوزای توریم (^{232}Th) و اورانیم (^{238}U) و اخیراً زوج اسمیم (^{187}Os)_رنیم (^{187}Re) برای برآورد Δ_{ij} و در نتیجه T و t_G به‌کار رفته‌اند. به ثابتهای واپاشی λ_i و λ_j و کمیت R_{ij} نیاز داریم. نسبت $N_i(T+\Delta)/N_j(T+\Delta)$ در R_{ij} در زمان تشکیل منظومهٔ شمسی غالب است، و می‌توان آن را از نسبت کنونی در شهابسنگها و معلومات دربارهٔ t_s به‌دست آورد. نسبت P_i/P_j از نظریه‌های سنتز هسته‌ای گرفته می‌شود.

از ایزوتوپهای کوتاه عمر ($\lambda_i T \ll 1$) برای تخمین Δ استفاده می‌شود. از (۵۹.۱۰) و (۶۰.۱۰) داریم

$$N_i(T+\Delta) = \frac{P_i}{\lambda_i} p(T)\exp(-\lambda_i\Delta)\cdot \qquad (۶۵.۱۰)$$

در نتیجه

$$\Delta = \frac{1}{\lambda_i - \lambda_j}\ln\left(R_{ij}\frac{\lambda_j}{\lambda_i}\right)\cdot \qquad (۶۶.۱۰)$$

از روی ایزوتوپهای کوتاه_عمرید (^{129}I) و پلوتونیم (^{244}Pu) درمی‌یابیم که Δ درگسترهٔ $(1\text{–}2)\times 10^8$ سال قرار دارد.

سن هسته‌ای که بدین طریق به‌دست می‌آید درگسترهٔ $(6\text{–}20) \times 10^9$ سال قرار دارد، دارد، عرض این گستره پهنهٔ خطاهای کمیتهای مورد استفاده در تعیین بازه‌های Δ_{ij} و $\langle\tau\rangle$ را نشان می‌دهد.

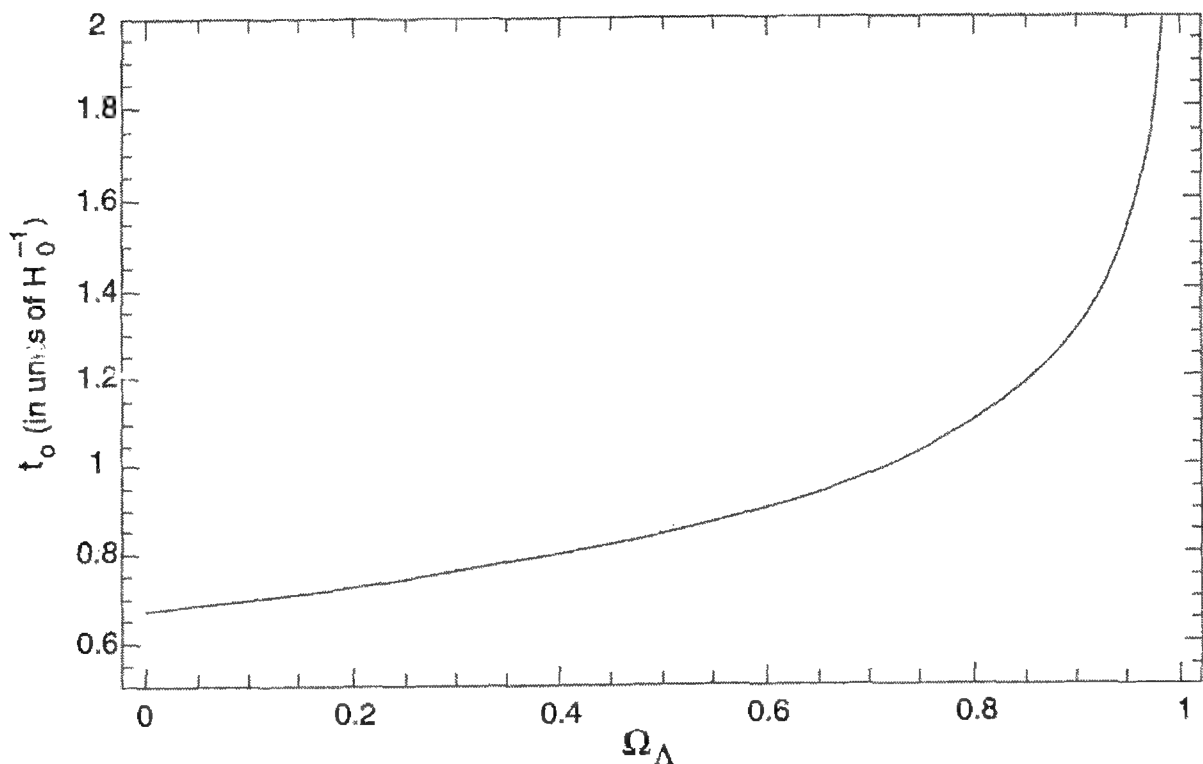
با وجود این، بدیهی است که برآوردهای سن و آنچه از خوشهای گویسان به‌دست می‌آید را با مقادیر شکل ۱۲.۴ مقایسه می‌کنند، و مدلهای با $h_\circ = ۱$ و $\Omega_\circ \geq ۱$ را مشکل بتوان با برآوردهای اخترفیزیکی سن کهکشان ما وفق داد. به‌ویژه، مدل تورمی به‌خاطر پیش‌بینی صریح $\Omega_\circ = ۱$ کنار گذاشته می‌شود. به ثابت کیهان‌شناختی نیاز داریم.

برای اینکه مسئله از دیدگاه متداول آسانتر شود، کوششهایی به‌عمل آمده است تا ببینیم آیا می‌توان سنهای ستاره‌ای و پرتوزا را به‌طور قابل ملاحظه‌ای کم کرد. به‌عنوان مثال، اگر اتلاف جرم قابل ملاحظه‌ای در مرحلهٔ رشتهٔ اصلی و تحول ستاره‌ای صورت گیرد، زمانی که ستاره در رشتهٔ اصلی می‌گذارند کاهش می‌یابد. (زیرا کار را با جرم بیشتری آغاز کرده و سریعتر متحول شده است). با استدلال به این طریق، ال. ا. ویلسون[1]، جی. اچ. بوئن[2]، و سی. استراک‌ـمارسل[3] ادعا می‌کنند که می‌توان سن خوشه‌های گویسان را به $(۷\text{ـ}۱۰) \times ۱۰^۹$ سال کاهش داد. همین‌طور، دبلیو. ا. فاؤلر و سی. سی. مایسل[4] سن هسته‌ای کهکشان را با بهره‌گیری از مدل وابسته به زمان سنتز هسته‌ای محاسبه کرده‌اند که در آن پس از «تیرک» اولیه سنتز یکنواختی صورت می‌گیرد. آنها مدعی‌اند که بدین‌ترتیب سن به $۱۰^۹ \times ((۱\sigma)۱/۶ \pm ۱۱)$ سال کاهش می‌یابد. اما، اگر $h_\circ \approx ۱$ باشد حتی این تمرینها، کمکی به مدل تورمی نمی‌کنند.

به لحاظ رصدی نیز ام.فیست و همکاران که با داده‌های هیپارخوس در مورد اختلاف منظرهای ستاره‌ای کار می‌کنند، راه نویدبخشی را برای کاهش سنهای ستاره‌ای یافته‌اند؛ آنها استدلال کردند که افزایش منظمی در فاصله‌های ستاره‌ای اصلاح‌شده وجود دارد، به‌طوری که درخشندگیهای ستاره‌ای افزایش و مقیاسهای زمانی تحول کاهش می‌یابد. این موضوع بدون شک به کاهش گاف موجود بین سنهای ستاره‌ای و کیهان‌شناختی کمک می‌کند، اما در مورد حذف کامل اختلاف موجود با این روش تردید وجود دارد.

با توجه به این دلایل، احیای ثابت کیهان‌شناختی به کیهان‌شناسی مهبانگ کمک کرده است. زیرا، همان‌طورکه در فصل ۴ دیدیم، جملهٔ λ را می‌توان به‌صورت مناسب انتخاب کرد تا سن عالم را به‌اندازه‌ای سازد که می‌خواهیم. مثلاً، شکل ۲۵.۱۰ نشان می‌دهد که چگونه سن مدل فریدمان تخت با افزایش اندازهٔ ثابت کیهان‌شناختی (Ω_Λ که در فصل ۴ تعریف کردیم) تغییر می‌کند. با این همه، وارد کردن این ثابت فاصله‌های کیهان‌شناختی و در نتیجه احتمال کانونی شدن نور یک ستارهٔ دوردست به‌صورت گرانشی افزایش می‌یابد. از بسامدهای اجسام کانونی‌شده، حد بالای پارامتر بدون بُعد Ω_Λ تعیین شده است: به‌طورکلی توافق شده است که Ω_Λ نمی‌تواند از ۰/۷ تجاوز کند.

---
1. L. A. Willson　2. G. H. Bowen　3. C. Struck-Marcell　4. C. C. Meisl



شکل ۲۵.۱۰ سن مدلهای مختلف فریدمان با استفاده از یکاهای $H_\circ^{-1}$ برحسب Ω_Λ رسم شده است. سن را می‌توان با تنظیم دقیق ثابت کیهان‌شناختی به دلخواه تغییر داد.

۶.۱۰ فراوانی هسته‌های سبک

معلوم شده است که هسته‌های با جرمهای اتمی $A \geq ۱۲$، از طریق فرایندهای مختلف که در نظریه‌های تحول ستارگان بررسی شد، در درون ستارگان ساخته می‌شوند. هسته‌های $^{۶}\mathrm{Li}$، $^{۹}\mathrm{Be}$، $^{۱۰}\mathrm{B}$ و احتمالاً $^{۱۱}\mathrm{B}$ را می‌توان در پرتوهای کیهانی کهکشانی با شکستن هسته‌های سنگین هنگام عبور آنها از گاز میان ستاره‌ای تولید کرد. این هسته‌های سبک، به‌ویژه $^{۲}\mathrm{H}$، $^{۳}\mathrm{He}$، $^{۴}\mathrm{He}$، و $^{۷}\mathrm{Li}$ هستند که ظاهراً تولید آنها در ستارگان با مقدارهای مشاهده‌شده مشکل ایجاد می‌کند. به‌علاوه، فراوانیهای آنها به‌گونه‌ای است که می‌توانستند در سنتز هسته‌ای مهبانگ تولید شده باشند. بنابراین خواهیم دید که رصدها چه محدودیتهایی را بر کیهان‌شناسی استاندارد، اعمال می‌کنند.

۱.۶.۱۰ $^{۴}\mathrm{He}$

فراوانیهای مشاهده‌شدهٔ هلیم (که همواره با کسر جرم Y نشان داده می‌شود) در عالم در گسترهٔ وسیع $۰٫۱۳ \leq Y \leq ۰٫۳۴$ قرار دارد. این پراکندگی وسیع ناشی از خطاهای موجود در برآوردهای رصدی است. به‌علاوه، تخمین هلیم آغازین در خورشید در هنگام تشکیل منظومهٔ شمسی در

$10^9 \times 4/54 \sim$ سال قبل به مدل بستگی دارد و در نتیجه نمی‌توان آن را به‌صورت منحصر به‌فرد تعیین کرد. ام. پیمبرت[1]، اس. تورس پیمبرت[2] و جی. اف. ریو[3] مطرح کرده‌اند که تفکیک Y در هر مکان به‌صورت زیر است

$$Y = Y_0 + \Delta Y,$$
$$Y_0 = 0/23 \pm 0/02,$$
$$\Delta Y \cong (2/5 \pm 0/5)Z \qquad (67.10)$$

که Y_0 فراوانی هلیم آغازین، ΔY فراوانی هلیم ستاره‌ای، و Z فراوانی عناصر سنگینی است که ستارگان می‌سازند. چون $Z \leq 0/02$، پس نتیجه می‌گیریم که $\Delta Y \leq 0/06$.

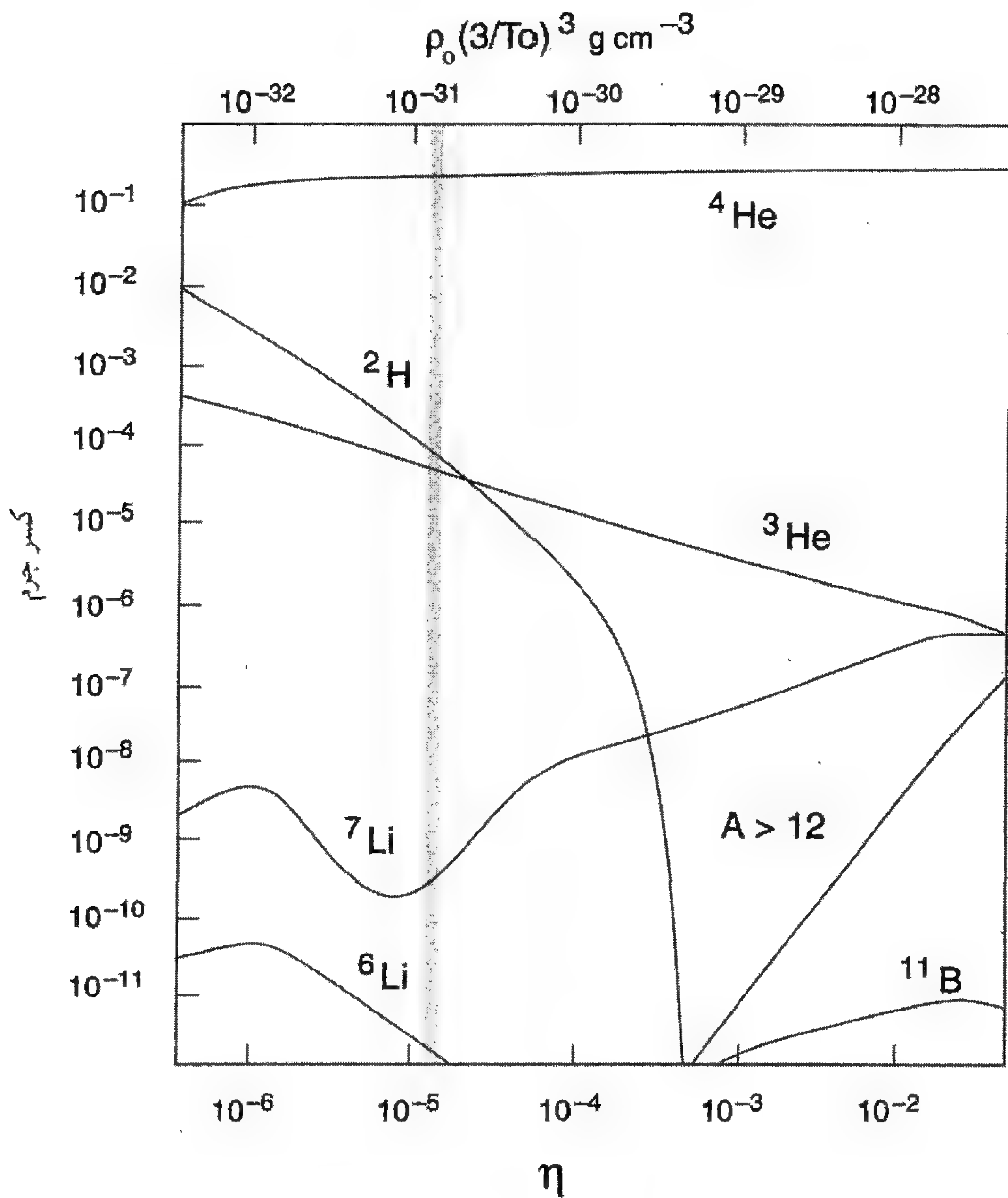
همبستگی میان Y و نسبت اتمهای [O]/[H] (اکسیژن به هیدروژن) و [N]/[H] (نیتروژن به هیدروژن) مورد توجه فراوان است. مقدار زیادی داده‌های کنترل‌شده در این مورد وجود دارد و خطهای برگشت برازش یافته‌اند. هرجا که این خطها محور عمودی را قطع کنند، برای $[O/H] = 0$ و $[N/H] = 0$، برآورد آغازین Y_0 به‌دست می‌آید. در سال ۱۹۹۲ بی. ای. جِی. پاگل[4]، ای. اِ. سیمونسون[5]، ار. جِی. ترلویچ[6] و ام. جی. ادموندز مقدار متوسط Y_0 از این داده‌ها را $0/228 \pm 0/005$ برآورد کردند.

اخیراً ای. ترلویچ[7]، ار. ترلویچ، ای اسکیلمن[8]، جِی. استپانیان[9]، و وی. لیپووتسکی[10] در پی محتوای هلیم در کهکشانهایی بوده‌اند که به لحاظ فلز فقیر هستند، زیرا به مقدار آغازین نزدیکتر است. در نمونهٔ اول این کهکشانها آنها متوجه شدند که کهکشان SB5 ۰۳۳۵ ـ ۰۵۲ دارای $Y = 0/215 \pm 0/01$ است.

بدیهی است که بقای نظریهٔ سنتز هسته‌ای مهبانگ وابسته به آن است که این مقدارهای کم Y به‌جای قاعدهٔ کلی به‌صورت موارد استثنایی در آیند. چون وقتی ^4He تولید و به محیط میان ستاره‌ای پرتاب شد، رهایی از دست آن دشوار است، یعنی اجسام با Yی کم را باید ناشی از ناهمگنیهای موجود در ترتیب آغازین دانست. گسترهٔ قابل تحمل برای سنتز هسته‌ای مهبانگ کدام است؟

بهتر است به فصل ۵ برگردیم و شکل ۵.۵ را به‌خاطر آوریم که در اینجا به‌صورت شکل ۲۶.۱۰ باز تولید شده است. متوجه می‌شویم که در تصویر آغازین Y_0 نسبتاً به h_0 و Ω_0 غیرحساس

1. M. Peimbert 2. S. Torres Peimbert 3. J. F. Rayo 4. B. E. J. Pagel
5. E. A. Simonson 6. R. J. Terlevich 7. E. Terlevich 8. E. Skillman
9. J. Stepanian 10. V. Lipovetskii



شکل ۲۶.۱۰ فراوانی آغازین هسته‌های سبک برحسب چگالی فعلی ماده در عالم. رابطهٔ میان $\rho_\circ$ و η از (۵۶.۵) به‌دست می‌آید. نوار سایه گسترهٔ چگالیهای باریونی قابل تحمل با داده‌های فعلی را نشان می‌دهد.

است. اما، وارد کردن لپتونهای جدید نسبت نوترون به پروتون و در نتیجه مقدار $Y_\circ$ را زیاد می‌کند. فرمول زیر که نتیجهٔ کار ار. وی. واگونر[1] است این نتیجه را برای موردی نشان می‌دهد که کسر η در (۵۶.۵) از $\sim 10^{-5}$ تجاوز کند:

$$Y_\circ = 0{,}333 + 0{,}0195 \log \eta + 0{,}380 \log \xi. \qquad (68.10)$$

در صورتی که هیچ ذره‌ای بجز آنچه در فصل ۵ در نظر گرفته شد در عالم آغازین وجود نداشته

1. R. V. Wagoner

باشد، کسر $\eta = ۱$ می‌شود. برحسب نمادهای فصل ۶، این مطلب ایجاب می‌کند که $g = ۹$ باشد. اگر ذرات بیشتری موجود باشند، $g \to g + \Delta g$ که $\Delta g = \Delta g_b + \frac{۷}{۸}\Delta g_f$، و

$$\xi^۲ = ۱ + \frac{\Delta g}{g}. \qquad (۶۹.۱۰)$$

برای $Y_\circ \leq ۰/۲۵$ و $\Omega_\circ = ۰/۰۱$، فقط یک نوترینوی جدید مجاز است، که نوترینوی τ نامیده می‌شود. جالب توجه است که آزمایشهای مربوط به شتابگرها در برهم‌کنشهای ذرات پرانرژی این نتیجه‌گیری را مستقیماً تأیید می‌کند. به هر حال، اگر $Y_\circ$ به بزرگی ۰/۲۸ باشد، رابطه (۶۹.۱۰) وجود چهار لپتون را مجاز می‌دارد، در حالی که اگر مقدار آن ۰/۲۱ شود مدل استاندارد دچار دردسر می‌شود. کوچکترین مقدار $Y_\circ$ مجاز در مدلهای استاندارد به ۰/۲۳۶ نزدیک است. آزمایشهای شتابگر مبتنی بر اندازه‌گیری عرض واپاشی بوزون Z° نشان می‌دهند که تعداد نمونه‌های نوترینو $۳/۰۱ \pm ۰/۱۰$ است. بنابراین اگر کسر جرم آغازین هلیم بسیار کم نباشد سازگاری وسیعی بین کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات به‌وجود می‌آید. بنابراین، رصدهای $Y_\circ$ دارای اهمیت فراوان هستند و با بهبود تشخیص طیف‌سنجی رصادان باید گزارشهای مربوط به آن ادامه یابد. مثلاً، برآورد بی. ای. جی. پجل[1] و همکاران در سال ۱۹۹۲، $Y_\circ = ۰/۲۲۸ \pm ۰/۰۰۵$، یا $Y_\circ \leq ۰/۲۴۲$ که قبلاً ذکر شد، با وجود چهار نوع نوترینو ناسازگار است. این برآوردها را می‌توان فقط نشانه‌ای در نظر گرفت که محدودیتهایی را بر کیهان‌شناسی استاندارد اعمال می‌کنند.

۲.۶.۱۰ ^{۲}H

فراوانی دوتریم، که آن را با $X(^۲\mathrm{H})$ نشان خواهیم داد، عمدتاً از روی خطهای جذبی سری لیمان در طیفهای فرابنفش ستارگان پرنوری اندازه‌گیری شد که با ماهوارهٔ کوپرنیک رصد شده بودند. معلوم شد که

$$۹ \times ۱۰^{-۶} \leq X(^۲\mathrm{H}) \leq ۳/۵ \times ۱۰^{-۵}.$$

اگرچه اغلب مقدار میانگین $X(^۲\mathrm{H}) \simeq ۲ \times ۱۰^{-۵}$ ذکر می‌شود، اما مقدار آن اغلب از یک ابر به ابر دیگر تغییری قابل ملاحظه می‌کند. معلوم نیست که آیا این تغییرات به انهدام دوتریم آغازین در فرایندهای مختلف مربوط می‌شود. موضوع باید به انهدام مربوط شود زیرا هیچ سناریوی ستاره‌ای رضایت‌بخشی برای تولید دوتریم وجود ندارد. بنابراین، مقدار آغازین باید با حد بالای گسترهٔ رصدها متناظر باشد. لااقل انتظار داریم که مقدار آن از $۲ \times ۱۰^{-۵} \sim$ تجاوز کند (برخلاف

1. B. E. J. Pagel

این وضعیت برای ^{4}He، که برای آن هیچ سازوکار انهدام وجود ندارد ولی فرایندهایی به تولید آن در ستارگان می‌انجامد.)

با رجوع به شکل ۲۶.۱۰، مشاهده می‌کنیم که فراوانی آغازین $X(^{2}H) \geq 2 \times 10^{-5}$ ایجاب می‌کند که چگالی باریونی فعلی از $4 \times 10^{-31} g\ cm^{-3}$ تجاوز نکند، که به‌نوبهٔ خود حد بالای پارامتر چگالی باریون $(\Omega_B)_0$ را مشخص می‌کند:

$$h_0^2 (\Omega_B)_0 \leq 0{,}020 \qquad (70.10)$$

جالب است توجه کنیم که در سال ۱۹۹۶، تایتلر[1]، فن[2]، و برلز[3]، از اندازه‌گیریهای فراوانی دوتریم در ابرهای اطراف کوازاری با انتقال به سرخ بالا حدودی را بر پارامتر چگالی باریون اعمال کردند:

$$h_0^2 (\Omega_B)_0 \approx 0{,}024 \pm 0{,}006.$$

بنابراین، اگر مادهٔ موجود در عالم عمدتاً به‌صورت باریونها باشد، عالم باید باز باشد. (توجه کنید که چون انتظار داریم سیاهچاله‌ها از باریون ساخته شده باشند، این فرض که اغلب کسری Ω_B از واحد را به مادهٔ نامرئی به شکل سیاهچاله‌ها نسبت می‌دهد معقول نیست.) همان‌طور که قبلاً بحث شد، جرم گمشده یا جرم غیرقابل مشاهده می‌تواند غیرباریونی باشد.

حد مربوط به فراوانی دوتریم که در بالا ذکر شد را می‌توان با فراوانی هلیم، که به چگالی باریونها چندان حساس نیست، کنترل کرد. در این صورت درمی‌یابیم که Y_0 می‌تواند به بزرگی ۰٫۲۴۸ باشد. اینکه این مقدار با مقادیر توصیف‌شده در بالا در تضاد است هنوز جای بحث دارد.

با این همه، در اینجا باید از تنظیمهای دقیق استفاده کرد. زیرا محدودیت مربوط به چگالی باریونها رابطهٔ تنگاتنگی را بین چگالی و دما ایجاب می‌کند، یعنی ثابت تناسب در رابطهٔ $\rho_B \propto T^3$ در فرمول (۵۷.۵) که در طول سنتز هسته‌ای مهبانگ برقرار است را باید به‌صورت مناسب برای مدل انتخاب کرد تا جواب درست به‌دست آید. بنابراین شاید این پرسش مطرح شود که آیا می‌توان این را موفقیتی برای کیهان‌شناسی مهبانگ به‌حساب آورد.

۳.۶.۱۰ ^{7}Li و ^{3}He

منحنی فراوانی ^{7}Li دارای پلاتویی با یک فرورفتگی است. که کمینه‌ای را در مقدار $[Li]/[H]$ برابر 10^{-10} برای $\eta = 3{,}2 \times 10^{-10}$ لمس می‌کند. داده‌های مشاهده‌شده مقدار پلاتوی $10^{-9} \sim$ را کنار می‌گذارد. حتی مقدار کمینه فقط اندکی با کمینه سازگار است. حد بالای $[Li]/[H]$ را

1. Tytler 2. Fan 3. Burles

کی. سی. ساهو[1]، ام. ساهو[2]، و اس. ار. پوتاش[3] با مشاهدهٔ جذب میان ستاره‌ای در جهت ابر بزرگ ماژلانی برابر $۰٫۸ \times ۱۰^{-۱۰}$ تعیین کردند.

پیش‌بینی‌های سنتز هسته‌ای در مهبانگ داغ استاندارد امتیاز خوش تعریف بودن را دارد. اگر اختلافهایی وجود داشته باشد، چه باید کرد؟ یک راه امتحان‌شده در نظرگرفتن عصرهای اولیه‌تری است که در آن نوکلئونها هنوز تشکیل نشده بودند و ماده به‌صورت پلاسمای کوارک گلوئون بود. وارد کردن ناهمگنی در این مرحله می‌تواند باعث شود که برخی قسمتهای عالم در مقایسه با نسبت استاندارد نوترون به پروتون «غنی از پروتون» و بعضی قسمتهای دیگر «غنی از نوترون» شوند. در این صورت می‌توان پارامتری اضافی داشت تا سازگاری بهتری را بین فراوانیهای مشاهده و پیش‌بیش‌شدهٔ هسته‌های سبک به‌وجود آورد. این روش تا اندازه‌ای موفقیت‌آمیز است، اما نمی‌تواند مسئلهٔ $^{7}\mathrm{Li}$ بالا را توجیه کند.

هستهٔ $^{3}\mathrm{He}$ آزمون توانمندی برای مدلهای کیهان‌شناسی فراهم نمی‌آورد زیرا نمی‌توانسته به‌مقدار مشاهده‌شده در ستارگان تولید شود. بنابراین، روی‌هم‌رفته، فقط $^{2}\mathrm{H}$ و $^{4}\mathrm{He}$ (و احتمالاً $^{7}\mathrm{Li}$) حدود مربوط به پارامترهای عالم اولیه را به‌دست می‌دهند.

۷.۱۰ شواهدی بر وجود پادماده

در فصل ۶ باریون‌زایی، یعنی کوششهای اخیر در توجیه غلبهٔ ماده بر پادماده در عالم را به‌اختصار بررسی کردیم، اقدامهایی که با بهره‌گیری از نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) به‌عمل آمده‌اند. دلیل اینکه عالم در واقع فقط از ماده تشکیل‌شده تا چه اندازه محکم است؟ در اواخر سالهای ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰، اچ. آلفن و او. کلاین مدلهای کیهان‌شناختی را ارائه کردند که در آنها در ابتدا تقارن کامل بین ماده و پادماده وجود دارد. در مدل آنها، که آن را در اینجا به تفصیل بررسی نمی‌کنیم، مؤلفه‌های متقارن پلاسما که عالم را می‌سازند بعداً در فرایندی هیدرومغناطیسی به ناحیه‌های با سیطرهٔ ماده و سیطرهٔ پادماده تفکیک می‌شوند. مدلهای مهبانگ با تقارن باریونی را ار. اومنز[4] و اف. دبلیو. استکر[5] و دیگران نیز در اواخر سالهای ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ بررسی کرده‌اند.

در فصل ۶ دیدیم بجز در مواردی که از روشهای شکست تقارن خاص، مانند آنچه GUTs مطرح می‌کنند، استفاده شود عالم مهبانگ استاندارد با عدد باریونی خالص صفر به پایان می‌رسد. هدف GUTs فقط آن نیست که بیان کنند چرا عدد باریونی خالص در کل عالم وجود دارد، بلکه می‌خواهند بگویند که چرا نسبت فوتون به باریون چیزی است که (۶۹.۵) نشان می‌دهد. برعکس،

1. K. C. Sahu 2. M. Sahu 3. S. R. Pottasch 4. R. Omnes 5. F. W. Stecker

درکیهان‌شناسی با تقارن باریونی تفکیک بین نواحی ماده و پادماده وجود دارد، در حالی که عدد باریونی کل عالم صفر است.

بجز حدسهای نظری، دلیل سرراست وجود پادماده در عالم چیست؟ کاوشگرهای فضایی در منظومهٔ شمسی ظاهراً وجود پادماده در این منظومه را رد می‌کنند. اگر هر یک از سیاره‌ها از پادماده ساخته شده بود برهم‌کنش آن با باد خورشیدی پرتوهای γ با شدت زیاد را به‌وجود می‌آورد. چون رصدهای فراتر از منظومهٔ شمسی عمدتاً برمبنای تابش الکترومغناطیسی است، که با ماده و پادماده برخوردی یکسان دارد، به‌دست آوردن پاسخ قطعی به پرسشی بالا برای یک ستاره یا کهکشان دشوار است. پرتوهای کیهانی حامل هسته‌هایی از بخشهای دوردست کهکشان (و حتی فراسوی کهکشان) هستند. اما، جستجوهای پردامنه تاکنون هسته‌های پادمادهٔ چندانی را در پرتوهای کیهانی آشکار نساخته است. چند پادپروتون (۱ قسمت در $۱۰^۴$ ~) یافته شده‌اند، اما این پادپروتونها ممکن است براثر برهم‌کنش پرتوهای کیهانی با مادهٔ میان ستاره‌ای تولید شده باشند. با وجود این، پادهسته‌های سنگین نمی‌توانند بدین طریق تولید شوند، و در نتیجه آشکارسازی آنها در پرتوهای کیهانی وجود پادماده را در عالم تأیید می‌کند. دلایل فعلی تا اندازه‌ای غیرقطعی هستند، گرچه وجود مؤلفهٔ قابل ملاحظه‌ای از پادماده در پرتوهای کیهانی فراکهکشانی را نمی‌توانند نفی کنند.

دوران فاراده نوعی دلیل غیرمستقیم است. این دوران چرخش صفهٔ قطبش نوری است که از محیط حاوی ذرات باردار و میدانی مغناطیسی می‌گذرد. الکترونها (و نه پروتونها) به‌واسطهٔ سبک بودن سهم بیشتری در دوران فاراده دارند. اگر پوزیترونها نیز وجود داشته باشند می‌توانند دوران فاراده در جهت مخالف به‌وجود آورند. چون دوران فارادهٔ خالص در تابش ناشی از چشمه‌های داخل و خارج کهکشان مشاهده شده است. جی. استیگمن[1] این نتیجه را دلیل عدم توازن فراوانی الکترونها و پوزیترونها تفسیر کرده است. اما، این نتیجه‌گیری بر این اساس است که علامت میدان مغناطیسی همواره یکسان باشد. اگر علامت میدان در هنگام ورود تابش به ناحیهٔ پادماده تغییر کند، دوران فارادهٔ ناشی از پوزیترونها همان علامت دوران ناشی از الکترونها را خواهد داشت.

سایر شواهد غیرمستقیم ناشی از رصدهای پرتو γ زمینه است این زمینه می‌تواند علامتهای اختر فیزیکی متفاوتی ــ مانند سیاهچاله‌های آغازین، تابش جسم سیاه، و فرایند کامپتون معکوس ــ به‌علاوهٔ نابودی نوکلئونها و پادنوکلئونها داشته باشد. اما، هر فرایند علامت مخصوص به خود و حدودی از اندازه‌های کمیتهای فیزیکی دخیل را دارد. از تحلیل طیف پرتو γ در گستره انرژی $۱\text{ـ}۱۰^۲\,\mathrm{MeV}$ ~، اف. دبلیو. استکر نتیجه گرفته است که تفسیر شامل نابودی ماده ــ پادماده تعبیری است که به بهترین نحو به داده‌های برازش می‌یابد. این نواحی ماده و پادماده را باید از

1. G. Steigman

یکدیگر جدا ساخت. به هر حال، استیگمن از این ادعا، با توجه به اینکه برازش مبتنی بر تعدادی پارامتر قابل تنظیم برای برازش به هر طیف پرتوهای γ است، انتقاد کرده است.

تقارن میان ماده و پادماده را جی. ار. بربیج[1] و اف. هویل در سالهای ۱۹۵۰ در زمینهٔ عالم پایا در نظر گرفتند. اگر ذارت تازه خلق‌شده با پادذره‌های تازه آفریده‌شده همراه بودند، تقارن در عالم حفظ می‌شد. اما، در این صورت باید زمینهٔ پرتو γ ناشی از نابودی ذرات ـــ پادذرات باید بسیار شدید ـــ بالاتر از چیزی می‌بود که اکنون مشاهده می‌شود.

درکیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا، فرض می‌شود که میدان نرده‌ای با سازوکار آفرینشی در ارتباط است که تقارن ماده‌ـپادماده را برای همیشه به نفع سازوکار پیشین می‌شکند، یعنی این بحث که در برهم‌کنش ماخی با بُرد بلند سیطره ماده بر پادماده در چرخه‌های قبلی QSSC همواره ادامه می‌یابد. با این همه، این فرض را باید به کمک فیزیک ذرات در انرژیهای بالا به‌دقت تثبیت کرد.

۸.۱۰ زمینهٔ ریزموج

اکنون مشاهده‌ای را در نظر می‌گیریم که اهمیت آن درکیهان‌شناسی استاندارد فقط شاید در مرتبهٔ پس از کشف انتقال به سرخهای سحابی هابل باشد. این کشف مهم را ا. ا. پنزیاس و ار. دبلیو. ویلسون، دانشمندان آزمایشگاه تلفن بل هنگامی کردند که در جستجوی شدتهای امواج رادیویی در صفحهٔ کهکشان راه شیری به کمک آنتنی بودند که بازتابندهٔ شیپوری ۶ متری با نوفهٔ کم داشت، پنزیاس و ویلسون تصمیم گرفتند از طول موج ۷٫۳۵cm استفاده کنند زیرا در این طول موج نوفهٔ کهکشان ناچیز است. پس از اندازه‌گیری در جهتهای مختلف و در نظر گرفتن عاملهای مختلف تابش، متوجه شدند نوفهٔ همسانگردی که آن را به‌حساب نیاورده بودند باقی می‌ماند. آیا این تابش زمینه واقعی بود؟ و در این صورت علت آن چه بود؟ چون پاسخ این پرسشها را نمی‌دانستند، در اعلام کشف خود تردید کردند.

اگر پنزیاس و ویلسون از پیش‌بینی‌های گاموف و همکارانش آلفر و هرمن در پانزده سال قبل از آن آگاهی داشتند مجبور نبودند برای چاپ این نتیجه صبر کنند. پیش‌بینی آنها این بود که اگر عالم درست بلافاصله پس از مهبانگ مرحلهٔ داغی می‌داشت، اکنون باید دارای تابش زمینهٔ باقیماندهٔ خنک شده باشد. آلفر و هرمن دمای زمینهٔ کنونی را در حدود ۵ K تخمین زده بودند، در حالی که برآورد گاموف $\sim$ ۷K بود. پنزیاس و ویلسون، با فرض اینکه تابش مربوط به جسم سیاه باشد، دمای ۰٫۳۳K $\pm$ ۳٫۳ را به تابش زمینهٔ مشاهده‌شده نسبت دادند.

1. G. R. Burbidge

در حالی که پنزیاس و ویلسون از کشف خود در شگفت بودند، خبر این کشف به پرینستون رسید و در آنجا پی. جی. ای. پیبلز که کاری را در زمینهٔ محاسبات عالم اولیه رهبری می‌کرد، متوجه اهمیت آن شد. درواقع، گروه پرینستون از جمله پیبلز و ار. اچ. دیکی، پی. جی. رول[1]، و دی. تی. ویلکینسن[2] قبلاً آزمایشی را برای اندازه‌گیری این تابش باقیمانده آماده کرده بودند. اگرچه اندازه‌گیری در طول موج ۳٫۲cm آنها در اواخر ۱۹۶۵ به‌دست آمد، ولی با اعلام کشف پنزیاس و ویلسون در ۱۳ مه ۱۹۶۵ انتظار آن می‌رفت.

۱.۸.۱۰ طیف

از آن پس دمای زمینه در چند طول موج با تابش سنجهای روی زمین در بسامدهای بالاتر از $۰٫۰۱۵\text{cm}^{-۱}$ و دستگاههای موجود در بالون، موشک، یا ماهواره در بسامدهای بالاتر اندازه‌گیری شده است. این نتیجه‌ها در جدول ۲.۱۰ آمده‌اند، و ادعای جامع بودن را نیز ندارند. بهتر است با تقسیم بسامدها برحسب هرتز بر c آنها را بر یکاهای عکس سانتی‌متر بیان کنیم. بنابراین $۹ \times ۱۰^{۱۰}\text{Hz} \equiv ۳\text{cm}^{-۱}$. شار مشاهده‌شده به‌صورت دمای جسم سیاه با شار متناظر در گسترهٔ بسامد معین بیان می‌شود.

ورودیهای مقابل آزمایش مولکول CN در جدول ۲.۱۰ به‌صورت زیر به‌دست آمده است. حالت پایهٔ مولکول CN دارای ترازهای $J = ۰, ۱, ۲, ۳, \ldots$ است. گذار از $J = ۰$ به $J = ۱$ با تابش در بسامد $۳٫۷۹\text{cm}^{-۱}$ ایجاد می‌شود، در حالی که گذار از $J = ۱$ به $J = ۲$ براثر تابش با بسامد $۷٫۵۸\text{cm}^{-۱}$ به‌وجود می‌آمد. رصدهای مولکول CN در فضای میان ستاره‌ای نشان می‌دهد که ترازهای بالاتر تا اندازه‌ای پرجمعیت شده‌اند، که نشانهٔ حضور یک میدان تابش است. دمای تابش محیط را می‌توان از میزان برانگیختگی این ترازها (نگاه کنید به تمرین ۳۳) تعیین کرد. این رصدها را ابتدا مکلار[3] در سال ۱۹۴۵ انجام داد، اما در آن زمان متوجه اهمیت آنها نشدند، آنها در واقع نشان می‌دهند که زمینهٔ ریزموج تا فراتر از محیط اطراف ما گسترش یافته است و می‌توان آن را اولین مورد کشف زمینهٔ ریزموج در نظر گرفت.

به‌منظور بررسی خصلت واقعی جسم سیاه این تابش باید آشکارسازهایی در بالای جوّ زمین داشته باشیم زیرا اندازه‌گیریهای انجام‌شده در روی زمین به‌علت جذب در جوّ به قلهٔ طول موجهای مربوط به جسم سیاه نمی‌رسند. کوششهای چندی در جهت‌اندازه‌گیری با بالونها و موشکها انجام شد. اما، بسیاری از آنها انحرافهایی را از طیف پلانکی نشان می‌دادند که بعداً معلوم شد هشدارهای غیرواقعی هستند. شاید دقیقترین و جامعترین مطالعه را ماهوارهٔ COBE [4] در سال ۱۹۹۰ انجام داده باشد که در انتهای جدول ۲.۱۰ آمده است.

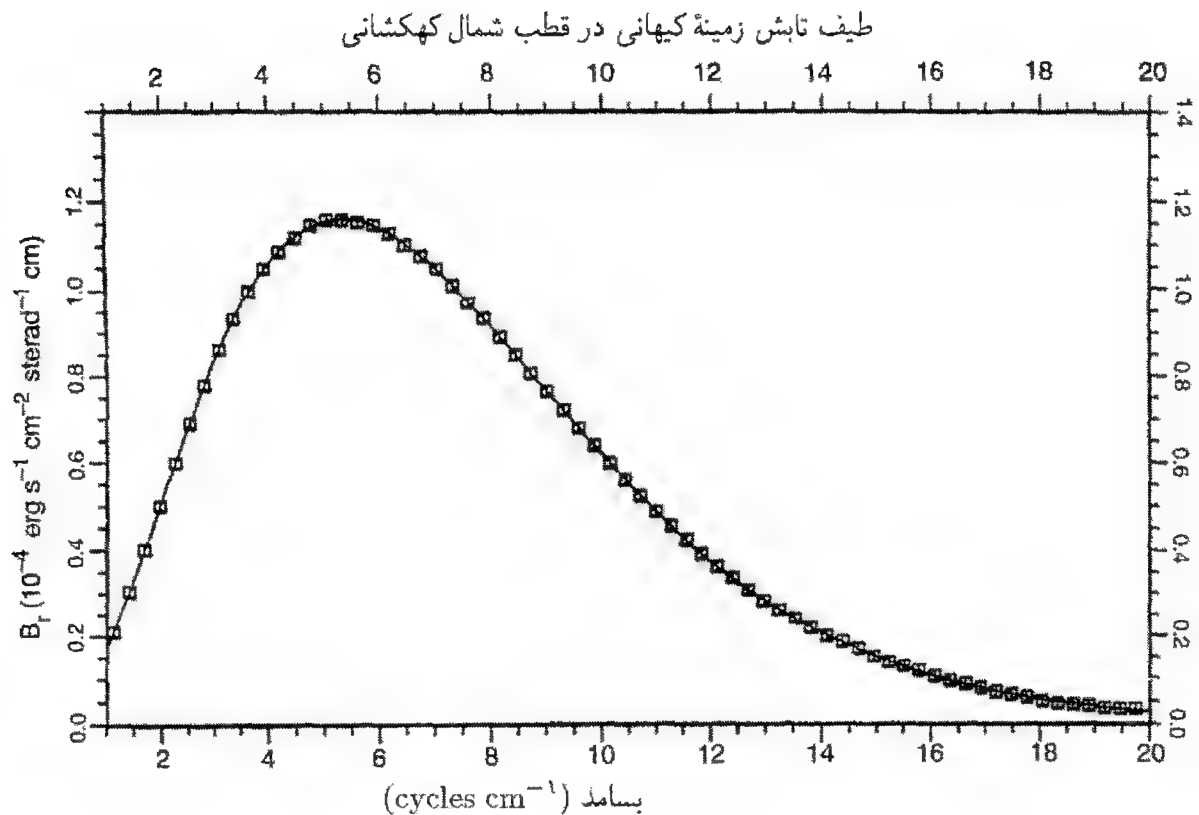
1. P. G. Roll   2. D. T. Wikinson   3. McKellar

4. Cosmic Background Explorer Satellite

جدول **۲.۱۰** اندازه‌گیریهای زمینهٔ ریزموج

نوع آزمایش	بسامد (cm^{-1})	دما (K)	رصادان	مرجع
تابش سنجهای روی زمین	۰٫۰۱۳۶ـ۰٫۰۲۰۷	۳٫۷ ± ۱٫۲	T. F. Howell and J. R. Shakeshaft	*Nature*, **216**, 753 (1967)
	۰٫۰۷۹	۲٫۷۰ ± ۰٫۰۷	N. Mandolesi *et al.*	*Astrophys. J.*, **310**, 561 (1986)
	۰٫۱۳۶	۳٫۳ ± ۰٫۳۳	A. A. Penzias and R. W. Wilson	*Astrophys. J.*, **142**, 419 (1965)
	۰٫۳۱	۲٫۶۹ $\pm^{۰٫۱۶}_{۰٫۲۱}$	R. A. Stokes, R. B. Partridge and D. T. Wilkinson	*Phys. Rev. Lett.*, **19**, 1199 (1967)
	۰٫۳۱۳	۳٫۰ ± ۰٫۵	P. G. Roll and D. T. Wilkinson	*Phys. Rev. Lett.*, **16**, 405 (1966)
	۰٫۴۱۳	۲٫۷۸۳ ± ۰٫۰۲۵	D. G. Johnson and D. T. Wilkinson	*Astrophys. J. Lett.*, **313**, L1 (1986)
	۰٫۶۳۳	۲٫۷۸ $\pm^{۰٫۱۲}_{۰٫۱۷}$	R. A. Stokes, R. B. Partridge and D. T. Wilkinson	*Phys. Rev. Lett.*, **19**, 1199 (1967)
	۰٫۶۶۷	۲٫۰ ± ۰٫۴	W. J. Welch, S. Keachie, D. D. Thornton and G. Wrixon	*Phys. Rev. Lett.*, **18**, 1068 (1967)
	۱٫۰۸	۳٫۱۶ ± ۰٫۲۶	M. S. Ewing, B. F. Burke and D. H. Staelin	*Phys. Rev. Lett.*, **19**, 1251 (1967)
	۱٫۱۷	۲٫۵۶ $\pm^{۰٫۱۷}_{۰٫۲۲}$	D. T. Wilkinson	*Phys. Rev. Lett.*, **19**, 1195 (1967)
	۱٫۲۲	۲٫۹ ± ۰٫۷	V. J. Puzanov, A. E. Salomonovich and K. S. Sankevich	*Sov. Phys.-Astronomy*, **11**, 905 (1968)
	۱٫۸۹	۲٫۷۰ ± ۰٫۰۴	D. M. Meyer and M. Jura	*Astrophys. J.*, **297**, 119 (1985)
	۲٫۷۹	۲٫۴ ± ۰٫۷	A. G. Kislyakov, V. I. Chernyshev, Yu. V. Lebskii, V. A. Maltsev and N. V. Serov	*Sov. Astronomy-A.J.*, **15**, 29 (1971)

	۳٫۰	۲٫۶۱ ± ۰٫۲۵	M. F. Miller, M. McColl, R. J. Pederson and F. L. Vernon Jr	*Phys. Rev. Lett.*, **26**, 919 (1971)
	۳٫۰	$۲٫۴۶\pm^{۰٫۴۰}_{۰٫۴۴}$	P. E. Boynton and R. A. Stokes and D. T. Wilkinson	*Phys. Rev.* Lett., **19**, 462 (1968)
	۳٫۰	$۲٫۴۶\pm^{۰٫۴۰}_{۰٫۵۴}$	P: E. Boynton and R. A. Stokes	*Natvre*, **247**, 528 (1974)
مولکول CN	۳٫۷۹	۲٫۹۳ ± ۰٫۰۶	P. Thaddeus	*Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **10**, 305 (1972)
	۷٫۵۸	$۲٫۹\pm^{۰٫۴}_{۰٫۵}$	D. J. Hegyi, W. A. Traub and N. P. and Carlton	*Astrophys. J.*, **190**, 543 (1974)
موشک	۱٫۶۷ـ۳۳٫۳	$۳٫۸\pm^{۰٫۸}_{۱٫۹}$	K. D. Williamson, A. G. Blair, L. L. Catlin, R. D. Hiebert, E. G. Lloyd, and H. V. Romero	*Nature*, **241**, 79 (1973)
	۷٫۶۹ـ۲۵	$۳٫۴\pm^{۰٫۷}_{۳٫۴}$	J. R. Houck, B. T. Soifer, M. Harwit, and J. L. Pipher	*Astrophys. J.*, **178**, L29 (1972)
	۴٫۳۱	۲٫۷۹۵ ± ۰٫۰۰۱۸	T. Matsumoto and S. Hayakawa	*Astrophys. J.*, **329**, 567 (1988)
	۷٫۰۵	۲٫۹۶۳ ± ۰٫۰۱۷	H. Murakami, and K Sato	
	۱۰٫۴	۳٫۱۵۰ ± ۰٫۰۲۶	A. E. Lange, and P. L. Richards	
	۳ـ۱۶	۲٫۷۳۶ ± ۰٫۰۱۷	H. Gush, M. Halpern and E. Wishnow	*Phys. Rev. Lett.*, **65**, 537 (1990)
بالون	۱ـ۱۱٫۵	$۲٫۵\pm^{۰٫۲۵}_{۰٫۴۵}$	D. Muehlner and R. Weiss	*Phys. Rev. Lett.*, **30**, 757 (1973)
	۲٫۳۸ـ۱۳٫۵۳	$۲٫۹۶\pm^{۰٫۱۳}_{۰٫۰۸}$	D. P. Woody and P. L. Richards	*Phys. Rev. Lett.*, **42**, 925 (1979) *and Astrophys. J.*, **248**, 18 (1981)
ماهوارهٔ (COBE)	۱ـ۲۰	۲٫۷۳۵ ± ۰٫۰۶	J. C. Mather, *et al.*	*Astrophys. J. Letts.*, **354**, L37 (1990)



شکل ۲۷.۱۰ اندازه‌گیریهای COBE از تابش زمینهٔ ریزموج در بسامدهای مختلف. منحنی پیوسته بهترین برازش منحنی پلانکی به نقطه‌های داده را نشان می‌دهد (برای منبع به جدول ۲.۱۰ نگاه کنید).

ماهوارهٔ کاوشگر زمینهٔ کیهانی (COBE) در سال ۱۹۸۹ پرتاب شد و طیف زیبای شکل ۲۷.۱۰ را به‌دست آورد. اندازه‌گیریهای COBE طیف پلانکی دقیقی را برای جسم سیاه در دمای زیر به‌دست می‌دهد

$$T_\circ = ۲/۷۳۵ \pm ۰/۰۶\text{K}\cdot \qquad (۷۱.۱۰)$$

حساسیت کلی و دقت آزمایش نشان داد که برخی ادعاهای قبلی دربارهٔ انحراف قابل ملاحظه از طیف پلانکی در بسامدهای زیاد (مانند وودی و ریچاردز[1]، ماتسوموتو و همکاران[2] در جدول ۲.۱۰) اشتباه بوده‌اند. در واقع، حتی تجربه‌های آزمایشگاهی طیف پلانکی با این درجه از دقت تولید نکرده‌اند.

۲.۸.۱۰ ناهمسانگردی

اگر زمینهٔ ریزموج (از این پس MBR) درواقع منشأ آغازین داشته باشد، ناهمسانگردی آن می‌تواند اطلاعات زیادی دربارهٔ تاریخ حال و گذشتهٔ عالم در اختیارمان بگذارد. تحولات اولیه در عصر پس از بازترکیب تأثیر خود را بر تابش زمینهٔ گذاشته است، نشانه‌هایی که انتظار داریم تا امروز

1. Woody and Richards 2. Matsumoto *et al.*

به‌جا مانده باشند. رصدهای ناهمسانگردی را در زیر بررسی می‌کنیم، ابتدا اندازه‌گیریهای دو زاویهٔ کوچک را در نظر می‌گیریم.

طیف توان زاویه‌ای

هنگامی که به توزیع یک کمیت فیزیکی در کرهٔ سماوی می‌نگریم، ناهمسانگردیهای آن را به بهترین وجه می‌توان به‌کمک هماهنگهای کروی بیان کرد، کمیتی که MBR را توصیف می‌کند دمای $T(\theta, \phi)$ آن است، که برحسب دو مختصهٔ کروی (چون میل و بُعد) نوشته می‌شود. در نتیجه می‌توان نوشت

$$\frac{\Delta T(\theta,\phi)}{T} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} a_{lm} Y_{lm}(\theta,\phi)\cdot \qquad (۷۲.۱۰)$$

جمع‌بندی روی l به‌جای صفر از ۱ شروع می‌شود، زیرا اختلال مرتبهٔ صفر در کل آسمان همسانگرد است و در T جذب می‌شود. جملهٔ $l = 1$ جمله معروف به ناهمسانگردی-دوقطبی است، که خواهیم دید، از حرکت زمین نسبت به چارچوب سکون MBR ناشی می‌شود. بنابراین، این جمله را نیز وارد سری بالا نمی‌کنیم. مُد بعدی $l = 2$، مُد چارقطبی است.

طیف توان زاویه‌ای با کمیتهای C_l به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$C_l \equiv \langle |a_{lm}|^2 \rangle, \qquad (۷۳.۱۰)$$

که میانگین‌گیری نسبت به همهٔ امکانات آسمان انجام می‌گیرد و روی همهٔ mها جمع‌بندی می‌شود. بنابراین هر C_l شدت نسبی هماهنگ lام را در توزیع کلی نشان می‌دهد.

به‌طور کلی علاقه‌مندیم به $\Delta T/T$ در مقیاس زاویه‌ای معین ϑ بنگریم. بنابراین، اگر دو جهت را در نظر بگیریم که با بردارهای یکهٔ $\mathbf{e}_1$ و $\mathbf{e}_2$ نشان داده می‌شوند و این زاویه را در بین خود تشکیل می‌دهند، به‌دست می‌آوریم

$$\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 = \cos\vartheta\cdot \qquad (۷۴.۱۰)$$

اکنون تابع خود هموردایی را تعریف می‌کنیم که نشان دهد افت‌وخیزهای دما در دو جهت که زاویهٔ بین آنها ϑ است چگونه با هم مقایسه می‌شدند

$$C(\vartheta) = \left\langle \frac{\Delta T(\mathbf{e}_1)}{T},\ \frac{\Delta T(\mathbf{e}_2)}{T} \right\rangle, \qquad (۷۵.۱۰)$$

که برای افت‌وخیزهای مانا به‌صورت زیر بیان می‌شود

$$C(\vartheta) = \frac{۱}{۴\pi} \sum_{l=۲}^{\infty} (۲l + ۱) C_l P_l(\cos\vartheta)\cdot \qquad (۷۶.۱۰)$$

فرض کنید، از رصدهای یک آسمان، برآورد تابع خود همورداییی را به‌صورت $C(\vartheta)$ به‌دست آورده‌ایم

$$\hat{C}(\vartheta) = \frac{۱}{۴\pi} \sum_{l=۲}^{\infty} |\hat{a}_{lm}|^۲ P_l(\cos\vartheta), \qquad (۷۷.۱۰)$$

که a_{lm} از یک رصد آسمان تعیین شده است. در این مورد به برآورد وردایی کیهانی کمیت $C(\vartheta)$ نیاز داریم. می‌توان نشان داد که این برابر است با

$$\langle|\hat{C}(\vartheta) - C(\vartheta)|^۲\rangle = \left(\frac{۱}{۴\pi}\right)^۲ \sum_{l=۲}^{\infty} (۲l + ۱) C_l^۲ P_l^۲(\cos\vartheta)\cdot \qquad (۷۸.۱۰)$$

در عمل وقتی می‌خواهیم سیگنالی را از داده‌های واقعی آسمان به‌دست آوریم، جزئیات بسیار پیچیده‌تر می‌شوند. در اینجا وارد این جزئیات نمی‌شویم. اما، متذکر می‌شویم که چندجمله‌ایهای لژاندر $p_l(\cos\vartheta)$ حاوی اطلاعات زیر است: مقیاس زاویه‌ای نوعی همسانگردی تا شاخص l از مرتبهٔ $۱۸۰^\circ/(\pi l)$ است. اکنون شواهد ناهمسانگردی در مقیاسهای مختلف و دلایل فیزیکی مربوط به آنها را بررسی می‌کنیم.

ناهمسانگردی دوقطبی

این ناهمسانگردیها می‌توانند ناشی از دو منبع باشند. اصولاً یک مؤلفهٔ دوقطبی ذاتی MBR می‌تواند ناشی از ناهمسانگردی عالم باشد. امکان دیگر پیامد حرکت زمین نسبت به چارچوب سکونی است که در آن تابش همسانگرد است. اندازه‌گیریهای انجام‌شده در زاویه‌های بزرگ سرنخی از ناهمسانگردی نوع اول به‌دست نمی‌دهد؛ اما دلیلی برای اثر دوم در اختیار می‌گذارد.

در آزمایشهای اولیه ای. اس. جانگ[1]، پی. ار. سولسون[2]، دی. تی. ویلکینسون و بی. ای. کوری[3] ناهمسانگردی به‌صورت تغییر دما برحسب جهت به‌صورت زیر مشاهده شد

$$T = T_۰ + T_۱ \cos\theta \qquad (۷۹.۱۰)$$

با $T_۱ \sim ۳ \times ۱۰^{-۳}\mathrm{K}$. این تغییرات را می‌توان با این فرض توجیه کرد که مرکز کهکشان دارای سرعت $\sim ۵۴۰\,\mathrm{km\,s^{-۱}}$ در جهت $l = ۲۸۰^\circ$، $b = ۳۰^\circ$ است. یک رشته اندازه‌گیریهای دیگر

1. E. S. Cheng 2. P. R. Saulson 3. B. E. Corey

که توسط جی. اف. اسموت[1]، ام. وی. گورنشتاین[2] و آر. ا. مولر[3] انجام شد، اثر مشابهی را نشان دادند، اما سرعت نظیر آن برای کهکشان $\sim ۶۳۰\,\mathrm{km\,s^{-۱}}$ در جهت $l = ۲۶۱^\circ$، $b = ۳۳^\circ$ بود. گروه اول از بالون برای اندازه‌گیری استفاده کردند، در حالی که گروه دوم از یک هواپیمای U_۲ بهره گرفتند: دامنهٔ دوقطبی $۳/۳۷۲ \pm ۰/۰۰۷\,\vec{\mathrm{K}}$ سرعت $۵۴۷ \pm ۱۷\mathrm{km\,s^{-۱}}$ را برای کهکشان نسبت به زمینه ایجاب می‌کند. توجه کنید که این حرکت سوای حرکتهای جریانی بزرگ مقیاس است که در بخش ۳.۱۰ بررسی شد. بنابراین، چارچوب سکون سینماتیکی کهکشانها در حوالی ما با چارچوب سکون زمینهٔ ریزموج سازگار نیست.

این اختلاف می‌تواند ناشی از حرکت جریانی بزرگ مقیاس دیگری جمعیت خوشه‌ها نسبت به چارچوب سکون MBR باشد. حل این مسئله نیازمند مطالعات بیشتر است.

ناهمسانگردی ناشی از افق ذره

در فصل ۶ دربارهٔ محدودیتهایی بحث کردیم که افق ذره برهمگنی اعمال می‌کند. افق ذره مربوط به واجفتیدگی اکنون با ناظر زاویه θ_{H} را می‌سازد. می‌توان نشان داد که اندازه‌گیریهای تابش در جهتهای مختلفی که فاصلهٔ زاویه‌ای آنها نسبت به مقدار زیر بزرگ است

$$\theta_{\mathrm{H}} \approx ۲\sqrt{\frac{۲q_۰}{z_{\mathrm{R}}}} \sim ۵^\circ \sqrt{q_۰}, \qquad (۸۰.۱۰)$$

اصولاً، باید اختلافهایی را نشان دهند که نشانگر ناهمگنیهایی مقیاس افق ذره در $z = z_{\mathrm{dec}}$ است. با این همه، چنین ناهمگنیهایی مشاهده نشده است: MBR در این مقیاسها همگن به‌نظر می‌رسد. با توسل به تورم این مشکل حل می‌شود، زیرا چنانکه در فصل ۶ دیدیم، افق ذره را حذف می‌کند. (برای به‌دست آوردن (۸۰.۱۰) نگاه کنید به تمرین ۲۲ در فصل ۷.)

ناهمسانگردیهای کوچک_زاویه

برای بررسی در سطح زاویه‌ای معین θ، آنتن بزرگی با عرض باریکهٔ $B \approx \theta$ در زاویهٔ کوچک ثابتی نسبت به زمین نشانه می‌رود و براثر چرخش زمین آسمان را جارو می‌کند. دمای آنتن T_{A} افت‌وخیزهای مختصر ΔT_{A} متشکل از نوسانهای ذاتی زمینه و نیز نوفهٔ گیرنده است. از این‌رو ΔT_{A} حد بالایی را برای افت‌وخیزهای ذاتی تعیین می‌کند. اگر $B \ll \theta$ باشد، می‌توانیم فرض کنیم که باریکه تکه‌های $\sim (B/\theta)^۲$ با اندازهٔ زاویه‌ای θ را می‌پوشاند. سپس محاسبه‌های دقیق نشان می‌دهد که افت‌وخیز از مقدار زیر کمتر است

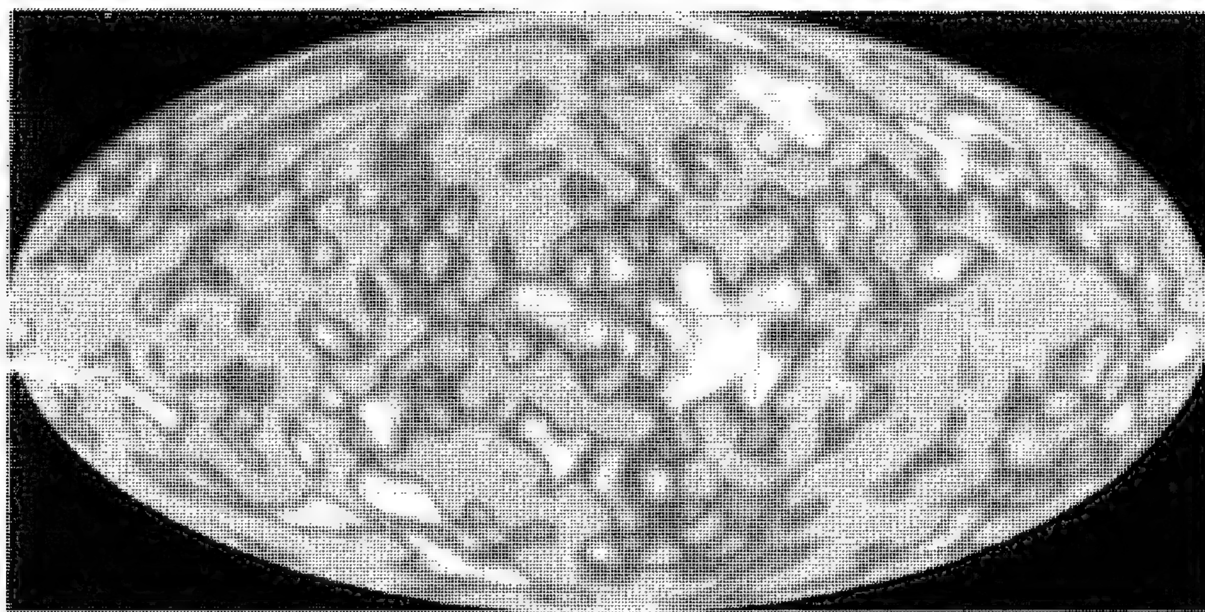
$$\left(۱ + \frac{B^۲}{\theta^۲}\right)^{۱/۲} \Delta T_{\mathrm{A}}. \qquad (۸۱.۱۰)$$

جدول ۳.۱۰ داده‌های مربوط به افت‌وخیزهای کوچک مقیاس است. همهٔ آنها حدود بالایی هستند

1. G. F. Smoot 2. M. V. Gorenstein 3. R. A. Muller

جدول ۳.۱۰ ناهمسانگردی زمینهٔ ریزموج در زاویهٔ کوچک (اندازه‌گیریهای اولیه، مربوط به پیش از سال ۱۹۹۲)

مرجع	رصادان	$\Delta T/T$	مقیاس زاویه‌ای (دقیقهٔ کمانی)	بسامد (cm^{-1})
Sov. Astron. **18**, 126 (1974)	K. C. Stankevich	$< ۱٫۵ \times ۱۰^{-۴}$	۱۰ـ۲۰	۰٫۰۹۰
Astrophys. J., **182**, L61 (1973)	R. L. Carpenter, S. Gulkis and T. Sato	$< ۷ \times ۱۰^{-۴}$	> ۲	۰٫۲۷۸
Nature, **216**, 777 (1967)	E. K. Conklin and R. N. Bracewell	$< ۱٫۸ \times ۱۰^{-۳}$	۱۰	۰٫۰۳۵۷
Astrophys. J. Lett., **277**, L1 (1984)	J. M. Uson and D. T. Wilkinson	$< ۴٫۵ \times ۱۰^{-۵}$	۴٫۵	۰٫۳۲۵
Nature **326**, 462 (1987)	R. D. Davies *et al.*	$< ۴ \times ۱۰^{-۵}$	۴۸۰	۰٫۳۴
IAU Symp. No., **79**, 315 (1978)	Y. N. Parijskij	$< ۸٫۰ \times ۱۰^{-۵}$	> ۵	۰٫۳۵۷
IAU Symp. No. **79**, 317 (1978)	J. C. Pigg	$< ۷٫۰ \times ۱۰^{-۴}$	$> ۱٫۲۵$	۰٫۵۰۰
Astrophys. J., **346**, 566 (1989)	A. C. S. Redhead *et al.*	$< ۱٫۷ \times ۱۰^{-۵}$	۲	۰٫۶۶
Astrophys. J., **235**, 681 (1980)	R. B. Partridge	$< ۸٫۰ \times ۱۰^{-۵}$	۷	۱٫۰۳
Astrophys. J., **370**, L11 (1991)	P. R. Meinhold and P. M. Lubin	$< ۳٫۵ \times ۱۰^{-۵}$	۲۰	۳٫۰
Phys. Rev., **D16**, 2424 (1977)	N. Caderni, V. De Cosmo, R. Fabbri, B. Melchiorri, F. Melchiorri and V. Natale	$< ۱٫۲ \times ۱۰^{-۴}$	۳۰	۷٫۶۹۲



شکل ۲۸.۱۰ نقشهٔ سال ۱۹۹۲ COBE اولین آشکارسازی مثبت از افت‌وخیزهای دمای MBR است.

که هیچ‌گونه آشکارسازی مثبتی در مقیاس زاویه‌ای بزرگتر از چند دقیقه کمانی از آنها صورت نگرفته است. این واقعیت که $\Delta T/T$ در مقیاس چنددقیقه کمانی کوچکتر از $۱۰^{-۵} \sim$ است مشکلاتی را برای نظریه‌های تشکیل کهکشان به وجود آورده است. زیرا، با توجه به بحث فصل ۷، افت‌وخیزهای دمایی بزرگتر از آنچه اکنون در زمینه باقی‌مانده وجود دارد، باید مشاهده می‌شد.

با توجه به این وضعیت بود که در سال ۱۹۹۲، آزمایش COBE مربوط به گذشته نیز برای نخستین بار آشکارسازی مثبتی از ناهمسانگردی MBR در اختیار گذاشت. نقشهٔ COBE از آسمان در شکل ۲۸.۱۰ تکه‌هایی از افت‌وخیز دمای $\Delta T/T \sim ۶ \times ۱۰^{-۶}$ را نشان می‌دهد.

ناهمگنی نوعی در نقشهٔ COBE در شکل ۲۸.۱۰ در مقیاس زاویه‌ای ۱۰° و به اندازهٔ $\Delta T \sim ۳۰\mu\text{K}$ است. ناهمسانگردی چارقطبی $(l = ۲)$ در حدود $۱۷\mu\text{K}$ است. داده‌های COBE در مدت چهارسال گردآوری و آزمایش در سال ۱۹۹۴ متوقف شد. تحلیل ناهمسانگردی تابش، وقتی با ناهمگنیهای توزیع ماده همگردش شود، یک شاخص طیفی برای مقیاس افت‌وخیز k به‌دست می‌دهد که با $n = ۱$ سازگار به‌نظر می‌رسد. با این همه، تحلیل دقیق نشان می‌دهد که مدلهای استاندارد CDM و HDM تشکیل ساختار نمی‌توانند ساختار بزرگ مقیاسی را توصیف کنند که با داده‌های COBE (به‌عنوان مرحلهٔ «اولیه» تشکیل ساختار) آغاز می‌شود و با تشکیل خوشه‌های کهکشانی که امروز مشاهده می‌شوند (به‌عنوان مرحله «نهایی» تشکیل ساختار) به پایان می‌رسد.

این همسانگردی شدید مشکلاتی را در جهت توجیه زمینهٔ ریزموج به‌صورت برهم‌نهی تابش

جدول ۴.۱۰ اندازه‌گیریهای مربوط به ناهمسانگردی زمینهٔ ریزموج

$l_{\text{نوار}}$	$\Delta T_l(\mu\text{K})$	$N_{\text{آزمایشها}}$
۲٫۵ ± ۱	۱۳ ± ۳	۳
۴٫۵ ± ۱	۳۰ ± ۵	۲
۸ ± ۲	۲۶ ± ۲٫۵	۵
۱۳ ± ۴	۳۶ ± ۳	۶
۱۹ ± ۷	۳۵ ± ۸	۲
۵۲ ± ۱۲	۲۹ ± ۳	۴
۶۳ ± ۹	۳۴ ± ۳٫۵	۱۰
۸۷ ± ۱۲٫۵	۴۲ ± ۳	۱۳
۱۱۸ ± ۱۷	۴۹ ± ۳	۲۵
۱۵۶ ± ۲۲	۵۷ ± ۲	۲۵
۲۴۱ ± ۶۹	۶۷ ± ۲	۳۰
۴۲۰ ± ۱۲۳	۴۳ ± ۲	۱۲
۶۲۹ ± ۲۱۹	۴۴ ± ۳	۷
۲۵۴۴ ± ۱۰۸۱	۲۰ ± ۵	۲

ناشی از چشمه‌های گسسته به‌وجود می‌آورد. همان‌طور که در تمرین ۳۴ مطرح شد، تعداد این چشمه‌ها باید بیش از کهکشانها باشد و در فاصلهٔ کمتری از هم قرارگرفته باشند. با این همه، دربارهٔ امکان تولید MBR به‌صورتی کاملاً متفاوت در کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا بحث کردیم. شواهد رصدی را برای این مدل مرور می‌کنیم. در اینجا بحث خود را در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد ادامه می‌دهیم.

داده‌ها COBE و چند آشکارسازی مهم بعدی از ناهمسانگردی در جدول ۴.۱۰ آمده است. جدول ۴.۱۰ فهرست دمای میانگین ناهمسانگردیهای CMB است که در مقیاسهاس زاویه‌ای مختلف با ترکیب آشکارسازیها در محدودهٔ نوارهای چندقطبی متناظر، $l_{\text{نوار}}$ به‌دست آمده‌اند. مقادیر جدول صرفاً تصویر گسترده‌ای را نشان می‌دهند که از برآوردهای توان نوار نقطه‌های دادهٔ مربوط به آشکارسازی ناهمسانگردی ۱۴۵CMB حاصل شده است (سپتامبر ۲۰۰۰، راترا[1] و سورادیپ[2]).

1. Ratra 2. Souradeep

مقدار این اندازه‌گیریها در گسترهٔ محدودیتهای تشکیل ساختار و در نتیجه پارامترهای کیهان‌شناختی قرار دارد. هنوز خیلی زود است که بگوییم تصویر نهایی چگونه است. فقط می‌توانیم به فهرست چند علت ممکن ناهمسانگردی MBR اشاره کنیم تا بتوان در این اندازه‌گیریها به جستجوی آنها پرداخت. کوچک بودن زاویه ایجاب می‌کند که در پی هماهنگهای بالاتر در گسترهٔ ~ ۱۰۰ تا $\sim ۱۰^۴$ برویم.

اثر سَکس-وولف

این معیاری از افت‌وخیزهای متریک در نزدیکی سطح آخرین پراکندگی است. مثلاً، اگر همگنی ماده (کُپه شدن/حفره‌ها) در ناحیه‌ای وجود داشته باشد، باعث افت‌وخیزهای g_{ik} از شکل ناهمگنی رابرتسون-واکر می‌شود. به‌صورت نیوتونی می‌توانیم استدلال کنیم که فوتونهای تشکیل‌دهندهٔ تابش زمینه ناشی از چاه‌های با پتانسیل مختلف (φ) هستند، که باعث تغییر انرژی و در نتیجه T به‌صورت زیر می‌شوند

$$\left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{\text{انرژی}} = \frac{\delta\varphi}{c^۲}. \qquad (۸۲.۱۰)$$

علاوه بر آن اتساع زمان نیز وجود دارد، به‌طوری که فوتونهای خروجی از چاه پتانسیل نسبت به فوتونهای سطحی تأخیر دارند و در نتیجه در عصر بعدی با عامل مقیاس S روبه‌رو می‌شوند. برای عالم اینشتین-دوسیته $S \propto t^{۲/۳}$ و افت‌وخیز T از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{\text{تأخیر زمانی}} = -\frac{\delta S}{S} = -\frac{۲}{۳}\,\frac{\delta t}{t} = -\frac{۲}{۳}\,\frac{\delta\varphi}{c^۲}, \qquad (۸۳.۱۰)$$

زیرا انتقال به سرخ گرانشی این تأخیر زمانی را به‌وجود آورده است از افزودن این دو اثر به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\Delta T}{T} = \left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{\text{انرژی}} + \left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{\text{تأخیر زمانی}} = \frac{۱}{۳}\,\frac{\delta\varphi}{c^۲}. \qquad (۸۴.۱۰)$$

علاوه بر آن تانسور افت‌وخیزها هم می‌تواند وجود داشته باشد که سهم مختصری در $\Delta T/T$ خواهد داد. چون این افت‌وخیزها تغییرات وابسته به زمان در تانسور متریک به‌وجود می‌آورند، عامل اصلی آنها امواج گرانشی است. بعضی مدلهای تورمی افت‌وخیزهای از نوع موج گرانشی را پیش‌بینی می‌کنند که بالقوه قابل آشکارسازی هستند.

سرانجام، اثر ظریف دیگری به‌نام اثر ریس-شاما[1] وجود دارد که ناشی از تغییرات چاه گرانشی در هنگامی است که فوتون در داخل آن قرار دارد. بنابراین، در عبور از یک چاه، انرژی و در نتیجه بسامد فوتون تغییر می‌کند. این موضوع به اثرهای غیرخطی در $\Delta T/T$ می‌انجامد.

اثر سانیف-زلدویچ

با توجه به این اثر فوتونهای MBR که وارد خوشه‌ای با گاز داغ می‌شوند براثر پراکندگی تامسون از الکترونهای پرانرژی به انرژیهای بالاتر (پرتو X) «رانده می‌شوند». بنابراین، اگر در جهت یک خوشه نگاه کنیم، باید افتی را در شدت تابش ببینیم. در یک تقریب خام که خوشه را به‌صورت کره‌ای تکدما به شعاع R_c مدل‌سازی می‌کنیم، کسر افت دما MBR به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{۴R_c n_e k T_e \sigma_T}{m_e c^۲}, \qquad (۸۵.۱۰)$$

که n_e چگالی الکترونهای خوشه، T_e دمای الکترون، m_e جرم الکترون و σ_T سطح مقطع پراکندگی تامسون است. تاکنون چند ادعای آشکارسازی این اثر، در خوشه‌های با انتقال به سرخهای تا $\gtrsim ۲$ وجود داشته است (نگاه کنید به جدول ۵.۱۰). این نه تنها نشان می‌دهد که MBR تا این فاصله‌ها گسترش یافته است، بلکه با به‌دست دادن برآوردی از R_c، امکان تعیین ثابت هابل را فراهم می‌آورد. مقادیر ثابت هابل که بدین ترتیب تعیین شده‌اند از مرتبهٔ $\le ۴۰\,\text{kms}^{-۱}\text{Mpc}^{-۱}$ هستند. بدیهی است که اندازه‌گیری این اثر، گرچه مستقیماً ربطی به تشکیل ساختار بزرگ مقیاس ندارد، اما برای کیهان‌شناسان بسیار سودمند است.

نوسانهای ساخاروف[2]

راه دیگر اندازه‌گیری ناهمسانگردی MBR با استفاده از آثار سرعت ناشی از نوسانهای اکوستیکی در داخل افق آخرین پراکندگی است. این نوسانها به افت‌وخیزهایی در تعداد فوتونها و دمای آنها می‌انجامد که هر دوی آنها با طول موج نوسانها در ارتباط‌اند. بنابراین، ممکن است رفتاری تناوبی را مشاهده کنیم، که قله‌ای را در ضریبهای C_l طیف توان به‌دست دهد که مقدار آن به‌صورت زیر برآورد شده است

$$l_{\text{قله}} \approx ۲۰۰\,\Omega_\circ^{-۱/۲}. \qquad (۸۶.۱۰)$$

یک اعلام آشکارسازی این نوع قله (که به‌طور نامناسب «قلهٔ دوپلر» نامیده شد، زیرا نوسانهای ماده و نه سرعت مسئول این اثرند) توسط گروه پژوهشگران «BOOMERANG»[3] (رصدهای

1. *Rees-Sciama* 2. Sakharov 3. Balloon Observations of Millimetric Extragalactic Radiation and Geomagnetics

جدول ۵.۱۰ خوشه‌های با اثرهای سانیوف‌ـزلدویچ معتبر

خوشه	انتقال به سرخ	$\Delta T^{\text{الف}}(\text{mK})$
آبل ۴۷۸	۰٫۰۹۰۰	$-$۰٫۳۸ $\pm$ ۰٫۰۳
آبل ۶۶۵	۰٫۱۸۱۰	$-$۰٫۳۷ $\pm$ ۰٫۰۷
آبل ۶۹۷	۰٫۲۸۲	$-$۰٫۱۳ $\pm$ ۰٫۰۲
آبل ۷۷۳	۰٫۱۹۷۰	$-$۰٫۳۱ $\pm$ ۰٫۰۴
آبل ۹۹۰	۰٫۱۴۴	$-$۰٫۱۳ $\pm$ ۰٫۰۳
آبل ۱۴۱۳	۰٫۱۴۲۷	$-$۰٫۱۵ $\pm$ ۰٫۰۲
آبل ۱۶۵۶	۰٫۰۲۳۲	$-$۰٫۲۷ $\pm$ ۰٫۰۳
آبل ۱۶۸۹	۰٫۱۸۱۰	$-$۱٫۸۷ $\pm$ ۰٫۳۲
آبل ۲۱۴۲	۰٫۰۸۹۹	$-$۰٫۴۴ $\pm$ ۰٫۰۳
آبل ۲۱۶۳	۰٫۲۰۱	$-$۱٫۶۲ $\pm$ ۰٫۲۲
آبل ۲۲۱۸	۰٫۱۷۱۰	$-$۰٫۴۰ $\pm$ ۰٫۰۵
آبل ۲۲۵۶	۰٫۰۶۰۱	$-$۰٫۲۴ $\pm$ ۰٫۰۳
CL ۰۰۱۶ + ۱۶	۰٫۵۴۵۵	$-$۰٫۴۳ $\pm$ ۰٫۰۳

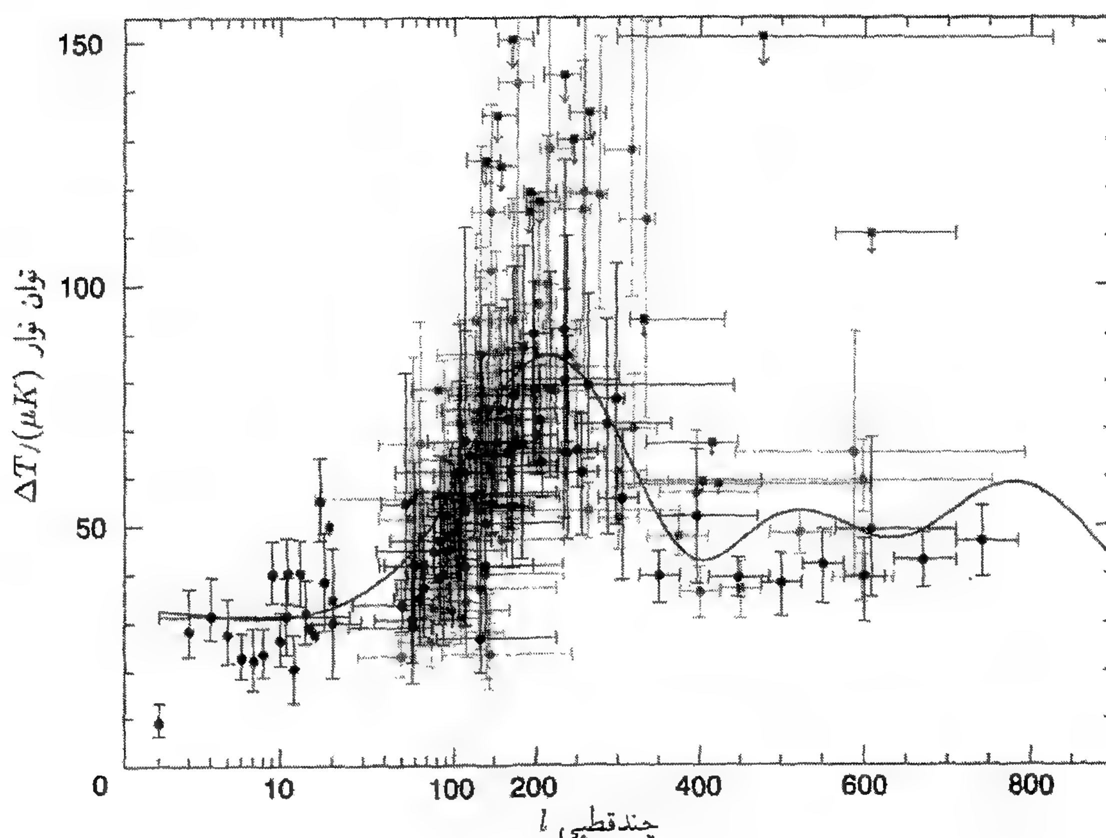
الف. اندازه‌گیریهای اخیر. برای مراجع مفصل نگاه کنید به

M. Birkinshaw, *Physics Reports*, 1999, **310**, 97–195, Tables 4 and 7.

میلی‌متری تابش فراکهکشانی و مغناطیس زمین) در سال ۲۰۰۰ صورت گرفت. آنها دامنهٔ قله $\Delta T_{۲۰۰} = (۶۹ \pm ۸)\mu\text{K}$ را در $l_{\text{قله}} = ۱۹۷ \pm ۶$ آشکار ساختند که با $\Omega_{\circ} = ۱$ سازگار است. گروه در واقع طیف توان زاویه‌ای را در $l = $ ۵۰ـ۶۰۰ اندازه گرفتند. در زمان نوشتن کتاب این نتایج مورد تحلیل بیشتر قرار می‌گیرند.

آزمایشهای آتی

پس از COBE چند آشکارسازی ناهمسانگردی MBR برروی زمین انجام شده است. شکل ۲۹.۱۰ داده‌های گردآوری‌شده را نشان می‌دهد که در هنگام نوشتن کتاب روزآمد شده‌اند، اما با گذشت زمان افزایش می‌یابند! در هر صورت، این داده‌ها نشانگر خیز کوششهایی است که نتیجه مثبت آشکارسازی COBE فراهم ساخت.



شکل ۲۹.۱۰ برآورد توان‌ـنوار اندازه‌گیریهای ناهمسانگردی CMB تا سپتامبر ۲۰۰۰. آشکارسازیها با دایره‌های توپر نشان داده شده‌اند. مربعها حدود بالای 2σ را مشخص می‌کنند. مکان برحسب l نظیر قله تابع پنجره با عقب‌ماندگی صفر است. خطهای خطای افقی ناحیه‌ای از فضای l را مشخص می‌کنند که پنجرهٔ مورد کاوش است (در محدودهٔ $\sqrt{e}$ حساسیت قله). برای این آشکارسازیها خط خطای 1σ برای توان نوار شامل عدم قطعیتهای سیستماتیک شناخته شده است. خطاهای موجود در عرض باریکه و مدرج‌سازی، در صورت معلوم بودن، به حساب آورده شده‌اند و آلودگی پیش‌زمینه حذف شده است. آشکارسازیهای مربوط به $l > ۹۰۰$ و حدود بالای بالاتر از $\Delta T_l = ۱۵۰\,\mu K$ حذف شده‌اند. منحنی طیف پیش‌بینی‌شده برای مدل تخت با سیطره ثابت کیهان‌شناختی، و چگالی باریونی زیاد است که داده‌های اخیر آن را ترجیح می‌دهند.

پس از COBE دو آزمایش بلندپروازانهٔ ماهواره‌ای دیگر تدارک دیده شده است. این دو عبارت‌اند از MAP و Planck. ماهوارهٔ اول را NASA، در ژوئیهٔ ۲۰۰۱ برای اندازه‌گیری آسمان ریزموج در بسامدهای مختلف گسترهٔ ۲۲ـ۹۰GHz با تفکیک $\sim$ ۲۰ دقیقه کمانی و حساسیت $\sim$ ۳۵μK به‌ازای هر تصویرـدانه پرتاب کرد. با ترکیب سه کانال با بیشترین بسامد، حساسیت را می‌توان به $\sim$ ۲۰μK به‌ازای هر تصویرـدانه افزایش داد. MAP از طیف توان MBR تا $l \sim ۸۰۰$ نقشه‌برداری خواهد کرد.

نقشه‌بردار پلانک ESA در سال ۲۰۰۷ پرتاب می‌شود و تابش در گسترهٔ بسامدهای

GHz‏۱۰۰ـ۳۰ را با ابزار بسامد پایین و GHz‏۹۰۰ـ۱۰۰ را با ابزار بسامد بالا اندازه می‌گیرد. تفکیک مورد انتظار ۱۰ ~ دقیقه کمانی است، با حساسیت $\Delta T/T \sim ۲ \times ۱۰^{-۶}$.

به‌طور خلاصه، MBR را کیهان‌شناسان مهبانگ معدنی از اطلاعات می‌دادند. چون آن را باقی‌ماندهٔ عالم اولیه در نظر می‌گیرند، که لااقل به سطح آخرین پراکندگی مربوط می‌شود، طیف و ناهمسانگردیهای آن باید حاوی اطلاعات ارزشمندی دربارهٔ تحولات گذشتهٔ عالم باشد، درست همان‌طور که یک مکان باستان‌شناختی حاوی اطلاعات دربارهٔ تاریخ گذشته است.

بدین ترتیب به پایان بحث مربوط به آزمونهای موضعی دارای اهمیت کیهان‌شناختی می‌رسیم. بررسی وضعیت رصدی کلی را به پس از نگاه کردن به بررسیها و آزمونهای مربوط به ساختار بزرگ مقیاس عالم در فصل بعد موکول می‌کنیم.

تمرینها

۱. کهکشانی دارای قدرظاهری ۱۸ و قدرمطلق ۱۷− است. نشان دهید که فاصلهٔ این کهکشان از ما Mpc‏۱۰۰ است. در چه شرایطی این نتیجه‌گیری غلط است؟

۲. مدول فاصلهٔ مناسب برای فاصله‌های کیهان‌شناختی را تعریف کنید. نشان دهید که خطای ۱٫۵ قدر در مدول فاصله می‌تواند به‌خطای با ضریب ۲ در برآورد ثابت هابل بینجامد.

۳. دربارهٔ تأثیر خاموشی کهکشانی بر اندازه‌گیری فاصله‌های برون‌کهکشانی اظهارنظر کنید. اگر این اثر را نادیده بگیریم، برآورد ثابت هابل بیشتر از مقدار واقعی می‌شود یا کمتر؟

۴. دربارهٔ مدلهای خاموشی کهکشانی رایج بحث کنید. نشان دهید که مدل ووکولورز همواره با پارامتر خاموشی A بزرگتر از مقدار مربوط به مدل سندیج‌ـتامان می‌انجامد. این اختلاف را برای عرضهای کهکشانی $b = ۳۰^\circ$ و $b = ۶۰^\circ$ برآورد کنید.

۵. فاصلهٔ کهکشانی نزدیک در $b = ۳۰^\circ$ با رصد قیفاووسیهای آن و بهره‌گیری از رابطهٔ دوره‌به‌ـدرخشندگی برآورد شده است. نشان دهید که فاصلهٔ تخمینی آن که از مدل خاموشی ووکولورز به‌دست می‌آید همواره از آنچه با استفاده از مدل سندیج‌ـتامان، پس از تصحیح برای خاموشی کهکشانی، حاصل می‌شود کوچکتر است. نسبت ثابت هابل در این دو مدل چقدر می‌شود؟

۶. رابطهٔ دورهٔ P (روز) و قدرمطلق بصری M قیفاووسیهای کهکشانی به‌صورت زیر است

$$M = -۱٫۱۸ - ۲٫۹۰ \log P \; (۳ < P < ۵۰).$$

یک قیفاووسی در کهکشانی نزدیک دارای دورهٔ ۱۰ روز و قدر ظاهری (تصحیح‌شده برای خاموشی کهکشانی) ۲۰ است. با بهره‌گیری از این داده‌ها فاصله کهکشانی را برآورد کنید.

۷. در روش تعیین فاصله با انبساط اَبَرنواختر، برآوردهای v، سرعت شیدسپهری، در زمانهای t_1 و t_2 به‌ترتیب v_1 و v_2 است. اگر شعاعهای زاویه‌ای در t_1 و t_2 به‌ترتیب θ_1 و θ_2 باشد، نشان دهید که برآورد فاصلهٔ اَبَرنواختر عبارت است از

$$\frac{v^2(t_2-t_1)+R_0(1-v_2/v_1)}{\theta_2-\theta_1(v_2/v_1)}$$

که شعاع تابع قانون $R=v(t-t_0)+R_0$ است.

۸. اَبَرنواختری در NGC ۱۰۵۸ که دارای سرعت شیدسپهری $8.6\times10^8\mathrm{cm\ s^{-1}}$ بود در تاریخ یولیانی ۵۶۸ ۴۴۰ ۲ (JD) ۵۸۹ ۴۴۰ ۲ JD دارای سرعت شیدسپهری $6\times10^8\mathrm{cm\ s^{-1}}$ شد. شعاعهای زاویه‌ای اَبَرنواختر در این تاریخها به‌ترتیب 0.039×10^{15} و $0.115\times10^{15}\mathrm{cm\ Mpc^{-1}}$ بود. به‌کمک تمرین ۷، و نادیده گرفتن R_0، نشان دهید که فاصلهٔ اَبَرنواختر در حدود ۱۲ Mpc است و انبساط خارجی آن در تاریخ ۵۵۸ ۴۴۰ ۲ JD آغاز شده است (مبدأ تاریخ یولیانی اول ژانویهٔ ۴۷۱۳ قبل از میلاد است.)

۹. مشکلات رصدی موجود در تعیین دقیق ثابت هابل را بیان کنید.

۱۰. در چارچوب نیوتونی که در حوالی ما به‌کار می‌رود، قانون هابل همسانگرد را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد

$$\mathbf{V}(\mathbf{r})=H_0\mathbf{r},$$

که $\mathbf{r}$ بردار مکان کهکشان نسبت به مبدأ است. اگر ناظر واقع در مبدأ با سرعت خاص $\mathbf{w}$، رابطهٔ سرعت فاصله ناهمسانگرد زیر را مشاهده کند

$$\mathbf{V}'(\mathbf{r})=\mathbf{V}(\mathbf{r})-\mathbf{w}=H_0\mathbf{r}-\mathbf{w}.$$

نشان دهید که ثابت هابل مؤثر $H(\theta)$ در جهتی که با جهت سرعت خاص ناظر زاویه θ می‌سازد عبارت است از

$$H(\theta)=H_0-\frac{w\cos\theta}{r}.$$

بنابراین $H(\theta)$ در حضیض $(\theta=\pi)$ بیشینه و در اوج $(\theta=0)$ کمینه است.

۱۱. فرض کنید که ربایندهٔ عظیم در فاصله r_0 قرار دارد. این موضوع سبب می‌شود که کهکشانهای حوالی ما به‌طرف آن کشیده شوند. نشان دهید منحنی سرعت فاصله که از کهکشان ما مشاهده می‌شود به‌واسطهٔ این اختلال به شکل «S» در می‌آید.

۱۲. دربارهٔ این موضوع اظهارنظر کنید که اگرچه انتقال به سرخ یک چشمهٔ برون کهکشانی نزدیک را می‌توان به‌دقت اندازه گرفت، اما تفسیر آن به‌عنوان سرعت مورد استفاده در رابطهٔ سرعت‌ـفاصلهٔ هابل احتمالاً دارای خطاهایی خواهد بود.
۱۳. با بهره‌گیری از اطلاعات بخش ۲.۱۰ دربارهٔ مقیاسهای فاصلهٔ برون کهکشانی، چگالی درخشندگی مقیاسهای کهکشانی را به‌صورت $h_\circ$ به‌دست آورید. نشان دهید Ω_{G} که از نسبت جرم به نور اجسام درخشان به‌دست می‌آید مستقل از $h_\circ$ است.
۱۴. اگر $\sigma(r)$ چگالی جرم سطحی در نقطهٔ P در فاصلهٔ r از مرکز کهکشان نازکی به شکل قرص باشد. نشان دهید که نیروی گرانشی F_r در P به‌طرف مرکز کهکشان از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$F_r = G\int_\circ^\infty \sigma(rx)x\,\mathrm{d}x\int_\circ^{۲\pi}\frac{(۱-x\cos\theta)\mathrm{d}\theta}{(۱-۲x\cos\theta+x^۲)^{۳/۲}}.$$

۱۵. نشان دهید که انتگرال تمرین ۱۴ را می‌توان برای $\sigma(r)\propto r^{-۱}$ محاسبه کرد و نتیجه منحنیهای چرخش تختی به شکل زیر است

$$v^۲ = ۲\pi Gr\sigma(r) = \text{const.}$$

۱۶. دربارهٔ معنی تلویحی منحنیهای دوران تخت کهکشانهای بیضوی بحث کنید. اگر جرم نامرئی وجود نداشته باشد، اما قانونهای نیوتون اصلاح شوند، تغییر نیروی گرانشی برحسب فاصله به چه صورت در می‌آید؟
۱۷. در توزیع جرم کروی کهکشانی از نوع SO، تابع توزیع ستاره از رابطهٔ (۳۵.۱۰) به‌دست می‌آید. با این فرض که جرم همهٔ ستاره‌ها مساوی باشد و چگالی عددی آنها به‌صورت $r^{-\varepsilon}(\varepsilon < \circ)$ تغییر کند، نشان دهید که جرم موجود در کره‌ای به شعاع r که با کهکشان هم مرکز است از رابطهٔ (۲۳.۹) به‌دست می‌آید.
۱۸. به‌طور کیفی بگویید که چگونه سرعتهای خاص کهکشانهای موجود در یک خوشه، توزیع نقطه‌ها در نمودار دوبعدی کهکشانهای یک گروه را واپیچیده می‌کند. این نقشه فاصلهٔ شعاعی کهکشانها را از یک عضو برحسب فاصلهٔ عرضی آنها به‌دست می‌دهد.
۱۹. اگر σ و π مؤلفه‌های بردار فاصلهٔ کهکشان نوعی G از کهکشان ثابت $G_\circ$ از دید ناظر عمود و موازی برخط دید او باشد. اختلاف انتقال به سرخ بین G و $G_\circ$، $\pi H_\circ/c$، متشکل از مؤلفهٔ کیهان‌شناختی و مؤلفهٔ دوپلر ناشی از سرعت خاص w است. اگر w دارای تابع توزیع $f(w)$

باشد، نشان دهید که تابع همبستگی دونقطه‌ای $\xi(\sigma,\pi)$ با رابطهٔ زیر به تابع همبستگی فضایی $\xi(r)$ مربوط می‌شود

$$\xi(\sigma,\pi)=\int_{-\infty}^{\infty} f(w)\xi\left[\sqrt{\sigma^{۲}+\left(\pi-\frac{w}{H_{۰}}\right)^{۲}}\right]\mathrm{d}w\cdot$$

۲۰. در خوشهٔ کهکشانهای کوما سرعت پراکندگی مشاهده‌شده $۸۶۱\text{km s}^{-۱}$ ~ و شعاع خوشه $۴٫۶h_{۰}^{-۱}\text{Mpc}$ ~ است. نشان دهید که جرم خوشه از قضیهٔ ویریال $۲٫۳\times ۱۰^{۱۵}h_{۰}^{-۱}M_{\odot}$ ~ به‌دست می‌آید. درخشندگی کل خوشه $۷۵\times ۱۰^{۱۲}h_{۰}^{-۲}L_{\odot}$ ~ برآورد می‌شود. نشان دهید نسبت جرم به نور پارامتر η برای خوشه $۳۰۰h_{۰}$ ~ است.

۲۱. دربارهٔ مسئلهٔ جرم گمشده در خوشه‌ها و کهکشانها بحث کنید.

۲۲. نشان دهید اگر $\Omega_{۰} > ۱$ باشد، برای بسته بودن عالم به جملهٔ λای نیاز داریم که مقدار آن از

$$\frac{۳H_{۰}^{۲}}{c^{۲}}(۱-\Omega_{۰})$$

تجاوز کند.

۲۳. در یک خوشهٔ گویسان محتوای فلزی $Z \sim ۱۰^{-۳}$ و نسبت ستارگان شاخهٔ افقی به غولهای سرخ ۰٫۹ است. نشان دهید در مدل $f=۱$ سن خوشهٔ گویسان در حدود $۱۱٫۹\times ۱۰^{۹}$ سال است، در حالی که در مدل $f=۲$ به حدود $۲٫۰\times ۱۰^{۱۰}$ سال افزایش می‌یابد.

۲۴. هستهٔ ^{۸۷}Rb با نیمه عمر $\tau=۴٫۷\times ۱۰^{۱۰}$ سال به ^{۸۷}Sr وا می‌پاشد. $X(t)$ و $Y(t)$ تعداد این هسته‌ها در زمان t در یک شهابسنگ است، به‌طوری که $X(t)+Y(t)$ پایسته می‌ماند. اگر زمان تشکیل منظومهٔ شمسی $t_{۰}$ باشد. نشان دهید که نمودار فراوانیهای $X(t)/Z$ برحسب $Y(t)/Z$، که Z تعداد هسته‌های ^{۸۶}Sr (بدون تغییر) است، خط راستی را تشکیل می‌دهد که شیب آن عبارت است از

$$\exp(\lambda t_{۰})-۱$$

که در آن $\lambda=\tau^{-۱}\ln ۲$.

۲۵. از (۵۹.۱۰) تا (۶۲.۱۰) رابطهٔ (۶۳.۱۰) را نتیجه بگیرید.

۲۶. دربارهٔ این گزاره که مقادیر بسیار کم فراوانی ^{۴}He (مثلاً $Y \leq ۰٫۱۵$) برای تصویر استاندارد سنتز هسته‌ای مهبانگ نامطلوب هستند اظهارنظر کنید. این وضعیت برخلاف مورد موجود برای فراوانی دوتریم است.

۲۷. دربارهٔ تعداد لپتونهای مجاز در دورهٔ آغازین با توجه به فراوانی ^{4}He بحث کنید. چرا این نتیجه‌گیری موفقیتی برای سنتز هسته‌ای مهبانگ در نظر گرفته می‌شود؟

۲۸. فراوانی دوتریم چه محدودیتی را بر چگالی باریون در عالم اعمال می‌کند؟ فرض کنید عالم را بسته در نظر گرفته‌ایم. برای سازگاری این دو نتیجه چه اصلاحاتی را در مدل استاندارد مهبانگ پیشنهاد می‌کنید؟

۲۹. از رابطهٔ (۷۰.۱۰) کمترین مقدار λی لازم برای تطبیق فراوانی فعلی دوتریم با یک عالم بسته را تعیین کنید.

۳۰. به‌کمک شکل ۲۶.۱۰ بگویید آیا حدود مربوط به چگالی باریونی لازم برای تولید دوتریم و لیتیم در مقادیر مشاهده‌شده با یکدیگر سازگار هستند.

۳۱. با بهره‌گیری از نظریه‌ای که عبور یک موج الکترومغناطیسی با قطبش خطی و بسامد ν را از محیطی که حاوی n ذرهٔ باردار به جرم m و بار e و میدان مغناطیسی است توصیف می‌کند، نشان دهید که اگر $H_{\|}$ مؤلفهٔ میدان مغناطیسی در جهت انتشار موج باشد، در حرکت نور در فاصلهٔ Δl قطبش خطی به اندازهٔ زاویهٔ زیر می‌چرخد.

$$\Delta\theta = \frac{ne^{3}}{2\pi m^{2}c^{2}} H_{\|}\Delta l\ \nu^{-2}$$

بگویید چگونه می‌توان از این نتیجه (که به چرخش فاراده معروف است) برای بحث دربارهٔ وجود احتمالی پادماده در عالم استفاده کرد.

۳۲. دربارهٔ دلایل موجود به‌نفع و برعلیه وجود پادماده در عالم بحث کنید.

۳۳. نسبت ترازهای اشغال‌شدهٔ حالتهای $J = 1$ و $J = 0$ مولکولهای CN در ستارهٔ ξی حوّا $0{,}55 \pm 0{,}05$ و در ستارهٔ ξی برساووش $0{,}48 \pm 0{,}15$ است. اختلاف انرژی دو تراز برابر kT، $T = 5{,}47\mathrm{K}$ و وزنهای اشغال $g_1/g_0 = 3$ است. از این داده‌ها نتیجه بگیرید که دماهای تابش فرودی به ترتیب در گسترهٔ $3{,}22 \pm 0{,}15\mathrm{K}$ و $3{,}00 \pm 0{,}6\mathrm{K}$ قرار می‌گیرد.

۳۴. اگر n چگالی عددی چشمه‌های مولد تابش زمینهٔ کیهانی باشد. مخروطی با زاویهٔ 2θ در محل ناظر تشکیل دهید که اگر این مخروط تا فاصله‌های کیهان‌شناختی امتداد یابد نوعاً شامل یک چشمه می‌شود. در این صورت θ زاویهٔ نوعی را نشان می‌دهد که در آن زمینهٔ تولیدشده ناهمگون است. نشان دهید که $\theta \sim (H_0/c)^{3/2} n^{-1/2}$ این نتیجه را در مورد ناهمسانگردی زمینهٔ ریزموج در زاویه‌های کوچک به‌کار ببرید.

۳۵. با استفاده از فرمولهای تبدیل لورنتس چگالی شار از یک چارچوب به چارچوب دیگر، نشان دهید که اگر ناظر با سرعت ثابت V نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی حرکت کند، در

تقریب $|V| \ll c$ انحراف دمایی زیر را در جهت بردار یکهٔ $\mathbf{k}$ اندازه می‌گیرد

$$\frac{\Delta T}{T} \cong -\frac{\mathbf{V}.\mathbf{k}}{c}.$$

۳۶. می‌دانیم که یک پروتون پرانرژی در برخورد با فوتون ریزموج ۱۳ درصد انرژی خود را از دست می‌دهد تا پیونی را تولید کند. در زمینهٔ ریزموج ۵۵۰ ~ فوتون در $\mathrm{cm}^{۳}$ وجود دارد و سطح مقطع متوسط برهم‌کنش بالا $۲ \times ۱۰^{-۲۸}\mathrm{cm}^{۲}$ ~ است. نشان دهید که پروتون بیشتر انرژی خود را در فاصلهٔ $۴ \times ۱۰^{۲۵}\mathrm{cm}$ ~ از دست می‌دهد. پیامدهای این نتیجه را بر پرتوهای کیهانی پرانرژی با منشأ برون‌کهکشانی بیان کنید.

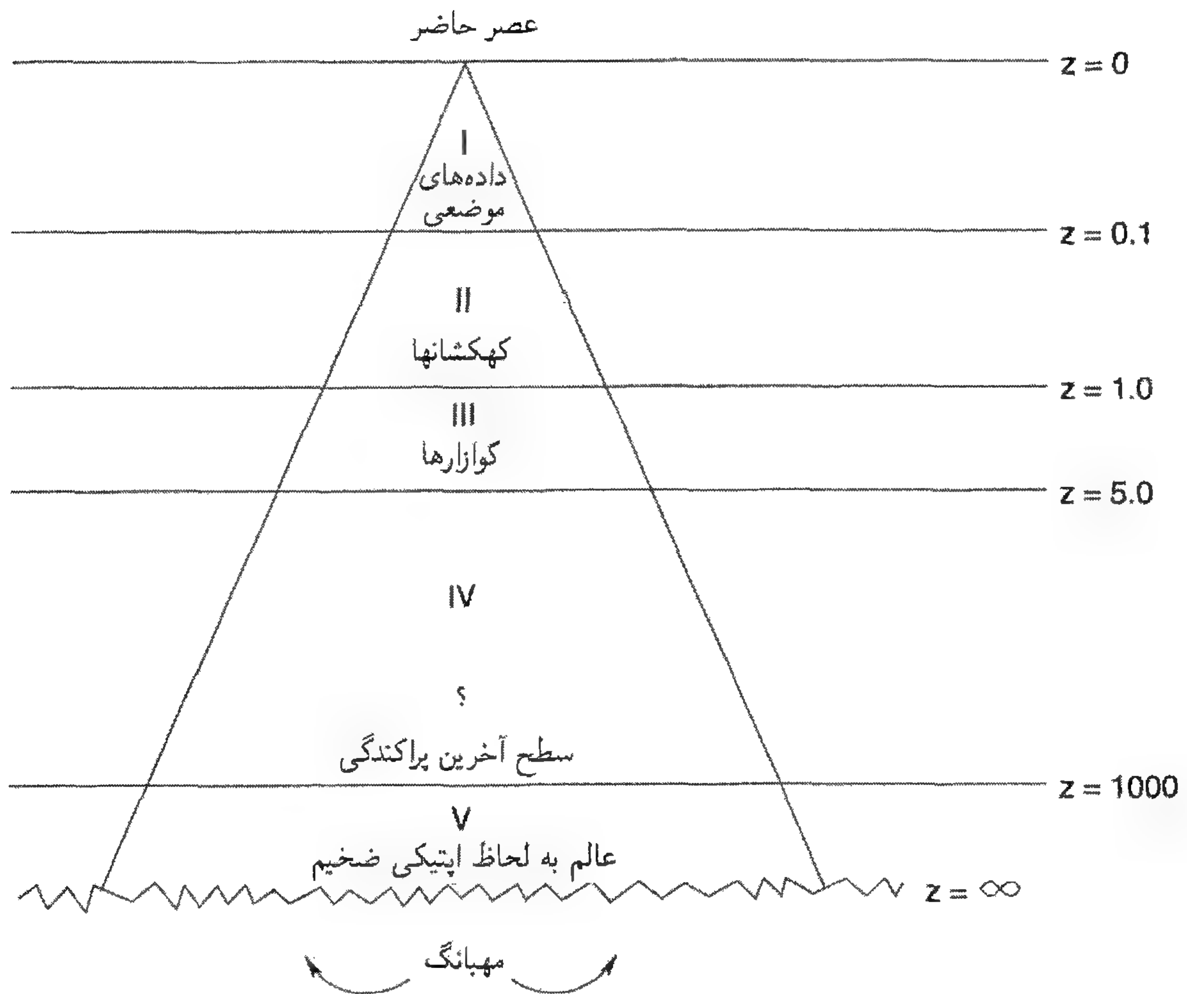
۱۱

رصدهای مربوط به بخشهای دوردست عالم

۱.۱۱ مخروط نور گذشته

درواقع، همهٔ رصدهای عالم به مخروط نور گذشته محدود می‌شود. با وجود این، می‌توان بین آزمونهای رصدی کیهان‌شناسی که در فصل ۱۰ بیان شد با آنچه در اینجا مطرح می‌شود فرق گذاشت. این تفاوت به کمک شکل ۱.۱۱ نشان داده شده است. نمودار طرح کلی مخروط نورگذشتهٔ یک ناظر کنونی را برحسب انتقال به سرخ کیهان‌شناختی بیان می‌کند. رصدهای توصیف‌شده در فصل ۱۰ در بالاترین منطقهٔ I با $z \leq ۰/۱$ قرار می‌گیرند. در این منطقه، معمولاً می‌توان به یک چارچوب لخت موضعی رفت، و فیزیک نیوتونی و نسبیت خاص را به‌کار گرفت (نگاه کنید به بخش ۴.۲). گرچه اغلب مدلهای کیهان‌شناختی اختلافهای هندسی خود را در حوالی ناظر کم می‌کنند، اما هنوز می‌توان اختلافهای فیزیکی را در این منطقه آزمود. به‌عنوان مثال، می‌توان کوشید تا $q_۰$ و $\Omega_۰$ را از رصدهای کهکشانها اندازه گرفت (نگاه کنید به بخش ۴.۱۰).

ناحیهٔ II، $۰/۱ \leq z \leq ۱/۰$، کانونی برای مناقشه‌های اخترشناختی بوده است. در این ناحیه از رصدهای مربوط به کهکشانها و چشمه‌های رادیویی برای تعیین سرشت هندسی عالم استفاده



شکل ۱.۱۱ توصیف کلی وضعیت رصدهای کیهان‌شناختی در امتداد مخروط نور گذشته. ناحیه‌های I تا V در کتاب توصیف و با عصرهای با انتقال به سرخ ∞، ۱۰۰۰، ۵٫۰، ۱٫۰، ۰٫۱، ۰ = z مشخص شده‌اند.

شده است. این ناحیه را در بخشهای ۲.۱۱ تا ۴.۱۱ به‌صورت دقیقتر بررسی خواهیم کرد.

ناحیهٔ III، ۵٫۰ ≥ z ≥ ۱، عمدتاً از کوازارها و کهکشانهای با انتقال به سرخ بالا تشکیل شده است. هرگونه اختلاف هندسی موجود در مدلهای کیهان‌شناختی متفاوت در ناحیهٔII در ناحیهٔ III تقویت می‌شود. بدین دلیل انتظار داریم که کوازارها کاوه‌های مفید کیهان‌شناسی در این ناحیه باشند. با این همه، هنوز تعدادی از منجمان در توجیه منشأ انتقال به سرخ کوازارها احتیاط می‌کنند. در فصل پایانی کتاب، دربارهٔ این موضوع بحث خواهیم کرد، در حالی که در این فصل دیدگاه متداولتری را اختیار می‌کنیم.

ناحیه IV، که از ۵٫۰ = z تا ۱۰۰۰ ≈ z گسترده شده است، هنوز در دسترس رصدهای کیهان‌شناختی نیست، در حالی که ناحیه V، که ما را تا مهبانگ ($z = \infty$) عقب می‌برد، اصولاً

غیرقابل رصد است، چون فرض می‌شود به لحاظ اپتیکی ضخیم باشد (فصلهای ۵ تا ۷).

البته، در طبقه‌بندی شکل ۱.۱۱ بیشتر به تصویر استاندارد مهبانگ داغ توجه شده است. در بعضی مدلهای دیگر مانند کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا، ناحیهای IV و V وجود ندارند. اشیا دوردست در فراتر از $z \sim ۵$ در این کیهان‌شناسی موجودند، اما دارای انتقال به سرخ زیاد نیستند. دربارهٔ QSSC در فصل پایانی کتاب بحث خواهیم کرد.

در فصل ۱۰ آشکارا خود را به ناحیهٔ I محدود کرده بودیم، اگر چه تفسیر باقی‌ماندهٔ MBR، هسته‌های سبک، و ساختار بزرگ مقیاس ما را به‌طور غیرمستقیم به عصرهایی برد که فراتر از ناحیه‌های II-V قرار داشتند. با این همه، در اینجا خود را به رصدهای ناحیهٔ II محدود می‌سازیم. با این زمینه ابتدا چهار آزمون کلاسیک برای ناحیهٔ II را شرح می‌دهیم:

۱. رابطهٔ انتقال به سرخ-قدر،
۲. شمارش تعداد اجسام برون‌کهکشانی،
۳. تغییر اندازهٔ زاویه‌ای برحسب فاصله و
۴. تغییر روشنایی سطحی برحسب انتقال به سرخ.

به‌علاوه، دربارهٔ چند موضوع مربوط، مانند استفاده ازکوازارها به‌عنوان کاوهٔ بخشهای دوردست عالم بحث می‌کنیم.

۲.۱۱ رابطهٔ انتقال به سرخ-قدر

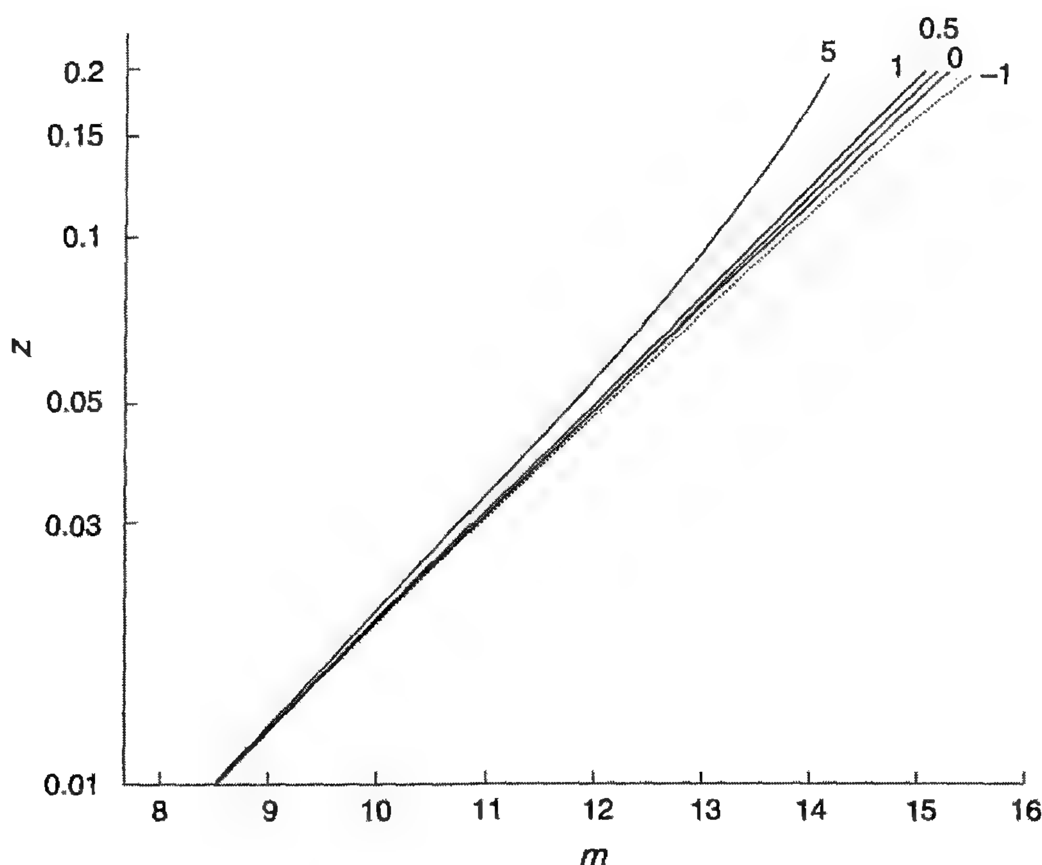
اصولاً، این بسط رابطهٔ هابل به ناحیهٔ II است. در فصل ۱۰ دیدیم که در ناحیهٔ اطراف ما این رابطه با (۶.۱۰) نشان داده می‌شود که به‌صورت زیر است:

$$m - M = ۴۲{,}۳۸ - ۵\log h_{\circ} + ۵\log z. \qquad (۱.۱۱)$$

وقتی انتقال به سرخ کوچک نیست، این رابطه به‌طور کلی به چه شکل در می‌آید؟

پاسخ این پرسش را رابطهٔ (۵۶.۳) بین چگالی شارو درخشندگی برای مدلهای رابرتسون-واکر در اختیارمان می‌گذارد. کمیت مفید در این رابطه‌ها فاصلهٔ درخشندگی D است، که برای مدلهای فریدمان تابع $H_{\circ}$، $q_{\circ}$، و z است. از (۵۷.۳) فصل ۳ و (۸۳.۴) فصل ۴، رابطهٔ زیر را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} m - M &= ۵\log D - ۵ \\ &= ۵\log\left(\frac{c}{H_{\circ} q_{\circ}^{۲}}\right) - ۵ + ۵\log[q_{\circ} z + (q_{\circ} - ۱)\sqrt{۱ + ۲q_{\circ} z} - ۱)]. \end{aligned} \qquad (۲.۱۱)$$



شکل ۲.۱۱ مجموعه‌ای از منحنیهای (m, z) نظری برای $M = -۲۳٫۸۸$، $h_{\circ} = ۱$، که طبق رابطهٔ تقریبی (۳.۱۱) برای مورد $q_{\circ} = ۰, ۰٫۵, ۱, ۵$ رسم شده‌اند. منحنی خط‌چین مدل حالت پایا با $q_{\circ} = -۱$ را نشان می‌دهد.

برای هر مدل فریدمان می‌توانیم m را برحسب z بیان کنیم. اگر به ناحیه‌های با انتقال به سرخ کوچک، که در آنها بسط تیلور مرتبهٔ اول صادق باشد، علاقه‌مند باشیم، می‌توانیم (۲.۱۱) را به‌صورت زیر بنویسیم

$$m - M = ۴۲٫۳۸ - ۵ \log h_{\circ} + ۵ \log z + ۱٫۰۸۶(۱ - q_{\circ})z + ۰(z^{۲}) \qquad (۳.۱۱)$$

به‌کمک این رابطه می‌توان رفتار منحنیهای $q_{\circ}$ مختلف با افزایش z را فهمید. با شروع از رابطهٔ هابل (۱.۱۱) یکسان، منحنیهای به‌تدریج به‌طرف خارج باز می‌شوند و مطابق شکل ۲.۱۱ منحنیهای با $q_{\circ}$ بالا به چپ و $q_{\circ}$ کم به‌راست می‌روند. این شکل منحنی مربوط به مدل حالت پایا را نیز نشان می‌دهد که دارای مقدار صوری $q_{\circ} = -۱$ است. از این‌رو، به‌نظر می‌رسد که اگر در ناحیهٔ II شکل ۱.۱۱ اندازه‌گیری می‌کنیم، باید بتوانیم بگوییم که داده‌های کدام $q_{\circ}$ را به بهترین نحو نشان می‌دهند.



شکل ۳.۱۱ آلن سندیج (-۱۹۲۶).

ا. ار. سندیج (نگاه کنید به شکل ۳.۱۱) و همکارانش سالهای زیادی را صرف این آزمون کیهان‌شناختی کردند با این امید که هندسهٔ صحیح عالم را برملا سازند. اگرچه سندیج در سالهای ۱۹۶۰ اغلب مقدار $q_0 \approx 1$ را ذکر کرده است، به‌تدریج معلوم شد که ترکیب تعدادی خطا این آزمون را، لااقل در حال حاضر، غیرقطعی می‌سازد. نتایج مختلف ناشی از کاربردهای عملی این آزمون را در زیر بررسی می‌کنیم. بعضی از این موارد درک و شکل آنها تا اندازه‌ای حل شده است؛ حل بقیهٔ آنها هنوز مشکلی همچنان پا برجاست.

با این همه، در اواخر سالهای ۱۹۹۰ کوشش جدیدی در جهت احیای این آزمون هنگامی صورت گرفت که معلوم شد می‌توان از اَبَرنواخترهای نوع-Ia برای برآورد نسبتاً بدون ابهام m تا انتقال به سرخهای به بزرگی تا $1 \sim$ استفاده کرد. پس از توصیف کوششهای کلاسیک به رهبری سندیج به این تلاشهای جدید باز خواهیم گشت.

۱.۲.۱۱ خطاهای رصدی و عدم قطعیتها

چند منبع عدم قطعیت و خطای سیستماتیک وجود دارد. در اینجا مهمترین آنها را به‌اختصار بررسی می‌کنیم.

حرکتهای موضعی

چون چارچوب مشاهدهٔ ما چارچوب سکون کیهان‌شناختی نیست، تصحیحهای کوچکی را باید به‌عمل آورد. بنابراین، همان‌طور که در بخش ۳.۱۰ دیدیم، خورشید در کهکشان حرکت می‌کند و کهکشان دارای سرعت خاص است. اما، خوشبختانه این تصحیحها برای رصدهای مربوط به کهکشانهای دورتر و دورتر اهمیت کمتر و کمتری دارند (به‌عنوان مثال، نگاه کنید به تمرین ۱۰ در پایان فصل ۱۰).

عدم قطعیت $h_\circ$

رابطه‌های (۲.۱۱) و (۳.۱۱) نشان می‌دهند که در مقایسهٔ نسبی با منحنیهای دو مدل با $q_\circ$ مختلف، خطای $h_\circ$ از میان می‌رود.

تصحیح دهانه

به اهمیت این تصحیح به‌تدریج پی بردند. این تصحیح ناشی از آن است که کهکشانها اجسام دارای لبه‌های تیز نیستند؛ بنابراین کم‌کم در زمینهٔ نور آسمان محو می‌شوند. بنابراین، مقدار نور دریافتی از کهکشان نسبت به نور زمینه به دهانهٔ تلسکوپ بستگی دارد.

جی. یی. گان[1] و جِی. بی. اوکه[2] روش زیر را برای تصحیح دهانه پیشنهاد کرده‌اند. فرض کنید که قدرها را در نوار طول موجی به مرکز $\lambda_\circ$ اندازه می‌گیریم. در این صورت (۵۵.۳) چگالی شار را در $\lambda_\circ$ به‌صورت زیر به‌دست می‌دهد

$$\mathcal{F}(\lambda_\circ) = \frac{LI[\lambda_\circ/(1+z)]}{4\pi(1+z)D^2(q_\circ, z)} \qquad (۴.۱۱)$$

که $D(q_\circ, z)$ فاصلهٔ درخشندگی در مدل فریدمان مناسب است. فرض کنید درخشندگی L نسبت به تصویر شعاع ρ از مرکز کهکشان به صورت تابعی نمایی توزیع شده است

$$L(\leq \rho) = L_\circ \left(\frac{\rho}{\rho_*}\right)^\alpha, \qquad \rho_* = \text{const.} \qquad (۵.۱۱)$$

که α عددی از مرتبهٔ واحد و با تقریبی خوب $\alpha = ۰/۷$ است.

حال اگر در عالم اینشتین‌ـدوسیته زندگی می‌کردیم، تصویر شعاع $\rho_\circ$ در محل ما زاویهٔ زیر را تشکیل می‌دهد (نگاه کنید به (۸۹.۴))

$$\gamma = \frac{H_\circ \rho_\circ (1+z)^2}{cD(\frac{1}{2}, z)} \qquad (۶.۱۱)$$

1. J. E. Gunn 2. J. B. Oke

در هر مدل فریدمان کلی، شعاع ρ در رابطهٔ زیر همین زاویه را در مکان ناظر به‌وجود می‌آورد.

$$\gamma = \frac{H_\circ \rho(۱+z)^۲}{cD(q_\circ , z)} \tag{۷.۱۱}$$

مقایسهٔ (۶.۱۱) و (۷.۱۱) نشان می‌دهد که اگر منجم بخواهد قدر ظاهری کهکشان را در محدودهٔ شعاع زاویه‌ای γ اندازه بگیرد، نور حاصل از شعاعهای مختلف ($\rho_\circ$ و ρ) کهکشان را، برحسب مدل فریدمان مورد استفاده، گردآوری می‌کند. اگر استانداردسازی را نسبت به مدل اینشتین-دوسیته انجام دهیم، باید درخشندگی را طبق رابطهٔ (۵.۱۱) تصحیح کنیم. بنابراین، به‌جای L ثابت، باید داشته باشیم

$$L = L_\circ \left(\frac{D(q_\circ , z)}{D(\frac{۱}{۲}, z)} \right)^\alpha \tag{۸.۱۱}$$

به‌طوری که (۴.۱۱) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{F}(\lambda_\circ) = \frac{L_\circ I[\lambda_\circ/(۱+z)]}{۴\pi(۱+z)D(q_\circ , z)^{۲-\alpha} D(\frac{۱}{۲}, z)^\alpha} \tag{۹.۱۱}$$

برای تثبیت ایده‌ها گان و اوکه از $\rho_\circ = ۱۶\text{kpc}$ برای $h_\circ = ۰/۶$ استفاده کردند.

فرمول (۹.۱۱) را با توجه به این موضوع تصحیح می‌کنیم که با تثبیت γ راه عبور نور از ناحیهٔ کوچکتر ($q_\circ > \frac{۱}{۲}$) یا بزرگتری ($\rho_\circ < \frac{۱}{۲}$) از کهکشان نسبت به $\rho = \rho_\circ$ برای $q_\circ = \frac{۱}{۲}$ هموار می‌شود.

تصحیح-K

به این اثر در انتهای بخش ۷.۳ از طریق رابطهٔ (۵۵.۳) اشاره کردیم. این تصحیح ناشی از این واقعیت است که وقتی یک منجم قدر یک کهکشان با انتقال به سرخ بزرگ z در طول موج $\lambda_\circ$ را اندازه می‌گیرد، نور ناشی از کهکشان در طول موج گسیلی $\lambda_\circ(۱+z)^{-۱}$ را دریافت می‌کند. از این‌رو، برای مقایسهٔ $m(\lambda_\circ)$ دو کهکشان با انتقال به سرخهای متفاوت، باید به این واقعیت توجه کنیم که قدرهای مطلق آنها در انتقال به سرخهای متفاوت اندازه‌گیری می‌شود.

با لگاریتم گرفتن از (۴.۱۱) و تبدیل قدرها، به‌دست می‌آوریم

$$m(\lambda_\circ) - M_{\text{bol}} = -۲/۵ \log\{I[\lambda_\circ/(۱+z)]\} + ۲/۵\log(۱+z) + ۵\log D - ۵۰ \tag{۱۰.۱۱}$$

اگر تصحیح تابش‌سنجی مناسب را برای طول موج $\lambda_\circ$ اعمال کنیم به‌دست می‌آوریم

$$m_{\rm bol} = m(\lambda_\circ) + \Delta m(\lambda_\circ).$$

اما، از (۱۰.۱۱) می‌بینیم که اگر بخواهیم از (۲.۱۱) استفاده کنیم باید تصحیح دیگری را انجام دهیم و به‌جای آن بنویسیم

$$m_{\rm bol} = m(\lambda_\circ) + \Delta m(\lambda_\circ) - K(\lambda_\circ) \qquad (۱۱.۱۱)$$

$$K(\lambda_\circ) = ۲/۵ \log(۱ + z) - ۲/۵ \log\{I[(\lambda_\circ/(۱ + z)]\}. \qquad (۱۲.۱۱)$$

بنابراین، باید تابع توزیع شدت $I(\lambda)$ را برای کهکشان منبع بدانیم. اوکه و سندیج در سال ۱۹۶۸ این اثر را به‌صورت کمّی برآورد کردند. اخیراً، نجوم فرابنفش (UV) اطلاعات بیشتری را دربارهٔ $I(\lambda)$ برای کهکشانها در طول موجهای UV به‌دست داده است. برای z بزرگ، این طول موجها نسبت به طول موجهای اپتیکی مشاهده‌شده انتقال به سرخ می‌یابد (نگاه کنید به تمرین ۶).

اوکه و سندیج همچنین خاطرنشان ساختند که برآورد صحیح جملهٔ K آنچه را که به اثر استبینوس-ویتفورد[1] معروف است و در سالهای ۱۹۵۰ مشاهده شد از میان می‌برد. این اثر مبتنی بر این مشاهده است که با افزایش انتقال به سرخ کهکشانها سرختر و سرختر به‌نظر می‌رسند. اگر این اثر اقعی بود، ایجاب می‌کرد که کهکشانهای دورتر ــ یعنی آنهایی که مربوط به عصرهای قدیمتر هستند ــ به‌طور سیستماتیک از کهکشانهای دورهٔ فعلی سرختر باشند، و در نتیجه عالم باید در حال تحول باشد. بنابراین، مباحثه‌ای برضد عالم حالت پایا شکل گرفت، مباحثه‌ای که اکنون از اعتبار افتاده است.

بایاس مالمکویست[2]

اگر از درخشندگی میانگین کهکشانها در خوشه‌ای دوردست به‌عنوان شمع استاندارد استفاده کنیم، این بایاس وارد کار می‌شود. چون، با بررسی بیشتر و بیشتر خوشه‌های کهکشانی دوردست، بخش بزرگتر و بزرگتری از کهکشانهای ذاتاً کم نور را از دست می‌دهیم. بنابراین، در نمونه‌ای که به لحاظ قدر محدود شده است، توزیع درخشندگی در انتهای پایینتر قطع می‌شود که تأثیر آن در خوشه‌های هرچه دورتر بارزتر خواهد بود.

1. *Stebbins-Whitford effect* 2. Malmquist bias

اثر اسکات[1]

این اثر که اولین بار بی. اسکات متوجه آن شد، از نوعی است که در برابر آن در بالا هشدار دادیم. چون توزیع روشنایی کهکشانها در خوشه‌های مختلف حد بالایی تیزی ندارد، با نگریستن به فاصله‌های دور و دورتر، کهکشانهای ذاتاً پرنور بیشتر و بیشتری را دست‌چین می‌کنیم. این اثر باعث می‌شود که $q_\circ$ را زیاد برآورد کنیم.

جذب میان کهکشانی

در سال ۱۹۷۶ اس. ام. چیتر[2] و نگارنده اثر جذب در غبار میان کهکشانی را بر $q_\circ$ برآورد کردیم. چون گردوغبار باعث مبالغه در مقدار قدرها می‌شود، این اثر $q_\circ$ را دست‌کم می‌گیرد. این اثر می‌تواند حتی برای کسر ناچیزی از غبار میان کهکشانی قابل ملاحظه شود (نگاه کنید به تمرین ۸). دربارهٔ این موضوع مجدداً در هنگام بررسی رابطهٔ mـz در کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا در فصل ۱۲ بحث خواهیم کرد.

تحول درخشندگی

یکی از جدیترین مشکلات آزمون انتقال به سرخ‌ـقدر ناشی از تصحیحهای نامطمئن درخشندگی مشاهده‌شدهٔ کهکشانها در ارزیابی درخشندگی است. اگر همهٔ کهکشانها در عصر $t_G(< t_\circ)$ تشکیل شده بودند، با پیر شدن آنها درخشندگی $L(t)$ برحسب $t - t_G$ تغییر می‌کرد، پس درخشندگی فعلی $L(t_\circ)$ شاید برآورد موثقی از $L(t)$ نباشد. همان‌طور که می‌دانیم، برای هر انتقال به سرخ z دورهٔ گسیل را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد

$$1 + z = \frac{S(t_\circ)}{S(t)}\cdot \qquad (۱۳.۱۱)$$

بازهٔ $t_\circ - t$ را زمان نگاه به گذشتهٔ کهکشان می‌نامند. برای مقدار بسیار کوچک $(z \ll 1)$، $t \approx t_\circ$ و $L(t) \approx L(t_\circ)$. به هر حال، برای z در ناحیهٔ II، $L(t)$ می‌تواند تفاوت قابل ملاحظه‌ای با $L(t_\circ)$ داشته باشد، و در نتیجه برونیابی بر مبنای کهکشانهای اطراف (که $L(t_\circ)$ را به‌دست می‌دهد) شاید برای خوشه‌های دوردست مناسب نباشد. بئاتریس تینسلی[3] نخستین کسی بود که متوجه اهمیت این اثر شد و آن را به‌صورت کمّی به‌دست آورد. اصولاً، تحول $L(t)$ ناشی از تحول ستارگان موجود در کهکشان است. در اینجا وارد جزئیات استدلالهای تینسلی نمی‌شویم، بلکه فقط قاعدهٔ تجربی ناشی از آنها را بیان می‌کنیم.

---
1. Scott effect 2. S. M. Chitre 3. Beatrix Tinsley

جمعیت ستاره‌ای در بیضویهای غول‌آسایی که سندیج به‌کار برد، عمدتاً بسیار پیرو مانند ستارگان جمعیت II در قرص کهکشان ما غنی از فلز بودند. برای تخمین درخشندگی کل آنها باید «تابع جرم اولیه» (IMF) آنها را می‌دانستیم. IMF اساساً توزیع تعداد نسبی ستارگان (در یک خوشه) را در گسترهٔ جرمهای متفاوت در زمان تشکیل مشخص می‌کند. چون آهنگ تحول ستاره به جرم آن بستگی دارد، IMF در تعیین ترکیب بعدی خوشه اهمیت دارد. در ناحیهٔ بصری، درخشندگی کل این جمعیت در قانون زیر صدق می‌کند

$$L(t) \propto t^{-۱/۳+۰/۳x} \qquad (۱۴.۱۱)$$

که x شیب IMF برای ستارگان در گسترهٔ $۰/۸M_\odot < M < ۱/۲M_\odot$. (چون برای ناحیهٔ II، $t \gg t_G$ است، رابطهٔ (۱۴.۱۱) L را به‌جای $t - t_G$ برحسب t نشان می‌دهد.) IMF سالپتر[1] در حوالی خورشید دارای $x \approx ۱/۳۵$ است. بنابراین، وابستگی $L(t)$ به t در (۱۴.۱۱) نزدیک به $t^{-۱}$ است.

۲.۲.۱۱ نمودار هابل

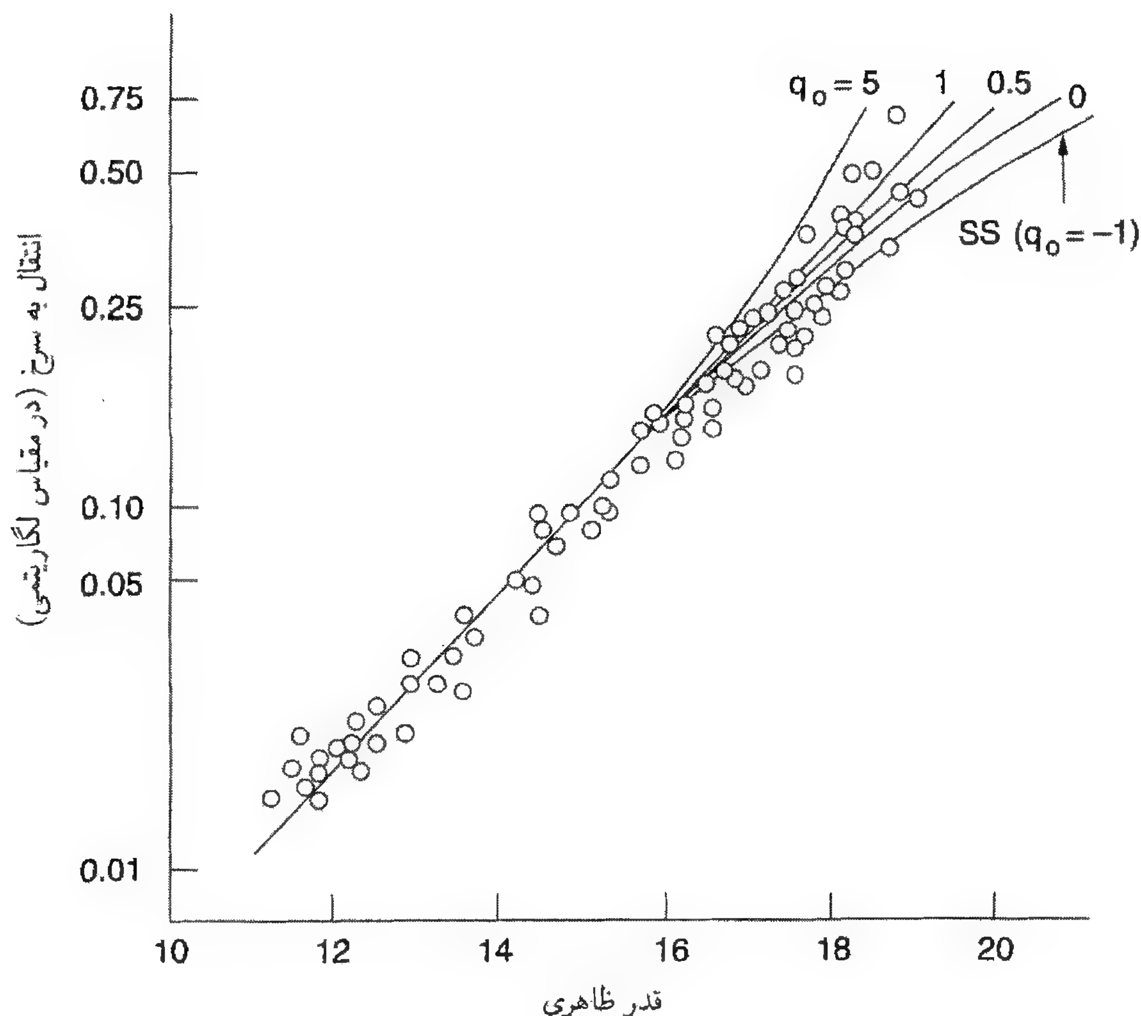
همهٔ این اثرها روی هم‌رفته آرایهٔ چشمگیری از مسائل را تشکیل می‌دهند که به‌دست آوردن مقدار «واقعی» $q_۰$ را بسیار مشکل (و در حال حاضر غیرممکن!) می‌سازد. به‌عنوان مثال، اگر اثر دهانه و تحول درخشندگی را با هم در نظر بگیریم، رابطهٔ درجه اول m_z، به‌جای (۳.۱۱) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} m - M &= ۴۲/۳۸ - ۵\log h_۰ + ۵\log z \\ &\quad + ۱/۰۸۶ z\left(\frac{۲-\alpha}{۲}\right)\left[q_۰ - \frac{۲}{۲-\alpha}\frac{۱}{H_۰}\frac{۱}{L_۰}\left(\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\right)_{t_۰}\right] \\ &\quad + ۱/۰۸۶\frac{\alpha}{۴}z + \mathcal{O}(z^۲). \end{aligned} \qquad (۱۵.۱۱)$$

در اینجا برای برآورد $L(t)$ از بسط تیلور تا مرتبه اول استفاده کرده‌ایم. از (۱۵.۱۱) به‌راحتی می‌بینیم که برای تحول درخشندگی که از (۱۴.۱۱) به‌دست می‌آید، تصحیح مرتبهٔ اول $q_۰$ عبارت است از

$$\Delta q_۰ = (۲ - ۰/۵x)(H_۰ t_۰)^{-۱} \qquad (۱۶.۱۱)$$

1. Salpeter



شکل ۴.۱۱ رابطهٔ انتقال به سرخ-قدر برای پرنورترین اعضای خوشه. تعدادی منحنی نظری ($q_\circ = ۵, ۱, ۰/۵, ۰, -۱$) بر داده‌ها نهاده شده است. SS نشانگر مدل حالت پایاست.

حاصلضرب $H_\circ t_\circ$ تابع $q_\circ$ (و اگر از کیهان‌شناسی λ بهره بگیریم، تابع λ) است. اما، روشن است که $q_\circ$ واقعی به اندازه $\Delta q_\circ$ از $q_\circ$ مشاهده‌شده کمتر است.

آلن سندیج، با پیشرفت فناوری رصدی، یک برنامه طولانی مدت مطالعهٔ رابطهٔ هابل تا انتقال به سرخهای بزرگتر و بزرگتر را اجرا کرده است. سندیج متوجه شد، تا آنجا که به خوشه‌های دوردست مربوط می‌شود، روشنترین و پرجرمترین کهکشان بیضوی موجود در خوشه، شمع استاندارد خوبی را در اختیار می‌گذارد. معلوم شده است که تغییر درخشندگی این کهکشانهای بیضوی از یک خوشه به خوشه برای خوشه‌های نزدیک به‌طور قابل ملاحظه‌ای کوچک است. این موضوع مهم است، زیرا با مشاهدهٔ تغییرات سیستماتیک شمع استاندارد می‌توان متوجه اثرهای دروغین شد.

شکل ۴.۱۱ نشان می‌دهد که نمودار هابل برای کهکشانهای موجود در ناحیهٔ II پس از تصحیحهای مختلف (بجز تصحیح تحول درخشندگی) چگونه به‌نظر می‌رسد. برای مقایسه تعدادی

از منحنیهای نظری شکل ۲.۱۱ برروی داده‌های کهکشان نهاده شده است. اگرچه نمودار هابل دارای پراکندگی مختصر معقولی است، اما چندان فشرده نیست که به‌راحتی بتوان (با اطمینان کامل) هیچ کدام از منحنیهای نظری را کنار گذاشت. به‌علاوه، چون $q_\circ$ منفی مجاز نیست، عالم در حال شتابگیری کیهان‌شناسیهای‌ـλ را نمی‌توان کنار گذاشت.

این بخش را با مرور مختصر دو کیهان‌شناسی غیراستاندارد به پایان می‌بریم. در سالهای ۱۹۶۰ ادعای $q_\circ \approx ۱$ سندیج برخلاف پیش‌بینی $q_\circ = -۱$ حالت پایا بود. اما، اکنون خطاهای رابطهٔ m–z به‌گونه‌ای است که مقدار $q_\circ$ برآوردشده با این روشها دارای میله‌های خطای بزرگ است. درواقع، چنانکه خواهیم دید، رصدهای فعلی معمولاً به نفع $q_\circ$ منفی است. به‌طوری که در فصل پایانی خواهیم دید، این داده‌های اخیر را کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا با وارد کردن گردوغبار میان ستاره‌ای به‌صورت رشته‌های فلزی توجیه می‌کند.

۳.۲.۱۱ نمودار هابل که با استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia به‌دست آمده است

در سالهای ۱۹۸۰ متوجه شدند که ابرنواخترهای نوع Ia را می‌توان به‌صورت زیر به‌عنوان شمع استاندارد به‌کار برد. منحنی نور این ابرنواخترها دارای افت‌وخیز مشخصهٔ متفاوتی در مدت ۳۰ روز است که با کاهش بسیار کندتری دنبال می‌شود. درخشندگی بیشینهٔ اَبَرنواختر نوع Ia برای این جمعیت مقدار تقریباً یکنواختی را نشان می‌دهد، که پاشیدگی آن بیش از ۰٫۱۵ قدر نیست. قبلاً در فصل پیش دیدیم که این ویژگی به اندازه‌گیری ثابت هابل کمک کرده است. با این همه، با فراتر رفتن از آن مشاهده می‌کنیم که چون درخشندگی قلهٔ این اَبَرنواخترها زیاد است، می‌توان آنها را در کهکشانهای دوردست تشخیص داد. بنابراین برای تعیین رابطهٔ mـz از انتقال به سرخهای ۱ ~ یا حتی بیشتر مناسب هستند.

در سال ۱۹۸۸ طرح کیهان‌شناسی اَبَرنواختر[1] (SCP) آغاز شد و جستجوی منظم و رصد این اَبَرنواخترها را چند رصدخانه در سراسر جهان با تلسکوپهای گروه ۴-m آغاز کردند. از تلسکوپهای Kech I و II و نیز تلسکوپ ESO۳٫۶-m برای اندازه‌گیریهای انتقال به سرخ و تعیین طیف استفاده شد. پایگاه داده‌ها در حال رشد است.

در سال ۱۹۹۹ پرلماتر[2] و همکاران با استفاده از ۶۰ اَبَرنواختر نمودار هابل را رسم کردند. ۱۸تای از اینها مربوط به‌کار هاموی[3] و همکاران روی اَبَرنواخترهای نزدیک بود. از اینها به‌عنوان نقطهٔ صفر نمودار استفاده شد، و ۴۲ اَبَرنواختر دیگر مربوط به SCP با انتقال به سرخهایی بودند که از ۰٫۱۸ شروع می‌شد و تا ۰٫۸۳ می‌رسید.

1. Supernova Cosmology Project 2. Perlmutter 3. Hamuy

می‌توان مدلهای فریدمان نظری را با استفاده از فرمول $D(z, q_\circ)$ فصل ۴ به این داده‌ها برازش داد. اما، این برازشها هرگز چندان رضایت‌بخش نبودند و فضای پارامتر را باید بسط می‌دادند تا شامل ثابت کیهان‌شناختی شود. جنبه‌های نظری این مدلها را به اختصار بررسی می‌کنیم، و نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان رابطهٔ mـz را به‌صورت عددی به‌دست آورد. پارامترهای بی‌بُعد موردنظر عبارت‌اند از

$$\Omega_\circ = \frac{۸\pi G\rho_\circ}{۳H_\circ^۲}, \qquad \Omega_\Lambda = \frac{\lambda c^۲}{۳H_\circ^۲} \tag{۱۷.۱۱}$$

که به‌ترتیب، پارامتر چگالی و پارامتر ثابت کیهان‌شناختی هستند.

با استفاده از فرمولهای فصل ۳ و ۴ می‌توان رابطهٔ زیر را بین مختصات شعاعی رابرتسون‌ـواکر r و z نوشت

$$r(z) = \int_{S(t_\circ)/(۱+z)}^{S(t_\circ)} \frac{c\,\mathrm{d}S}{S\dot{S}}. \tag{۱۸.۱۱}$$

به راحتی می‌توان دید، که با استفاده از معادلهٔ (۱۱۲.۴)، می‌شود رابطهٔ بالا را در مورد تخت $(k=\circ)$ به‌صورت زیر نوشت

$$r(z) = \frac{c}{H_\circ}\int_۱^{۱+z} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{\Omega_\lambda + \Omega_\circ x^۳}}. \tag{۱۹.۱۱}$$

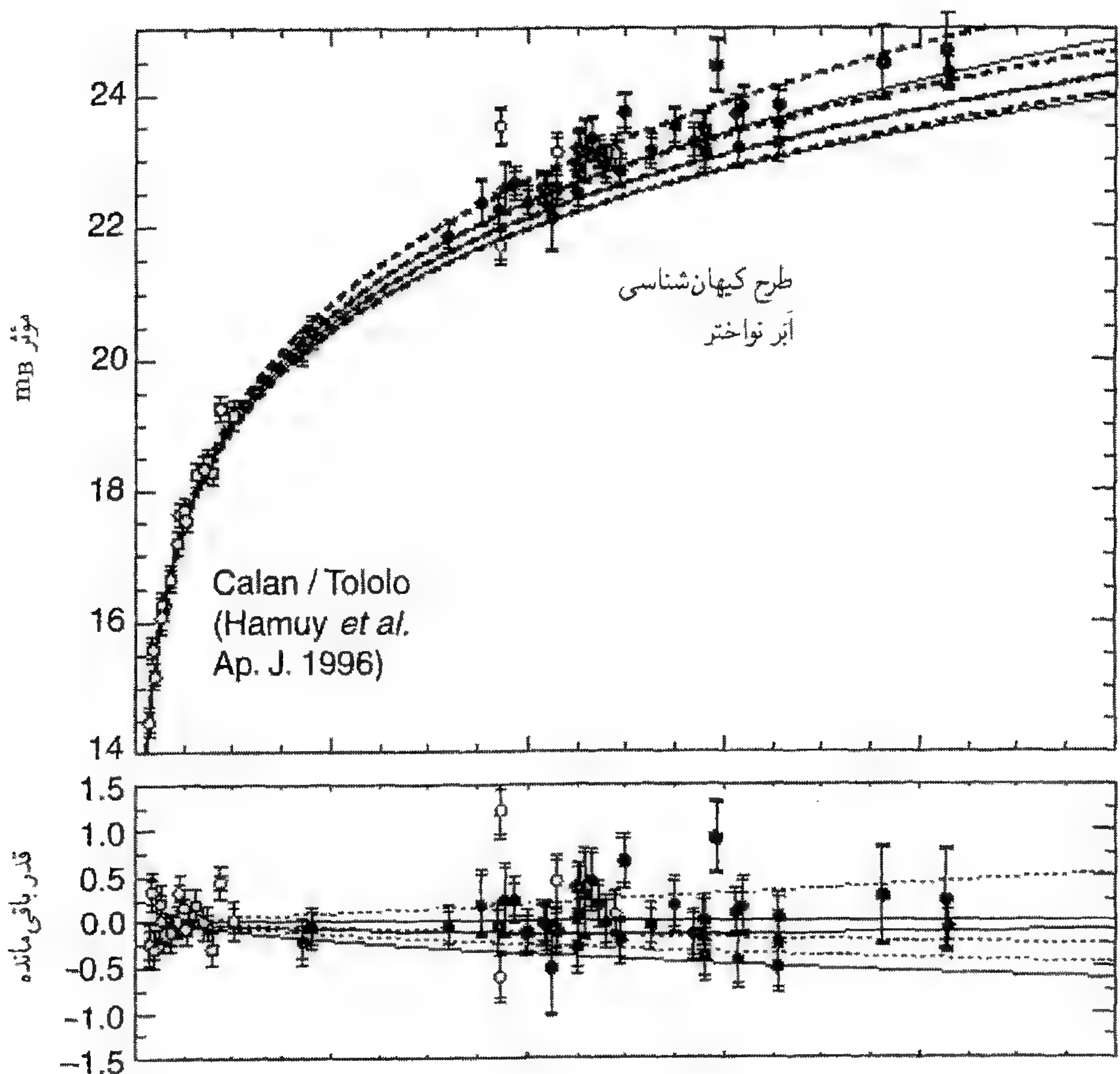
حال با استفاده از رابطهٔ درخشندگی‌ـفاصله $D = rS(t_\circ)(۱+z)$ می‌توان، در تقریب اول، رابطهٔ m–z زیر را نوشت:

$$m(z) = -۲{,}۵\log L + ۵\log D + \text{const.} \tag{۲۰.۱۱}$$

البته این رابطه را باید برای تصحیح ـk و سایر اثرهای ممکنی که قبلاً ذکر شد، تصحیح کرد. L، چنانکه قبلاً گفتیم، حاوی نوعی پاشیدگی در اطراف درخشندگی شمع استاندارد میانگین است. در برازش بهترین منحنی به داده‌ها باید پاشیدگی در قدرهای ظاهری به‌حساب آورده شود. شکلهای ۵.۱۱ و ۶.۱۱ نشان می‌دهد که چگونه مدلهای نظری مختلف به رصدها برازش می‌یابند.

پرلماتر و همکاران دریافتند که ساده‌ترین مدل فریدمان، یعنی مدل اینشتین‌ـدوسیتهٔ تخت، برازش آماری رضایت‌بخشی ندارند. با این همه، اگر ثابت کیهان‌شناختی غیرصفری را در نظر بگیریم، مدل تخت به‌خوبی برازش می‌یابد. یعنی، در سازگاری با (۱۱۵.۴)، یعنی

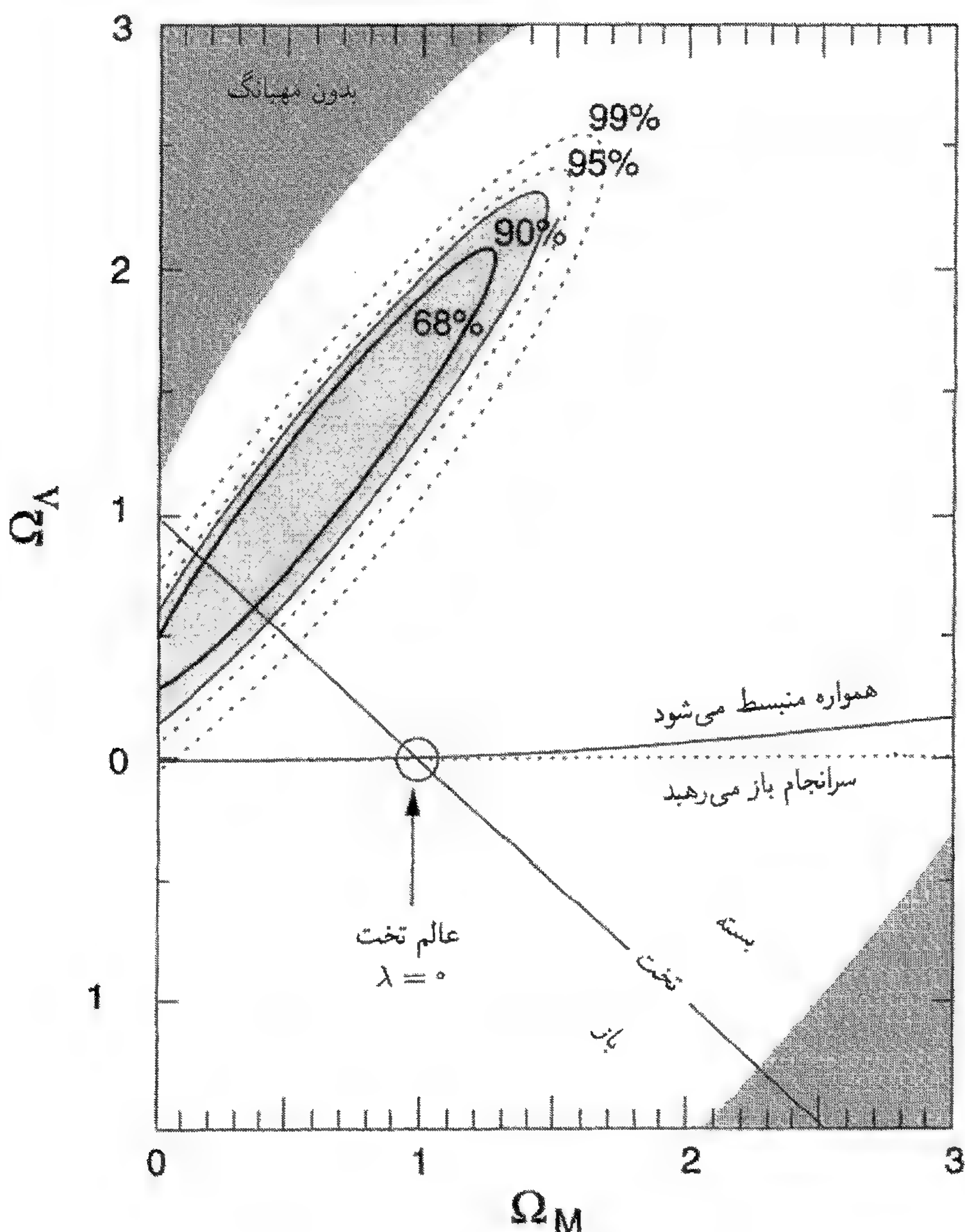
$$\Omega_\lambda + \Omega_\circ = ۱$$



شکل ۵.۱۱ رابطهٔ انتقال به سرخ-قدر که پرلماتر و همکاران، *Ap. J.* ۵۱۷، ۵۶۵، با استفاده از داده‌های اَبرنواخترهای نوع Ia به‌دست آورده‌اند. منحنیهای خط‌چین با ثابت کیهان‌شناختی غیرصفر بهتر به داده‌ها برازش می‌یابند.

مدل دارای $\Omega_\circ = ۰/۲۸$ بهترین برازش را به‌دست می‌دهد. این موضوع نیاز به یک ثابت کیهان‌شناسی به بزرگی $۰/۷ \approx$ دارد. به عبارت دیگر، اگر از رابطهٔ (۱۱۳.۴) استفاده کنیم، عالم دارای $q_\circ \approx -۰/۶$ می‌شود.

بدیهی است که با توجه به اهمیت فراوان این یافته‌ها، پیگیری دقیقی باید صورت گیرد. چند پرسش مطرح می‌شود. چقدر اطمینان داریم که تحولی در اَبرنواختر صورت نمی‌گیرد که تفسیر شمع استاندارد آنها را ضایع کند؟ تعداد چهار تا پنج اَبرنواختر را باید در برازش منحنی به داده‌ها کنار گذاشت چون از بهترین منحنی بسیار دورند. چرا؟ آیا توضیح دیگری سوای مسئله ثابت



شکل ۶.۱۱ ناحیه‌های اطمینان مختلف در صفحهٔ $[\Omega_\circ, \Omega_\Lambda]$ برمبنای کار پرلماتر و همکاران ۵۶۵، ۵۱۷ *Ap. J.*. توجه کنید که مدلهای λـصفر، حتی مدلهای باز، دور از ناحیه‌های مجاز قرار می‌گیرند.

کیهان‌شناختی برای کم نورشدن اضافی اَبَرنواخترها وجود دارد؟ عده‌ای به اثر احتمالی گردوغبار درکیهان‌شناسی استاندارد متوسل شده‌اند. در بخش ۱.۲.۱۱ دربارهٔ این موضوع صحبت کردیم. اثر تدریجی بر طیف، یعنی، سرخ‌شوندگی، به‌عنوان یک جنبهٔ بارز برای مطالعات بیشتر مطرح شده است. وقتی به این آزمون در فصل بعد برگشتیم، نقش گردوغبار میان کهکشانی را درکیهان‌شناسی

حالت شبه‌پایا بررسی می‌کنیم. همین‌طور در فصل بعد خواهیم‌دید که چگونه این آزمون نقش مکملی را در فضای پارامتر در رابطه با تابش زمینهٔ ریزموج ایفا می‌کند.

۳.۱۱ شمارش تعداد اجسام برون‌کهکشانی

تاکنون، کار قابل ملاحظه‌ای در مورد شمارش تعداد سه نوع جسم برون‌کهکشانی: (۱) کهکشانها، (۲) چشمه‌های رادیویی، و (۳) کوازارها انجام شده است. از این اجسام بحث دربارهٔ کوازارها را به بخش ۶.۱۱ موکول می‌کنیم و فقط کهکشانها و چشمه‌های رادیویی را در نظر می‌گیریم، اگرچه مورد اخیر در مواردی شامل کوازارها می‌شود.

ایده اصلی در ورای این آزمونها پی بردن به این موضوع است که آیا این شمارش تعداد سرشت هندسهٔ فضازمان پیش‌بینی‌شده توسط اغلب مدلها را آشکار می‌سازد. فرض کنید که گروهی از اجسام را در اختیار داریم که (۱) به‌صورت یکنواخت در فضا توزیع شده‌اند و (۲) دارای درخشندگی یکسان L هستند. اگر علاوه بر آن فرض کنیم که (۳) عالم از نوع مینکوفسکی، یعنی دارای هندسهٔ فضایی اقلیدسی است، تعداد چشمه‌ها تا فاصلهٔ معین R به‌صورت زیر خواهد بود

$$N \propto R^{3} \qquad (۲۱.۱۱)$$

در حالی که شار از ضعیفترین چشمه‌ها تا فاصله R به‌صورت زیر است

$$S \propto R^{-2}. \qquad (۲۲.۱۱)$$

با حذف R بین دو رابطه، به‌دست می‌آوریم

$$N^{2}S^{3} = \text{const.}, \quad \text{یعنی} \quad \frac{\mathrm{d}\log N}{\mathrm{d}\log S} = -1/5 \qquad (۲۳.۱۱)$$

بنابراین، رابطهٔ (۲۳.۱۱) نشان می‌دهد که N و S با سه فرض (۱)، (۲)، (۳) به‌هم مربوط‌اند. با این فرضها N حجم و $S^{-1/2}$ شعاع ناحیهٔ کروی به مرکز ناظر را اندازه می‌گیرد، و (۲۳.۱۱) رابطهٔ حجم و شعاع در هندسهٔ اقلیدسی است.

در بخشهای (۱۱.۳ و ۸.۴) دیدیم وقتی مدلهای رابرتسون-واکر را در نظر می‌گیریم چگونه رابطهٔ حجم-شعاع با قانون مکعبی هندسهٔ اقلیدسی تفاوت پیدا می‌کند. همین‌طور در این بخشها دیدیم که چگونه می‌توان رابطه‌های نظیر آن را در هندسه‌های نااقلیدسی به‌دست آورد. از این‌رو، اصولاً می‌توان سازگاری رابطهٔ مشاهده‌شده را با یکی از مدلهای کیهان‌شناختی مختلف آزمایش کرد. متأسفانه، همان‌طور که با شمارش کهکشانها و چشمه‌های رادیویی مختلف در زیر خواهیم دید، خطاهای مختلف، مانند آزمون m-z، مانع از نتیجه‌گیری مشخص می‌شود.

۱.۳.۱۱ کهکشانها

در سال ۱۹۳۶ هابل برای تمیز گذاشتن بین مدلهای عالم به شمارش کهکشانها پرداخت. اما، مجبور به کنار گذاشتن این آزمون شد، زیرا تعداد کهکشانهایی که باید شمرده می‌شد بسیار زیاد بود، و بجز در مواردی که به عمق فضا بردیم نمی‌توانیم هیچ تفاوت قابل ملاحظه‌ای را با هندسهٔ اقلیدسی آشکار سازیم. چون منجم اپتیکی شارها را برحسب قدر اندازه می‌گیرد، رابطهٔ (۲۳.۱۱) را می‌توان به‌صورت رابطهٔ تعداد_قدر بیان کرد

$$\frac{\mathrm{d}\log N}{\mathrm{d}m} = ۰/۶۰ \qquad (۲۴.۱۱)$$

برنامهٔ هابل را اخیراً عده‌ای با ابزارهای الکترونیکی و قطعات حالت جامد بسیار، که شمارش کهکشانهای با قدرهای بسیار ضعیف ($m \sim ۲۴$) امکان‌پذیر می‌سازد، از سر گرفته‌اند. به‌عنوان مثال، در سال ۱۹۷۹ جی. ا. تایسون[1] و جی. اف. یارویس[2] از روشهای آشکارسازی خودکار و طبقه‌بندی کهکشانها برروی صفحه‌ها استفاده کردند. مشکل اصلی در قدرهای ضعیف تشخیص ستارگان از کهکشانهاست.

در دو دهه‌ای که از آن زمان می‌گذرد، تصویرگیری از کهکشان و طیف‌نمایی در سطح کم‌نور پیشرفت قابل ملاحظه‌ای کرده است و می‌توان با استفاده از اثرهایی که قبلاً در این فصل بررسی شد، مانند تصحیح دهانه و تصحیح_K، شمارشهای دقیقتری از کهکشان به‌دست آورد. همین‌طور باید تصمیم بگیریم که تابع درخشندگی تا چه حد برحسب زمان تحول می‌یابد. مثلاً، تابع درخشندگی شکتر که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

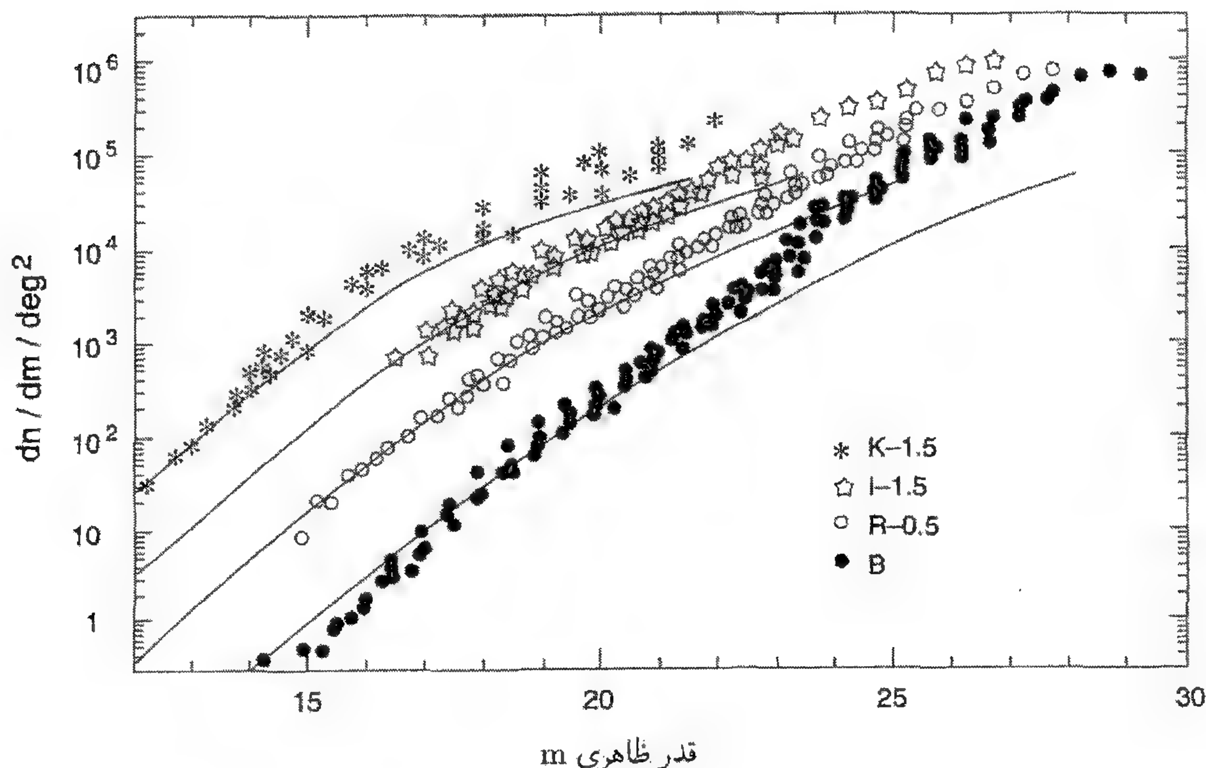
$$\Phi(L) \propto \left(\frac{L^*}{L}\right)^{۵/۴} \exp\left(-\frac{L}{L^*}\right) \qquad (۲۵.۱۱)$$

در عصر حاضر به‌خوبی کاربرد دارد. یعنی، کهکشانها دارای L ثابت نیستند، بلکه توزیعی از L دارند. ثابت L^* نظیر قدر مطلق ۲۰/۶− است. پرسشی که باید به آن پاسخ داد این است: اگر کهکشانها در عصری کم‌وبیش منحصر به‌فرد (یا در گسترهٔ زمانی نسبتاً باریک) تحول یافته‌اند، پس چرا تحول ستارگان در آنها در درخشندگی و در نتیجه تابع درخشندگی آنها مؤثر است؟

برای به‌حساب آوردن تصحیح_K باید تابع شدت $I(\lambda)$ را برای کهکشانها در فرابنفش بدانیم. تصحیح_K هنوز ناشناخته است، بنابراین می‌توان گسترهٔ وسیعی از مدلهای فریدمان و همین‌طور حالت پایا را در نوار عدم قطعیت به‌کار برد. با این همه، اگر فرض کنیم $I(\lambda) \propto \lambda^\alpha$، به‌دست می‌آوریم

$$K(z, \lambda_۰) = ۲/۵(\alpha + ۱)\log(۱ + z). \qquad (۲۶.۱۱)$$

1. J. A. Tyson   2. J. F. Jarvis



شکل ۷.۱۱ شمارشهای دیفرانسیلی کهکشانها در چهار نوار B، R، I و K در گسترهٔ قدرهای ۲۸ـ۱۲ ~ در اینجا نشان داده شده‌اند. توجه کنید که شمارشها در قدرهای زیاد، همان‌طور که برای متناهی ماندن روشنایی آسمان لازم است، تخت می‌شود. خطهای نشان‌داده‌شده شمارشهای مربوط به مدلهای بدون تحول با $\Omega = 1$ هستند. بیشترین انحراف از خط بدون تحول برای خط با دایره‌های پُر است، که نشانگر جمعیت اضافی کهکشانهای آبی کم‌نور است.

در طیفی از نوع جسم سیاه، که می‌توان آن را تقریباً در مورد کهکشان به‌کار برد، در انتهای طول موج بلند داریم $\alpha = -4$، در حالی که به طرف طول موجهای کوتاه مقدار آن به -2 میل می‌کند. با این همه، مقادیر واقعی به طیف کهکشانهای واقعی بستگی دارد.

شکل ۷.۱۱ نتیجهٔ این شمارشها را نشان می‌دهد. توجه کنید که این نتایج، همان‌طور که با توجه به روشنایی آسمان در یک عالم در حال انبساط انتظار داریم (نگاه کنید به پارادوکس اولبرس در فصل ۴)، تمایل به تخت شدن در قدرهای ضعیف دارند. با این همه، خطهای «بدون تحول» که از نقطه‌های $\Omega = 1$ رسم شده‌اند نشان می‌دهد که نوعی ناسازگاری در انتهای کم‌نور وجود دارد. این ناسازگاری برای شمارشهای نوار-آبی از همه بارزتر است، که نشان می‌دهد تعداد بیشتری کهکشان آبی وجود دارد.

مباحثه قابل توجهی دربارهٔ این کهکشانهای آبی کم‌نور در نوشته‌ها وجود دارد. ایده‌های مربوط به تشکیل ستارگان نشان می‌دهد که اینها کهکشانهایی هستند که در آنها انفجار ستاره‌ای، یعنی

تشکیل فعال ستارگان، در جریان است. گمان می‌رود که این نشانگر تعدادی بیش از جمعیتی باشد که برمبنای تابع درخشندگی شِکتر و ایده‌های مختلف ارائه‌شده انتظار داریم. آنها می‌توانند کهکشانهای کوتوله با انتقال به سرخهای کم ($z \lesssim ۰٫۴$) باشند، که درواقع در عصر حاضر محو می‌شدند. یا می توانیم استلال کنیم که در گذشته کهکشانهای بیشتری وجود داشته‌اند که بسیاری از آنها در هم ادغام شده‌اند، و تعداد کهکشانهای فعلی را کم کرده‌اند. در این مورد هنوز حرف آخر زده نشده است.

ما موضوعهای مربوطی را که نیاز به کاوش بیشتر در گسترهٔ عصرهای $۱ < z < ۴$ برای کهکشانها دارد به‌اختصار بررسی می‌کنیم. با پیرشدن ستارگان داخل کهکشانها، رنگ آنها چگونه تغییر می‌کند؟ نقشه‌برداریهای در منطقهٔ فروسرخ نزدیک به درک این مسئله کمک می‌کند. مثلاً، جرم (و رنگ) کهکشانها تحت سیطرهٔ غولهاست که ستارگانی با جرم زیادند که زودتر شکل گرفته‌اند. این ستارگان درخشندگی فروسرخ نزدیک را در یک کهکشان تولید می‌کنند. گرچه ترکیب و در نتیجه رنگ کهکشانها معمولاً به ترکیب ریخت‌شناختی (ردهٔ هابل) آنها بستگی دارد، اما درخشندگی فروسرخ نزدیک، که تحت سیطرهٔ ستارگان پیر است، برای تمام انواع کهکشان کم‌وبیش یکسان می‌ماند. بنابراین، در نقشه‌برداریهای فروسرخ نزدیک، آمیزهٔ ریخت‌شناختی با انتقال به سرخ تغییر نمی‌کند.

کهکشانهای با انتقال به سرخ زیاد درگسترهٔ انتقال به سرخ بالا نیز اطلاعاتی دربارهٔ مراحل اولیهٔ تشکیل ستارگان و تحول ستاره‌ای در اختیار می‌گذارند. برآورد سن یک کهکشان در مثلاً $z = ۳$ نشان می‌دهد که اولین مراحل تشکیل ستاره در چه زمانی صورت گرفته است. در کیهان‌شناسی اینشتین‌ـدوسیته، این کهکشان هنگامی دیده می‌شود که سن عالم یک‌هشتم مقدار فعلی بوده است. بنابراین، این مطالعات محدودیتهایی را نه تنها بر مدلهای کیهان‌شناختی بلکه بر نظریه‌های تشکیل ساختار اعمال می‌کند. رابطه‌های رنگ‌ـقدر کهکشانهای بیضوی نیز در اعمال این نوع محدودیتها مفیدند.

یک رابطهٔ مفید دیگر بین فراوانی فلزات Z و در زمینهٔ اپتیکی به فروسرخ وجود دارد. چون می‌دانیم فلزات فقط در ستارگان تولید می‌شوند، از روی فراوانی فلزات می‌توان تابش زمینه را با بهره‌گیری از کارآی ($\sim ۰٫۰۱$) برای تولید انرژی در سنتز هسته‌ها در ستارگان برآورد کرد. اگر جزئیات بیشتری از نمونه‌های کامل کهکشانها در پوسته‌های انتقال به سرخ معین را در اختیار داشته باشیم، می‌توانیم به مقدار تابشی پی‌ببریم که ستارگان پرجرم (که به سرعت می‌سوزند و فلزات را در زمان نسبتاً کوتاهی به‌وجود می‌آورند) تولید کرده‌اند و سپس نتیجه را با آهنگ تشکیل ستارگان در آن عصرها مرتبط سازیم. اولین تلاش از این نوع که لیلی[1] و همکاران در سال ۱۹۹۶ انجام دادند

1. Lilley

که آهنگ تشکیل ستارگان در انتقال به سرخ $z \sim 1$ را به‌دست داد که تقریباً ده برابر آهنگ تشکیل ستارگان فعلی است. در انتقال به سرخهای بالاتر ~ 3، کهکشانهای حد لیمان (یعنی آنهایی که در آنها طول موج αی لیمان 912Å به ناحیهٔ مرئی منتقل شده است) سودمندند. زیرا، به‌واسطهٔ جذب در ابرهای هیدروژن خنثای میانی، طیف این کهکشانها فرورفتگیها یا قطع‌شدگیهایی را از خود نشان می‌دهد. کهکشان فعالی که در آن ستارگان تشکیل می‌شوند تا حد لیمان دارای طیفی تخت خواهد بود. قطع لیمان برای $z = 3$ به مرکز نوار U منتقل می‌شود و کهکشانهایی را تولید می‌کند که در رنگ U_B قرمزند. (U و B معیاری از قدرهای ظاهری در فرابنفش و آبی هستند. شاخص رنگ U_B در مقیاس لگاریتمی شدتهای نسبی این رنگها را اندازه می‌گیرد.) با استفاده از این معیار نیز آهنگ تشکیل ستاره را $\sim 10 M_\odot$ در سال به‌دست می‌دهد. هنوز برای تثبیت این برآوردها بسیار زود است، اما بدون شک این کار با توجه به پیشرفت سریع در نجوم اشیا کم‌نور در سالهای آینده صورت خواهد گرفت.

۲.۳.۱۱ چشمه‌های رادیویی: روشها

در مقایسه با شمارش کهکشانها، شمارش چشمه‌های رادیویی این امتیاز را دارد که تعداد آنها به فراوانی کهکشانها نیست. بدین‌دلیل، پس از اینکه برنامهٔ شمارش کهکشان هابل به‌جایی نرسید و نجوم رادیویی در طی سالهای ۱۹۵۰ به‌وجود آمد، احساس شد که زمان مناسب برای آزمون شمارش چشمه فرارسیده است. منجمان رادیویی این احساس را هم داشتند که چشمه‌های توانمند رادیویی را می‌توان در فاصله‌های بسیار دورتر از کهکشانها دید و در نتیجه آزمونهای دقیقی را برای هندسهٔ بزرگ مقیاس عالم در اختیار می‌گذارند.

ام. رایل[1] درکمبریج، بی. میلز[2] در سیدنی و جی. بولتون[3] درکالتک ملی ابتکاری را دربارهٔ برنامهٔ شمارش چشمه انجام دادند. چون منجم رادیویی S را در پهنای نوار مشخصی اندازه می‌گیرد، تمایل دارد که $\log N$ را برحسب $\log S$ رسم کند، که S چگالی شار، یعنی شار S دریافتی در نواری از بسامد تقسیم بر پهنای نوار است. یکای متداول S یانسکی (Jy)، برابر با $10^{-26}\text{W m}^{-2}\text{Hz}^{-1}$ است. (به‌افتخار کی. جی. یانسکی[4] که کار پیشگامانه‌ای را در نجوم رادیویی در سالهای ۱۹۳۰ انجام داد.) همین‌طور، توان چشمهٔ رادیویی به‌صورت درخشندگی به‌ازای نوار بسامد واحد و زاویهٔ فضایی واحد تعریف می‌شود که یکای آن وات بر هرتز بر استرادیان ($\text{W Hz}^{-1}\text{sr}^{-1}$) است.

چند راه برای رسم داده‌های مربوط به شمارش چشمه وجود دارد. چون نشریات نجومی حاوی مراجع مربوط به همهٔ آنهاست، فقط به اختصار به شرح آنها می‌پردازیم.

1. M. Ryle 2. B. Mills 3. J. Bolton 4. K. G. Jansky

رابطهٔ $\log N - \log S$

این شکلی است که قبلاً دربارهٔ آن بحث کردیم. هندسهٔ اقلیدسی پیش‌بینی می‌کند که

$$\frac{\mathrm{d}\log N}{\mathrm{d}\log S} = -۱/۵۰ \qquad (۲۷.۱۱)$$

مدلهای فریدمان و مدلهای حالت پایا، مطابق شکل ۸.۱۱(الف)، تمایل به تخت شدن دارند.

رابطهٔ $\log N/N_\circ - \log S$

به‌جای رسم N برحسب S، اغلب راحت‌تر است که N را به‌صورت کسری از تعداد $N_\circ$ که در هندسهٔ اقلیدسی انتظار داریم برحسب S رسم کنیم. شکل ۸.۱۱(ب) نشان می‌دهد که این نمودارها در کیهان‌شناسی استاندارد و حالت پایا چگونه به‌نظر می‌رسند. در این شکل به‌جای نسبت $N/N_\circ$ نسبت شمارشهای دیفرانسیلی $\Delta N_\circ/\Delta N_\circ$ را رسم کرده‌ایم. یعنی $\Delta N_\circ$ را تعداد چشمه‌هایی در نظر می‌گیریم که در هندسهٔ اقلیدسی در گسترهٔ شار $(S, S+\Delta S)$ انتظار داریم، در حالی که ΔN تعداد واقعی چشمه‌های یافته‌شده (یا آنچه را که در مدل معینی انتظار داریم) نشان می‌دهد. از این‌رو، $\Delta N_\circ \propto S^{-۵/۲}\Delta S$، و انتظار داریم که $\Delta N/\Delta N_\circ$ با کاهش S به‌طور منظم از ۱ کمتر می‌شود.

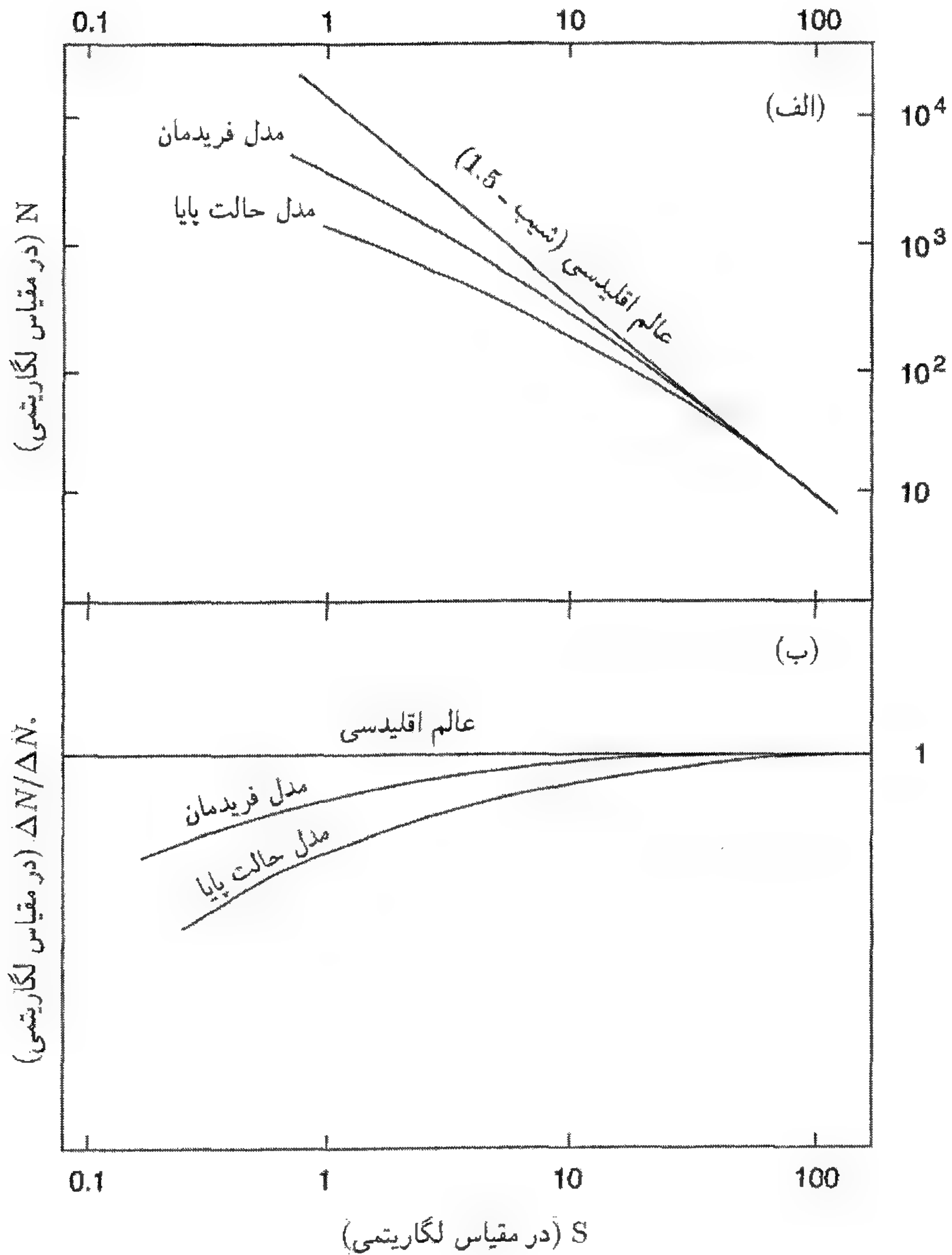
آزمون درخشندگی-حجم

به‌جای رسم N برحسب S، اغلب بهتر است که با مسئلهٔ چشمه-شمارش به‌صورت زیر برخورد کنیم. فرض کنید S_m کمترین چگالی شار باشد که در یک بررسی می‌توانیم گردآوری کنیم. فرض کنید چشمه‌ای با $S > S_\mathrm{m}$ را یافته‌ایم، و فاصلهٔ d آن را هم (مثلاً از انتقال به سرخ) می‌دانیم. پس درخشندگی آن معلوم است. سپس می‌توان این پرسش را مطرح کرد که چقدر می‌توانیم این چشمه را دورتر ببریم تا بتوان آن را در این بررسی به‌زحمت آشکار ساخت.

از این‌رو دو حجم V و V_m را داریم. حجم V مربوط به ناحیه‌ای کروی به مرکز محل ما به شعاع d است که چشمه درواقع در مرز آن قرار دارد. حجم V_m مربوط به کرهٔ حدی است که در مرز آن چشمه در بررسی ما به‌زحمت قابل آشکارسازی است. اگر چشمه در کرهٔ حدی به‌صورت کاتوره‌ای توزیع شده بود، مقدار میانگین V/V_m برابر $\frac{۱}{۲}$ می‌شد. از این‌رو، در هر کیهان‌شناسی با فرض (۱)، توزیع یکنواخت مقدار میانگین، انتظار داریم که نسبت V/V_m برابر $\frac{۱}{۲}$ شود.

در عمل، اگر انتقال به سرخهای چشمه‌های رادیویی را بدانیم، می‌توانیم با یک آزمون درخشندگی-حجم، مقدار میانگین را محاسبه کنیم

$$f = \left\langle \frac{V}{V_\mathrm{m}} \right\rangle. \qquad (۲۸.۱۱)$$



شکل ۸.۱۱ نمودار کلی (الف) $\log N$ برحسب $\log S$ و (ب) $\log(\Delta N/\Delta N_\circ)$ برحسب $\log S$. منحنیهای نشان داده شده برای مدل فریدمان نشانگر تعدادی منحنی هستند که بین حالت پایا و منحنیهای اقلیدسی برای مقادیر مختلف $q_\circ$ قرار دارند.

بدیهی است که این محاسبه به مدل کیهان‌شناختی مورد استفاده بستگی دارد. اگر $f = \frac{1}{2}$ باشد، فرض توزیع یکنواخت تأیید می‌شود. اگر $f < \frac{1}{2}$ باشد، بررسی نشان می‌دهد که چشمه‌های دوردست تا از چشمه‌های نزدیک بیشترند. چون چشمه‌های دوردست در دوره‌های اولیه‌تری مشاهده

می‌شوند، این نتیجه مربوط به موردی از ارزیابی چگالی است که در آن چشمه‌های گذشته بیش از چشمه‌های فعلی است. همین‌طور، $f > \frac{1}{2}$ ارزیابی چگالی از نوع مخالف را نشان می‌دهد. مارتن اشمیت[1] نخستین کسی بود که این آزمون برای چشمه‌های رادیویی را در سال ۱۹۶۸ مطرح کرد.

روش بیشترین احتمال

این روش تحلیل داده‌های NـS را دی. اف. کرافورد[2]، دی. ال. ژونسی[3]، و اچ. اس. مورداک[4] در سال ۱۹۷۰ پیشنهاد کردند، و می‌توان آن را به‌اختصار به‌صورت زیر بیان کرد.

رابطهٔ NـS زیر را در نظر بگیرید

$$N(S) = kS^{-\alpha}, \qquad S \geq S_m. \tag{۲۹.۱۱}$$

فرض کنید $\sigma = S/S_{\rm m}$ به‌طوری که $\sigma \geq ۱$، و $\sigma_۰$ را بیشترین مقدار σ بگیرید. اگر $\mathrm{d}p(\sigma)$ احتمال یافتن چشمه در گسترهٔ $(\sigma, \sigma + \mathrm{d}\sigma)$ باشد. از (۲۹.۱۱) داریم

$$\mathrm{d}p = \frac{\alpha\sigma^{-(\alpha+۱)}\mathrm{d}\sigma}{۱ - \sigma_۰^{-\alpha}}. \tag{۳۰.۱۱}$$

اگر گسترهٔ σ را به‌اندازه کافی کوچک کنیم تا حداکثر حاوی یک چشمه باشد، می‌توانیم M گستره از این نوع داشته باشیم. اگر آنها را با $i(i = ۱, ۲, \ldots, M)$ و احتمالهای متناظر را با p_i نشان دهیم، تابع احتمال $\mathcal{L}$ به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{L} = \sum_i \ln p_i. \tag{۳۱.۱۱}$$

اساس این روش بیشینه‌کردن $\mathcal{L}$ نسبت به α است. با استفاده از (۳۰.۱۱) برای p_i، محاسبه‌ای ساده نتیجه زیر را به‌دست می‌دهد

$$\alpha = \frac{M}{\sum\limits_i \ln \sigma_i}. \tag{۳۲.۱۱}$$

در نمودار معمولی $\log\ N$ـ$\log\ S$، N از افزودن تعداد مربوط به بازه‌های متوالی شار به‌دست می‌آید، و در این روش خطاها تمایل به انباشته شدن دارند. بنابراین، مقادیر N در این نقشه مستقل از هم نیستند و برآورد α برمبنای آنها کاملاً موثق نیست. روش بیشترین احتمال هر مشاهده را جداگانه در نظر می‌گیرید، و در نتیجه برآورد α از (۳۲.۱۱) دارای خطاهای سیستماتیک انباشتی نخواهد بود.

---
1. Maarten Schmidt 2. D. F. Crawford 3. D. L. Jauncey 4. H. S. Murdoch

۳.۳.۱۱ چشمه‌های رادیویی: داده‌ها

قبل از پرداختن به داده‌های واقعی باید نکته‌های زیر را در نظر گرفت.

۱. آزمون شمارش تعداد برای رابطهٔ حجم-فاصله. معیار فاصلهٔ یک کهکشان انتقال به سرخ آن است. اما، منجم رادیویی نمی‌تواند انتقال به سرخ را مستقیماً اندازه بگیرد. اگر چشمهٔ رادیویی به‌طور اپتیکی با کهکشانی با انتقال به سرخ معلوم شناسایی شود، فقط باید فاصلهٔ آن را اندازه بگیریم. چگالی شار S نمی‌تواند شاخص موثقی از فاصله باشد مگر اینکه اطمینان حاصل کنیم که درخشندگی تمام چشمه‌های تقریباً یکسان است. در عمل توان چشمه‌های رادیویی ضعیف تا قوی در گسترهٔ 10^{23} تا $10^{27}\mathrm{W\ sr^{-1}}$ تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان یک چشمه ضعیف نزدیک را با چشمه‌ای قوی در دوردست اشتباه گرفت.

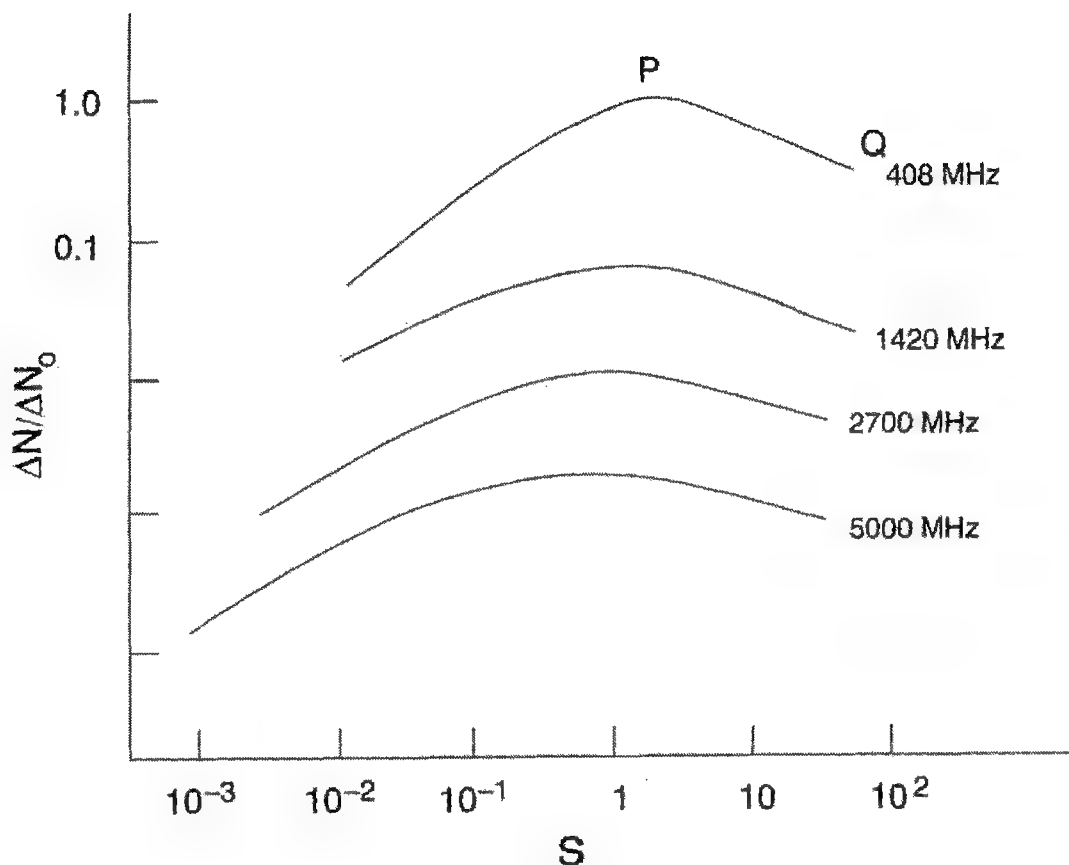
۲. حتی اگر در یک بررسی تمام انتقال به سرخها معلوم باشند، نمونهٔ کاملی برای آزمون رابطهٔ حجم-انتقال به سرخ نخواهیم داشت. زیرا نمونه‌ای که نسبت به چگالی شار کمینهٔ S_{m} کامل است: الزاماً نسبت به انتقال به سرخ بیشینه z_{m} کامل نخواهد بود، و برعکس. در نمونهٔ اول، چشمه‌های بسیار ضعیف با انتقال به‌سرخ متوسط نادیده گرفته می‌شود، در حالی که در نمونه دوم، چشمه‌های قوی و با فاصلهٔ زیاد به‌حساب نمی‌آیند. به دلایل عملی منجم رادیویی نمونه‌های کاملی از نوع $S \geq S_{\mathrm{m}}$ و نمونه‌های ناکاملی از $z_{\mathrm{m}} \leq z$ را در اختیار دارد. نمونه‌های اخیر دچار مشکلی هستند که در قسمت ۱ به آن اشاره کردیم.

۳. طی سالها، معلوم شده است که شمارش اجسام به‌صورت «جعبه‌های سیاه» گمراه‌کننده است. باید اطلاعاتی در مورد مشخصات بنیادی آنچه که می‌شماریم داشته باشیم.

با این زمینه اکنون به شمارش چشمه‌های رادیویی می‌پردازیم. این شمارش چشمه را می‌توان در بسامدهای مختلف به‌دست آورد، و به‌عنوان مثالی روشنگر، شکل ۹.۱۱ شمارشهای دیفرانسیلی چشمه را (نسبت به مقادیر اقلیدسی) مانند شکل ۸.۱۱(ب) برای چهار بررسی در بسامدهای ۴۰۸ MHz، ۱۴۲۰ MHz، ۲۷۰۰ MHz، و ۵۰۰۰ MHz به‌دست می‌دهد. از این نمودار می‌توان بلافاصله متوجه دو نکتهٔ مهم شد.

اولاً، بررسی در بسامدهای مختلف نتیجه‌های متفاوت می‌دهد. میزان خمیدگی (منفی) این منحنیهای شمارش چشمه با افزایش بسامد بررسی کم می‌شود. دلیل اصلی اختلاف منحنیها به‌قرار زیر است. در نمونه‌ای از چشمهٔ رادیویی تابع شدت بسامد (نگاه کنید به بخش ۷.۳) به‌صورت زیر است

$$J(\nu) \propto \nu^{-\alpha}, \qquad 0 \leq \alpha \leq 1 \tag{۳۳.۱۱}$$



شکل ۹.۱۱ شمارشهای دیفرانسیلی چشمه در بسامدهای مختلف. S در مقیاس لگاریتمی رسم شده است. محل چهار منحنی نسبت به محور $\Delta N/\Delta N_\circ$ به‌دلخواه انتخاب شده است. اما، هر بازهٔ مشخص افزایشی با ضریب ۱۰ را در $\Delta N/\Delta N_\circ$ با حرکت رو به بالا در امتداد محور نشان می‌دهد.

که α شاخص طیفی نامیده می‌شود. بنابراین، برای αی بزرگ چگالی شار برحسب بسامد با سرعت بیشتری فرو می‌افتد، در نتیجه، در بررسیها در بسامد کم چشمه‌ها راحت‌تر از بررسیهای بسامد زیاد انتخاب می‌شوند. برای αی کم این اثر نامحسوستر است. به این دلیل نسبت چشمه‌های با طیف شیب‌دار (αی بزرگ) به چشمه‌های با طیف تخت (αی کوچک) در هر بررسی با افزایش بسامد بررسی کم می‌شود. به‌نظر می‌رسد که سیطرهٔ چشمه‌های با طیف تخت در بررسیهای بسامد بالا رفتار موردنظر در شکل ۹.۱۱ را توضیح می‌دهد.

نکته دوم به صعود اولیهٔ $\Delta N/\Delta N_\circ$ با کاهش S از بالاترین مقدار شار مربوط می‌شود. این اثر در بررسی بسامد پایین در MHz ۴۸۰ از همه بارزتر است، و سبب مباحثهٔ میان رایل و هویل در اوایل دهه ۱۹۶۰ شد. به‌دلیل اهمیت تاریخی آن را به‌اختصار شرح می‌دهیم.

اگر نقطهٔ قله P را با نقطهٔ بالاترین شار Q در شکل ۹.۱۱ مقایسه کنیم دو نتیجه‌گیری ممکن زیر را خواهیم داشت:

۱. وقتی از Q به چگالیهای شار کمتر می‌رویم افزایش قابل ملاحظه‌ای در تعداد ΔN در مقایسه با $\Delta N_{\circ}$ وجود دارد. اگر این چشمه‌ها بسیار دور و پرتوان باشند، اثری تکاملی را مشاهده خواهیم کرد که نشان می‌دهد چگالی عددی چشمه‌های رادیویی در عصر گذشته نسبت به عصر حاضر افزایش سریعی داشته است.

۲. در مقایسه با P، نقطهٔ Q کمبودی را در چشمه‌های با چگالی شار زیاد در ارتباط با مقدار اقلیدسی نشان می‌دهد. اگر چشمه‌ها روی‌هم‌رفته چندان قوی نباشند، این کمبود موضعی است و به سادگی نشان می‌دهد که ما در «حفره‌ای» هستیم که تعداد چشمه‌های رادیویی آن کمتر از میانگین است. این اثرها در صورتی به‌وجود می‌آید که ناهمگنیهایی در مقیاس ۵۰ Mpc در عالم وجود داشته باشد که شبیه چیزی است که از «عالم داغ» مدل حالت پایا انتظار داریم (نگاه کنید به فصل ۸).

هویل با دیدگاه دوم موافق بود، در حالی که رایل و همکارانش درکمبریج امکان اول را درست می‌دانستند. آنچه اکنون به دیدگاه کمبریج معروف است، تحول شدیدی را در چگالی عددی ایجاب می‌کرد و در نتیجه برخلاف نظریهٔ حالت پایا بود. بدیهی است که افزایش در چگالی عددی نمی‌تواند به‌صورت نامحدود ادامه یابد، در غیر این صورت زمینهٔ رادیویی بیش از اندازه زیاد می‌شود. بنابراین، تابعهای مختلفی که تغییر چگالی عددی چشمه‌ها برحسب انتقال به سرخ را بیان می‌کردند، برای برازش داده‌های رصدی در تمام سطوح شار در نظر گرفته شدند. به هر حال، این روش برازش پارامتری آزمون را به‌عنوان وسیله تشخیص میان کیهان‌شناسیهای $q_{\circ}$ مختلف بی‌حاصل می‌سازد، زیرا توابع تحول پیشنهادی تفاوتهای هندسی را می‌پوشاند.

اما این تحول واقعاً چه اندازه اثبات شده است؟ نمونهٔ ۳CR چشمه‌های رادیویی اکنون کاملاً به‌طور اپتیکی شناسایی و انتقال به سرخ اعضای آن تعیین شده است. اگر فرض کنیم که انتقالهای به‌سرخ نشانگر فاصله باشند، اکنون می‌توان شمارش تعداد آن نمونه را دوباره بررسی کرد. در سال ۱۹۸۹ پی. داس‌گوپتا[1] و جی. بربیج و نگارنده این تمرین را انجام دادند. آنها با این فرض که «هیچ تحولی» در تابع درخشندگی صورت نمی‌گیرد کار را آغاز کردند. برمبنای داده‌های انتقال به سرخ، این فرض صفر امکان تشکیل این تابع درخشندگی رادیویی (RLF) را فراهم می‌سازد. سپس می‌توان با این RLF نمونه‌های مونت کارلوی نظری چشمه‌ها را انجام داد و نقشه‌های دوبعدی از توزیعهای چگالی شار عددی را به‌دست آورد. سپس، انحراف این نقشه‌ها از نقشه‌های مشاهده‌شده تعیین می‌شود.

معلوم شده است که این انحرافها به اندازهٔ کافی بزرگ نیستند تا بتوان آنها را برمبنای احتمال کنار گذاشت. یعنی، مدل بی‌تحول را نمی‌توان با توجه به داده‌ها کنار گذاشت. برای مدل حالت پایا

1. P. Das Gupta

این انحرافها کوچکتر و سطوح اطمینان بالاتر هستند. سازگاری میان مدل «بی‌تحول» و مشاهده‌ها با فرض «حفره‌ای موضعی» به اندازهٔ Mpc ۱۰۰ـ۵۰ ~ برای چشمه‌های رادیویی بهتر می‌شود. با توجه به ناهمگنی (ابرخوشه‌ها و حفره‌ها) در این مقیاس، فرض حفرهٔ محلی امروز دیگر مانند سالهای ۱۹۶۰ چندان عجیب به‌نظر نمی‌رسد.

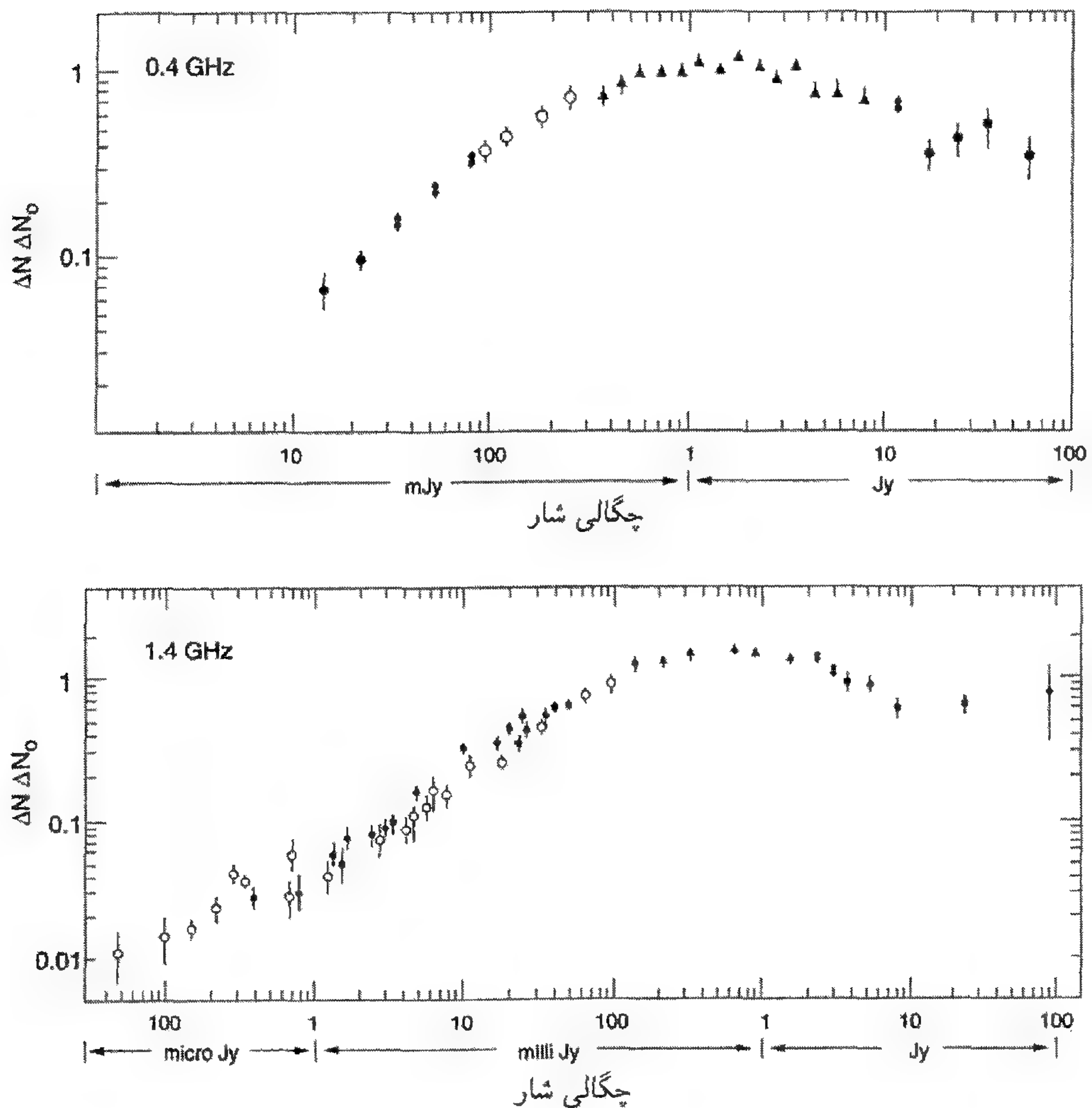
سرانجام، در شکل ۱۰.۱۱ منحنی مرکبی داریم که نشان می‌دهد چگونه شمارشهای چشمهٔ دیفرانسیلی، که به‌صورت کسری از شمارشهای اقلیدسی بیان شده‌اند، برحسب چگالی شار تغییر می‌کنند. با سپاس از نجوم رادیویی جدید اکنون می‌توانیم شمارشهای چشمه را در سطح میکرویانسکی انجام دهیم، در حالی که بررسی 3C بازنگری‌شده به 9Jy محدود بود. شمارشها در انتهای شار زیاد بالا می‌رود و سپس با شیب زیاد فرومی‌افتد، و تمایل دارد که در انتهای ضعیف تخت شود. معمولاً، مدلهای مهبانگ برای باز تولید شمارشهای مشاهده‌شده علاوه بر تحول در چگالی عددی چشمه‌ها به تحول در درخشندگی نیز نیاز دارند. با این همه، در فصل بعد نشان خواهیم داد که چگونه می‌توان درکیهان‌شناسی حالت‌شبه‌پایا، شمارشها را بدون فرض هیچ‌گونه تحولی بازتولید کرد.

۴.۱۱ تغییر اندازه‌های زاویه‌ای با فاصله

دربارهٔ این آزمون در فصلهای ۳ و ۴ به‌اختصار بحث کردیم (نگاه کنید به بخشهای ۹.۳ و ۷.۴)، و دیدیم که اندازهٔ زاویه‌ای جسمی که تصویر اندازهٔ خطی آن ثابت است برحسب فاصلهٔ فضایی از ما به‌صورت یکنواخت کم نمی‌شود. شکل ۱۰.۴ چگونگی تغییر اندازهٔ زاویه‌ای با انتقال به سرخ جسم را نشان می‌دهد. در سال ۱۹۵۸ اف. هویل برای نخستین بار پیشنهاد کرد که این ویژگی هندسه‌های نااقلیدسی را اصولاً می‌توان با مشاهده‌های نجومی آزمود. (با این همه، کتاب کلاسیک تولمن که در اواسط سالهای ۱۹۳۰ نوشته شده این نتیجه به‌دست آمده است.)

این آزمون را می‌توان برای کهکشانها در ناحیهٔ اپتیکی ترتیب داد. اما، انتقال به سرخ کهکشانها به‌اندازهٔ کافی زیاد (یعنی، مثلاً $z \geq 1$) نمی‌شود تا اثرهای پیش‌بینی‌شده را مشاهده‌پذیر سازد. مثلاً، در سال ۱۹۷۵ ار. جی. داد[1]، دی. اچ. مورگان[2]، کی. ناندی[3]، وی. سی. ردیش[4]، واچ. سدون[5] تصویرهای ۳۰۰۰ کهکشان کم‌نور تا قدر B برابر با ۲۳ را در تلسکوپ ۴۸ اینچی یو. ک. اشمیت در استرالیا بررسی کردند. آنها به‌جای انتقال به سرخ، که انتظار نمی‌رفت از ۰٫۵ تجاوز کند، تعداد N کهکشانهای بزرگتر از اندازهٔ زاویه‌ای مشخص θ را رسم کردند. اما، منحنی مشاهده‌شده با گسترهٔ وسیعی از مدلهای

1. R. J. Dodd 2. D. H. Morgan 3. K. Nandy 4. V. C. Reddish 5. H. Seddon



شکل ۱۰.۱۱ اختلاف شمارشهای چشمه نسبت به مقادیر اقلیدسی در بازه‌ای از چگالیهای شار نشان می‌دهد که بعد از افزایشی در ناحیهٔ کوچکی از انتهای روشن، شمارشها به طور مداوم افت می‌کنند و این معمولاً به قبول تحول نیاز دارد، تا با هر مدل فریدمان قابل تطبیق باشد. شکل بالایی شمارشها را در ۴۰۸MHz نشان می‌دهد. در صورتی که شکل پایینی همان را در ۱٫۴GHz نشان می‌دهد. منحنی شمارش در انتهای ضعیف تخت می‌شود.

فریدمان ($۱۳ \leq q_۰ \leq ۰$)، همین‌طور برای $q_۰ = -۱$ متناظر با مدل حالت پایا سازگار بود. این نتیجه نشان داد که کهکشانهای کاوه‌های حساس مناسبی برای گزینش گسترهٔ باریکی از $q_۰$ نیستند.

احتمال دارد که چشمه‌های رادیویی، همان‌گونه که هویل پیش‌بینی کرده بود، اطلاعات مفیدتری فراهم آورند اگر بتوان قویترین آنها را با انتقال به سرخ $z \geq ۱$ مشاهده کرد. به‌طور کلی، چشمه‌های

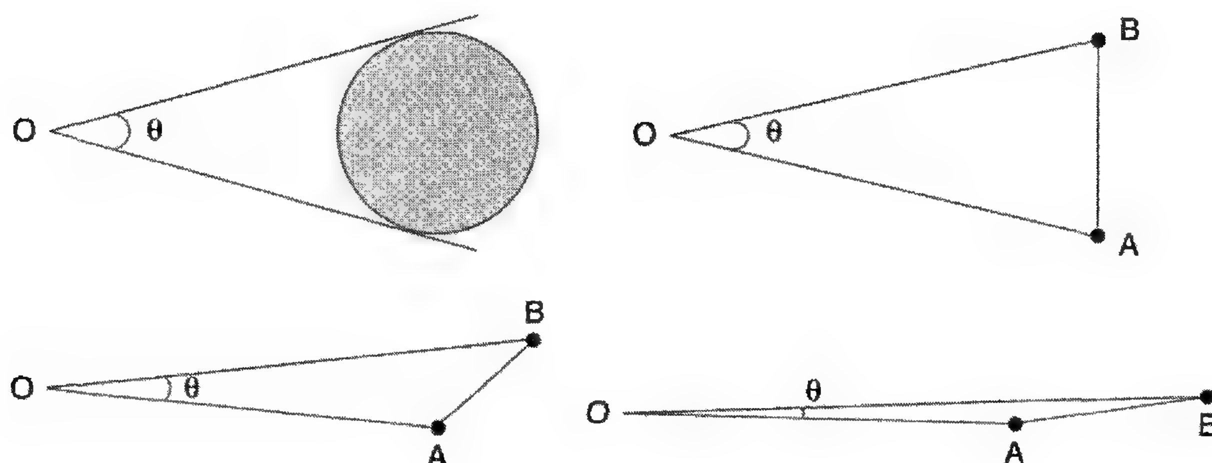


شکل ۱۱.۱۱ تصویر رادیویی پردازش‌شده از دجاجهٔ A ساختار معمولترین چشمهٔ رادیویی برون‌کهکشانی را با دو قطعهٔ رادیوگسیل که به‌صورت متقارن در دوطرف ناحیهٔ مرکزی قرار دارد نشان می‌دهد. گمان می‌رود که ناحیهٔ مرکزی چشمهٔ فعالیتی است که ذرات سریعی را تولید می‌کند که با ساختاری فورانی از آن خارج می‌شوند و پس از برخورد با محیط میان کهکشانی دو لُب رادیوگسیل را به‌وجود می‌آورند.

رادیویی ساختارهای دوگانه‌ای چون شکل ۱۱.۱۱ دارند. هر چشمهٔ نوعی از دو قطعهٔ گسیلندهٔ رادیویی تشکیل شده‌اند که در فاصله‌ای از هم قرار دارند، که درگستره از چند kpc تا ۱۰۰۰kpc ~ است. اندازهٔ زاویه‌ای نوعی ۲۰ ~ ثانیه کمانی در محل ناظر است، این زاویه‌ها را به‌راحتی می‌توان اندازه گرفت. اما، برخلاف زاویه‌ای که کره به‌وجود می‌آورد، و به سمتگیری آن بستگی ندارد، زاویهٔ حاصل از یک چشمهٔ خطی AB، مانند آنچه در شکل ۱۲.۱۱ نشان داده شده است، به زاویه‌ای که AB با خط دید می‌سازد بستگی دارد. از این‌رو، حتی زاویه‌های حاصل از چشمه‌های با اندازهٔ خطی یکسان در فاصلهٔ مساوی نوعی پراکندگی از خود نشان می‌دهند.

داده‌هایی را که جِی. اف. سی. واردل[1] و جی. کی. مایلی[2] در سال ۱۹۷۴ برای کوازارها منتشر کردند، پراکندگی قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهد، این موضوع تا اندازه‌ای ناشی از اثرهای افکنش بالا و مقداری به‌واسطهٔ آن است که اندازهٔ خطی d ثابت نیست. اما حتی با در نظر گرفتن

1. J. F. C. Wardle 2. G. K. Miley



شکل ۱۲.۱۱ چشمهٔ خطی AB زاویه‌ای را در محل ناظر O به‌وجود می‌آورد. اگر این چشمه برخط دید OC عمود باشد این زاویه بزرگ و اگر چشمه در امتداد خط دید باشد زاویه کوچک خواهد بود. برعکس، چشمهٔ کروی چنین تغییری را در θ به‌وجود نمی‌آورد زیرا در تمام جهتها یکسان است.

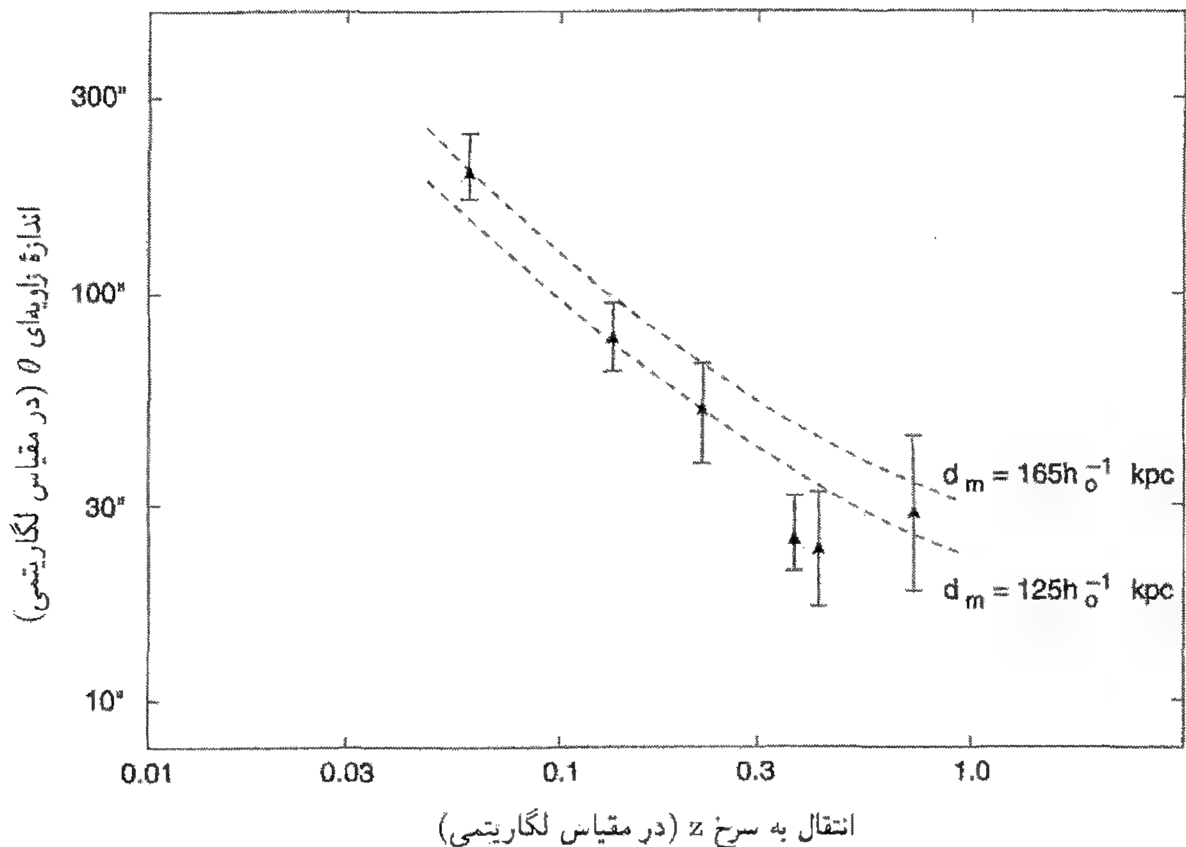
این اثرها، پوش بالایی نمودار نوعی وابستگی به‌صورت $\theta \propto z^{-۱}$ برای z تا ۲٫۵ از خود نشان می‌دهد که توجیه آن دشوار است.

شکل ۱۳.۱۱ نموداری از اندازهٔ زاویه‌ای میانه برحسب انتقال به سرخ را برای چشمه‌های رادیویی نشان می‌دهد که منحنیهای $q_۰ = ۰$ فریدمان برروی آن نهاده شده‌اند. نقطه‌های مشاهده‌شده مربوط به کار سال ۱۹۷۹ جِی. کتگرت‌ـمرکلین[1]، سی . لاری و ال. پادریلی[2] است. دو منحنی نظری برای اندازه‌های زاویه‌ای میانهٔ $۱۲۵h_۰^{-۱}\text{kpc}$ و $۱۶۵h_۰^{-۱}\text{kpc}$ است. سازگاری چندان بد نیست، اگرچه نمی‌توان انتظار داشت که داده‌ها مقدار خاصی از $q_۰$ را با هر درجه‌ای از اطمینان متمایز سازد.

چون انتقال به سرخ چشمه‌های رادیویی را نمی‌توان مستقیماً اندازه گرفت، بلکه باید آنها را در فرایند شناسایی اپتیکی به‌دست آورد، بعضی منجمان رادیویی ترجیح می‌دهند که اندازهٔ زاویه‌ای θ را برحسب چگالی شار S رسم کنند. چون درخشندگی رادیویی متغیر است: این روال چشمهٔ پراکندگی دیگری را به‌رصدها می‌افزاید. اما، ار. دی. اکرز[3] درگرونینگن و وی. کی. کاپاهی[4] و جی. سواراپ[5] در اوتاکاموند[6] کارهای زیادی را دربارهٔ این طرح در ۱۹۷۴ و ۱۹۷۵ انجام دادند. درکار آنها مقدار میانهٔ θ چرخش رو به بالای پیش‌بینی‌شده در چگالیهای شارکم را از خود نشان نمی‌دهد، بلکه در عوض تمایل به هموار شدن دارد. در این مورد می‌توان یکی از تفسیرهای زیر را به‌کار برد:

۱. مقدارکم S به معنی z بزرگ است. چون، در z بزرگ θ باید طبق مدلهای فریدمان با

1. J. Katgert-Merkelijn 2. L. Padrielli 3. R. D. Ekers 4. V. K. Kapahi
5. G. Swarup 6. Ootacamund



شکل ۱۳.۱۱ اندازهٔ زاویه‌ای میانهٔ θ برحسب انتقال به سرخ z برای تعدادی چشمهٔ رادیویی با منحنیهای نظری برای $q_\circ = \circ$ و اندازهٔ زاویه‌ای میانهٔ $۱۶۵h_\circ^{-۱}$ و $۱۲۵h_\circ^{-۱}\text{kpc}$ رسم شده است؛ به‌نظر می‌رسد که میله‌های خطا گسترهٔ وسیعی از مقادیر $q_\circ$ را مجاز می‌دارند، اگرچه حتی یک نتیجهٔ اقلیدسی $\theta \propto z^{-۱}$ را نمی‌توان منتفی دانست.

$q_\circ > \circ$ شروع به افزایش کند، تخت شدن θ به‌معنی تحول است. به‌ویژه، اندازهٔ خطی d باید با افزایش z کاهش یابد، که ایجاب می‌کند چشمه‌های رادیویی درگذشته کوچکتر از حال باشند.

۲. مقدار کوچک S به‌معنی z بزرگ نیست. بلکه ممکن است چشمه‌هایی را مشاهده می‌کنیم که درخشندگی آنها کم است. اگر نوعی همبستگی میان اندازهٔ چشمه و درخشندگی وجود داشته باشد، رصدهای θـS را می‌توان بازتولید کرد.

کاپاهی موافق تفسیر اول بود و استدلال می‌کرد که تحول اندازه به‌صورت

$$d \propto (۱ + z)^\alpha, \qquad \alpha \approx ۱ \qquad (۳۴.۱۱)$$

می‌تواند رصدهای θـS را توجیه کند. استدلال او به این صورت بود که در انتقال به سرخ بزرگ، محیط میان کهکشانی (IGM) چگالتر از مقدار کنونی بوده و می‌توانسته اندازهٔ چشمهٔ نوعی

را به صورتی مؤثرتر از موردی محدود سازد که اگر اکنون تشکیل می‌شد. (به‌خاطر داشته باشید که چشمه‌ها می‌توانستند مانند شکل ۱۱.۱۱ با فورانهای گسیل‌شده از یک جسم مرکزی به‌عنوان چشمه شکل بگیرند و پس از برخورد با IGM قطعه‌های گسیلندهٔ رادیویی را تشکیل دهند.

اس. ام. چیتر و نگارنده طرفدار دیدگاه دوم بودیم، و استدلال می‌کردیم که همبستگی بین اندازهٔ ذاتی و درخشندگی پس از شناخت بهتر چشمه‌های رادیویی می‌تواند به‌دست آید. اینکه کدام دیدگاه صحیح است از مطالعهٔ ویژگیهای ساختاری چشمه‌های رادیویی و اندازه‌گیریهای انتقال به سرخ آنها به‌دست می‌آید.

سپس، کاپاهی چهار نمونهٔ کامل از کهکشانهای رادیویی را با گسترهٔ چگالی و انتقال به سرخ زیر را در نظر گرفت:

۱. نمونهٔ BFDL مربوط به ا. اچ. بریدل[1]، ام. ام. دیویس[2] و یی. بی. فومالونت[3] و جِی. لکوئو[4] با چگالی شار در $۱/۴\mathrm{GHz} > ۲\mathrm{Jy}$ و انتقال به سرخهای $۰/۰۷۵ < z < ۲/۰$؛

۲. نمونهٔ GB/GB۲ جِی. ماخالسکی[5] و جِی. جِی. کوندون[6]، با چگالی شار در $۱/۴\mathrm{GHz} > ۰/۵۵\mathrm{Jy}$ و انتقال به سرخهای $۰/۱۵ < z < ۴/۰$؛

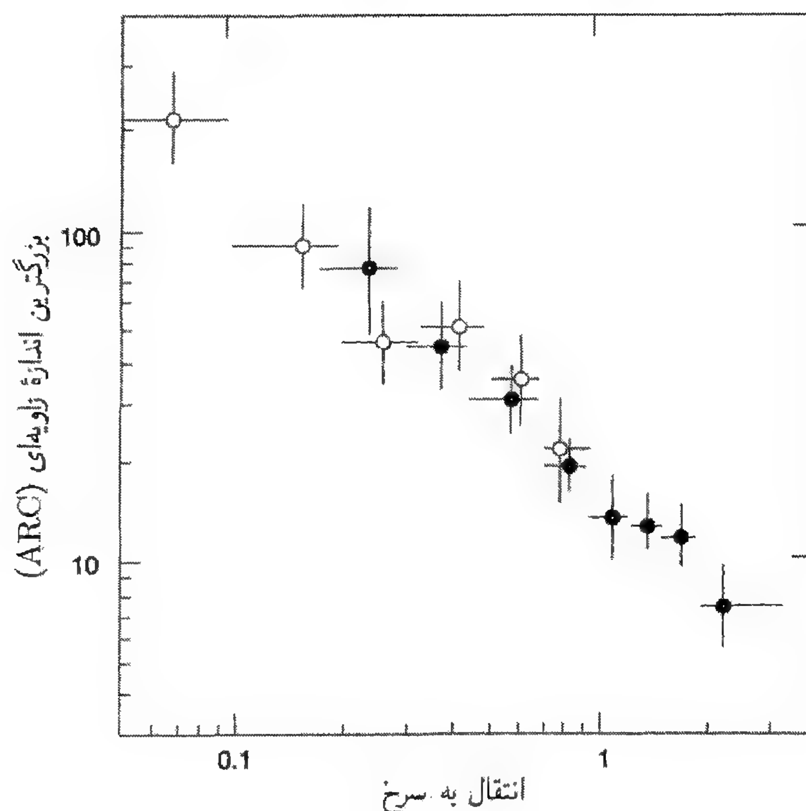
۳. همان نمونهٔ (۲) ولی با چگالی شار در $۱/۴\mathrm{GHz} > ۰/۲\mathrm{Jy} <$ و انتقال به سرخهای $۰/۲۵ < z < ۰/۶$؛

۴. نمونهٔ بررسی عمیق لیدن-برکلی LBDS [7] ار. ا. وینتهورست[8]، جی. ام. وان هِرد[9] و پی. کتگرت[10] با چگالی شار در $۱/۴\mathrm{GHz} > ۰/۰۱\mathrm{Jy}$ و انتقال به سرخهای $z \geq ۰/۸$.

انتقال به سرخهای طیف نمایی برای اغلب چشمه‌ها فقط در پر نورترین نمونه‌های BFDL معلوم‌اند. برای نمونه‌های GB/GB۲ آنها را از روی قدرهای اپتیکی با بهره‌گیری از رابطهٔ هابل برآورد کرده‌اند. نمونهٔ LBDS دارای چشمه‌هایی است که یا با کهکشانهای F با قدر بزرگتر از ۲۲ شناسایی شده‌اند و یا هیچ همتای اپتیکی ندارند، که به معنی داشتن قدرهای اپتیکی کم نورتر از حد صفحه است. بنابراین اطلاعات سرراستی دربارهٔ انتقال به سرخ آنها وجود ندارد، اما انتظار داریم که انتقال به سرخ آنها متجاوز از ۰/۸ و احتمالاً کمتر از ۲ باشد.

نمودار اندازهٔ زاویه‌ای میانه برحسب انتقال به سرخ برای این چهار نمونه دوباره کاهش منظم θ_{m} را به‌صورت $z^{-۱}$ نشان می‌دهد (نگاه کنید به شکل ۱۴.۱۱). کاپاهی برای توجیه این روند از تحول اندازهٔ خطی با انتقال سرخ استفاده کرده است، که چشمه‌های با انتقال به سرخهای بزرگ به‌طور سیستماتیک کوچکترند.

1. A. H. Bridle 2. M. M. Davis 3. E. B. Fomalont 4. J. Lequeux
5. J. Machalski 6. J. J. Condon 7. Leiden-Berkeley Deep Survey
8. R. A. Windhorst 9. G. M. van Heerde 10. P. Katgert

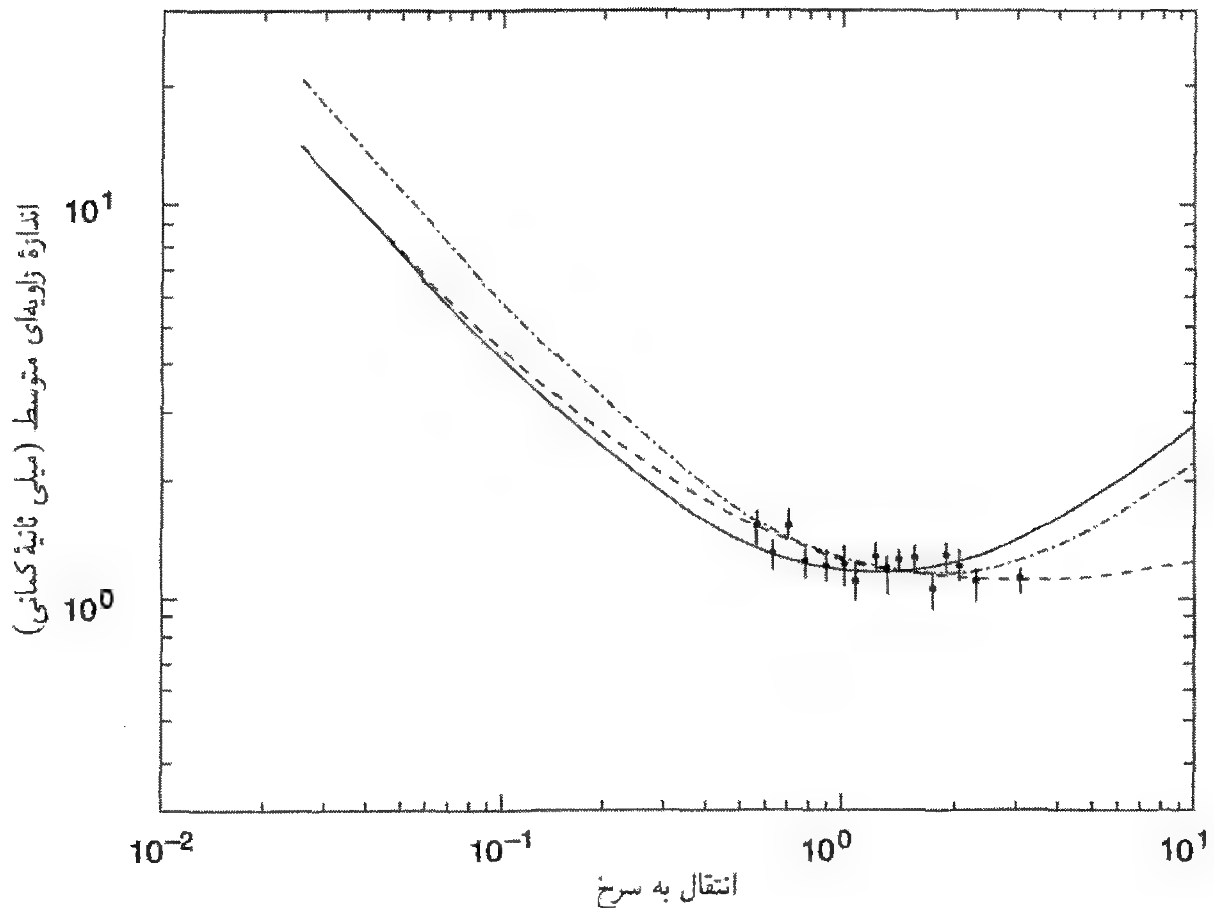


شکل ۱۴.۱۱ تحلیل کاپاهی از رابطهٔ اندازهٔ زاویه‌ای-انتقال به سرخ نمودار بالا را به‌وجود می‌آورد، که در آن خط نزدیک به نقطه‌های میانه بررسی چهار مؤلفه‌ای رسم شده است. این‌خط $\theta \propto z^{-1}$ را روی نقشه log_log تقریب می‌زند.

برای از بین بردن یا لااقل کمینه کردن اثر تکاملی IGM، کلرمان[1] در سال ۱۹۹۳ پیشنهاد کرد که آزمون را در مورد اجزای بسیار ریز کوازارها به‌کار ببرند که از طریق تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار دراز (VLBI)[2] به‌دست می‌آید. مطالعات اولیهٔ او نتیجه‌ای داشت که با مدل اینشتین-دوسیته سازگاری بسیار داشت. با این همه، تحلیل کلیتر نمونهٔ ۲۵۶ چشمه‌های بسیار فشرده با انتقال به سرخهای درگسترهٔ ۳٫۸-۰٫۵ توسط جِی. سی. جکسون[3] و مارینا دادسون[4] نشان داد که این مدل در واقع مردود است، و برای برازشهای بهتر باید به ثابت کیهان‌شناختی متوسل شد. شکل ۱۵.۱۱ منحنیهای θ-z را برای سه نوع مدلی نشان می‌دهد که آنها به داده‌ها برازش داده‌اند.

در فصل بعد این داده‌ها را در مورد کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا به‌کار می‌بریم. بدیهی است، که اگر بتوان اثر تکاملی بر اندازهٔ خطی را بدین ترتیب حذف کرد، این نمونه می‌تواند اطلاعاتی دربارهٔ پارامترهای کیهان‌شناختی در اختیار بگذارد.

1. Kellermann 2. very-long-baseline interferometry 3. J. C. Jackson
4. Marina Dodgson



شکل ۱۵.۱۱ این نمودار سه‌منحنی را نشان می‌دهد که از نقطه‌های دادهٔ چشمه‌های بسیار فشرده گذشته‌اند. خط پیوسته برای مدل اینشتین-دوسیته است. خط‌چین نشانگر مدل با $\Omega_\circ = ۰/۲$ و $\Omega_\Lambda = -۳/۰$ است، که بهترین برازش را با داده‌ها دارد، در حالی که نقطه‌چین بهترین برازش را با مدل، با $\Omega_\circ = ۰/۲$، $\Omega_\Lambda = ۱ - \Omega_\circ = ۰/۸$ نشان می‌دهد.

۵.۱۱ آزمون روشنایی سطحی

آزمونی که قدر و اندازه‌های زاویه‌ای را تلفیق می‌کند شامل اندازه‌گیری روشنایی سطحی برحسب انتقال به سرخ است. در مدلهای جهان رابرتسون-واکر، فرمولهای (۵۷.۳) و (۷۰.۳) در فصل ۳ روشنایی ظاهری یک چشمه و مساحت زاویه‌ای آن را به‌ترتیب به‌صورت زیر می‌دهند:

$$\mathcal{F}_{\rm bol} = \frac{L_{\rm bol}}{۴\pi r_۱^۲ S^۲(t_\circ)(۱+z)^۲} \quad (۳۵.۱۱)$$

$$A \equiv \frac{\pi}{۴}(\Delta\theta_۱)^۲ = \frac{\pi d^۲(۱+z)^۲}{۴r_۱^۲ S^۲(t_\circ)} \quad (۳۶.۱۱)$$

از تقسیم (۳۵.۱۱) بر (۳۶.۱۱) روشنایی سطحی چشمه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\sigma = \frac{L_{\text{bol}}}{\pi^{۲} d^{۲} (۱ + z)^{۴}}. \qquad (۳۷.۱۱)$$

توجه کنید که σ به $r_۱$ بستگی ندارد؛ همین‌طور تابع $q_۰$، یعنی پارامتری که مدلهای مختلف کیهان‌شناختی را مشخص می‌کند، نیز نیست. بلکه فقط تابع $(z + ۱)$ با توان منفی چهار است. سندیج تأکید کرده است که این قانون توان چهارم نشانهٔ انبساط هابل است، و بنابراین می‌توان از آن برای تشخیص مدلهای جهان در حال انبساط از سایر نظریه‌های دیگر که در آنها انتقال به سرخ ناشی از انبساط نیست استفاده کرد.

اگرچه این نظریه‌ها را در فصل ۸ بررسی نکردیم، اما باید متذکر شویم که چنین کیهان‌شناسیهایی وجود دارند. به‌عنوان مثال، نظریهٔ «نور خستهٔ» جی. سی. پکر[1] و جی. پی. ویژیه[2]، و کیهان‌شناسی زمان‌سنجی جی. یی. سِیگل[3] و غیره.

سندیج متوجه شده است که اعداد خوشه‌های رتبهٔ اول با پراکندگی نسبتاً کم از قانون $(۱+z)^{-۴}$ پیروی می‌کنند، بنابراین تصویر عالم در حال انبساط برای انتقال به سرخ کهکشانها تأیید می‌شود.

۶.۱۱ کوازارها به‌عنوان کاوه‌های تاریخچهٔ عالم

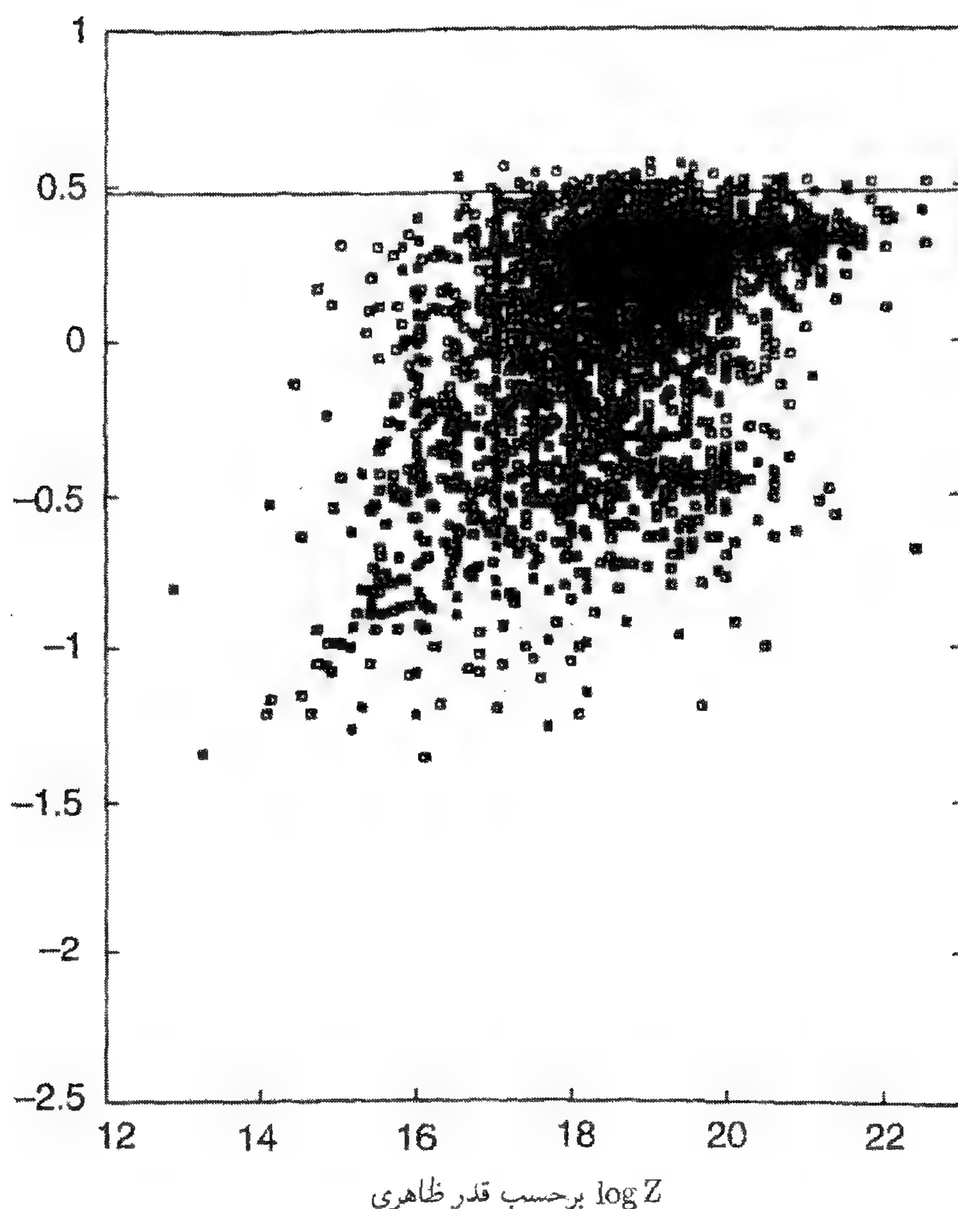
در آزمونهایی که در بالا توصیف شد فرض می‌شود که انتقال به سرخ اجسام که برای آزمونها به‌کار می‌روند منشأ کیهان‌شناختی دارند. این فرض برای کهکشانهایی که برای آنها، لااقل در مورد اعداد خوشهٔ رتبهٔ اول، رابطهٔ هابل استحکام لازم را دارد فرضی معقول است.

برخلاف آن، انتقال به سرخ کوازارها به‌صورت قابل ملاحظه‌ای بزرگتر است. در زمان نوشتن این کتاب ۱۵۰۰۰ کوازار در فهرستهای مختلف آورده شده است. بنابراین، این اجسام متعلق به ناحیهٔ III بخش ۱.۱۰ هستند و باید کاوه‌های کیهان‌شناختی ارزشمندتری باشند. فرض خواهیم کرد که انتقال به سرخهای کوازار به علت انبساط عالم باشند و در نتیجه از قانون هابل پیروی کنند. برای شروع، دربارهٔ شواهد این فرض بحث خواهیم کرد، که آنها را فرضیه‌های کیهان‌شناختی (CH) می‌نامیم.

نمودار هابل

نقشهٔ $\log z$ برحسب m باید، طبق قانون هابل، دارای شیب $d \log z / dm = ۵$ باشد که در zهای بزرگ برای اثرهای کیهان‌شناختی تصحیح شده است. در اوایل سال ۱۹۶۶ جی. ار. بربیج و اف.

1. J. C. Pecker 2. J. P. Vigier 3. J. E. Segal



شکل ۱۶.۱۱ نمودار هابل برای کوازارها در فهرست هیوئیت‌ـبربیج. این شکل شبیه یک نمودار پراکندگی بدون هیچ رابطهٔ محسوس بین m و $\log z$ به‌نظر می‌رسد.

هویل متذکر شدند که نمودار هابل برای کوازارها نموداری پراکنده و بدون هیچ‌گونه همبستگی ظاهری میان $\log z$ و m است. با پیدا شدن کوازارهای بیشتر این نتیجه‌گیری معتبر ماند. شکل ۱۶.۱۱ نمودار هابل برای $\sim$ ۵۰۰۰ کوازار در فهرست هیوئیت‌ـبربیج را نشان می‌دهد. بدون شک هابل، یا هر منجم که با این دادهها به تنهایی روبه‌رو شود نتیجه نمی‌گیرد که رابطه‌ای میان انتقال به سرخ و قدر کوازارها موجود است.

با این همه، به لحاظ تاریخی کوازارها هنگامی کشف شدند که قانون هابل برای کوازارها

به‌خوبی تثبیت شده بود و هیچ‌کدام از مدهای رقیب، دوپلری یا گرانشی، انتقال به سرخهای به بزرگی $z = ۰/۱$ را که برای کهکشانها متداول است تولید نمی‌کردند. بنابراین، طبیعی بود که فرض شود انتقال به سرخهای کوازارها نیز کیهان‌شناختی است.

در برخورد با نمودار هابل پراکنده، دیدگاه معمول آن است که فرض شود پراکندگی به‌علت گستردگی وسیع درخشندگی کوازارهاست. جی. ان. باکال[1] و ار. یی. هیل[2] در سال ۱۹۷۳ استدلال کردند که رابطهٔ مستحکم هابل برای کوازارها هنگامی نمایان می‌شود که (۱) تصحیحهایی برای اثرهای گزینش مختلف انجام گیرد، (۲) کوازار نمونه به بازه‌های انتقال به سرخ کوچک (جعبه‌ها) تقسیم شود، و (۳) پرنورترین کوازار در هر جعبهٔ انتقال به سرخ برگزیده شود. اما، بربیج و اس. اودل[3] که متوجه شدند تحلیل آنها در همین راستا به شیبهای تخت‌تری برای $d \log z/dm$ می‌انجامد، این نتیجه‌گیری را به چالش کشیده‌اند؛ شیبهای آنها به‌جای ۵ در گسترهٔ ۲ تا ۳ است.

پیامد این نتیجه‌گیریها هرچه باشد، بدیهی است که نمودار هابل نمی‌تواند دلیلی بر صحت CH باشد؛ در بهترین شرایط، استدلالهای نوع باکال-هیلز می‌تواند آن را با CH هماهنگ سازد. بدون شک، در حال حاضر امیدی برای استفاده از کوازارها برای اندازه‌گیری $q_۰$ به کمک نمودار هابل آنها وجود ندارد.

اکنون به بحث دربارهٔ سایر آزمونهای شامل کوازارها می‌پردازیم.

شمارش تعداد

ام. اشمیت[4] با بهره‌گیری از آزمون درخشندگی-حجم نتیجه گرفت که میانگین $\langle V/V_{\mathrm{m}} \rangle$ برای کوازارهای رادیویی در فهرست 3CR به بزرگی ۰/۶۴ (در مقایسه با مقدار اقلیدسی ۰/۵۰) است. مقادیر زیاد مشابهی در سایر بررسیها به‌دست می‌آید. بر این اساس، معمولاً استدلال می‌شود که چگالی عددی کوازارها به‌شدت متحول شده است؛ مقدار آن در گذشته بسیار بیشتر بوده است. مدلهای تحول درخشندگی و نیز تحول چگالی با عاملهای افزایش مانند $(۱ + z)^n (n > ۱)$ یا تابعهای نمایی در زمان نگاه به گذشته برای برازش داده‌های مربوط به شمارش تعداد کوازارها به‌کار رفته است. همین‌طور استدلال شده است که کوازارهای رادیویی با طیف شیب‌دار تحولی شدیدتر از کوازارهای رادیویی با طیف تخت داشته‌اند.

همین‌طور شمارش تعداد کوازارهای اپتیکی وجود دارد که شیبی اَبَر اقلیدسی برای رابطهٔ $\log N$-m (شیب ۰/۸ ~ در مقابل ۰/۶ برای عالم اقلیدسی) در مورد کوازارهای پرنور از خود نشان می‌دهند. منحنی $\log N$-m در فراتر از قدر B در حدود ۲۰ تخت می‌شود. گفته شده

1. J. N. Bahcall 2. R. E. Hills 3. S. O'Dell 4. M. Schmidt

است که تحول درخشندگی مسئول این شیب‌دار شدن است. اما، در فراتر از $z \approx ۳$ تعداد به‌طور قابل ملاحظه‌ای فرو می‌افتد.

شگفت اینکه، اگر فرض کنیم که کوازارها (در ناحیهٔ I) موضعی و به‌طور یکنواخت توزیع شده باشند، $\langle V/V_m \rangle$ برای کوازارهای رادیویی نزدیک به ۰٫۵ می‌شود. این موضوع را ار. لیندز[1] و دی. ویلز[2] در بررسی چند نمونهٔ کامل کوازار رادیویی به‌دست آوردند.

در سال ۱۹۷۹ با کشف اینکه (عمدتاً مربوط به رصدخانهٔ اینشتین) گسیل پرتو X مشخصهٔ بسیاری از کوازارهاست، بُعد تازه‌ای به مسئله شمارش چشمه افزوده شد. بنابراین، اصولاً می‌توان یک آزمون $\log N$ـ$\log S$ برای کوازارهای پرتو X انجام داد. داده‌های اولیه نشان می‌داد که درخشندگی پرتو X و اپتیکی کوازارها همبسته‌اند. از این‌رو، شمارش تعداد اپتیکی کوازارها باید مبنایی برای شمارش تعداد پرتو X نیز در نظر گرفته می‌شد، سپس با بهره‌گیری از فرمولهایی چون (۱۰۲.۴) می‌توان سهم کلی زمینهٔ پرتو X ناشی از فقط کوازارها را برآورد کرد.

شمارش تعداد اپتیکی کوازارها در ۱۹۷۹ صعود با شیب تندی را در تعداد کوازارها کم‌نور نشان داد، و به فاجعهٔ معروف به زمینهٔ پرتو X انجامید. به‌نظر می‌رسید که کوازارها به تنهایی سهمی بیش از ۱۰۰ درصد در زمینهٔ پرتو X دارند. به هر حال، اکنون معلوم شده است که چگالی عددی کوازارها چنانکه قبلاً گمان می‌شد صعود نمی‌کند. با توجه به برآورد بعدی ا. کی. کمباوی[3] و ا. سی. فابیان[4]، سهم کوازارهای پرتو X در این نوع پرتوهای زمینه نباید از ~ ۳۰ درصد کل تجاوز کند.

رابطهٔ اندازهٔ زاویه‌ای‌ـانتقال به سرخ

در مقایسه با وضعیت آشوبناک مورد نمودار هابل، رابطهٔ روشنتری بین یک ویژگی قابل مشاهده (وابسته به فاصله) و z کوازارها از مطالعهٔ اندازه‌های زاویه‌ای به‌دست می‌آید. همان‌طور که در بخش ۴.۱۱ گفتیم، بزرگترین اندازهٔ زاویه‌ای در یک جعبهٔ انتقال به سرخ ظاهراً برای کوازارهای رادیویی به‌صورت $z^{-۱}$ کاهش می‌یابد. همین‌طور پیوستگی خامی بین نقشهٔ zـθ کوازارها و همین نقشه برای کهکشانها وجود دارد. که نشان می‌دهد هر دو جسم احتمالاً مربوط به یک سیستم‌اند. با این همه، چرا θ به‌صورت $z^{-۱}$ تغییر می‌کند، در صورتی که هیچ مدل فریدمان آن را پیش‌بینی نمی‌کند؟ نکته عجیب آن است که، اگر z متناسب با فاصلهٔ D باشد، نتیجهٔ مشاهده‌شده $\theta \propto D^{-۱}$ صرفاً هندسهٔ اقلیدسی را تأیید خواهد کرد! برای اجتناب از ورودیهای نامطمئن از فرض تکامل، این آزمون برای مؤلفه‌های بسیار فشردهٔ کوازارها با VLBI اندازه‌گیری شد. دربارهٔ نتایج اولیه آن در بخش ۴.۱۱ بحث کردیم. این رهیافت واضحتر به‌نظر می‌رسد و امید می‌رود که مطالعات بیشتری در این زمینه صورت گیرد.

---
1. R. Lynds 2. D. Wills 3. A. K. Kembhavi 4. A. C. Fabian

سیستمهای خط جذبی

چند کوازار علاوه بر خطهای گسیلی خطوط جذبی نیز دارند. انتقال به سرخ خط جذبی $z_{\rm em}$ یک کوازار معمولاً برای تمام خطها یکسان است. اما، در بعضی موارد، بیش از یک انتقال به سرخ خط جذبی $z_{\rm abs}$ یافته شده است. همین‌طور، اغلب $z_{\rm em} > z_{\rm abs}$، اگرچه مواردی نیز وجود دارد که $z_{\rm abs} > z_{\rm em}$. چرا این اختلافها در انتقال به سرخ وجود دارد؟

اصولاً، تفاوت میان انتقال به سرخ خط جذبی و انتقال به سرخ خط گسیلی را می‌توان به حساب (۱) حرکت نسبی بین ناحیه گسیلنده و جذب‌کننده، (۲) سهم اندک انتقال به انتقال به سرخ گرانشی نسبت به انتقال به آبی بین دو ناحیه، یا (۳) اختلاف انتقال به سرخهای کیهان‌شناختی نواحی گسیلنده و جذب‌کننده گذاشت. هر دو مورد (۱) و (۲) در چشمه به‌وجود می‌آید، درحالی که (۳) نیاز به این دارد که در راه چشمه به ناظر جذب صورت بگیرید. همین‌طور توجه کنید در حالی که (۱) را چون می‌توان تنظیم کرد تا هر دوی $z_{\rm em} \geq z_{\rm abs}$ را داشته باشد، (۲) و (۳) نیاز به $z_{\rm em} > z_{\rm abs}$ دارند.

با توجه به کارهای انجام‌شده معلوم نیست که آیا سازوکاری رضایت‌بخش در (۱) وجود دارد که سیستمهای مختلف خط جذبی را در جسم توجیه کند. برای کوازار ۳C ۲۸۶، $z_{\rm em} = ۰٫۸۵$، در حالی که $z_{\rm abs} = ۰٫۶۹$؛ رصدهای ۲۱ سانتی‌متری چشمه اختلاف سرعت اندک $(\sim ۳{\rm km\ s^{-۱}})$ را در فاصله $\sim ۳۰۰{\rm pc}$ در چشمه نشان می‌دهد. این موضوع اختلاف $z_{\rm abs} - z_{\rm em}$ ناشی از خروج گاز با سرعت زیاد از داخل کوازار را نشان می‌دهد.

توجیه متداولتر سیستمهای خط جذبی ناشی از (۳) است که در آن جذب‌کننده‌ها ابرهای میان کهکشانی یا هاله‌ای کهکشانی در راه از QSO به ناظر هستند. معمولاً سه نوع خط جذبی وجود دارد:

۱. خطهای جذبی پهن[1] (BAL) یا سیستمهای پاستیغ C IV، Si IV، N V، O VI و غیره. علاوه بر Lyα. پاستیغها در بخش آبی خطهای گسیلی متناظر قرار دارند و مربوط به سرعت $\leq ۰٫۱۰c$ هستند.

۲. سیستمهای عناصر سنگین حاوی خطهای تیز ناشی از H تا عناصر سنگینتر است که از گاز رقیق با ترکیب نزدیک به خورشید ناشی می‌شوند. در اینجا تفاوت میان انتقال به سرخهای گسیلی و جذبی نظیر با سرعت $\leq ۰٫۸c$ به‌طرف کوازار است.

۳. سیستمهای Lyα که با چگالی فزاینده در طرف آبی خط گسیلی ظاهر می‌شوند.

کار قابل ملاحظه‌ای انجام شده است تا معلوم شود که اغلب خطهای جذبی ناشی از اجسام کیهان‌شناختی میانی است که به‌صورت کاتوره‌ای توزیع شده‌اند. در بعضی موارد که خطی جذبی

1. broad absorption lines

در انتقال به سرخ معین به‌دست‌آمده، خوشه‌ای کهکشانی با همان انتقال به سرخ در حوالی آن گزارش شده است، به هر حال، همان‌طورکه در فصل ۱۰ بررسی شد، آزمون گان-پترسون[1] که هدف آن یافتن هیدروژن خنثی میان کهکشانی قابل ملاحظه در راه کوازارها بود نتیجه‌ای مثبت نداشت. این موضوع بیشتر به‌عنوان دلیلی برضد هیدروژن میان کهکشانی در نظر گرفته شد تا قرار داشتن کوازارها در فاصله‌های انتقال به سرخ مربوطه. با توجه به این داده‌ها، اکنون کیهان‌شناسان استدلال می‌کنند که زمانی پس از آخرین پراکندگی ولی پیش از انتقال به سرخ مثلاً ۵ ~، IGM عمدتاً بازیونیده شده است، به‌طوری که خط جذبی $\mathrm{Ly}\text{-}\alpha$ در ابرهای هیدروژن خنثی محدود شده است.

تشکیل عدسی گرانشی

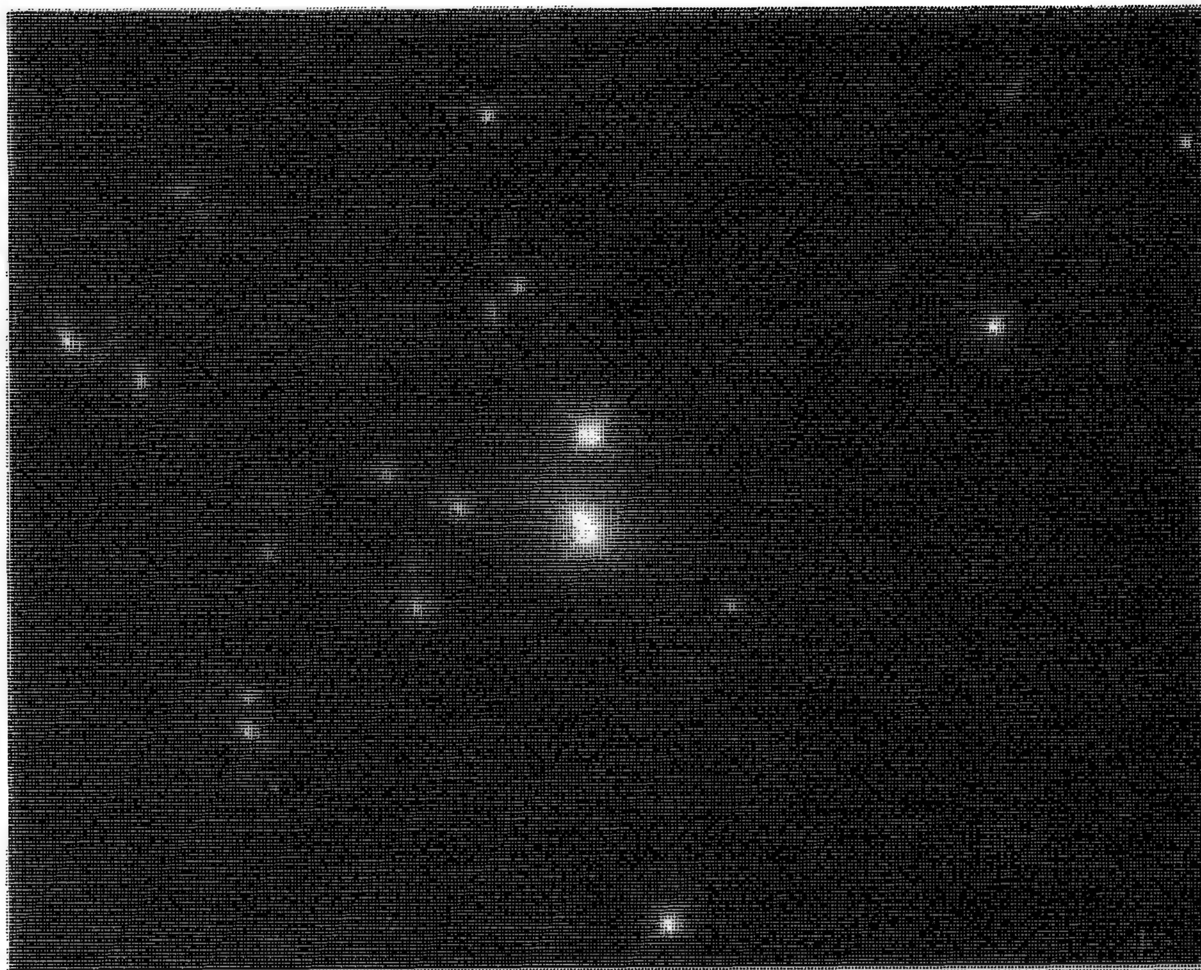
در سال ۱۹۷۹ دو کوازار ۵۶۱ + ۰۹۵۷ A و B با انتقال به سرخ یکسان ۱٫۴ و طیفهای مشابه کشف شدند. (نگاه کنید به شکل ۱۷.۱۱) این شباهت این تردید را به‌وجود آورد که شاید آنها دو تصویر از یک جسم هستند که عدسی گرانشی به‌وجود آورده است. پس از آن خوشه‌ای از کهکشانها با انتقال به سرخ ۰٫۳۶ به‌عنوان نامزد احتمالی این عدسی گرانشی شناسایی شده است.

چون فاصلهٔ دو کوازار از یکدیگر فقط ۶ ~ ثانیهٔ کمانی است، این تفسیر منطقی به‌نظر می‌رسد و در نتیجه تأییدی بر CH است که با توجه به آن کوازاری که «نقش جسم» را دارد در فاصله‌های دورتر از کهکشانی که «نقش عدسی» را بازی می‌کند قرار دارد. به هر حال، فقط تعداد معدودی از موارد تشکیل عدسی گرانشی مشخص وجود داشته است.

با این همه، با فرض اینکه کوازارها با توجه به انتقال به سرخشان در فاصله‌های زیاد قرار دارند، کانونی کردن آنها کاوه‌های توانمندی را برای مدلهای کیهان‌شناختی فراهم می‌سازد. مثلاً، کوازار دوقلوی ۵۶۱ + ۰۹۵۷ A و B افت‌وخیز درخشندگی را در هر دو تصویر از خود نشان داد. حال، اگر دو تصویر نظیر یک چشمه باشند، این دو افت‌وخیز چشمه را از دو مسیر متفاوت مشاهده می‌کنیم. اگر مسیر از B طولانیتر از مسیر از A باشد، در هر زمان معین B را در عصری زودتر از A مشاهده می‌کنیم. بنابراین هر افت‌وخیزی را که در A مشاهده کنیم بعداً، پس از بازهٔ زمانی متناظر با $\tau = \Delta L/c$، که ΔL اختلاف راه است، در B تکرار می‌شود. نشانه‌هایی وجود دارد که در مورد کوازار بالا، «زمان تأخیر» ۴۱۵ ~ روز است. بنابراین، اگر مدلی برای عدسی و مدلی برای عالم داشته باشیم، می‌توانیم مقدار نظری برای این تأخیر زمانی به‌صورت زیر به‌دست آوریم

$$\tau = \frac{1}{H_0}F, \qquad (۳۸.۱۱)$$

1. Gunn-Peterson



شکل ۱۷.۱۱ دو تصویر کوازار که در بالا نشان داده شده‌اند با ۵۶۱ + ۰٫۹۵۷ A و B مشخص شده‌اند. گمان می‌رود که این دو تصویرهای یک کوازار باشند که با یک عدسی گرانشی به‌دست آمده‌اند. برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید. تصویر به‌وسیله HST با حمایت انستیتوی علوم تلسکوپ فضایی به‌وجود آمده است که انجمن دانشگاهها برای تحقیق در نجوم آن را اداره می‌کند.

که F برای دستگاه کانونی‌کننده محاسبه می‌شود. بنابراین، با مقایسهٔ این نتیجه با مقدار مشاهده‌شده، می‌توان ثابت هابل را به‌دست آورد. با این همه، توجه کنید که محاسبهٔ τ وابسته به مدل است، یعنی به هندسهٔ دستگاه کانونی‌کننده بستگی دارد، که می‌تواند منحصر به‌فرد نباشد.

محدودیت مفید دیگری که از کانونی کردن گرانشی به‌دست می‌آید مربوط به مقدار Ω_Λ است، که از آمار مربوط به کوازارهای با فاصلهٔ زیاد به‌دست می‌آید که به‌صورت گرانشی کانونی شده‌اند. با افزایش مقدار این پارامتر، مقیاس فاصله برای انتقال به سرخ یکسان افزایش می‌یابد، که احتمال این کانونی کردن را افزایش می‌دهد. تحلیل فعلی نشان می‌دهد که حد بالای قوی ۰٫۶۵ $\sim$ برای این پارامتر وجود دارد. این موضوعی مهم در محدود کردن فضای کل پارامتر برای مدلهای استاندارد است.

باید خاطر نشان ساخت که اولین بار فریتس زویکی[1] در سال ۱۹۳۷ پیشنهاد کرد که سحابیهای دوردست می‌توانند به‌صورت عدسی گرانشی عمل کنند. بیش از چهار دهه پس از آن اولین مورد ۵۶۷ + ۰۹۵۷ مشاهده شد.

تغییرپذیری

با توجه به داده‌های اخیر، کوازارها در طول موجهای رادیویی و اپتیکی و نیز پرتوهای X تغییرپذیری سریعی را از خود نشان می‌دهند. طبق یک اصل کلی اگر τ مقیاس زمان مشخصهٔ تغییر باشد، شعاع فیزیکی R نباید از $c\tau$ تجاوز کند. این موضوع به مسئله تولید انرژی می‌انجامد که اولین بار هویل، بربیج، و دبلیو. ال. دبلیو سارجنت[2] در سال ۱۹۶۶ به آن اشاره کردند. این مشکل را می‌توان به اختصار به‌صورت زیر بیان کرد.

چون شار $\mathcal{F}$ را ازکوازار اندازه می‌گیریم، درخشندگی آن با توجه به فاصله‌اش به‌دست می‌آید. با توجه به CH، فاصله‌ها زیاد و در نتیجه درخشندگی بزرگ است. بنابراین، کوازار باید انرژی زیادی را در حجم کوچکی تولید کند که اندازهٔ خطی $c\tau$ آن را محدود می‌سازد. در سناریوی تولید انرژی متداول، فرایند مشهور به سنکروترون، الکترونهای نسبیتی در میدانهای مغناطیسی تابش می‌کنند. به هر حال، همان‌طورکه هویل، بربیج، و سارجنت متذکر شدند، این فرایند به تولید فوتون با چگالی بسیار زیاد می‌انجامد. این فوتونها با الکترونها برخورد می‌کنند و پراکندگی کامپتون بسیار زیادی را به‌وجود می‌آورند که باعث کاهش انرژی الکترونهای سریع می‌شود. از این‌رو نمی‌توان تولید انرژی را حتی در فاصله‌های قابل مقایسه با $R \simeq c\tau$ ادامه داد؛ الکترونها بسیار پیش از طی مسافتی در این حدود انرژی خود را از دست می‌دهند.

این مشکل سینماتیکی که آیا می‌توان کاری کرد که کوازارها به شعاع $R \leq c\tau$ محدود شوند را می‌توان با این ایدهٔ ام. جی. ریس[3] تا اندازه‌ای کاهش داد. اگر به جسمی که به‌صورت نسبیتی با عامل γی لورنتس بزرگ منبسط می‌شود از دور نگاه کنیم، به‌نظر می‌رسد که اندازهٔ شعاعی آن با آهنگ γc افزایش می‌یابد. بنابراین، مقیاس زمانی تغییر مشاهده‌شدهٔ γ ممکن است بسیار کوچک و نامساوی واقعی در مورد R به‌صورت $R \leq \gamma c\tau$ باشد (نگاه کنید به تمرین ۲۰). برای $\gamma \gg 1$، مسئلهٔ محدودسازی راحت‌تر می‌شود.

گاهی از اندازهٔ فشرده که دال بر مقیاس تغییر زمانی کوتاه است برای حمایت از این فکر استفاده می‌کنند که انرژی کوازار از سیاهچاله‌ای بسیار پرجرم به‌دست می‌آید. به‌عنوان مثال، کوازار پرتو X با نام OX ۱۶۹ افت قابل ملاحظه‌ای را در درخشندگی پرتو X در طول ۱۰۰ دقیقه نشان داد. حد اندازهٔ مربوط به این مقیاس زمانی می‌تواند سیاهچاله‌ای با جرم $\leq 10^8 M_\odot$ را در خود جا دهد.

1. Fritz Zwicky 2. W. L. W. Sargent 3. M. J. Rees

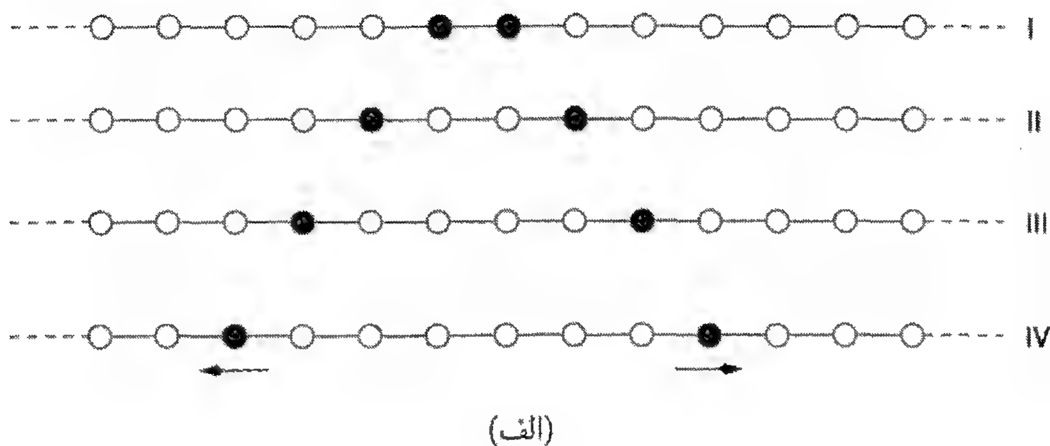
جدا شدنهای با سرعت فراتر از نور

رصدهای تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار دراز (VLBI) پدیدهٔ عجیبی را در تعدادی از کوازارها نشان داده است. در ناحیهٔ مرکزی این کوازار، دو مؤلفه رادیویی مشاهده می‌شود که به سرعت از هم جدا می‌شوند. چون فاصلهٔ زاویه‌ای در محدودهٔ میلی ثانیه کمانی با روش VLBI قابل اندازه‌گیری است، رصدهای انجام‌شده در چند ماه یا چند سال برای به‌دست آوردن اثری قابل آشکارسازی کافی است. بنابراین، معلوم شده است که فاصلهٔ زاویه‌ای θ برحسب زمان به‌گونه‌ای تغییر می‌کند (زیاد می‌شود) که، اگر کوازارها در فاصله‌های مشخصی‌شده با CH باشند، تصویر فاصله خطی باید با سرعتهایی بسیار بیش از سرعت نور تغییر کند. بدیهی است که اگر فاصله‌ها بسیار کمتر باشند، سرعتهای جدا شدن کمتر از سرعت نور می‌شود و این ناسازگاری با نسبیت از میان می‌رود.

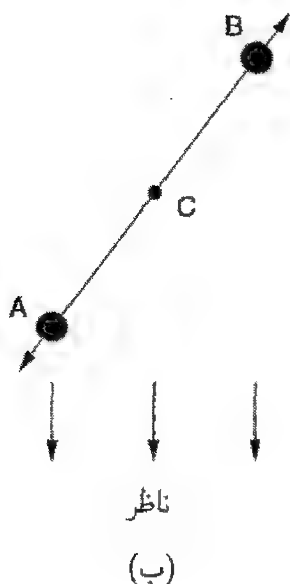
برای حفظ CH به‌رغم این داده‌ها باید نتیجه گرفت که فاصلهٔ مشاهده‌شده غیرواقعی است. راههای مختلفی برای خروج از این معضل پیشنهاد شده است که سه‌تای آنها در شکل ۱۸.۱۱ آمده‌اند. شکل ۱۸.۱۱(الف) اثر درخت کریسمس را نشان می‌دهد که توهم حرکت متوالی نور ناشی از چراغهای ساکن است. شکل ۸.۱۱(ب) اثر معروف درخشش نسبیتی را نشان می‌دهد که ریس مطرح کرد و در بالا تحت عنوان تغییرپذیری مطرح شد. مدل نشان داده شده در شکل ۱۸.۱۱ (ج) از پرده‌ای گرانشی به‌صورت کهکشان یا خوشهٔ کهکشانی حائل استفاده می‌کند که پرتوهای نور (یا امواج رادیویی) ناشی از دو مؤلفه را به‌صورت دیفرانسیلی خم می‌کند به‌طوری که به‌نظر می‌رسد دو تصویر مجازی آنها با سرعت بیش از نور از هم دور می‌شوند.

ریخت‌شناسی

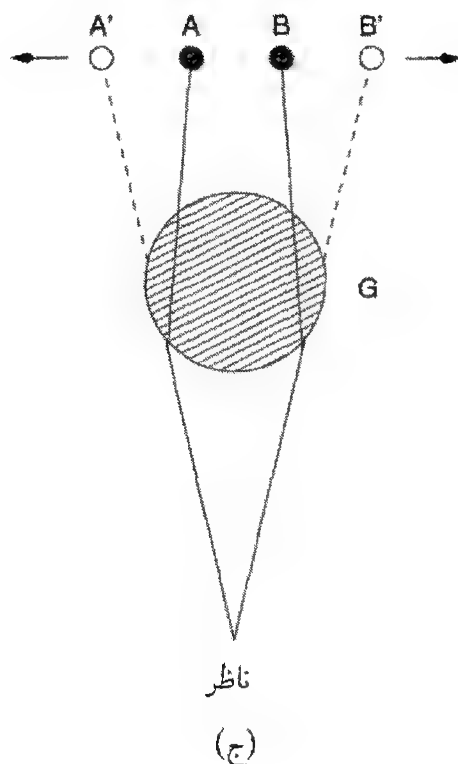
استدلال شده است که کوازارها و هسته‌های کهکشانهای سیفرت اصولاً اجسام یکسانی هستند. به‌طور کلی می‌توان کوازار را هستهٔ کهکشانی در نظر گرفت که پر نور است و بقیهٔ کهکشان یا مرئی نیست یا نورش ضعیفتر از آن است که مشاهده شود. با توجه به این بحث، اگر CH صحیح باشد، انتقال به سرخ بزرگ به‌معنی فاصلهٔ زیاد است و در آن فاصله فقط هستهٔ پرنور به‌صورت کوازار مرئی است. در بعضی موارد، مانند کوازار Ton ۲۵۶، می‌گویند که پُرز اطراف کوازار توزیع درخشندگی یک کهکشان بیضوی را دارد. برای تثبیت این نوع دلایل، که به‌نفع CH است، باید نشان دهیم که در واقع کهکشانی از ستارگان در اطراف کوازار وجود دارد. خطهای جذبی مشخصهٔ ستارگان موجود در کهکشانهای بیضوی دلیل قانع‌کننده‌ای به‌نفع این پیشنهاد است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۸.۱۱ سه روش ایجاد توهم جدا شدن با سرعتهای بیش از سرعت نور. (الف) یک ردیف چراغ با دایره‌های کوچک نشان داده شده است. دایره‌های توپر چراغهای روشن هستند. در مراحل I تا IV روشنایی طوری تنظیم شده است که ناظری در دوردست تصور می‌کند که دو چشمهٔ نور از مرکز به‌طرف خارج حرکت می‌کنند. (ب) ناظر در زمانهای مختلف دو مؤلفه‌ای را که درواقع از هم جدا می‌شوند می‌بیند؛ زیرا نور مربوط به مؤلفهٔ نزدیکتر A زودتر از نور پس از نور مؤلفهٔ دورتر B چشمه را ترک می‌کند. C هستهٔ مرکزی ساکن است. توهم جدا شدن A و B با سرعتی بیش از سرعت نور در صورتی به‌وجود می‌آید که AB تقریباً در امتداد خط دید باشد. این مورد بسیار نادر است. به‌علاوه، A انتقال به آبی می‌یابد و در نتیجه باید بسیار پرنورتر از B باشد که نسبت به‌ناظر انتقال به سرخ یافته است. معمولاً فرض می‌شود که B ساکن است و A به‌طرف ناظر می‌تابد (ج) در اینجا کهکشانی حائل پرتوهای ناشی از A و B را خم می‌کند به‌طوری که ناظر دو تصویر A' و B' را می‌بیند، که حتی اگر A و B با سرعت نسبی کمتر از سرعت نور از هم دور شوند، می‌توانند با سرعتهای بیش از سرعت نور از هم جدا شوند. برای اینکه این پدیده به‌وقوع بپیوندد کهکشان G باید موقعیت خاصی را بین چشمه و ناظر اشغال کند.

پیوندهای کوازار-کهکشان

یکی از راههای اثبات اینکه انتقال به‌سرخهای کوازار کیهان‌شناختی هستند آن است که نشان دهیم کهکشان و کوازار دارای انتقال به سرخ یکسان همسایهٔ فیزیکی هستند. چون می‌دانیم انتقال به سرخ کهکشان از قانون هابل پیروی می‌کند، پس انتقال به سرخ کوازار نیز باید ناشی از CH باشد.

در سالهای ۱۹۷۱ و ۱۹۷۲ گان، ال. بی. رابینسون[1]، و ای. جِی. ومپلر[2] شواهدی از این نوع را ارائه کردند. در سال ۱۹۷۸ ا. ان. استاکتون[3] یک سری رصدهای قابل توجه را گزارش کرد. استاکتون همهٔ ۲۷ کوازار شناخته‌شده با انتقال به سرخ $\leq$ ۰٫۴۵ و قدرهای بصری کمتر از $5\log z +$ ۱۹٫۲ درگسترهٔ میل ۵۵+ $> \delta >$ ۱۵− را برگزید. سپس کوشید تا طیفهای همهٔ کهکشانهای قابل مشاهده در صفحه‌های بررسی آسمان پالومار[4] سرخ را که در محدودهٔ ۴۵ ثانیهٔ کمانی از هر یک از این کوازارها قرار دارند به‌دست آورد از ۲۹ کهکشان از این نوع، او طیف ۲۵ کهکشان را به‌دست آورد که ۱۳تای آنها انتقال به سرخ در محدودهٔ $\sim 3 \times 10^{-3}$ انتقال به سرخ کوازار مجاور داشتند. آیا این پیوندها واقعی هستند یا نتیجهٔ افکنشهای اتفاقی برآسمان؟ چون منجم نمی‌تواند فاصلهٔ شعاعی کوازارها را اندازه بگیرد، باید از استدلالهای آماری برای حل و فصل موضوع استفاده کند. جفت‌شدگیهای استاکتون با احتمال کمتر از $1{,}5 \times 10^{-6}$ ناشی از افکنشهای تصادفی بودند. بنابراین، متخصص آمار تمایل به پذیرش واقعی بودن پیوند دارد و نتیجه می‌گیرد که کوازارها در نزدیکی کهکشانها قرار دارند و در نتیجه فاصله‌های آنها مطابق CH است.

اگر این استدلال را به‌تنهایی در نظر بگیریم کاملاً محکم جلوه می‌کند. اما مسئله روی دیگری هم دارد که در فصل آخر بررسی می‌کنیم.

به‌طورکلی، می‌توان استدلال کرد که داده‌های زیادی وجود دارند که با کیهان‌شناختی بودن انتقال به سرخ کوازارها سازگارند. همین‌طور می‌توان گفت که کوازارها هسته‌های کهکشانهای فعال هستند که خطهای گسیلی یک دنبالهٔ ریخت‌شناختی پیوسته را از خود نشان می‌دهند. درواقع، برای توسعهٔ بحث می‌توان استدلال کرد که کوازارها هسته‌های کهکشانها هستند که نورپوش کهکشانی خود را تحت‌الشعاع قرار می‌دهند. به‌طوری‌که، وقتی از دور به آن می‌نگریم فقط کوازار را می‌بینیم و کهکشان را نمی‌بینیم. در حمایت از این استدلال، مواردی وجود دارد که پُرزی کوازارهای با انتقال به سرخ کم را احاطه کرده است.

با این همه، با توجه به فرمول فاصلهٔ کیهان‌شناختی، هنوز دلیل سرراستی وجود ندارد که نشان دهد تمام کوازارهای با انتقال به سرخ بسیار زیاد درواقع در فاصله‌های بسیار دور قرار دارند. نزدیکترین مورد به این دلیل سرراست پیوند میان کوازارها و کهکشانهای با انتقال به سرخ یکسان استاکتون است. دلیل غیرمستقیم از مطالعات تشکیل عدسی گرانشی و زمان تأخیر به‌دست می‌آید،

1. L. B. Robinson 2. E. J. Wampler 3. A. N. Stockton 4. Palomar Sky Survey

که با CH سازگارند. با توجه به مورد اخیر، شایان توجه است که پیکربندیهای کانونی کردن را می‌توان با فاصلهٔ ما از چشمه (و عدسی) مقیاس‌بندی کرد. اگر چشمه نزدیکتر باشد، یک عدسی با جرم کمتر در فاصله‌ای کوتاه‌تر اثری یکسان تولید خواهد کرد و در نتیجه آزمون زمان تأخیر در تصمیم‌گیری در این مورد که کوازار در فاصلهٔ مربوط به انتقال به سرخ هابل قرار دارد یا به‌صورت قابل ملاحظه‌ای نزدیکتر است اهمیت فراوان دارد.

۷.۱۱ قیدهای رصدی مربوط به پارامترهای کیهان‌شناختی

جیم گان و بئاتریس تینسلی در سال ۱۹۷۵ در مقاله‌ای از مجلهٔ نیچر داده‌های کیهان‌شناسی موجود در آن زمان را مرور کردند و به این نتیجه‌گیری رسیدند

> «داده‌های جدید روی نمودار هابل، همراه با محدودیتهای مربوط به چگالی عالم و سن کهکشانها، نشان می‌دهد که منطقیترین مدلهای کیهان‌شناختی دارای ثابت کیهان‌شناختی مثبت‌اند، بسته هستند، چگالتر از آن‌اند که دوتریم را در مهبانگ بسازند، و برای همیشه منبسط می‌شوند...»

با توجه به پیشرفت فناوری، در این فصل و فصلهای قبل دیدیم که رصدها و ورودیهای جدید از فیزیک ذرات و نیز کیهان‌شناسی هم در زمینهٔ رصدی و هم در جبههٔ نظری پیشرفت قابل ملاحظه‌ای کرده است. مدل مهبانگ استاندارد، امروزه ریشه‌های بسیار عمیقتر از سال ۱۹۷۵ در کیهان‌شناسی پیدا کرده است. بنابراین، بجاست که در قسمتهای پایانی این کتاب، وضعیت کنونی کیهان‌شناسی را بررسی کنیم و ببینیم که محدودیتهای رصدی و نظری فعلاً چگونه‌اند. تعجب‌آور نیست که بعضی از مواردی که گان و تینسلی بررسی کردند هنوز مطرح‌اند، در صورتی که در بقیهٔ موارد مسئله‌های جدید جانشین مسائل قبلی شده‌اند. هدف ما در اینجا انجام همین‌کار در چارچوب کیهان‌شناسی جدید است. خلاصهٔ کلام آن است که به‌رغم در اختیار قرار گرفتن ثابت کیهان‌شناختی به‌عنوان پارامتر اضافی مدلهای فریدمان، فضای پارامتر مجاز برای این مدلها به‌شدت کاهش یافته است. رصدهایی که در اینجا به‌کار خواهیم برد شامل سن خوشه‌های گویسان، اندازه‌گیری ثابت هابل، فراوانی خوشه‌های غنی کهکشانها، کسر جرم باریونها در خوشهای غنی، و فراوانی اجسام با انتقال به سرخ زیاد است. به علاوه ملاحظات مربوط به تشکیل ساختار را نیز در نظر می‌گیریم.

مدل مهبانگ استاندارد هیچ سازوکار روشنی برای تولید ناهمگنیهای کوچک در عالم اولیه ندارد. با این همه، می‌توان با توسل به این فرضیه که عالم در عصر آغازین دارای مرحله‌ای تورمی بوده است این سازوکار را مطرح کرد. مدلهای شامل تورم معمولاً به دو پیش‌بینی زیر می‌انجامد که:

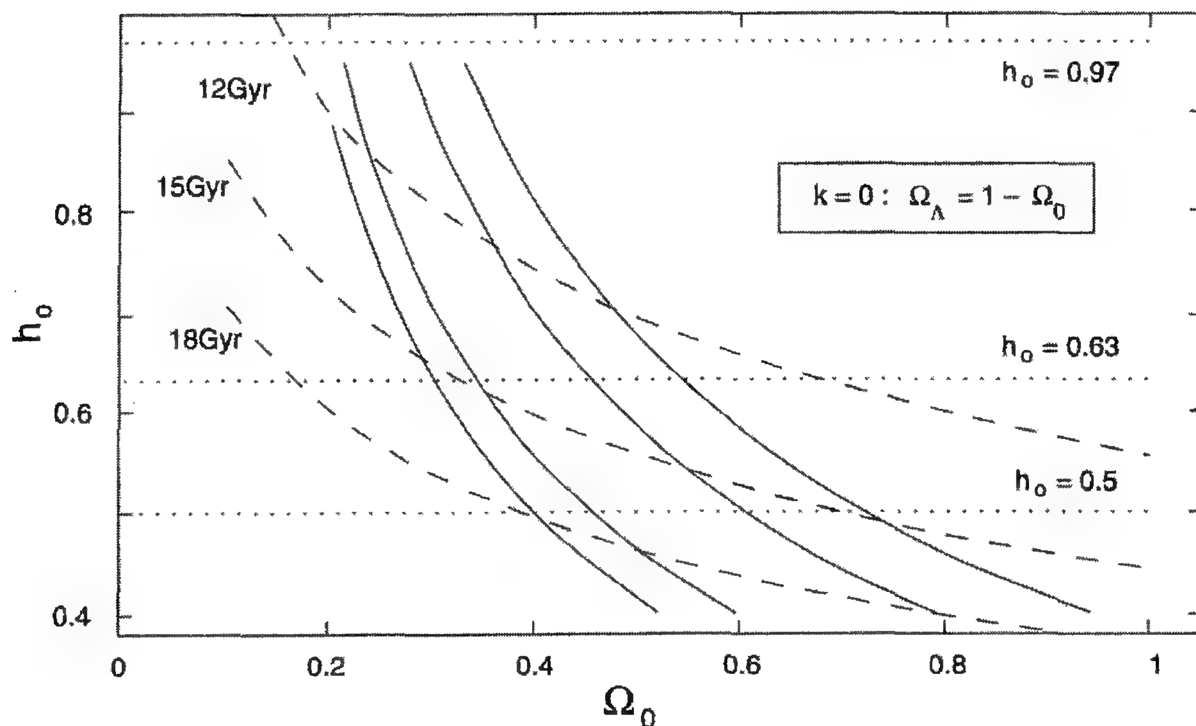
(۱) پارامتر چگالی کل $\Omega_{\text{کل}} = \Omega_\circ + \Omega_\Lambda = 1$ و (۲) طیف توانی اولیهٔ ناهمگنیها به‌صورت $P_{\text{in}}(k) \propto k^n$ با $n \simeq 1$. در طی سالها، ایدهٔ تورم را چند بار تغییر داده‌اند تا با چالشها رصدی سازگار شود و اکنون می‌توان مدلی را یافت که تقریباً هر مقدار $\Omega_{\text{کل}}$ را برای هر شکل $P_{\text{in}}(k)$ در اختیار بگذارد. برای صراحت با مدلهای $n = 1$ کار می‌کنیم. رصدهای تابش زمینهٔ ریزموج با اینکه شاخص n برابر واحد باشد سازگارند. با رشد افت‌وخیزها، طیف توانی در مقیاسهای کوچک با فرایندهای فیزیکی مختلف تغییر داده می‌شود و این تغییر را با تابع انتقال توصیف می‌کنند. با تابع انتقال پیشنهادی افستاتیو[1]، بوند[2] و وایت[3] کار می‌کنیم که با $\Gamma = \Omega_\circ h_\circ$ پارامتریسازی شده است (نگاه کنید به فصل ۷). طیف توانی با رصدهای COBE DMR بهنجار می‌شود و به‌دست می‌آید $Q_{\text{rms_ps}} = 20 \pm 3\mu\text{K}$. در اینجا $Q_{\text{rms_ps}}$ دامنهٔ افت‌وخیزها در چارقطبی است که از افت‌وخیزهای گشتاورهای بالاتر به‌دست می‌آید.

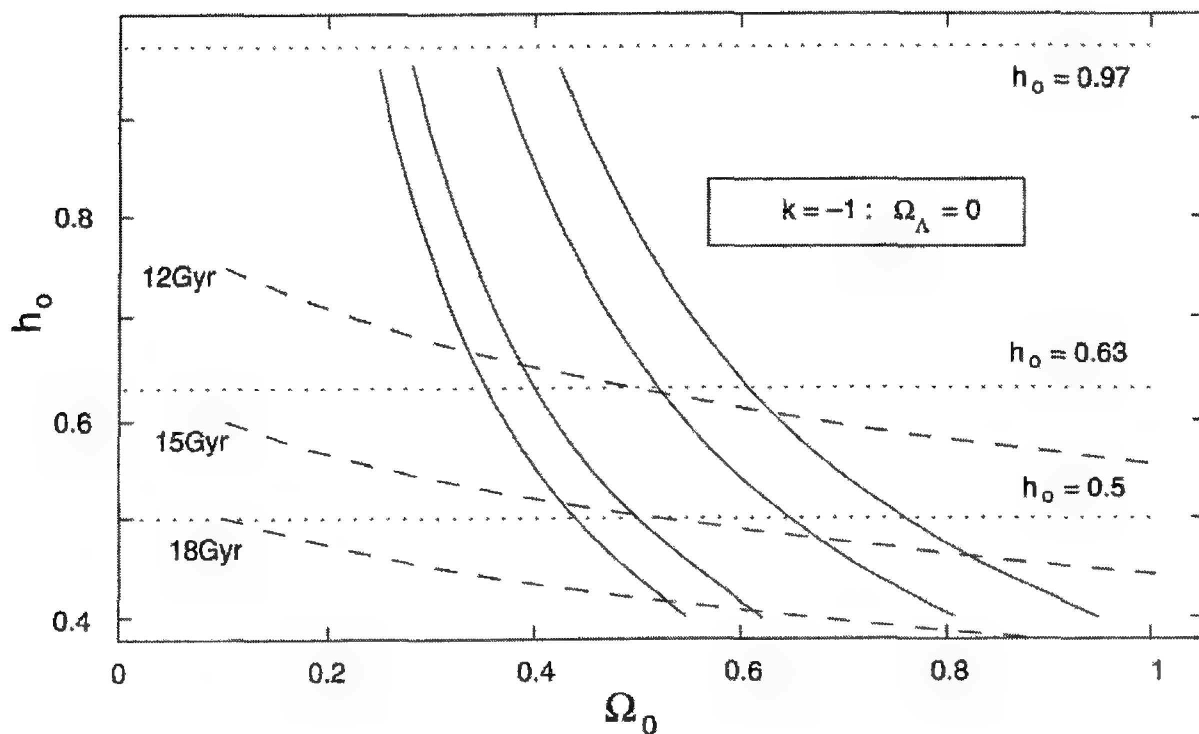
در اینجا محدودیتهای دو مدل، یعنی مدلهای با (۱) $\Omega_\circ + \Omega_\Lambda = 1$ (مدلهای تخت) و (۲) $\Omega_\circ < 1$ و $\Omega_\Lambda = 0$ (مدلهای با خمیدگی فضایی منفی) را بررسی می‌کنیم. اولین مورد با مدلهای تورمی سازگار است، اگرچه به تنظیم دقیق ثابت کیهان‌شناختی نیاز دارد، که برخلاف روح سناریوی تورمی است. (دربارهٔ این موضوع بعداً اظهارنظر می‌کنیم.) مدل دوم را می‌توان یک «مدل ناظر» در نظر گرفت، زیرا می‌کوشد از چیزهایی استفاده کند که به‌صورت رصدی شناخته شده‌اند. دامنهٔ افت‌وخیزها برای مدلهای باز از مقیاس‌بندی مجدد مدل $\Omega_\circ = 1$ به‌دست می‌آید. اثر خمیدگی اهمیت ندارد زیرا فقط به مقیاسهای بسیار کوچکتر از مقیاس خمیدگی علاقه‌مندیم.

ابتدا فهرست محدودیتهایی را تهیه می‌کنیم که هم ناشی از نظریه هستند و هم مشاهده، و منبع خطا را برای هر محدودیت ذکر می‌کنیم. سپس این محدودیتها را ادغام می‌کنیم تا ناحیه‌های مجاز در فضای پارامتر را بررسی کنیم که با پارامتر چگالی برای ماده ($\Omega_\circ$) و ثابت هابل ($h_\circ$) تعریف می‌شود. نگاه کردن به شکلهای ۱۹.۱۱ تا ۲۱.۱۱ برای این بحث سازنده است.

شکل ۱۹.۱۱ محدودیتهای پارامتر چگالی را نشان می‌دهد که همه نوع ماده، $\Omega_\circ$، و ثابت هابل $h_\circ$ در آن دخیل است و از (۱) سن خوشه‌های گویسان، (۲) اندازه‌گیری ثابت هابل، و (۳) فراوانی خوشه‌های غنی به‌دست می‌آید. مورد آخر در فصل ۱۰ به اختصار مورد بحث قرارگرفت. جرم موجود در واحد حجم خوشه‌های غنی را می‌توان از چگالی عددی مشاهده‌شدهٔ این خوشه‌ها و میانگین جرم آنها برآورد کرد که از روشهای مختلفی چون استفاده از قضیه ویریال، تشکیل عدسی گرانشی، مطالعات پرتو X و غیره به‌دست می‌آید. این عدد را می‌توان با پارامتر $\Omega^{\text{obs}}_{\text{خوشه‌ها}}$ نشان داد و در مدلهای موفق باید شرط $\Omega(> M_{\text{خوشه‌ها}}) = \Omega^{\text{abs}}_{\text{خوشه‌ها}}$ صدق کند. مقایسه مقادیر

1. Efstathiou 2. Bond 3. White





شکل ۱۹.۱۱ برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

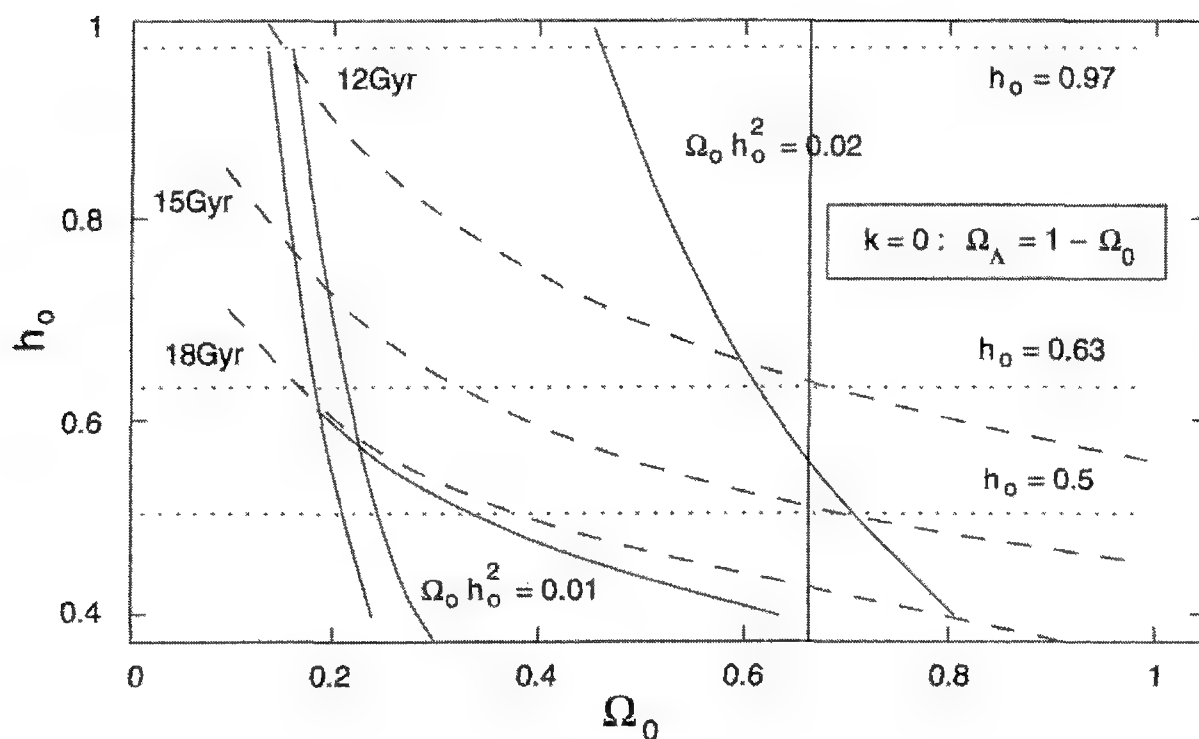
مشاهده‌شده با نظری را می‌توان با تبدیل چگالی عددی خوشه‌ها به دامنهٔ افت‌وخیزهای چگالی انجام داد، که سپس با فرض یک قانون توانی برای RMS افت‌وخیزهای σ_8 اختلالهای چگالی،

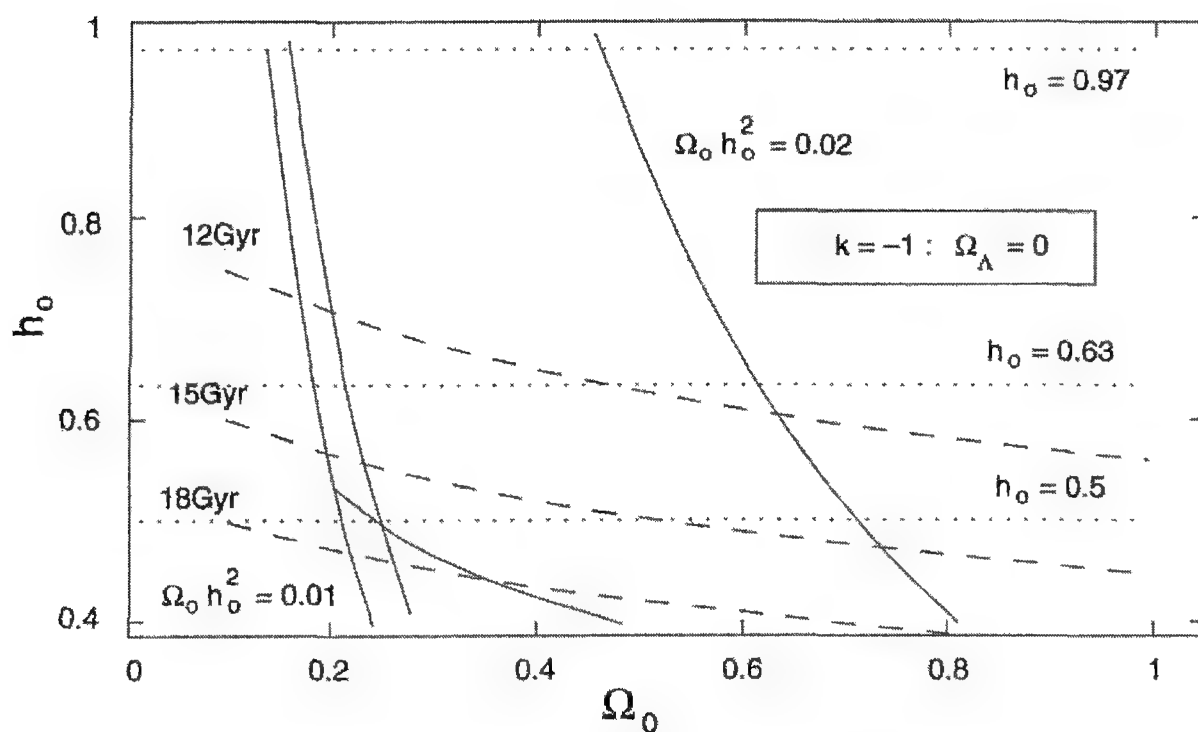
به $8h_0^{-1}\mathrm{Mpc}$ مقیاس‌بندی می‌شود. سپس این نتیجه به‌عنوان قیدی بر σ_8 به‌کار می‌رود. احتمال زیادی وجود دارد که جرمها بیش از اندازه برآوردشده باشند و تصحیحهای هر خطا مقادیر پارامتر $h_0\Omega_0$ را کم کند.

تصویر بالا محدودیتهای مدل با $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$، $\Omega_\Lambda \neq 0$ را نشان می‌دهد. تصویر پایینی برای مدل $k = -1$، $\Omega_\Lambda = 0$ و $\Omega_0 \leq 1$ است. خطهای سن ثابت به‌صورت خط‌چینهایی در گسترهٔ مقادیر Ω_0 و h_0 نشان داده شده‌اند. خطهای نقطه‌چین مقدار در برگیرندهٔ نوار ثابت هابل موضعی $(0/97 > h_0 > 0/63)$ را مشخص می‌کنند که از اندازه‌گیریهای HST به‌دست آمده است. همین‌طور حد پایین در نظر گرفته‌شده برای مقدار کلی آن $(h_0 = 0/5)$ را نشان داده‌ایم خطهای پیوستهٔ داخلی ناحیه‌هایی را دربر می‌گیرند که با توجه به فراوانی مشاهده‌شدهٔ خوشه‌ها مجازند. خطهای پیوسته خارجی پهنه‌ای را نشان می‌دهند که این ناحیه می‌تواند به واسطهٔ عدم قطعیت در بهنجارش COBE به طیف توانی جابه‌جا شود. توجه کنید که این سه محدودیت ناحیه‌های بزرگ در فضای پارامتر را کنار می‌گذارد. به‌ویژه، بدیهی است که مدل $\Omega = 1$ رد می‌شود.

سپس، در شکل ۲۰.۱۱ محدودیتهای اعمال‌شده بر پارامتر چگالی بررسی می‌شود که از ماده، Ω_0، ثابت هابل h_0 ناشی از (۱) سن خوشه‌های گویسان، و (۲) اندازه‌گیریهای ثابت هابل، (۳) فراوانی اجسام با انتقال به سرخ بالا، (۴) کسر جرم باریونها در خوشه‌ها و سنتز هسته‌های آغازین و (۵) اندازه‌گیری پارامتر شتاب منفی حاصل می‌شود. تصویر بالایی محدودیتهای مدل با $\Omega_\Lambda \neq 0$ و $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$ است. تصویر پایینی برای مدل با $\Omega_\Lambda = 0$ و $\Omega_0 \leq 1$ است. خطهای سن ثابت برای گسترهٔ مقادیر Ω_0 و h_0 به‌صورت خط‌چین نشان داده شده‌اند. خطهای نقطه‌چین نواری را مشخص می‌کنند که ثابت هابل موضعی $(0/97 > h_0 > 0/63)$ را در بر می‌گیرد که از اندازه‌گیریهای HST به‌دست آمده‌اند. همین‌طور حد پایین فرض‌شده برای مقدار کلی $(h_0 = 0/5)$ نشان داده شده است. خط ضخیم چپ به راست حد پایین مقادیر مجاز h_0 از فراوانی اجسام با انتقال به سرخ بالاست. این خط بیانگر شرطی است که دامنهٔ اختلالهای چگالی در طول جرم $\sim 10^{11}M_\odot$ در $z \simeq 2$ از مرتبه واحد بوده است. توجه کنید که این قید ایجاب می‌کند که عالم تخت نتواند چندان پیرتر از ۱۸ گیکاسال باشد. خطهای تقریباً عمودی حدود بالایی را مشخص می‌کنند که سنتز هسته‌های آغازین وکسر جرم باریونها در خوشه‌ها مجاز می‌دارد. برای Ω_0 مشخص، مقادیر مجاز h_0 در زیر این منحنی قرار می‌گیرند. دومین خط از این نوع حد بالای محدودیتی را نشان می‌دهد که مشاهده فراوانی دوتریم در انتقال به سرخهای بالا ایجاب می‌کند.

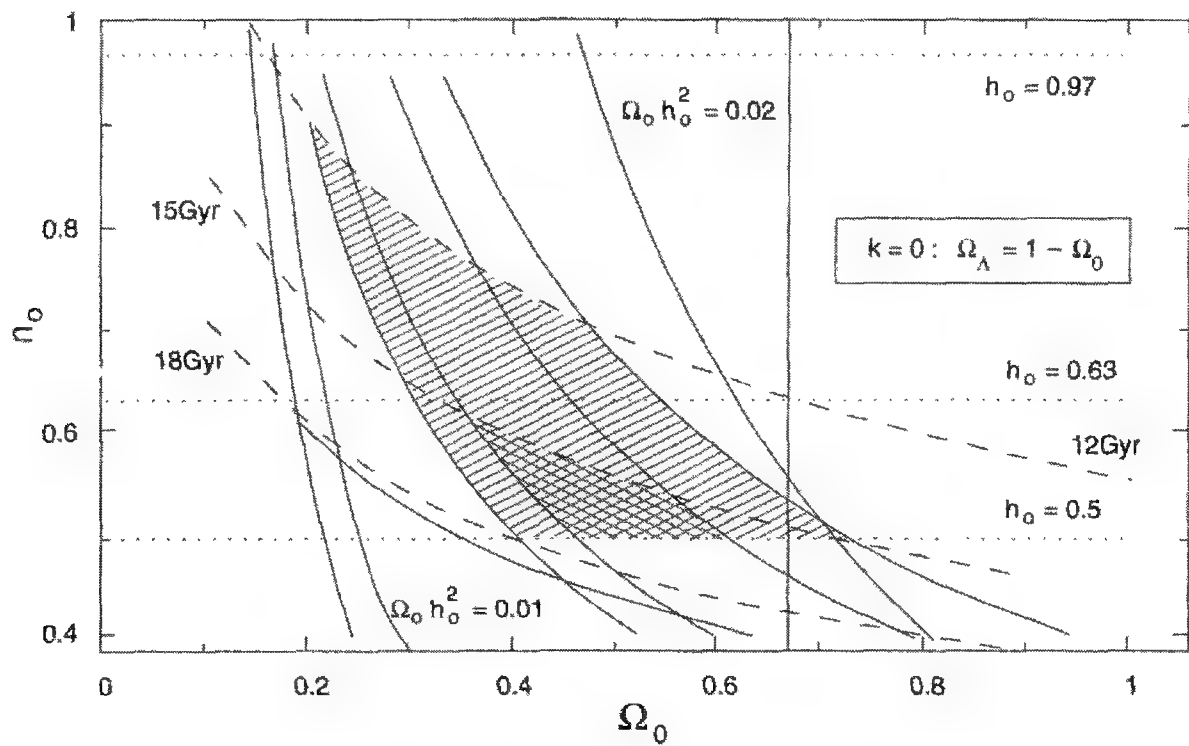
سرانجام، شکل ۲۱.۱۱ خلاصهٔ همهٔ محدودیتهایی است که در دو شکل قبل رسم شده‌اند. ناحیهٔ سایه‌دار برای $t_0 > 12\mathrm{Gyr}$، $h_0 > 0/5$ و صادق بودن سایر محدودیتها مجاز است.

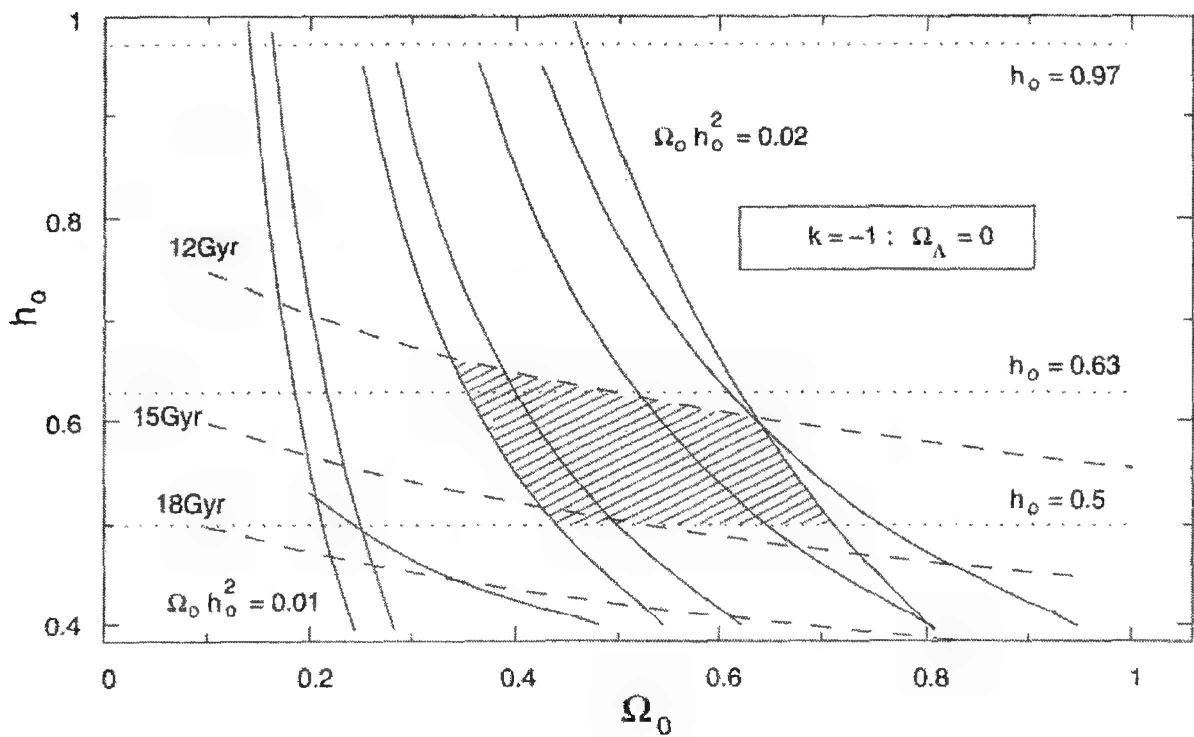




شکل ۲۰.۱۱ برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

ناحیهٔ هاشورزده ناحیهٔ با $t_\circ >$ ۱۵Gyr و فراوانی خوشه‌ها در ناحیه مجاز را نشان می‌دهد که در آن عدم قطعیت در بهنجارش داده‌های COBE در نظر گرفته نشده است. اگر عدم قطعیت





شکل ۲۱.۱۱ برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

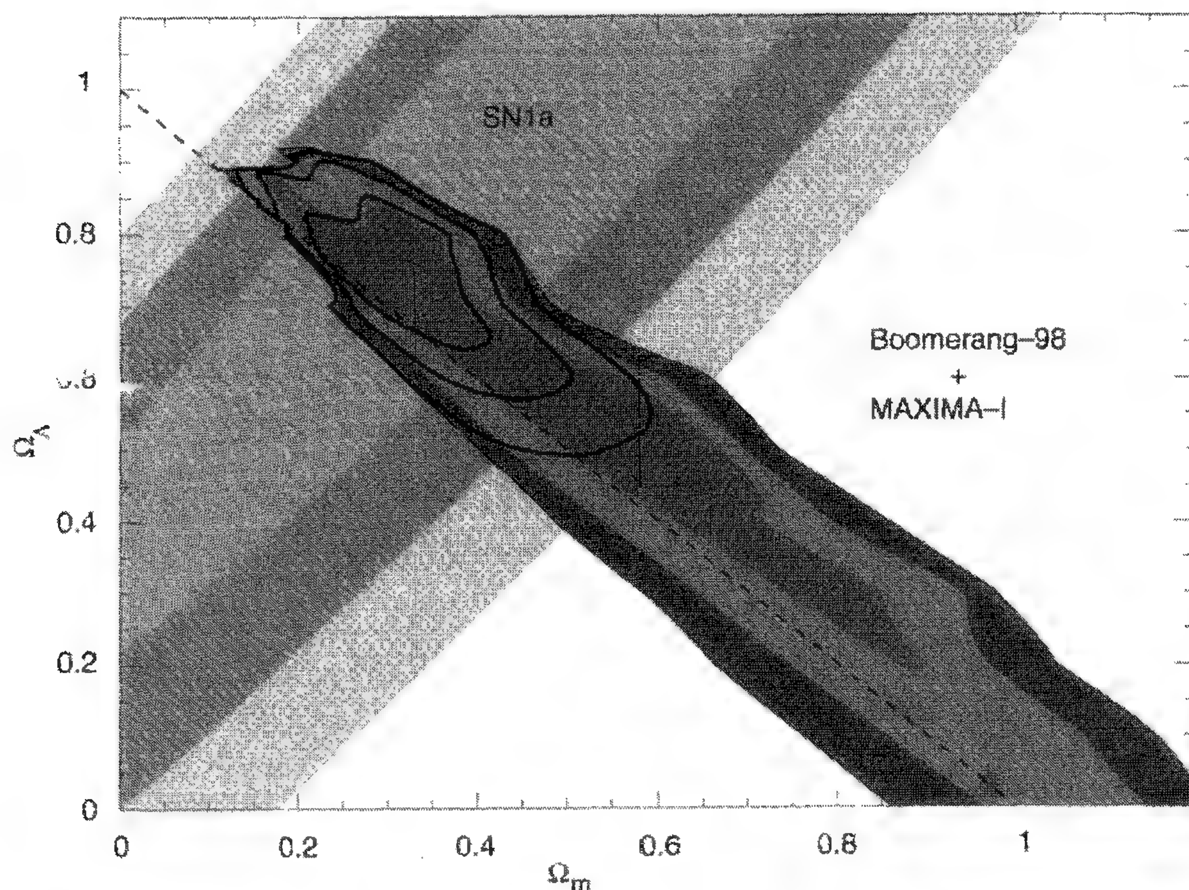
در مشاهده‌ها به حدود نهایی رانده شوند، پارامتر فضای مجاز نظیر ناحیهٔ سایه‌دار می‌شود. تفسیر کمتر محافظه‌کارانه از این مشاهده‌ها به ناحیهٔ مجاز بسیار کوچکتر از چیزی می‌انجامد که در اینجا با ناحیهٔ هاشوردار نشان داده شده است. در اینجا از محدودیتهای ناشی از پارامتر شتاب منفی و مشاهده فراوانی دوتریم در انتقال به سرخ بالا استفاده نکرده‌ایم.

این مرور مختصر تحولات جدید در کیهان‌شناسی را پس از بررسی گان و تینسلی مشخص می‌کند. اگرچه محدودیت «سن» در مدت چند دهه با کیهان‌شناسی مهبانگ همراه بوده است، اما فقط اکنون به‌واسطهٔ دقت بیشتر در اندازه‌گیریهای ثابت هابل و بهبود شناخت ما از تحول ستاره‌ای مورد توجه قرار گرفته است. حتی با در نظر گرفتن خطاهای موجود در هر دو جبهه، نتیجه‌گیری اجتناب‌ناپذیر این است که مدلهای مهبانگ استاندارد بدون ثابت کیهان‌شناختی عملاً مردودند. حتی با ثابت کیهان‌شناختی، باید به‌خاطر داشته باشیم که تشکیل عدسی گرانشی مقدار Ω_Λ را به کمتر از ۰٫۶۵ محدود می‌سازد.

در اینجا بد نیست که دو مشاهدهٔ دیگر را نیز وارد نمودار Ω_Λ برحسب $\Omega_\circ$ کنیم (نگاه کنید به شکل ۲۲.۱۱). اینها حدودی هستند که داده‌های بومرنگ با رابطهٔ m_z بر ابرنواخترهای نوع-Ia و قله دوپلر مشاهده‌شده در $l \approx$ ۲۰۰ اعمال می‌کنند. دو ناحیهٔ متقاطع نشانگر نواحی با ۹۵٪ اطمینان هستند. همپوشانی شامل قطعه خط در امتداد $\Omega_\Lambda + \Omega_\circ =$ ۱، برای عالم تخت است. باز هم ثابت کیهان‌شناختی به‌شدت مورد نیاز است.

محدودیتهای ناشی از تشکیل ساختار، فراوانی خوشه‌ها، سنتز هسته‌های آغازین و اجسام با انتقال به سرخ بالا تقریباً جدیدند؛ اما محدودیت اضافی را بر مدلهای حتی با ثابت کیهان‌شناختی اعمال می‌کنند. در واقع، با شناخت فعلی از نجوم فراکهکشانی، اکنون فضای پارامتری مختصری برای مدل استاندارد با ثابت کیهان‌شناختی یا بدون آن باقی می‌ماند. در حالی که یک طرفدار مهبانگ شاید ادعا کند که باریک شدن پنجرهٔ مجاز نشانگر همگرایی به طرف مدل THE عالم است، اما این مطلب مسئله دیگری را مطرح می‌کند که نظریه‌پردازان باید نگران آن باشند.

این مسئله «تنظیم دقیق» است که قبلاً در این کتاب مطرح شد. اگر شرط لازم نبودن تنظیم دقیق را این‌گونه در نظر بگیریم که «همهٔ پارامترهای بدون بُعد باید از مرتبهٔ واحد باشند»، پس مدلهای $\Omega_{\text{کل}} =$ ۱ را طبیعی در نظر می‌گیریم. (هر مدل دیگر به تنظیم دقیق این پارامتر در عالم اولیه نیاز دارد، مشکلی که اغلب «مسئلهٔ تخت بودن» نامیده می‌شود.) به همین ترتیب تأکید می‌کردیم که $\Omega_\Lambda =$ ۰. چنین مدلی را رصدها مردود می‌دارند. درواقع درک این نکته دشوار است که چرا



شکل ۲۲.۱۱ نقشه‌ای که جف[1] و همکاران، در سال ۲۰۰۰، به‌دست آوردند، محدودیت ناشی از ناهمسانگردی زمینهٔ ریزموجهای کیهانی (CMB) و SN۱a را در صفحهٔ پارامتری $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ نشان می‌دهد. لبه‌های سایه‌داری که تقریباً با خط‌چین موازی‌اند و با $\Omega_m + \Omega_\Lambda = ۱$ داده می‌شوند، حدهای ۱σ، ۲σ و ۳σ (تعریف شده به صورت نسبت احتمال معادل برای توزیع گاوسی دوبعدی) را برای احتمال مشترک اندازه‌گیریهای ناهمسانگردی CMB، که از آزمایشهای COBE، بومرنگ و MAXIMA_I به‌دست آمده‌اند، نشان می‌دهند. لبه‌هایی که با SN۱a مشخص شده‌اند، لبه‌های احتمال مشابهی هستند که از رصد نواخترهای با انتقال به سرخ زیاد به‌دست آمده‌اند. لبه‌های پررنگ قیدهای ترکیبی‌ای هستند که از ضرب کردن داده‌های دو توزیع احتمال مربوط به ناهمسانگردی CMB و ابرنواخترها حاصل شده‌اند.

ثابت کیهان‌شناختی باقی‌مانده چنان است که دقیقاً با شرط تخت‌بودن سازگار می‌شود. همان‌طور که استیون واینبرگ[2] در سال ۱۹۸۹ متذکر شد، این مسئله به تنظیم دقیق یک قسمت در $۱۰^{۱۰۸}$ نیاز دارد. کوششهایی (مانند هستهٔ اصلی) در جهت توسل به یک ثابت کیهان‌شناختی تکامل یابنده برای غلبه بر این مشکل به‌عمل آمده است؛ با این همه، هیچ کدام از این مدلها دارای جنبهٔ قانع‌کننده نیست. در حال حاضر، باید نتیجه بگیریم که در واقع بحرانی در کیهان‌شناسی وجود دارد.

1. Jaffe 2. Steven Weinberg

۸.۱۱ تغییر ثابتهای بنیادی

کیهان‌شناسی استاندارد برمبنای این فرض محافظه‌کارانه قرار دارد که فیزیک کنونی و در موقعیت فعلی ما را می‌توان برونیابی کرد و در مورد ساختار بزرگ مقیاس عالم به‌کار برد. این فرض برمبنای اقتصاد فرضیه‌ها، یا تیغ اوکام معقول است. در میان کیهان‌شناسیهای غیراستاندارد، فقط اصل کیهان‌شناسی کامل اعتبار این فرض را تأیید می‌کند. با توجه به زمینه‌های تجربی دلیلی وجود ندارد که باور کنیم این فرض در غیر این‌صورت صادق است. بنابراین، ثابتهای بنیادی چون c، $\hbar$، e، G و جرمهای ذرات می‌توانند برحسب زمان و مکان تغییر کنند. در فصل ۸ با کیهان‌شناسیهایی مواجه شدیم که فرض کردند دو مورد آخر فهرست بالا در دوره‌های مختلف تغییر می‌کند. دلیل مربوط به این موارد را در این بخش بررسی می‌کنیم.

۱.۸.۱۱ تغییر $\alpha = e^2/(\hbar c)$

با توجه به فرضیهٔ اعداد بزرگ[1] (LNH) متوجه شدیم که $e^2/(Gm_\mathrm{p}m_\mathrm{e})$ با زمان کیهانی t تغییر کند دیراک فرض کرد که این با e، m_p، m_e ثابت به‌معنی $G \propto t^{-1}$ است. این نتیجه را از LNH نیز می‌توان گرفت که با G، m_p، m_e ثابت داریم $e^2 \propto t$. این موضوع را گاموف در سال ۱۹۶۷ مطرح کرد، زیرا گمان می‌کرد افت سریع G به‌صورت t^{-1} برخلاف مشاهده‌هاست. اگر $\hbar$ و c ثابت باشند، تفسیر گاموف به این نتیجه‌گیری می‌انجامد که ثابت ساختار ریز $\alpha \equiv e^2/(\hbar c)$ باید برحسب دوره به‌صورت $t \sim$ تغییر کند.

در سال ۱۹۶۷ جِی. اِن. باکال و اِم. اشمیت طول موجهای خط چندتایی O_III در طیف گسیلی پنج کهکشان رادیویی با $z \sim ۰/۲$ را اندازه گرفتند. اگر α ثابت بود اختلاف طول موج $\delta\lambda$ بین خطهای چندتایی مشاهده‌شده به‌صورت کسری از طول موج میانگین موزون λی یکی از خطهای رصدشده باید با طیفهای مشاهده‌شده در آزمایشگاه یکسان می‌شد. در غیر این‌صورت، داریم

$$\frac{\alpha(z)}{\alpha(۰)} = \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)^{۱/۲}_{\text{رصدشده}} \times \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)^{-۱/۲}_{\text{آزمایشگاه}} \qquad (۳۹.۱۱)$$

باکال و اشمیت متوجه شدند که

$$\frac{\alpha(z = ۰/۲)}{\alpha(۰)} = ۱/۰۰۱ \pm ۰/۰۰۲. \qquad (۴۰.۱۱)$$

اگر α با t متناسب بود، باید برای طرف راست (۴۰.۱۱) مقدار $۰/۸ \sim$ را به‌دست می‌آوریم.

در سال ۱۹۷۷ اِم. اِس. رابرتز[2] انتقال به سرخهای اندازه‌گیری‌شده در طول موجهای اپتیکی

1. Large Numbers Hypothesis 2. M. S. Roberts

و ۲۱cm را در چشمه‌های برون‌کهکشانی مقایسه کرد و به‌دست آورد که

$$\left|\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right| \leq ۴ \times ۱۰^{-۱۲}\mathrm{yr}^{-۱}. \qquad (۴۱.۱۱)$$

باز هم،این مقدار یک مرتبهٔ بزرگی کمتر از آهنگ پیش‌بینی‌شده $\alpha \propto t$ است. این مشاهده‌های اولیه استحکام فرض ثابت بودن α را نشان می‌دهند.

۲.۸.۱۱ تغییر G

این مشاهده‌ای مهم است، زیرا ثابت بودن G مبنای نسبیت عام است که کیهان‌شناسی استاندارد برمبنای آن قرار دارد. از طرف دیگر، چند کیهان‌شناسی غیراستاندارد پیش‌بینی می‌کند که در عصر حاضر $|\dot{G}/G| \sim H_۰$. دلایل مستقیم و غیرمستقیم این تغییر (یا عدم تغییر) G را در زیر بررسی می‌کنیم.

رصدهای راداری

در سال ۱۹۷۶ آی. آی. شاپیرو[1] و همکاران نتیجهٔ تحلیل چندهزار رصد سیگنالهای راداری را که از سیارات داخلی بین ۱۹۶۶ و ۱۹۷۵ برگشته بود گزارش دادند. با در نظرگرفتن داده‌های دیگر مربوط به ماه و سیاره‌های بیرونی، از نتیجه‌های رادار داریم

$$\left|\frac{\dot{G}}{G}\right| < ۱۰^{-۱۰}\mathrm{yr}^{-۱}.$$

روش رادار در طول زمان پیشرفت کرده و حد بالای آن دقیقتر شده است. مثلاً، فاصله‌یابی ماه به کمک لیزر اکنون مقدار $\dot{G}/G$ را برابر $(۰ \pm ۸) \times ۱۰^{-۱۲}\mathrm{yr}^{-۱}$ تعیین می‌کند. این مقادیر با توجه به خطاهای تجربی با صفر سازگارند.

حرکت میانگین ماه

تی. سی. وان فلاندرن[2] رصدهای زمین-ماه-خورشید در چند سال را با استفاده از دو مقیاس زمانی: زمان اتمی، که با ساعتهای اتمی اندازه گرفته شده است و زمان زیجی، که از حرکت خورشید به‌گرد زمین به‌دست می‌آید بررسی کرد، مبنای این رصدها به قرار زیر است.

فرض کنید که جسمی در مداری دایره‌ای به شعاع r دور جسمی با جرم بسیار بیشتر و با سرعت زاویه‌ای میانگین n می‌گردد. اگر M جرم جسم مرکزی باشد، از مکانیک نیوتونی دو رابطهٔ

1. I. I. Shapiro 2. T. C. Van Flandern

زیر را به‌دست می‌آوریم

$$GM = r^{۳}n^{۲}, \quad r^{۲}n = \text{const.} = h\cdot \qquad (۴۲.۱۱)$$

اکنون اگر تغییرات کند G برحسب زمان را وارد کنیم، از دو رابطهٔ بالا به‌راحتی نتیجه می‌گیریم

$$\frac{\dot{G}}{G} = \frac{\dot{n}}{۲n}\cdot \qquad (۴۳.۱۱)$$

بنابراین، میانگین سرعت زاویه‌ای زمین به‌دور خورشید که با زمان زیجی اندازه‌گیری می‌شود، در صورت کاهش G برحسب زمان، با آهنگ کسری $۲\dot{G}/G$ کند می‌شود. معادلهٔ مشابهی را می‌توان برای ماه به‌دست آورد، بجز اینکه اصطکاک کشندی سیستم ماه‌ـزمین بر حرکت ماه تأثیر می‌گذارد بنابراین برای ماه داریم

$$\frac{\dot{n}_{\mathrm{M}}}{n_{\mathrm{M}}} = \left(\frac{\dot{n}_{\mathrm{M}}}{n_{\mathrm{M}}}\right)_{\text{کشندی}} + \frac{۲\dot{G}}{G}\cdot \qquad (۴۴.۱۱)$$

اگر $\dot{n}_{\mathrm{M}}/n_{\mathrm{M}}$ با زمان اتمی اندازه‌گیری شود، باید (۴۴.۱۱) را به‌دست آوریم. به هر حال، همین کمیت که با زمان زیجی اندازه‌گیری شود $۲\dot{G}/G$ را که ناشی از (۴۳.۱۱) است کنار می‌گذارد و فقط بخش کشندی را اندازه می‌گیرد. بنابراین، اختلاف میان دو رصد باید $۲\dot{G}/G$ را بدهد.

خطای اصلی در این روش همواره به‌دست آوردن برآورد موثقی از اثر کشندی است. اگر خطاهای ذکرشده در تعیینهای مختلف $\dot{n}$ قابل اعتماد باشد، سهمی واقعی از جملهٔ $\dot{G}/G$ در حرکت ماه وجود دارد. ارزیابیهای اولیه داده‌های وان فلاندرن، وقتی در چارچوب کیهان‌شناسی دیراک در نظر گرفته شد، مقدار حدود $\dot{G}/G \sim (-۶{,}۹ \pm ۲{,}۴) \times ۱۰^{-۱۱}\mathrm{yr}^{-۱}$ را به‌دست داد. این آهنگ با کیهان‌شناسی هویل‌ـنارلیکار سازگار، اما برای نظریهٔ برنز‌ـدیکی با $\omega \geq ۳۰$ بیش از حد بزرگ است.

مریخ‌نشین وایکینگ

دقیقترین اندازه‌گیری آهنگ تغییر G که تاکنون اندازه‌گیری شده است از تحلیل داده‌های فاصله تا کاوشگرهای وایکینگ فرود آمده بر مریخ گزارش شده است. این آزمایش را ار. دبلیو. هلینگز[1]، پی. جی. آدامز[2] و جی. دی. آندرسون[3]، ام.اس. کیسی[4]، ای. ال. لاو[5] ای. ام. استندیش[6]، وی. ام. کنوتو[7] انجام دادند و آی. گلدمن[8] از اندازه‌گیریهای فاصله تا کاوشگرهای وایکینگ و سفینهٔ فضایی مارنیر ۹[9] در مدار مریخ، اندازه‌گیری فاصلهٔ تا سطح عطارد و مریخ به‌کمک رادار، اندازه‌گیریهای

1. R. W. Hellings 2. P. J. Adams 3. J. D. Anderson 4. M. S. Keesey
5. E. L. Lau 6. E. M. Standish 7. V. M. Canuto 8. I. Goldman 9. Mariner 9

فاصلهٔ لیزری مربوط به ماه و اندازه‌گیریهای اپتیکی فاصله تا خورشید و ستارگان استفاده کرد. برازش کمترین مربعات پارامترهای مدل منظومهٔ شمسی به داده‌ها نشان می‌دهد که

$$\dot{G}/G = (۰/۲ \pm ۰/۴) \times ۱۰^{-۱۱}\mathrm{yr}^{-۱}.$$

بدون شک این نتیجه با تغییر صفر G سازگار است.

تحول ستاره‌ای

اگر G در گذشته بزرگتر از امروز می‌بود، تحول ستاره‌ای با آهنگ سریعتری انجام می‌گرفت و تغییراتی در رابطهٔ mـz به وجود می‌آمد. در سال ۱۹۸۰ کنوتو و نگارنده نشان دادند تا جایی که به کیهان‌شناسی HN با Gـمتغیر مربوط می‌شود، داده‌های کنونی دربارهٔ رابطهٔ mـz با پیش‌بینیهای نظری سازگارند. اما، خطاهای رابطهٔ mـz به‌گونه‌ای است که نمی‌توان با قاطعیت گفت که تغییری در G صورت می‌گیرد. به هر حال، این کارها را باید برای پایگاه داده از نوع ابرنواختر-Ia تکرار کرد.

تحول زیست‌شناختی زمین

اگر G در گذشته بالاتر بود، خورشید پرنورتر و فاصله‌اش از زمین کمتر از حال می‌شد. ثابت خورشیدی (شار تابش خورشید در خارج از جوّ زمین، که اکنون $\approx ۱/۳۸۸ \times ۱۰^{۶}\mathrm{erg\ cm^{-۲}\ s^{-۱}}$ است) باید در هنگام تشکیل زمین بسیار بیشتر از امروز می‌بود. با توجه به برآوردهای هویل از کیهان‌شناسی با Gـمتغیر، در زمانی که زندگی برروی زمین به‌وجود آمد، یعنی مثلاً ۳×۱۰^{۹} سال قبل، این ثابت در حدود سه برابر مقدار فعلی بوده است. آیا در چنین شرایطی پیدایش حیات امکان‌پذیر بوده است؟ باز هم می‌توان نشان داد که تغییرـG در کیهان‌شناسی HN با تحول زیست‌شناختی زمین ناسازگار نیست، اگرچه از این مدرک نمی‌توان برای اثبات تغییر G برحسب دوره استفاده کرد.

تمرینها

۱. مخروط نور گذشته برای مدلهای فریدمان را با بیان $D(q_۰, z)$ برحسب z محاسبه کنید. این مخروطها را برای $q_۰ = ۰, \frac{۱}{۲}, ۱$ و همین‌طور برای مدل حالت پایا رسم کنید.

۲. دربارهٔ چگونگی شاخه‌شاخه‌شدن منحنیهای mـz برای مقادیر مختلف $q_۰$ در مدلهای کیهان‌شناختی متفاوت بحث کنید. چرا خطای موجود در مقدار $H_۰$ مانع از آزمون مقدار $q_۰$ نمی‌شود؟

۳. بیش از اینکه نمودار mـz بتواند به‌چیزی با اهمیت کیهان‌شناختی بینجامد چه مواردی را باید در نظر گرفت؟

۴. دربارهٔ تصحیح دهانه بحث کنید. این تصحیح از چه نظر وابسته به $q_{\circ}$ است؟

۵. نشان دهید

$$\frac{D(۱,z)}{D(\frac{۱}{۲},z)} = \frac{z}{۲[(۱+z)-\sqrt{۱+z}]}$$

و نتیجه بگیرید که برای $\alpha = ۰/۷$ تصحیح دهانه در $z = ۰/۷$ اختلاف قدر $\sim ۰/۰۹^{\mathrm{m}}$ را به‌وجود می‌آورد.

۶. فرض کنید در گسترهٔ $۲۵۰۰\text{Å} < \lambda < ۵۰۰۰\text{Å}$ داشته باشیم $I(\lambda) \propto \lambda^{۲}$. کهکشانی با انتقال به سرخ ۰/۵ در نوار طول موج به مرکز ۵۰۰۰Å مشاهده شده است. کهکشان دیگر با انتقال ۰/۷ نیز در ۵۰۰۰Å رصد شده است. نشان دهید که جمله‌های K برای دو کهکشان اختلافی $\sim ۰/۴۱^{\mathrm{m}}$ دارند.

۷. دربارهٔ اثر استبینزـویتفورد[1] بحث کنید. آیا با در نظر گرفتن تصحیحـK این اثر از میان می‌رود؟ چرا؟

۸. فرض کنید $K(\lambda)$ سطح مقطع جذب به‌ازای واحد جرم غبار میان‌ستاره‌ای در طول موج l باشد. نشان دهید که در مدلی از فریدمان با $q_{\circ}$، $H_{\circ}$ معین، قدر ظاهری کهکشان با انتقال به سرخ $z_{\circ}$، در نتیجهٔ جذب میان کهکشانی به میزان زیر (که در طول موج $\lambda_{\circ}$ اندازه‌گیری شده است) افزایش می‌یابد

$$\Delta m = ۲/۵ \log_{۱۰} \mathrm{e} \frac{c\rho_{\circ}}{H_{\circ}} \int_{\circ}^{z_{\circ}} K\left(\frac{\lambda_{\circ}}{۱+z}\right) \frac{(۱+z)\mathrm{d}z}{\sqrt{۱+۲q_{\circ}z}}$$

که $\rho_{\circ}$ چگالی مادهٔ میان کهکشانی است. با در نظر گرفتن

$$K(\lambda) = (۶۴۰۰/\lambda_{\text{انگستروم}}) \times ۱۰^{۴}\mathrm{cmg}^{-۱},\ q_{\circ} = \frac{۱}{۲}\rho_{\circ} = ۲/۴۵ \times ۱۰^{-۳۳}\mathrm{g}\ cm^{-۳},\ h_{\circ} = ۰/۵$$

نشان دهید در $\lambda = ۶۴۰۰\text{Å}$، برای کهکشان با انتقال به سرخ واحد $\Delta m \approx ۱^{\mathrm{m}}$.

۹. نشان دهید چگونه ارزیابی درخشندگی تصحیحهای نامطمئن را در مقدار $q_{\circ}$ وارد می‌کند. با بهره‌گیری از (۱۶.۱۱) با $x = ۱/۳۵$، مقادیر «واقعی» $q_{\circ}$ را برای مقدارهای اندازه‌گیری‌شدهٔ $q_{\circ} = ۱$ و $q_{\circ} = \frac{۱}{۲}$ محاسبه کنید.

۱۰. برای تابع درخشندگی کهکشانها که از رابطهٔ (۲۵.۱۱) به‌دست می‌آید، نشان دهید که رابطهٔ N–m در مدل فریدمان $q_{\circ} = ۰$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$N(<m) \propto \int_{\circ}^{\infty} \frac{z^{۱/۴}\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x}{[x^{۱/۲} + \mathrm{dex}(۴/۶۵۸ - m/۵)]^{۳}}$$

1. Stebbins-Whitford

که $\text{dex}\, y = ۱۰^{y}$. نشان دهید برای m کوچک نتیجه بالا با مورد هندسهٔ اقلیدسی یکسان است.

۱۱. نشان دهید که چرا تصحیح‌ـK برای شمارش تعداد کهکشانهای کم‌نور ضروری است.

۱۲. یک کهکشان رادیویی با انتقال به سرخ $z = ۱{,}۰$ دارای شاخص طیفی $\alpha = ۱$ و درخشندگی $۱۰^{۴۴}\text{erg s}^{-۱}$ درگستره بسامد $۱۵۰\,\text{MHz} \le \nu \le ۱۵۰۰\,\text{MHz}$ است. برای $h_{\circ} = ۱$ نشان دهید که چگالی شار کهکشان $۳۵۰\,\text{Jy} \sim$ در $۱۰۰۰\,\text{MHz}$ و $۱۷۵۰\,\text{Jy} \sim$ در $۲۰۰\,\text{MHz}$ است (هرگونه اثر کیهان‌شناختی را نادیده بگیرید.)

۱۳. توان رادیویی چشمهٔ تمرین ۱۲ را برحسب وات بر MHz بر استرادیان به‌ترتیب در بسامدهای $۲۰۰\,\text{MHz}$ و $۱۰۰۰\,\text{MHz}$ به‌دست آورید.

۱۴. فرض کنید احتمال اینکه نسبت V/V_{m} برای $۰ \le x \le ۱$ درگسترهٔ $(x, x + \text{d}x)$ باشد با $x^{n}\text{d}x$ متناسب است. n را از مقدار مشاهده‌شدهٔ $\langle V/V_{\text{m}}\rangle = \frac{۲}{۳}$ برآورد کنید.

۱۵. فرض کنید برای بازه‌های $\text{d}\sigma_i$ به‌اندازهٔ کافی کوچک، حداکثر یک چشمه در هر بازه داریم. با نوشتن (۱۱.۳۰) به‌صورت

$$p_i = \frac{\alpha\sigma_i^{-(\alpha+۱)}\text{d}\sigma_i}{۱ - \sigma_{\circ}^{-\alpha}}$$

و بیشینه کردن عبارت زیر نسبت به α

$$\mathcal{L} = \sum \ln p_i,$$

نشان دهید که برای $\sigma_{\circ} \gg ۱$ به‌دست می‌آوریم

$$\alpha = M \Big/ \sum \ln \sigma_i \cdot$$

۱۶. فرض کنید $f(L)\text{d}L$ تعداد چشمه‌های رادیویی در واحد حجم در گسترهٔ درخشندگی $(L, L + \text{d}L)$ باشد. اگر به‌ازای انتقال به سرخهای کوچک نمودار $\log z$ برحسب $\log L$ خط راست با شیب $\frac{۱}{۲}$ باشد. با فرض اینکه تعداد نقطه‌ها در بازه‌های مساوی $\log L$ ثابت باشد. با بهره‌گیری از هندسهٔ اقلیدسی با $z \propto$ فاصله، از این رصدها نتیجه بگیرید که $f(L) \propto L^{-۲{,}۵}$.

۱۷. بگویید چرا نمونه‌ای از چشمه‌های رادیویی که نسبت به چگالی شار کمینه کامل است الزاماً نسبت به چگالی شار بیشینه کامل نیست و برعکس.

۱۸. در یک بررسی رادیویی به‌دست می‌آوریم $N = ۱۰$ در $S = ۱۲{,}۵\text{Jy}$، در حالی که $N = ۹۳$ در $S = ۵\text{Jy}$. نشان دهید در عالم اقلیدسی شمارشهای بالا ایجاب می‌کند که یا

دارای کمبود ۱۳ چشمه در انتهای شار زیاد باشیم یا ۵۳ چشمه اضافی در انتهای با شار کم داشته باشیم. با بهره‌گیری از این مثال دربارهٔ مباحثه رایل-هویل در سالهای ۱۹۶۰ اظهار نظر کنید.

۱۹. نشان دهید در مدل اینشتین-دوسیته تعداد کهکشانهای حائل میان کوازاری با انتقال به سرخ کیهان‌شناختی z و ناظر تقریباً از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$N = ۰/۰۰۶ \left(\frac{R}{۳\mathrm{kpc}}\right)^{۲} \left(\frac{N_g}{۰/۱\mathrm{Mpc}^{-۳}}\right) [(۱+z)^{۳/۲} - ۱]$$

که $h_۰ = ۱$، R شعاع کهکشان نوعی (که کروی فرض می‌شود)، و N_g چگالی عددی کهکشانهاست. برمبنای این فرمول چه چیزی دربارهٔ تفسیر کهکشان حائل بر خطهای جذبی کوازار می‌توان گفت؟

۲۰. انفجاری کروی به انبساط یک جسم با سرعت شعاعی V در چارچوب سکون ناظر دوردست O می‌انجامد. با در نظر گرفتن شکل سطح همزمانی O، نتیجه بگیرید که به‌نظر می‌رسد به‌صورت عرضی با سرعت $V(۱ - V^۲/c^۲)^{-۱/۲}$ منبسط می‌شود.

۲۱. نشان دهید که سیاهچالهٔ اَبَرسنگینی به جرم $۱۰^۸ M_\odot$ دارای مقیاس زمان مشخصهٔ ۱۵ ~ دقیقه است. (در سناریوی قرص انباشتی، قرص می‌تواند تا ۱۰ ~ برابر شعاع سیاهچاله امتداد داشته باشد، در نتیجه مقیاس زمان بالا با ضریب ۱۰ افزایش می‌یابد.)

۲۲. رصد کوازار ۳C ۳۴۵ نشان داد که فاصلهٔ زاویه‌ای مؤلفه مرکزی از ۰/۶ ~ میلی‌ثانیهٔ کمانی در سال ۱۹۷۰ به ۱/۶ ~ میلی‌ثانیهٔ کمانی در سال ۱۹۷۵ افزایش می‌یابد. انتقال به سرخ ۳C۳۴۵ برابر ۰/۵۹۵ است. نشان دهید که اگر انتقال به سرخ کیهان‌شناختی باشد برای $h_۰ = ۱$، سرعت جدا شدن باید حداقل $۶/۶c$ ~ باشد.

۲۳. نشان دهید اگر ثابت ساختار ریز متناسب با t تغییر کند، در انتقال به سرخ ۰/۲ ثابت ساختار ریز باید ۷۷ درصد مقدار کنونی آن در مدل اینشتین-دوسیته شود.

۲۴. نشان دهید برای تغییرات کند G در مکانیک نیوتونی، تغییر سرعت زاویه‌ای n ذره‌ای که دور یک جسم پرجرم در مدار دایره‌ای حرکت می‌کند به‌صورت زیر است

$$\frac{\dot{n}}{n} = \frac{۲\dot{G}}{G}.$$

۲۵. دربارهٔ خطای ناشی از نیروی کشندی بین زمین و ماه در $\dot{G}/G$ ثابت کنید.

۱۲

برداشت کلی منتقدانه

۱.۱۲ کیهان‌شناسی به‌عنوان یک علم

فصلهای قبل کوششهایی را بیان کرد که کیهان‌شناسان فعلی برای مطالعهٔ رشتهٔ خود در چارچوب نظم علمی به عمل آوردند. کیهان‌شناسی روزهایی را که موضوع حدسهای فلسفی و جزم‌اندیشی مذهبی بود پشت سرگذاشته و اکنون رشته‌ای است که روش تحقیق علمی را می‌توان در آن به‌کار برد. این تغییر حاصل پیشرفتهای حاصل در روشهای مشاهدهٔ ساختار بزرگ مقیاس عالم و قابلیت اعمال گستردهٔ قانونهای فیزیک است. در این فصل پایانی با استفاده از ذخیره تمام مواد موجود، خواهیم دید که نظریه‌ها در برابر مشاهده‌ها چه عملکردی را دارند. با این همه، رعایت جانب احتیاط مفید خواهد بود.

کیهان‌شناسی با ادعای توصیف کلی عالم، از قلمرو تمام شاخه‌های دیگر علم فراتر می‌رود. هر نتیجه‌گیری دربارهٔ عالم بدون شک عمیق و پرمحتوا خواهد بود و در نتیجه باید با احتیاط با آن برخورد شود. این احتیاط اغلب در حکمهای مربوط به کیهان‌شناسی وجود ندارد. بسیار پیش می‌آید که پژوهشگر (چه نظریه‌پرداز و چه رصّاد) وسوسه می‌شود که مدل عالم را چیزی واقعی

در نظر بگیرد. اظهار نظرهای بی‌قید و شرط دربارهٔ وضعیت عالم اغلب در بررسی دقیق مستقل از مدل هستند. مثلاً، اگر نوعی ناهمگنی هماهنگ l در زمینهٔ ریزموج کشف شود، می‌تواند در نظریه‌ای یک تفسیر و در نظریهٔ دیگر تفسیری متفاوت داشته باشد. اگر هر دو تفسیر با رصدها سازگار باشند، ادعای اینکه فقط یک نظریه ثابت شده است غیرمنصفانه خواهد بود.

در دو فصل گذشته از دیدگاههای مختلف به کیهان‌شناسی مهبانگ نگاه کردیم. در بخش ۷.۱۱ محدودیتهای رصدی پارامترهای مهبانگ را به‌اختصار بیان کردیم و نشان دادیم که پارامترهای فضایی که می‌توانند، در صورت موجود بودن، دوام بیاورند بسیار اندک‌اند. بنابراین، پیش از ادامهٔ بحث کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا را به‌اختصار بررسی می‌کنیم. با این همه، با در نظر گرفتن رصدهای یکسان، متوجه این نکته قابل ذکر می‌شویم که یک رصد را می‌توان در QSSC متفاوت از کیهان‌شناسی استاندارد (مهبانگ) که از این پس آن را SC می‌نامیم، تفسیر کرد.

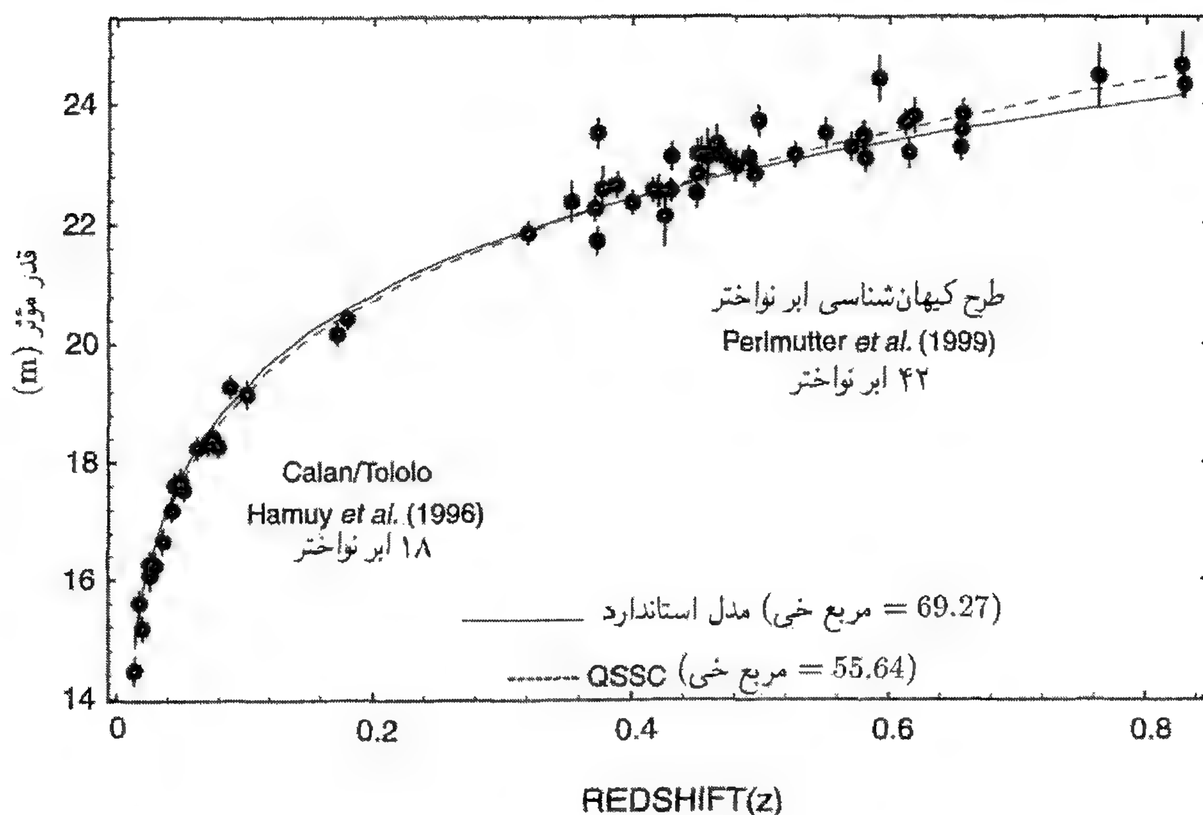
۲.۱۲ محدودیتهای رصدی QSSC

در فصل ۹ دربارهٔ جنبه‌های نظری و رصدی QSSC بحث کردیم. اکنون این ایده‌ها را با ورودیهای رصدی فصل ۱۰ و ۱۱ تکمیل می‌کنیم. با این همه، لازم به ذکر است که با توجه به شکل ۱.۱۱، QSSC دارای ناحیه‌های I، II، و III است، اما چیزی هم‌ارز ناحیه‌های اولیه‌تر SC را ندارد. زیرا، با توجه به انتقال به سرخ، رفتار این کیهان‌شناسی نسبت به زمان یکنواخت نیست. با نوسان عالم، وقتی به فراتر از $z_{\max} \sim 5$ برویم، انتقال به سرخها شروع به کاهش می‌کنند و جای خود را به انتقال به آبی ناچیز می‌دهند. با این همه، پس از چند چرخه زمانی رو به‌عقب، انتقال به آبی دیگر یافت نمی‌شود، گرچه انتقالهای به سرخ در هر چرخه در گستره‌ای محدود نوسان می‌کنند.

ابتدا آزمونهای عالم دوردست را در نظر می‌گیریم که تا انتقال به سرخهای از رتبه $5 \sim$ نظیر ناحیه‌های II و III بالا می‌روند. در اینجا باید گفت که چون QSSC از فرضیهٔ عالم در حال انبساط استفاده می‌کند، با یافته‌های آزمون درخشندگی سطحی سازگار است. سایر آزمونها به‌قرار زیرند.

۱.۲.۱۲ رابطهٔ انتقال به سرخ-قدر

چگونه QSSC با استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia آزمون m–z را توجیه می‌کند؟ اختلاف مهم رابطهٔ استاندارد m–z و این رابطه در QSSC ناشی از حضور دانه‌های گردوغبار رشته مانند است (نگاه کنید به بخش ۲.۱۳.۹). این موضوع باعث کم نور شدن اضافی می‌شود که با تغییر انتقال



شکل ۱.۱۲ داده‌های انتقال به سرخ-قدر برای اَبَرنواختر نوع Ia با QSSC برازش یافته‌اند، با چگالی بهینه‌شدهٔ جمعیت دانه‌های رشته‌ای در فضای میان کهکشانی که باعث خاموشی می‌شوند. مدل SC با $\Omega_0 = ۱$ و $\Omega_\Lambda = ۰$ برای مقایسه نشان داده شده‌اند.

به سرخ به تدریج به صورت زیر افزایش می‌یابد

$$\Delta m(z) = ۲/۵ \log_{۱۰} e \times \int_{۰}^{x(z)} \kappa \rho_{\rm g} {\rm d}l \qquad (۱.۱۲)$$

که κ ضریب جذبی جرمی حاصل از دانه‌ها، $\rho_{\rm g}$ چگالی دانه‌ها، و $x(z)$ ویژه‌فاصله‌ای است که باید تا رسیدن به انتقال به سرخ z از گردوغبار میان کهکشانی گذشت. پس باید این قدر اضافی را به مقدار محاسبه‌شده برای عالم بی‌گردوغبار افزود.

شکل ۱.۱۲ «بهترین برازش» نظری به داده‌ها را نشان می‌دهد. برای به‌دست آوردن بهترین برازش، دو پارامتر را می‌توان تغییر داد: (۱) قدر مطلق ابرنواختر در قله و (۲) مقدار کنونی $\rho_{\rm g}$. مقدار $\chi^۲$ برای بهترین برازش با مقدار بهترین برازش کیهان‌شناسی استاندارد که نسبت به Ω_Λ بهینه شده باشد به‌خوبی قابل مقایسه است. توجه کنید که برازش شکل ۱.۱۲ نسبت به سایر پارامترهای کیهان‌شناختی، که به‌صورت $z_{\rm max} = ۰/۵$، $\eta = ۰/۸۱۱$، $h_۰ = ۰/۶۵$ و $\Omega_\lambda = -۰/۳۶$

در نظر گرفته می‌شوند، بهینه نمی‌شود. جالب است توجه کنیم که مقدار بهترین برازش ρ_g برابر $۳/۳ \times ۱۰^{-۳۴}\text{g cm}^{-۳}$ به‌دست می‌آید، که در گسترهٔ صحیح چگالی گردوغبار برای گرمایی کردن نورستاره به تابش زمینهٔ ریزموج قرار دارد. اگر مدل دارای جنبه‌های غلط یا غیرفیزیکی بود، مقداری بسیار متفاوت برای این پارامتر به‌دست می‌آوریم.

همین‌طور QSSC می‌تواند به این پرسش پاسخ دهد که چرا بعضی ابرنواخترها به‌طور خارق‌العاده‌ای کم‌نورند. این رویداد بدین سبب اتفاق می‌افتد که گردوغبار (که بر اثر بخارهای فلزی خروجی از ابرنواختر تشکیل می‌شود) در اطراف ابرنواختر باقی می‌ماند و سبب ضعیف شدن نور می‌گردد.

۲.۲.۱۲ شمارشهای چشمهٔ رادیویی

در QSSC این شمارشها را ترکیب جمعیتهای مختلف چشمه‌های رایویی به‌وجود می‌آورد. مثلاً دو گروه زیر را در نظر بگیرید:

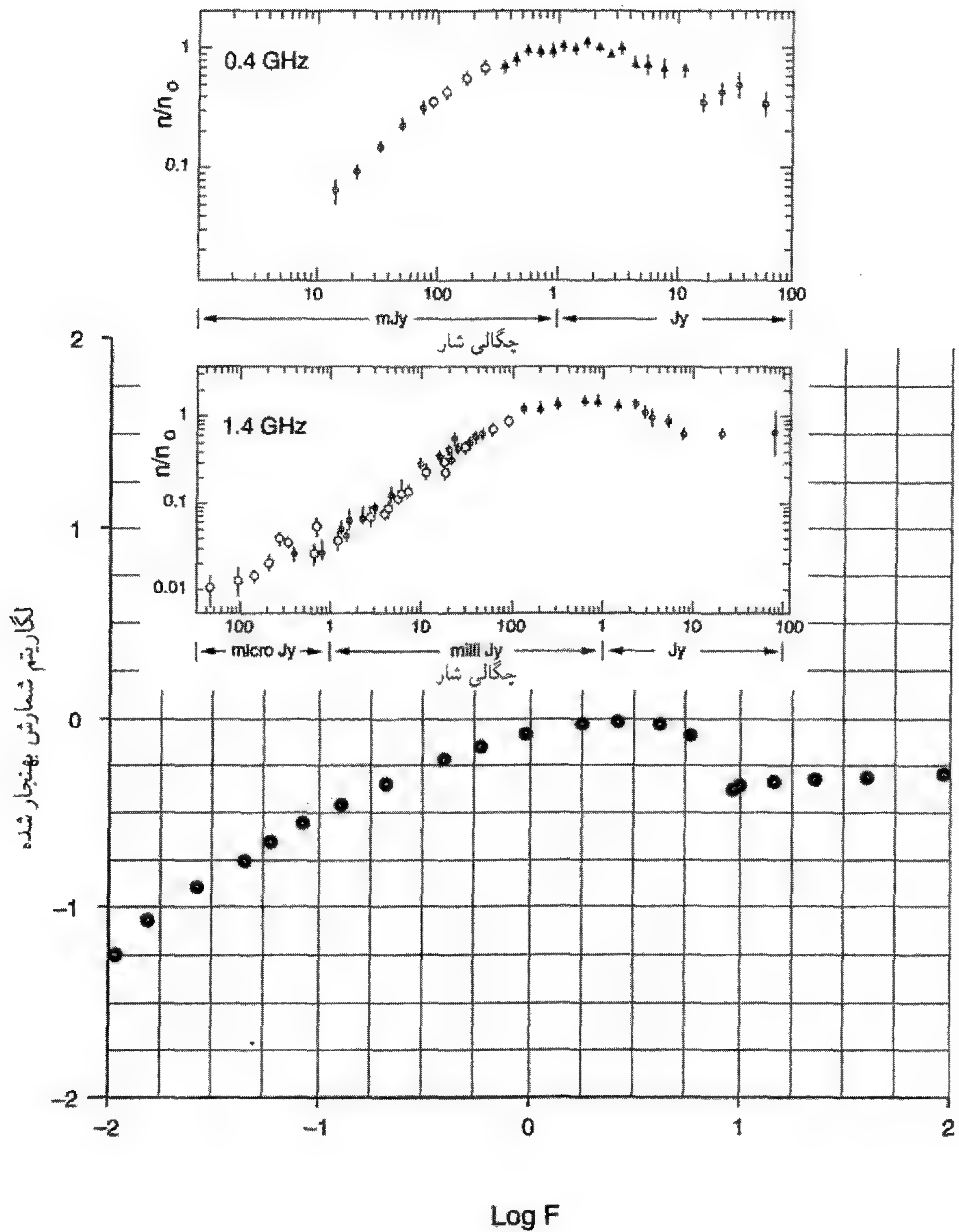
$$\text{گروه I}: L = ۱۰^{۲۶}\text{W Hz}^{-۱}, \quad n_\circ = A = \text{const.}, \quad z \geq \circ,$$
$$\text{گروه II}: L = ۵ \times ۱۰^{۲۶}\text{W Hz}^{-۱}, \quad n_\circ = A/۴, \quad z \geq \circ/۱۴$$

که در آن L درخشندگی و $n_\circ$ چگالی عددی کنونی جمعیت است. بنابراین چشمه‌های گروه دوم توانمندتر اما دارای جمعیت کمترند و در انتقال به سرخهای کمتر از ۰/۱۴ از بین می‌روند. با این همه، با این ترکیب ساده، به منحنی شمارش چشمه در شکل ۲.۱۲ می‌رسیم که با داده‌های شکل ۱۰.۱۱ سازگار است.

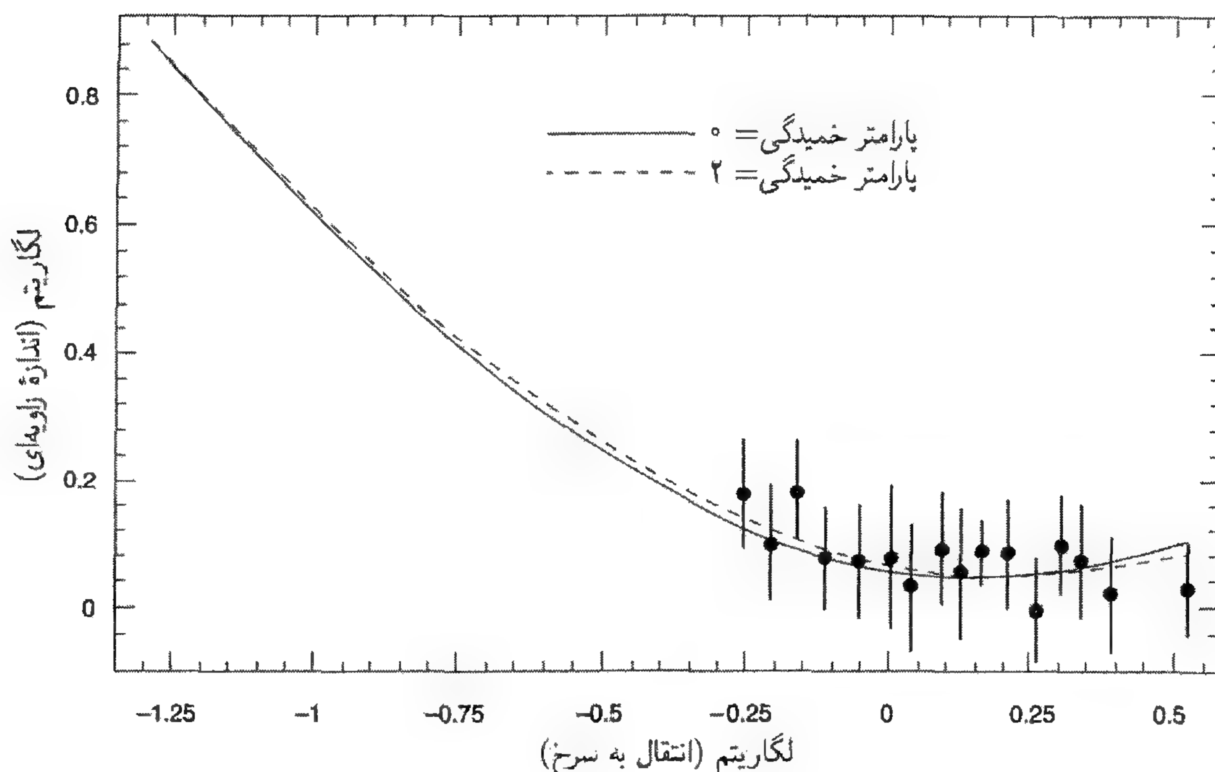
۳.۲.۱۲ رابطهٔ اندازهٔ زاویه‌ای-انتقال به سرخ

داده‌های مربوط به چشمه‌های رادیویی بسیار متراکم در فصل پیش بررسی شد و به مدلهای QSSC برازش یافت. برازش حاصل برای دو گروه نمونه در شکل ۳.۱۲ نشان داده شده است. این دو مورد مدلهای تخت ($k = \circ$) و با خمیدگی منفی ($k = -۱$) را نشان می‌دهد. پارامتر خمیدگی که در شکل ۳.۱۲ آمده برابر $K_\circ = kc^۲/(H_\circ^۲ S_\circ^۲)$ است. گرچه هر دو مدل برازشهای آماری خوبی را می‌دهند، اما مورد دوم عملکرد بهتری دارد. بد نیست که این یافته‌های اولیه را با داده‌های بعدی که به‌تدریج به‌وجود می‌آیند بررسی کنیم.

با بحث دربارهٔ ناحیه‌های II و III، اکنون به آزمون ناحیهٔ I می‌پردازیم.



شکل ۲.۱۲ یک محاسبهٔ نظری QSSC از نسبت دیفرانسیلی شمارش چشمه‌های رادیویی که به‌صورت نسبت شمارشهای اقلیدسی، برمبنای مخلوطی از دو جمعیت چشمه‌های رادیویی بیان شده است. این را می‌توان با منحنیهای مشاهده‌شدهٔ شکل ۱۰.۱۱ مقایسه کرد که در اینجا در نیمهٔ بالای شکل بازتولید شده‌اند.



شکل ۳.۱۲ دو منحنی نشان داده شده در بالا محاسبات کلی QSSC را برای خمیدگیهای فضایی صفر و منفی نشان می‌دهند. با وجود اینکه هر دو مدل با داده‌های اندازهٔ زاویه‌ای و انتقال به سرخ تناسب رضایت‌بخشی دارد، انتقال به سرخ تا حدودی بهتر ظاهر می‌شود. پارامتر خمیدگی $K_\circ$ی استفاده شده در اینجا، همان‌طور که در متن معلوم شده، شکل مقیاس‌بندی شده‌ای از k است.

۴.۲.۱۲ تابش زمینهٔ ریزموج

به تفصیل بحث کردیم که چگونه MBR در QSSC به‌وجود می‌آید و ویژگیهای که از آن انتظار می‌رود کدام‌اند. اختلاف اصلی SC و QSSC آن است که افت‌وخیزهای $\Delta T/T$ در مورد اول ذاتاً با شرایط اولیه در عالم نخستین و تحول آنها در فرایند تشکیل ساختار در ارتباط است، در حالی که در مورد دوم آنها بازتاب ناهمگنیهای نسبتاً نزدیک و با منشأ جدید هستند. در این مورد هنوز باید کار کرد، و ممکن است به جزئیات بیشتری از توزیع خوشه نسبت به حفره در عالم نیاز داشته باشد.

مثلاً، اگر توزیع ناهمگنی گردوغبار در چرخهٔ کنونی در مقیاس خوشه‌ای غنی از کهکشانها باشد، باعث ناهمگنیهایی در سهم نورستارهٔ گرمایی باقی‌مانده در چرخهٔ فعلی، در مقیاس زاویه‌هایی می‌شود که این اجسام در انتقال به سرخ ۵ $\sim z_{\max}$ تشکیل می‌دهند. این مقادیر نظیر l در گسترهٔ ۲۵۰ـ۲۰۰ است. بنابراین، برآمدگی که «بومرنگ» مشاهده کردند در اینجا تفسیر دیگری پیدا می‌کند.

۵.۲.۱۲ هسته‌های سبک

دربارهٔ این موضوع در متن QSSC در فصل ۹ بحث شد. در آنجا استدلال کردیم که هسته‌های سبک در نتیجهٔ واپاشی ذرهٔ پلانک در یک گوی آتشین پرانرژی به‌وجود می‌آیند. با این همه، جفری بربیج و فرد هویل در سال ۱۹۹۸ استدلال کردند که تقریباً تمام هسته‌ها را می‌توان در ستارگان ساخت. بنابراین، گرچه سهم ستاره‌ای هلیم در چرخهٔ فعلی فقط در حدود ۱۰ درصد مقدار مشاهده شده است، اما ستارگان چرخهٔ قبلی در آن سهیم بوده‌اند. با انتگرال‌گیری روی همهٔ چرخه‌های قبلی، به سهم کلی تمام چرخه‌های قبلی در فراوانی کنونی ^{4}He می‌رسیم که از مرتبهٔ صحیح است.

این واقعیت که دو راه ممکن برای به‌دست آوردن هسته‌های سبک وجود دارد می‌تواند گاهی برای نظریه نامطلوب باشد، زیرا در این صورت باید بفهمیم چرا یکی از دو فرایند غالب است. شق ستاره‌ای به لحاظ زیبایی‌شناختی بهتر است زیرا در آن فقط یک فرایند باعث آفرینش تمام هسته‌های سبک یا غیر از آن می‌شود. همین‌طور نور ستاره حاصل به‌صورت کاملاً طبیعی به زمینهٔ ریزموج مرتبط می‌سازد. از طرف دیگر، سناریوی شامل رویدادهای معینی آفرینش، مقدار صحیح دوتریم را به‌دست می‌دهد، که برای آن هنوز هیچ شق ستاره‌ای صحیحی وجود ندارد. این شاید بدین سبب باشد که یک رویداد مینی‌آفرینش نوعی فقط باریونها و احتمالاً دوتریم را تولید می‌کند که این دوتریم در فرایند تشکیل ستاره به‌کار می‌رود.

۶.۲.۱۲ مادهٔ تاریک

برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ، QSSC هیچ محدودیتی را بر چگالی عالم، از ملاحظات مربوط به هسته‌های سبک یا از اندازهٔ نشانه‌های تشکیل ساختار بر زمینهٔ ریزموج، اعمال نمی‌کند. بنابراین مادهٔ تاریک، تا اندازه‌ای که لازم است، می‌تواند کاملاً باریونی باشد. چون رویداد مینی‌آفرینش نوعی در QSSC ساختار بزرگ مقیاس را به‌وجود می‌آورد، احتمال دارد خوشه‌های که امروز می‌بینیم سرعتهای انبساطی را داشته باشند که مربوط به منشأ آنهاست و در نتیجه لازم نیست ویریالیده شوند. در این‌صورت، شاید در مورد مقدار مادهٔ تاریک موجود در آنها مبالغه شده باشد.

در میان مادهٔ تاریک باریونی، احتمال وجود کوتوله‌های سفید بسیار قدیمی (مثلاً، $\sim$ ۳۰ـ۴۰ Gyr) می‌تواند همراه با کوتوله‌های قهوه‌ای و سیاره‌هایی مانند مشتری گزینه‌ای در اختیار بگذارد. از این نظر، یافتن اجسام با جرم برابر نصف جرم خورشید از بررسیهای نوع MACHO می‌تواند حائز اهمیت باشد.

اکنون که محدودیتهای رصدی فعلی در مورد QSSC را بررسی کرده‌ایم، می‌توانیم وارد مباحثه‌ای مختصر بین طرفداران کیهان‌شناسی استاندارد و مخالفان آن شویم.

۳.۱۲ دلایل به نفع کیهان‌شناسی استاندارد

یک طرفدار پر و پا قرص کیهان‌شناسی استاندارد نکته‌های زیر را به‌نفع مدلهای مهبانگ داغ بیان می‌کند.

۱. این مدلها بر مبنای نسبیت عام اینشتین است. تا جایی که آزمون این نظریه امکان‌پذیر بوده است، پیش‌بینیهای آن را همواره مشاهدات تأیید کرده است. بنابراین، اطمینان داریم که چارچوب مدلهای ما برمبنای نظریه‌ای موثق است.

۲. مدلهای استاندارد ساده‌ترین جوابهای معادله‌های اینشتین هستند. از این‌رو، جالب توجه است که آنها می‌توانند مشاهدهٔ عمیقی چون قانون هابل را باز تولید کنند. به‌علاوه، این قانون فکر بعدی این مدلها نیست، بلکه آن را پیش‌بینی کرده است. بنابراین بدیهی است که ما در جهت درست کار می‌کنیم.

۳. تاکنون شق رضایت‌بخش دیگری برای نظریه سنتز هسته‌های آغازین برای توجیه فراوانی هسته‌های سبک، مخصوصاً ^{4}He و ^{2}H وجود نداشته است. سازگاری میان فراوانیهای مشاهده‌شده و مقادیر نظری برای ایجاد اطمینان دربارهٔ مهبانگ داغ به اندازهٔ کافی خوب است.

۴. مشاهدهٔ تابش زمینهٔ ریزموج و طیف پلانکی آن تأیید چشمگیری برای فاز اولیهٔ داغ در تاریخ عالم است. باز هم، مانند مورد (۲)، به‌نفع این تصویر است که نظریه این مشاهده را پیش‌بینی کرده است.

۵. موفقیت اخیر نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) در اعمال به مراحل ابتدایی عالم نشان می‌دهد که این سناریو نطفه‌ای از واقعیت در خود دارد. به‌عنوان مثال، این انتظار که با توجه به سنتز هسته‌های آغازین نباید بیش از سه نوع نوترینو داشته باشیم را ظاهراً شتابگرهای ذرات تأیید کرده‌اند. به هر حال، وجود شرایط فیزیکی که در آن سه نیروی بنیادی طبیعت وحدت می‌یابند فقط در مراحل بسیار اولیهٔ عالم امکان‌پذیر بوده است. چون بر این باوریم که قانونهای زائد در طبیعت وجود ندارد، وضعیتی که به هر GUT می‌انجامد باید زمانی درکار بوده باشد؛ در نتیجه عالم بسیار اولیه یک انتخاب منطقی برای مرحله‌ای است که در آن قانونهای وحدت نقش خود را ایفا می‌کردند.

۶. یک پیامد منطقی فاز GUT «تورم» است که به ورودی پرثمری برای کیهان‌شناسی مهبانگ داغ استاندارد تبدیل شده است و این نوید را می‌دهد که برخی از مسائل بارز آن را حل کند. از جمله فراهم ساختن شرایط اولیه مناسب که از آن ساختار بزرگ مقیاس تکامل یافت.

۷. شمارش تعداد و اندازه‌های زاویه‌ای چشمه‌های رادیویی و کوازارها تحول برحسب دوره را در مقیاس زمانی مشخصهٔ انبساط عالم نشان می‌دهد. مدلهای تکاملی به چگالی فزاینده در

گذشته نیاز دارند، که با پیش‌بینیهای مدلهای استاندارد که عالم در گذشته چگالتر از حال بوده سازگار است.

۸. موفقیت در آشکارسازی ناهمگنیهای مختصر در زمینهٔ ریزموج به کوشش قابل ملاحظه‌ای در جهت شناخت تکامل ساختار بزرگ مقیاس برحسب برهم‌کنش آن با تابش انجامیده است. این کار به شناخت فیزیک عالم در عصرهای مختلف در گذشته، حتی پیش از عصری که در آن چشمه‌های گسسته قابل مشاهده بودند، کمک می‌کند.

۴.۱۲ شواهد برعلیه کیهان‌شناسی استاندارد

لاادری در مباحثهٔ کیهان‌شناختی می‌تواند از برهان مخالف زیر استفاده کند.

۱. نسبیت عام فقط در تقریب میدان ضعیف آزموده شده است. ما هیچ دلیل تجربی بر چگونگی رفتار آن در شرایط میدان قوی کیهان‌شناسی نداریم. بنابراین، به مدلهای استاندارد فقط باید به‌عنوان برونیابی‌هایی به ناحیه‌های حدسی نگاه کرد.

۲. کیهان‌شناسی نسبیتی به‌طور اعم و مدلهای استاندارد به‌طور اخص دارای ویژگی عجیب و ناخوش‌آیند تکینگی فضازمان هستند. ظاهر شدن بینهایتها در هر نظریهٔ فیزیکی فاجعه‌آمیز است. در نسبیت عام وضعیت بدتر است، چون تکینگی به ساختار فضازمان و محتوای خود عالم مربوط می‌شود. به‌علاوه، گاهی می‌کوشند با خارج کردن آن از دسترس فیزیک به این عیب شأن بیشتری بدهند. از این‌رو نباید نگران آن بود که مهبانگ تمام قانونهای پایستگی فیزیک، مانند قانون پایستگی ماده و انرژی، را نقض می‌کند. بلکه می‌خواهند که به این رویداد را چیزی فراتر از دیدگاه علم در نظر بگیریم.

۳. برآوردهای سن اخترفیزیکی و سن هابل از مدلهای استاندارد با هم اختلاف دارند. این ناسازگاری اگر $h_\circ$ به‌جای $\frac{۱}{۲}$ نزدیک به ۱، و اگر به‌جای $q_\circ \sim ۱$ داشته باشیم $q_\circ \geq \frac{۱}{۲}$ بدتر می‌شود. احیای ثابت کیهان‌شناختی نشانهٔ این مسئله است.

۴. نسبت باریون به، فوتون $\sim ۱۰^{۸}$ را مدل استاندارد توجیه نمی‌کند و دمای زمینه $\sim ۳\mathrm{K}$ را باید از استدلالهای کاملاً نظری به‌دست آورد. اگرچه GUT راهی برای توجیه N_γ/N_B دارد، اما توجیه فعلی هنوز از روش برازش پارامتر و دیکته کردن نتیجه استفاده می‌کند.

۵. به‌رغم کوششهای فراوان متخصصان این رشته، تشکیل ساختار بزرگ مقیاس در عالم، به‌ویژه هموار بودن خارق‌العادهٔ زمینهٔ ریزموج از یک طرف و حرکتهای جریانی بزرگ مقیاس نسبت به جریان هابلی که امروز مشاهده می‌شود از طرف دیگر، به‌خوبی فهمیده نشده است.

۶. دربارهٔ موضوعی وابسته به شناخت، نوعی احساس ناراحتی در مورد روش انجام تحقیقات دربارهٔ عالم بسیار اولیه به‌وجود می‌آید. زیرا در حال حاضر چنان نیروی انسانی عظیمی به این رشته اختصاص و برای دهه‌های اخیر تداوم داشته است، که باید بر آن تأکید بیشتری می‌شده است. مقایسه‌ای با سایر رشته‌های فیزیک به‌درک این مسئله کمک خواهد کرد.

به‌طور کلی، فیزیک (یا از این نظر، علوم به‌طور کلی) به واسطهٔ تأثیر متقابل ایده‌های نظری و واقعیتهای مشاهده‌شده پیشرفت می‌کند. گاهی نظریه برمبنای حدس و گمان است و با مشاهده‌های قاطع کنترل می‌شود. در موقعیتهای دیگر نظریهٔ برپایه مستحکمی قرار دارد، اما مشاهده‌ها را باید تیزبینانه‌تر کرد. در کارهای مربوط به عالم بسیار اولیه هیچ‌کدام از این موارد صادق نیست: در اینجا حدس و گمانهای نظری پهلو به پهلوی شواهد مستقیم رصدی به پیش می‌روند.

فرمولبندی نظریهٔ الکتروضعیف تمرینی در زمینه حدسهای نظری در نظریه‌های پیمانه‌ای بود. این نظریه می‌توانست کار کند یا نکند. عملی بودن آن را سرانجام آزمایشهای شتابگر نشان دادند. این مثالی از چگونگی عملکرد روش علمی در فیزیک ذرات است. در کار گاموف در مورد عالم اولیه، فیزیکی کاملاً تثبیت‌شده در سناریوی اخترفیزیکی که برمبنای حدس و گمان بود به‌کار گرفته شد (زیرا هیچ‌گونه رصد نجومی در مورد عالم وقتی سن آن در حدود ۱ ثانیه وجود ندارد). به هر حال، پیش‌بینیهای نهایی این کار را می‌توان با حقایق مسلم یعنی فراوانیهای عناصر و تابش زمینه مقایسه کرد.

هیچ‌کدام از این شرایط در مواجه با عالم اولیه وجود ندارد. هیچ‌کس نمی‌تواند منکر شود که کارهای انجام‌شده در زمینهٔ GUTs هنوز شدیداً وابسته به حدس و گمان است. همین‌طور نمی‌توان نظریه‌ها را به‌صورت دینامیکی با شتابگرهای ذرات آزمود. برای قرارگرفتن درحال و هوای نظریهٔ وحدت بزرگ باید انرژی ذرات $\sim 10^{15}\mathrm{GeV}$ باشد که بسیار فراتر از قابلیتهای فناوری کنونی است. به‌لحاظ کیهان‌شناختی، فیزیکی مدل استاندارد با تورم یا بدون آن در $t \sim 10^{-36}\mathrm{s}$ شدیداً حدسی است.

بنابراین یک حدس را با حدس دیگر همساز می‌کنیم. این کار زیانی ندارد اگر همواره به‌خاطر داشته باشیم که بهترین ادعایی که می‌توان کرد سازگاری این همسازی با چیزی است که اکنون مشاهده می‌کنیم. در عوض، دربارهٔ اینکه عالم در این دوره‌ها چگونه بوده است ادعاهایی قطعی می‌شود.

۷. به‌علاوه، شرط «تکرارپذیری آزمایش» در این تصویر برقرار نیست. تغییر فازهای GUT، تورم و غیره فقط یک‌بار به‌وقوع پیوسته است، و شرایط منجر به آنها مجدداً رخ نمی‌دهد. این

وضعیت برخلاف سنتز هسته‌ای در ستارگان است. سنتز هسته‌ای فرایندی در جریان است که می‌توان آن را در هر ستاره آزمایشی مستقل در نظر گرفت.

۸. نقش مادهٔ تاریک غیرباریونی به‌شدت یادآور «لباس نوی امپراتور» در قصهٔ هانس کریستیان آندرسن است. بجز برای نوترینوها (که جرم‌دار بودن آنها هنوز پرسش برانگیز است)، وجود هیچ شکل دیگر این ماده تاکنون ثابت نشده است. اما، باز هم ذرات اسرارآمیز مختلف بی‌مطالعه مسلم فرض شده‌اند. شاید کیهان‌شناسان فکر کنند که فیزیکدانان وجود آنها را برمبنای مستحکم قرار داده‌اند، در حالی که فیزیکدانان تصور می‌کنند این ذرات موجودند زیرا کیهان‌شناسان چنین چیزی را به آنها گفته‌اند. واقعیت مسلم آن است که حق با هیچ‌کدام از دو طرف نیست!

بنابراین، آدم شکاک می‌تواند این پرسش را مطرح کند که «آیا کار در مورد عالم بسیار اولیه، تورم، مادهٔ تاریک و غیره، فیزیک واقعی است؟»

۵.۱۲ چشم‌انداز آیندهٔ

با توجه به آنچه که تاکنون ارائه شد، می‌توان پرسش خاصی را در مورد SC و QSSC مطرح کرد: «چه آزمونی را می‌توان انجام داد تا بتواند این کیهان‌شناسی را اصولاً رد کند؟». این پرسش دیدگاه کارل پوپر[1] دربارهٔ نظریهٔ علمی را مطرح می‌کند، که به‌نظر او باید قابلیت رد شدن را داشته باشد. بنابراین، اگر چنین آزمونی انجام شود و نتایج آن با پیش‌بینی‌های نظریه ناسازگار باشد، نظریهٔ ردشده در نظر گرفته می‌شود. اگر نظریه بخواهد با افزودن بُعد پارامتری اضافی دوام بیاورد، برخلاف روح این پرسش خواهد بود.

۱.۵.۱۲ آزمونهایی که می‌توانند SC را رد کنند

در مورد SC آزمونهای زیر را پیشنهاد می‌کنیم. به‌نظر ما این آزمونها در رد روایتهایی کنونی SC تعیین کننده‌اند.

۱. **انتقالهای به آبی** . اگر دریابیم که جمعیت کم‌نوری از کهکشانها از خود نشان می‌دهند، دیگر SC نمی‌تواند دوام بیاورد. از طرف دیگر QSSC وجود چنین جمعیتی را پیش‌بینی می‌کند، یعنی کهکشانهایی که برای عصرهای نزدیک به آخرین بیشینهٔ عامل مقیاس مشاهده می‌شوند. به هر حال، انتقالهای مورد نظر کوچک‌اند و از ۰٫۱ ~ تجاوز نمی‌کنند. باید توجه داشت که گرچه یافتن چنین جمعیتی SC را رد می‌کند، اما QSSC را ثابت نمی‌کند: این موضوع صرفاً با نظریه

1. Karl Popper

سازگار است. همین‌طور، نیافتن طیفی که به آبی منتقل‌شده باشد SC را ثابت نمی‌کند، بلکه با آن سازگار است.

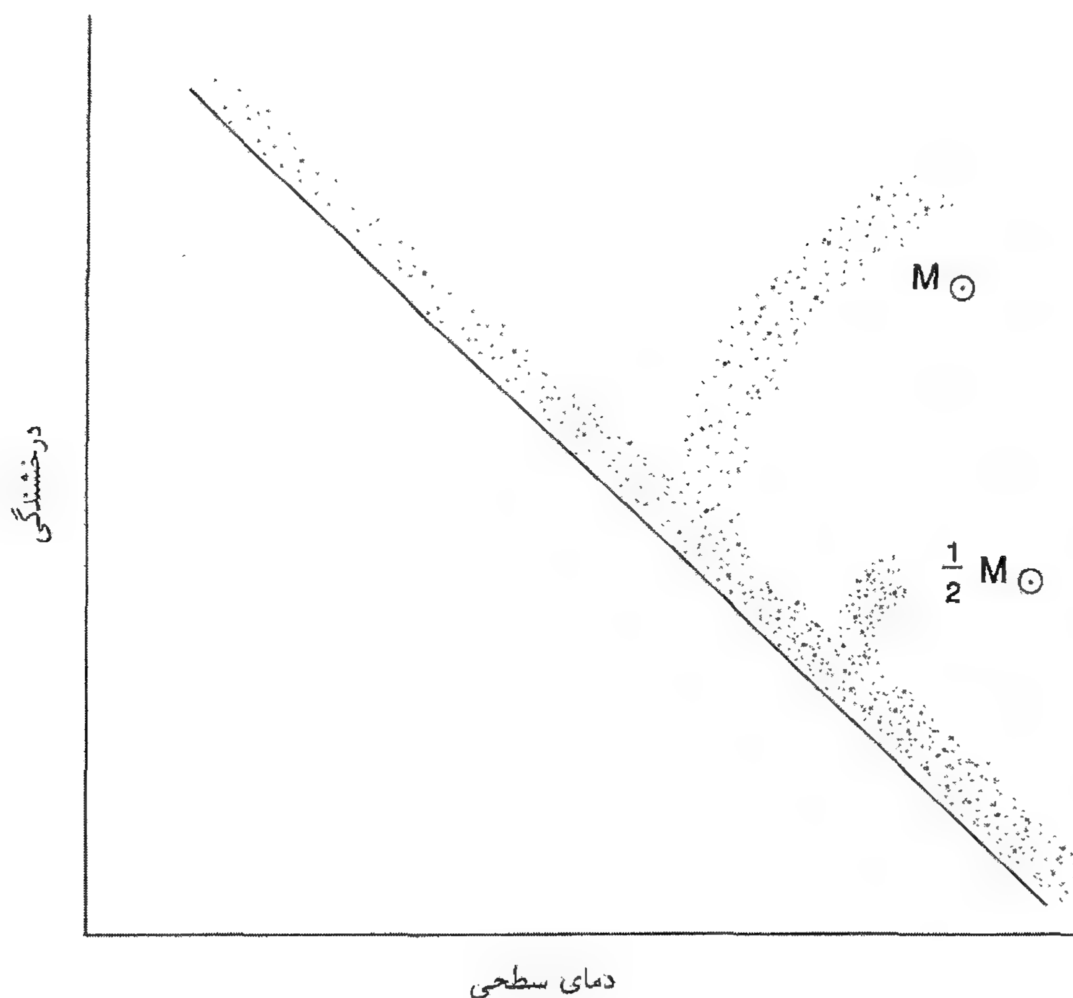
با این همه، مسئله‌هایی در مورد این آزمون وجود دارد. اثر گزینش بدیهی که یک منجم برای شناسایی خط در انتهای طول موج کوتاه خطهای مشاهده‌شده در جستجوی آن است برضد یافتن انتقال به آبی است. زیرا خود پیوستار براثر انتقال به آبی روشن می‌شود، پس خطهای نسبتاً ضعیف که به آبی منتقل شده‌اند را مشکل بتوان در زمینهٔ آن آشکار ساخت. اگر به‌دنبال پیش‌بینی‌های QSSC باشیم، باید طیف نمایی را در مورد کهکشانهای کم‌نورتر از $\sim ۲۷^{\mathrm{m}}$ انجام دهیم تا انتقال به آبی را پیدا کنیم، کاری که به هیچ‌وجه راحت نیست.

۲. ستارگان بسیار پیر . QSSC انتظار دارد ستارگان بسیار پیری در کهکشان یافته شدند که در چرخهٔ قبل متولد شده‌اند. اینها می‌توانند ستارگان دارای جرم کم ($\sim ۰٫۵M_{\odot}$) اندکی دورتر از رشتهٔ اصلی باشند، که مطابق شکل ۴.۱۲، در مرحلهٔ غول قرار دارند، یا در شاخهٔ افقی ستارگان بدون درخشش هلیم مشاهده شدند، و یا به‌صورت کوتوله‌های سفید بسیار پیر باشند. این ستارگان دارای سنهای $\sim ۴۰\text{–}۵۰$ Gyr را نمی‌توان، حتی با ثابت کیهان‌شناختی، در چارچوب SC قرار دارد.

۳. مادهٔ تاریک باریونی . اگر، با بررسی خوشه‌های کهکشانی حاوی گاز داغ، رصدهای فضای میان کهکشانی حاوی گردوغبار و اثر ریزعدسیهای از نوع MACHO، نشان داده شود که پارامتر چگالی باریونی Ω_{bar} از مثلاً $۰٫۰۲h_{\circ}^{-۲}$ تجاوز می‌کند، در این صورت SC باطل می‌شود، زیرا مهمترین امتیاز خود را، که قابلیت توجیه فراوانی دوتریم مشاهده شده است، از دست می‌دهد. مقدار زیاد مادهٔ باریونی نیز مشکلاتی را برای سناریوی تشکیل ساختار به‌وجود می‌آورد، که هدف آنها توجیه ناهمگنیهای مشاهده‌شده در ماده کهکشانی و حرکتهای بزرگ مقیاس آنها در حالی است که ناهمگنیهای زمینهٔ ریزموج در سطح میکروکلوین را حفظ کند.

۴. نمودار $\Omega_{\circ}\text{–}h_{\circ}$. قبلاً دیدیم که این نمودار چگونه به محدود کردن SC کمک می‌کند. مشاهده‌های بیشتر ممکن است خطهای خطای پارامترهای مختلف SC را محکمتر و در نتیجه پنجرهٔ مجاز در این نمودار را حذف کند. انتظار می‌رود که بررسیهای MAP و PLANCK، همراه با آزمونهایی چون آزمون $m\text{–}z$، پارامترهای SC را تعیین کند. این موضوع به محدود کردن فضای پارامتر کمک خواهد کرد.

۵. سنهای ستارگان و کهکشانها . بدون توجه به بخش ۲ در بالا، تعیین دقیقتر سن ستارگان در خوشه‌های گویسان کهکشان می‌تواند اصولاً بسیاری از مدلهای SC را رد کند، اگر معلوم شود



شکل ۴.۱۲ نمودار HR دو ستاره با جرمهای $M_\odot$ و $M_\odot/2$ از رشتهٔ اصلی به رشته غول منشعب می‌شوند. ستاره‌ای که با نصف جرم خورشید به‌صورت غول سرخ منشعب می‌شود می‌تواند سنی برابر ۴۰ـ۵۰ Gyr داشته باشد.

که سنهایی، مثلاً، در حدود ۱۸ Gyr وجود دارند. همین‌طور، زمان‌سنجی هسته‌ای نیز می‌تواند با تولید سنهای هسته‌ای از همین مرتبه مسائل زیادی را برای مدلهای SC به‌وجود آورد.

به‌علاوه، اگر رابطه سن‌ـرنگ برای کهکشانهای با انتقال به سرخ بالا بهبود یابد، می‌توان اصولاً بسیاری از مدلهای SC را (۱) با تجاوز معیار سن کل، یعنی خط نگاه به گذشته به اضافه سن کهکشان، از سن عالم، یا (۲) آشکارسازی کهکشانهای بالغ و کاملاً شکل‌گرفته در مراحل اولیهٔ عالم، رد کرد.

۲.۵.۱۲ آزمونهایی که می‌توانند QSSC را رد کنند

پس از این به چند آزمون می‌پردازیم که می‌توانند بالقوه QSSC را رد کنند.

۱. **کشف عصرهایی با انتقال به سرخهای فوق‌العاده بالا**. همان‌طورکه دیدیم مدل QSSC بیشترین انتقال به سرخ را در چرخهٔ حاضر دارد. در یک مورد نمونه که در اینجا بیان می‌شود، $z_{\max}$ برابر ۵ در نظر گرفته شد. مدل انعطاف‌پذیری کافی برای بالاتر بردن $z_{\max}$، مثلاً، به‌حدود ۱۵ـ۱۰ را دارد. با این همه، هر دلیل مستقیم بر اینکه عالم از عصری با انتقال به سرخ، مثلاً ۳۰ $\geq$ گذشته است، اعتبار QSSC را زیر سؤال می‌برد. (فراوانی هسته‌های سبک و زمینهٔ ریزموجی که اکنون می‌شناسیم چنین دلیلی را تشکیل نمی‌دهد. زیرا آنها بدین صورت در چارچوب SC تفسیر شده‌اند: تفسیر آنها در QSSC متفاوت است.)

۲. **آشکارنساختن مادهٔ پیر**. همان‌طور که آشکارسازی مادهٔ پیر برخلاف SC است، آشکار نساختن آن برضد QSSC خواهد بود. چون QSSC مدعی آن است که عالم قابل مشاهده حاوی ستارگان بسیار پیر است، جستجوهای اختصاصی برای این اجسام برای آزمون نظریه اهمیت دارند. از این نظر، بد نیست متذکر شویم که یافته‌های جاری از ریز عدسیهای گرانشی وجود کوتوله‌های سفید با سن ۱۲ـ۱۰ Gyr را رد می‌کند چون در این صورت درخشان می‌شدند. با این همه، این یافته‌ها با وجود کوتوله‌های سفید ۵۰ـ۴۰ Gyr سازگارند.

۳. **نبود رشته‌های فلزی**. دانه‌های گردوغبار که باعث گرمایی شدن تابش ستاره‌ای باقی‌مانده می‌شوند تا تابش زمینه را تولید کنند، یعنی رشته‌های فلزی در فضای میان‌ستاره‌ای و میان‌کهکشانی، رگ حیاتی QSSC هستند. نارلیکار و همکاران (۱۹۹۷) دربارهٔ چگونگی تولید و توزیع این رشته‌ها در فضا بحث کرده‌اند، و متذکر شده‌اند که شواهد اولیه با وجود آنها سازگار است. این شواهد را باید به‌دقت آزمود و دید که چرا این نوع گردوغبار درواقع وجود دارد. از این نظر، تعیین رابطهٔ mـz با استفاده از ابرنواخترهای Ia- تا انتقال به سرخهای متجاوز از واحد می‌تواند نقشی اساسی داشته باشد. همین‌طور کوازارهای با درخشندگی قابل ملاحظه در طول موجهای میلی متری، یافتن این نوع کوازارها به معنی آن است که یا آنها به‌واسطهٔ جذب توسط گردوغبار باید در منطقهٔ میلی متری بسیار درخشان باشند، و یا انتقال به سرخ آنها باید به‌صورت قابل ملاحظه‌ای غیرکیهان‌شناختی باشد، امکانی که در بخش نهایی کتاب به‌طور مختصر به آن اشاره خواهیم کرد. در صورتی که هیچ‌یک از دو شق صادق نباشد، QSSC یکی از جهتهای اصلی خود را از دست می‌دهد.

۴. **یافتن انباشت سیاهچاله‌ها**. QSSC مدعی آن است که بسته‌هایی ازگسیل پرانرژی در عالم، مانند هسته‌های فعال کهکشانی، رویدادهای انفجاری هستند که ماده جدید را به‌درون عالم می‌ریزند. بنابراین الگوی سیاهچاله را، که به فروریزش ماده چرخان در یک قرص انباشتی استناد می‌کند، زیر سؤال می‌برد. با پیشرفت روشهای رصدی، می‌توان ناحیهٔ هسته را با دقت بیشتری

بررسی کرد و دید کدام یک از دو شق صحیح‌اند. چون SC ارتباطی به الگوی سیاهچاله‌ـقرص انباشتی ندارد، یافتن در برابر نیافتن این انباشت در آن تأثیر جدی ندارد. اما، QSSC ارتباط جدیتری با الگوی آفرینش انفجاری دارد، بنابراین یافتن موردی از انباشت توسط سیاهچاله در مرکز چشمه‌ای از انرژی برای نظریه نامطلوب است. در اینجا باز هم باید تأکید کنیم که یافتن شواهدی سازگار با انباشت سیاهچاله‌ها اثبات پدیده نیست.

۶.۱۲ اظهارنظرهای پایانی

در حال حاضر کیهان‌شناسی از یک مرحلهٔ بحرانی می‌گذارد. این گزاره چیزی بیش از تکرار مکرارتی است که ظاهراً به‌نظر می‌رسد. با چند مثال از پرسشهای چشمگیری که باید به صورتی پاسخ داده شوند به توضیح دربارهٔ آن می‌پردازیم.

۱. مادهٔ موجود در عالم چقدر همگن است؟

فناوری به مرحله‌ای رسیده است که رصدهای خودکار در بزرگ مقیاس واقعیتی عملی است، پس انتظار داریم که نقشه‌برداریهای انتقال به سرخ طیف و انتقال به سرخ کهکشانها را به‌سرعت در مقیاس میلیون تولید کند. بنابراین، منطقی است که انتظار شناخت بهتر از ساختار بزرگ مقیاس در همسایگی خود را پیش از نظریه‌پردازی برمبنای مدل همگن و همسانگرد داشته باشیم. به‌ویژه، باید بدانیم که آیا در بالاتر از مقیاس، مثلاً، ۲۰۰Mpc، می‌توان عالم را با اطمینان همگن در نظر گرفت.

مثلاً، ادعا شده است که هیچ مقیاس نهایی ناهمگنی وجود ندارد و عالم دارای سرشت فراکتالی است. اگر چنین باشد، مدلهای کنونی رابرتسون‌ـواکر رد می‌شوند و باید از نو مدل‌سازی کرد یا با شدت کمتر، شاید ناهمگنیهایی را در مقیاس بزرگتر، مثلاً، ۴۰۰Mpc بیابیم. در این صورت، مدلهای کنونی ما تا چه حد قابل اعتمادند؟

۲. آیا خوشه‌ها به‌لحاظ دینامیکی واهلیده‌اند؟

بخش اعظم مباحثهٔ فعلی در مورد مادهٔ تاریک ناشی از قضیهٔ ویریال برای خوشه‌هاست. اگر توزیع سرعت خاص را بتوان با دقت بیشتر از مقدار کنونی تعیین یا برآورد کرد، شاید بتوان اطمینان یافت که خوشه‌ها ویریالیده هستند یا طبق ادعای شدید آمبارتسومیان در سالهای ۱۹۶۰ در حال انبساط.

QSSC مطرح می‌کند که خوشه‌ها ممکن است در فرایندهای آفرینش انفجاری خلق‌شده و در حال انبساط باشند. این بدان معناست که قضیهٔ ویریال برای خوشه‌ها معتبر نیست و استحکام

بحث فعلی برای مادهٔ تاریک از میان می‌رود. بنابراین باید بازرسیهای مستقلی را در مورد تعادل آماری توزیع سرعت کهکشانها یافت.

۳. آیا عالم دارای ساختار یاخته‌ای است؟

تحلیلهای بزرگ مقیاس باعث شده‌اند که آیناستو[1] و همکاران در سال ۱۹۹۸ مدعی ساختار یاخته‌ای/دوره‌ای برای عالم شدند. همین‌طور ادعاهایی در مورد عالم فراکتالی وجود دارد که برای آن نمی‌توان «چگالی میانگین» تعریف کرد. هیچ‌کدام از این تحقیقها را نمی‌توان به‌راحتی در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد یا QSSC قرار داد، گرچه هویل و بربیج کوشیده‌اند تا انتقال به سرخهای دوره‌ای در QSSC را با اصلاح رابطهٔ ماخی لختی یک ذره نسبت به بقیهٔ ذرات عالم توجیه کنند. بنابراین، مهم است که با مطالعات مفصلتر بررسی کنیم که آیا ساختار یاخته‌ای مورد ادعا در توزیع بزرگ مقیاس کهکشانها واقعاً وجود دارد.

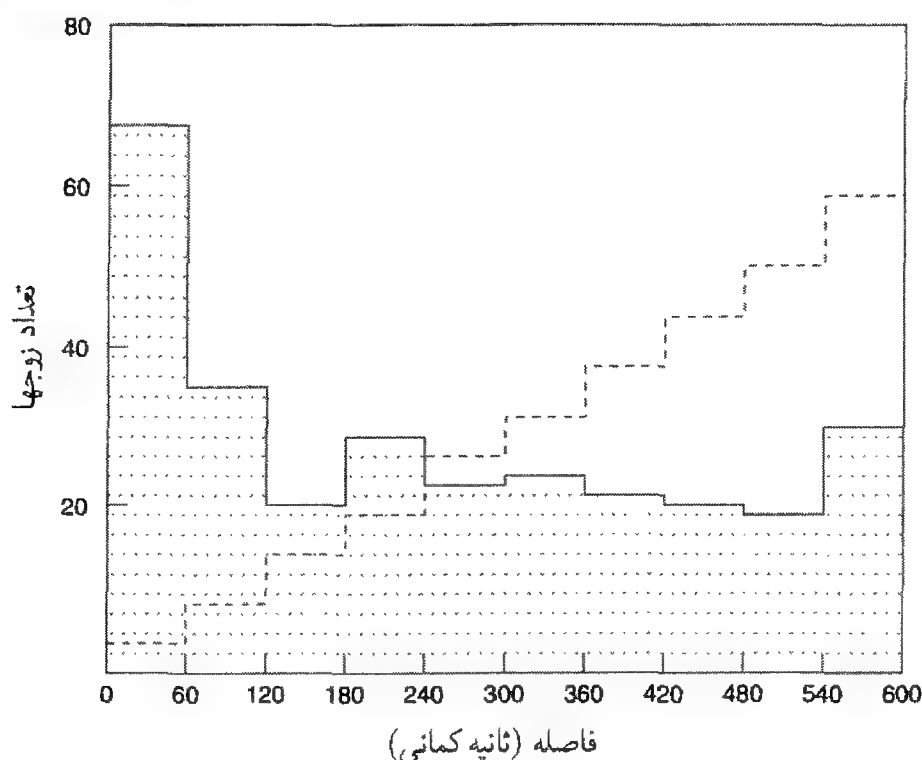
۴. آیا قانون هابل برای همه اجسام فراکهکشانی صادق است؟

در سراسر کتاب این موضوع را که انتقال به سرخ جسم برون‌کهکشانی منشأ کیهان‌شناختی دارد، یعنی به‌علت انبساط عالم است، مسلم فرض کردیم. در فصل ۱۱ این فرض را به‌صورت فرضیهٔ کیهان‌شناختی (CH) بیان کردیم. در آنجا به این واقعیت پرداختیم که اگرچه نمودار هابل که CH مبتنی بر آن است رابطهٔ mـz نسبتاً دقیقی را برای کهکشانهای رتبهٔ اول در خوشه نشان می‌دهد، نمودار نظیر آن برای کوازارها پراکندگی قابل ملاحظه‌ای دارد. اگرچه دربارهٔ آزمونهای کیهان‌شناختی برمبنای CH برای کوازارها همانند کهکشانها صحبت کردیم، اما متوجه شدیم که در بعضی موارد کوششهای خاصی برای سازگاری CH با داده‌های مربوط به کوازارها ضروری است. این موارد بجز نمودار هابل عبارت‌اند از حرکت با سرعت بیش از نور در کوازارها، تغییرپذیری سریع، نبود فرورفتگیهای جذبی Ly-α، و غیره.

CH تا چه اندازه برای کوازارها معتبر است؟ بگذارید کار را با داده‌هایی آغاز کنیم که استاکتون[2] برای کوازارها و کهکشانها به‌صورت زوج یا گروههایی از همسایگان نزدیک در آسمان به‌دست آورده است. استدلال وی این بود که اگر کوازاری با یک کهکشان در فاصلهٔ زاویه‌ای کوچک یافته شود، این احتمال وجود دارد که آنها همسایهٔ فیزیکی باشند و در نتیجه با توجه به CH باید دارای انتقال به سرخ تقریباً مساوی باشند.

این استدلال بر این واقعیت استوار است که جمعیت کوازارها چندان متراکم نیست، و اگر کهکشانی دلخواه را در نظر بگیریم، احتمال اینکه کوازاری اتفاقاً در فاصلهٔ زاویه‌ای کوچک از آن تصویر شده باشد بسیار کوچک است. اگر احتمال، مثلاً $< ۰/۰۱$ باشد، فرض صفر برای افکنش

1. Einasto   2. Stockton



شکل ۵.۱۲ نمودار ستونی توزیع فاصله‌های ۳۰۰ زوج کوازار_کهکشان. اگر کوازارها نسبت به کهکشانهای پرنور به‌صورت کاتوره‌ای توزیع شده بودند، تعداد آنها باید متناسب با مربع فاصلهٔ زاویه‌ای افزایش یابد. در عوض، قله‌ای در محدودهٔ ۶۰ ثانیهٔ کمانی وجود دارد. همهٔ کوازارها انتقال به نرخی بیش از کهکشانها دارند.

احتمالی آن منتفی می‌شود. در این صورت کوازار می‌تواند به‌لحاظ فیزیکی نزدیک به کهکشان باشد.

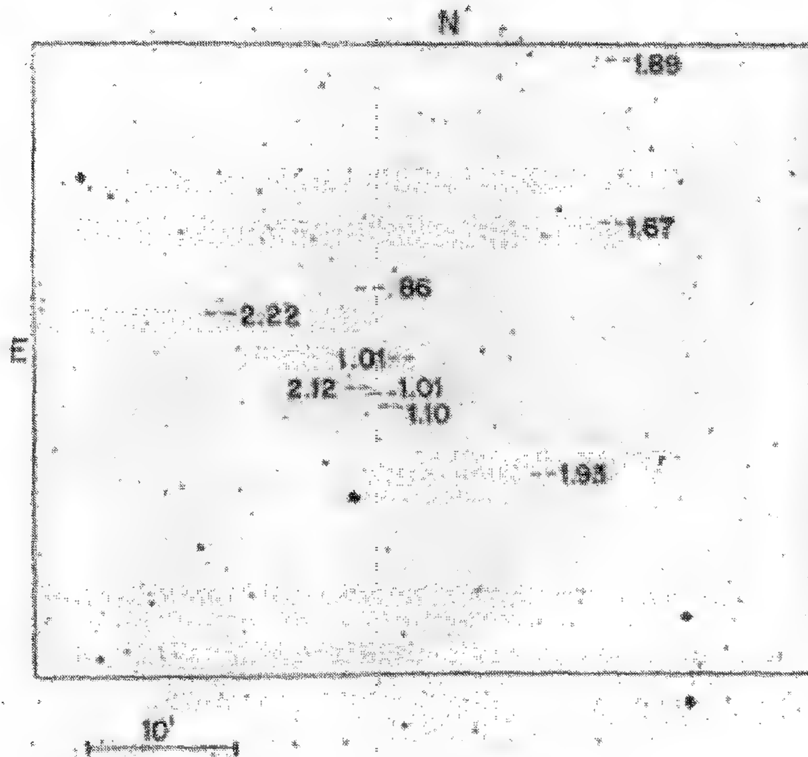
در حالی که استاکتون دلایلی به‌دست آورد که در این موارد انتقال به سرخ کهکشان و کوازار، z_G و z_Q، تقریباً یکسان هستند، داده‌های از نوع دیگر نیز وجود دارد. در کتابی که در کتابشناسی آمده است، اچ. سی. آرپ[1] تعدادی مثال را ذکر کرده است که در آنها فرض افکنش احتمالی رد می‌شود اما $z_Q \gg z_G$. در طی سالها چهار نوع از این موارد انتقال به سرخ متضاد نمایان شده است:

۱. دلایل روزافزونی وجود دارد که نشان می‌دهد کوازارهای با انتقال به سرخ بزرگ ترجیحاً در فاصله نزدیک به کهکشانهای پرنور با انتقال به سرخ کم وجود دارد (نگاه کنید به شکل ۵.۱۲).

۲. به صف شدن و شباهت انتقال به سرخ برای کوازارهایی که در سراسر کهکشانهای پرنور توزیع شده‌اند (نگاه کنید به شکل ۶.۱۲).

۳. زوجها یا گروههای کوازار با انتقال به سرخهای متضاد بیش از آنچه بتوان به افکنش شانسی نسبت داد یافته شده‌اند (نگاه کنید به شکلهای ۶.۱۲ و ۷.۱۲).

1. H. C. Arp

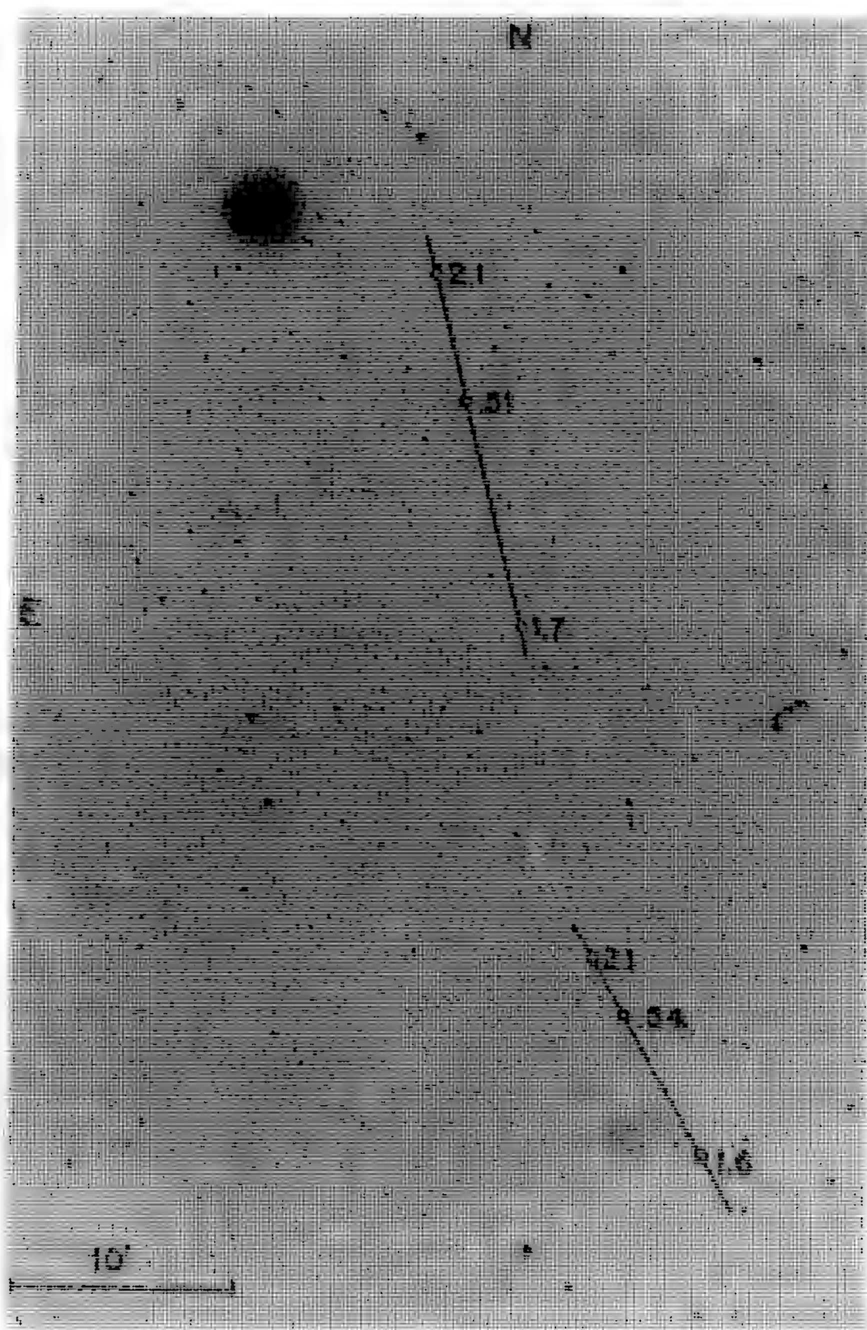


شکل ۶.۱۲ ارتباط میان کوازارهای با انتقال به سرخ متفاوت را (که در شکل مشخص شده‌اند) در حوالی ناحیه یا بُعد $11^h46^m14^s$ و میل $11°11'42''$ که اچ. آرپ و سی. هازارد به‌دست آورده‌اند.

۴. رشته‌هایی وجود دارند که زوج کهکشانهای با انتقال به سرخ متضاد را به‌هم متصل می‌سازند (نگاه کنید به شکل ۸.۱۲(الف) و (ب)).

بد نیست به‌خاطر داشته باشیم که فهرست موارد غیرعادی پیوسته افزایش می‌یابد. آنها فقط محدود به چشمه‌های اپتیکی و رادیویی نیستند، بلکه در بین چشمه‌های پرتو X، چنانکه شکل ۹.۱۲ نشان می‌دهد، یافت می‌شوند. خواننده ممکن است علاقه‌مند باشد که مباحثات مربوط به این مثالها را به تفصیل بررسی کند. طرفداران CH علاقه‌مندند که تمام این موارد را یا به‌عنوان مصنوعات رصدی و یا اثرهای گزینشی رد کنند. یا، می‌خواهند استدلال کنند که چگالی عددی اضافی کوازارهای نزدیک کهکشانهای پرنور می‌تواند ناشی از اثر عدسی گرانشی باشد. در حالی که این انتقاد یا تفکیک داده‌های متضاد می‌تواند در بعضی موارد معتبر باشد، اما مشاهده اینکه این موضوع در تمام موارد صادق باشد دشوار است.

اثر عجیب دیگر، که ابتدا بربیج در اواخر دههٔ ۱۹۶۰ متوجه آن شد دوره‌ای بودن آشکار توزیع کوازارهاست. دوره‌ای بودن $\Delta z \approx ۰٫۰۶$ را که ابتدا بربیج برای حدود هفتاد QSO مشاهده کرد هنوز وجود دارد و جمعیت آن سی برابر شده است (نگاه کنید شکل ۱۰.۱۲). به‌علت این ساختار

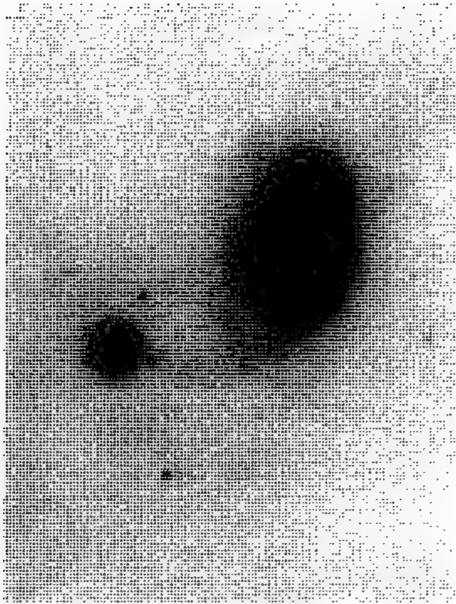


شکل ۷.۱۲ این دو سه‌تایی کوارک که روی یک صفحهٔ عکاسی یافته شده‌اند مثالهایی از به صف شدن دقیق کوازارهای با انتقال به سرخ مختلف (مشخص‌شده در شکل) را نشان می‌دهد. احتمال این به صف شدن با افکنش کاتوره‌ای کمتر از $۱۰^{-۴}$ است.

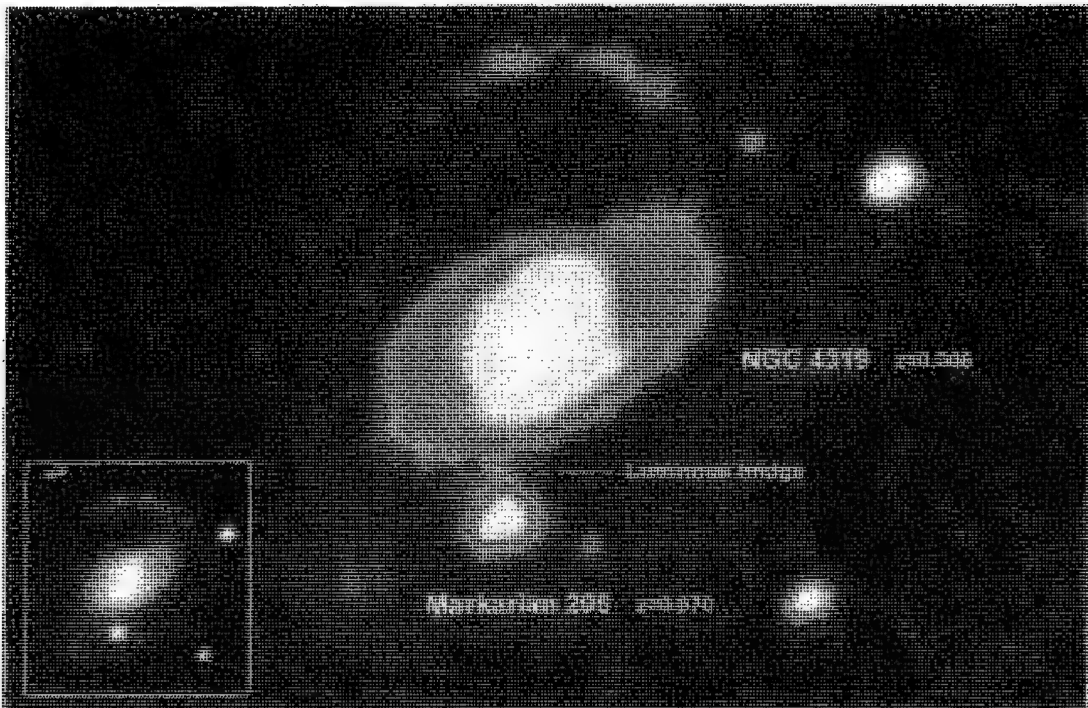
در توزیع z چیست؟ تحلیلهای آماری مختلف قابل ملاحظه بودن این اثر را تأیید کرده‌اند. موضوع دیگری که ابتدا کارلسون[1] در ۱۹۷۷ مدعی آن شد دوره‌ای بودن $\log(۱ + z)$ با دورهٔ ۰٫۲۰۶ است. این نیز بسیار سردرگم‌کننده است و در چارچوب عالم در حال انبساط این کتاب قرار نمی‌گیرد.

1. Karlsson

(الف)



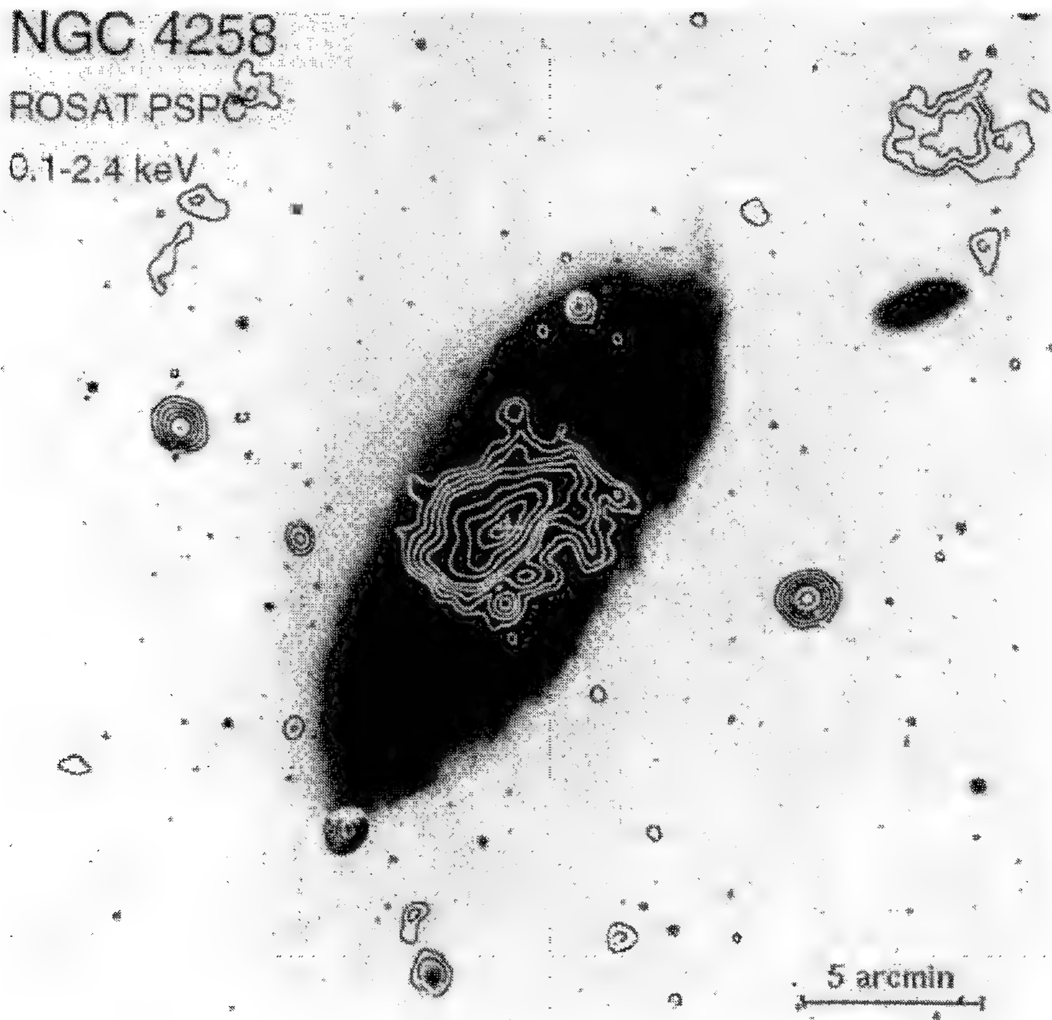
(ب)



شکل ۸.۱۲ (الف) به‌نظر می‌رسد که کهکشان بزرگ NGC ۷۶۰۳ ($cz =$ ۸۷۰۰ $\mathrm{km\,s^{-1}}$) به یک همدم متراکم ($cz =$ ۱۶۹۰۰ $\mathrm{km\,s^{-1}}$) وابسته باشد (ب) ارتباط نوری که ابتدا آرپ بین NGC ۴۳۱۹ و مارکارین ۲۰۵ با انتقال به سرخ به‌ترتیب ۰٫۰۰۶۵ $= z$ و ۰٫۰۷ یافت را جی. سولنتیک[1] با رصدهای CCD تأیید کرد.

در مقیاس ریزتر، دبلیو. تیفت[2] دوره‌ای بودن انتقال به سرخ $c\Delta z =$ ۷۲$\mathrm{km\ s^{-1}}$ را برای انتقال به سرخهای دیفرانسیلی کهکشانهای دوتایی و کهکشانهای گروهی محاسبه کرد. داده‌ها با

1. J. Sulentic   2. W. Tifft

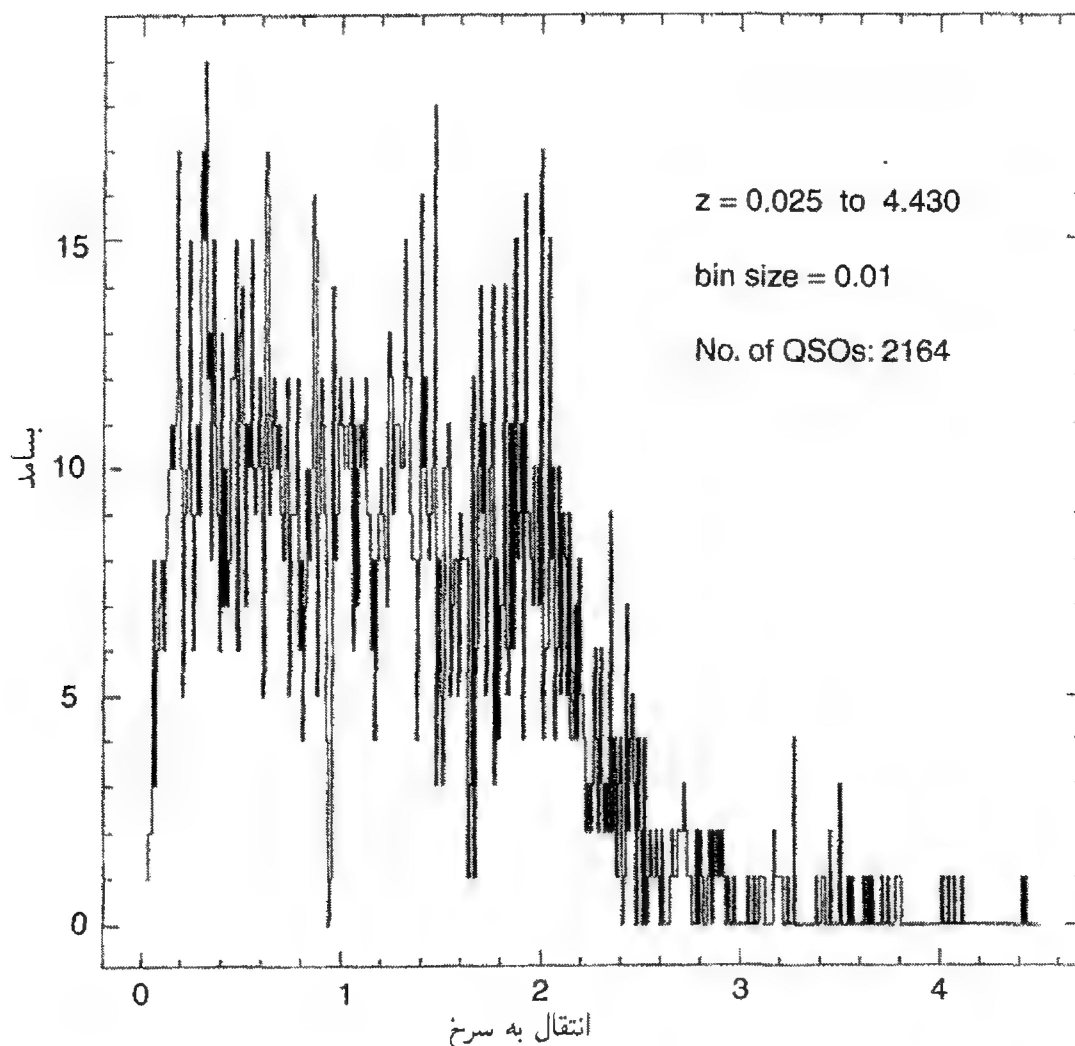


شکل ۹.۱۲ گمان می‌رود که دو چشمهٔ پرتو X که در دو طرف NGC ۴۲۵۸ قرار گرفته‌اند فورانهایی از کهکشان باشند. معلوم شده است که آنها کوازارهایی با انتقال به سرخ ۰٫۴ و ۰٫۶۵ هستند که به میزان قابل ملاحظه‌ای بیش از مقدار ۰٫۰۰۲ مربوط به کهکشان است.

گذشت زمان با اندازه‌گیریهای دقیق انتقال به سرخ ۲۱ سانتی‌متری بهبود یافته است. اگر این اثر دورغین بود، باید از میان می‌رفت. اما در عوض شدیدتر شده است و در برابر تحلیلهای آماری نسبتاً جدی مقاومت کرده است (نگاه کنید به شکل ۱۱.۱۲).

برای عالمی که با قانون هابل تنظیم شده باشد، برازش این نتایج دشوار است. کیهان‌شناس معمولی تمایل دارد که آنها را نادیده بگیرد به این امید که داده‌های کاملتر این مشکل را از میان بردارد. در زمان نوشتن این مطلب داده‌ها چنین تمایلی را نشان نمی‌دهند!

احتمال دارد که این اثرها واقعی باشد و بی‌میلیِ ما در نادیده گرفتن آنها ناشی از نبود توجیه منطقی باشد. توضیح این مطلب شاید مؤلفه‌های غیرکیهان‌شناختی دیگری را در انتقال به سرخ



شکل ۱۰.۱۲ نمودار ستونی انتقال به سرخ کوازارها قله‌هایی در مضربهای ۰٫۰۶ دارد. این قله‌ها را طیف توان و سایر تحلیلهایی که د. دواری[1]، پی. داس گوپتا[2]، و جی. وی. نارلیکار[3] انجام دادند تأیید می‌کند.

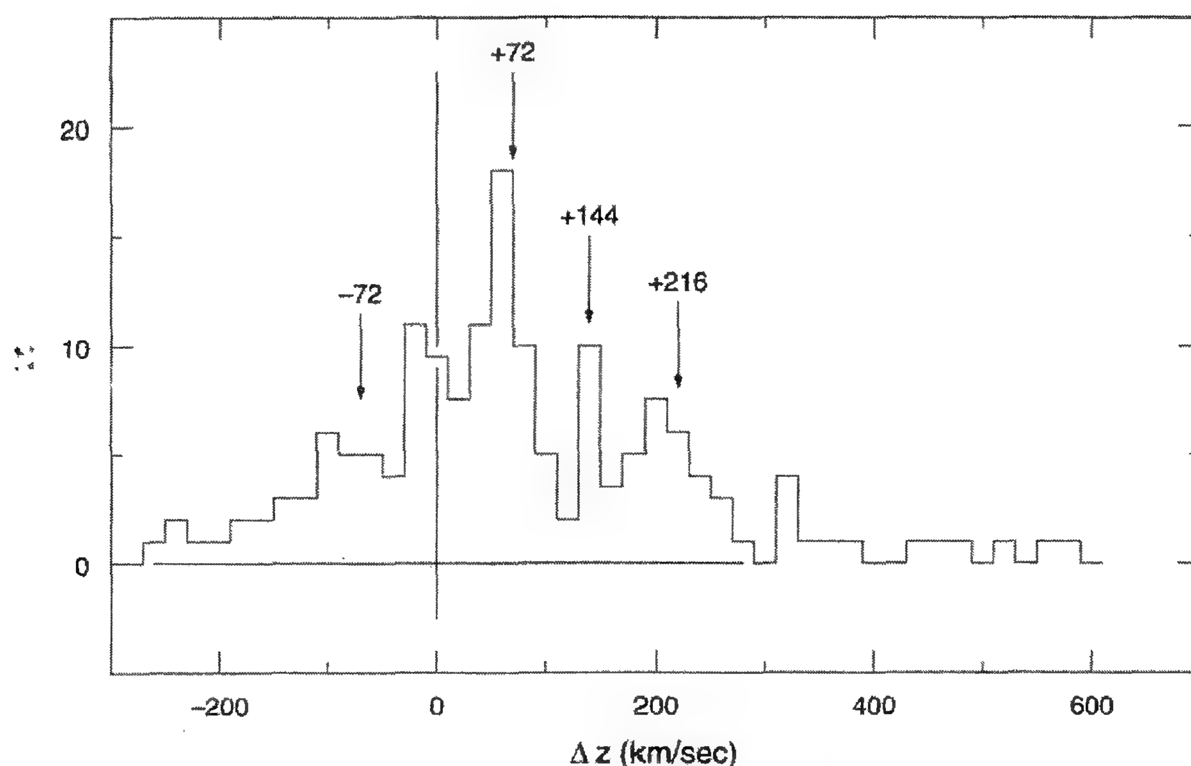
مشاهده‌شدهٔ z مطرح کند. پس باید بنویسیم

$$۱ + z = (۱ + z_{\mathrm{C}})(۱ + z_{\mathrm{NC}}). \qquad (۲.۱۲)$$

مؤلفهٔ کیهان‌شناختی z_{C} از قانون هابل پیروی می‌کند، در حالی که مؤلفه غیرکیهان‌شناختی z_{NC} رفتار غیرعادی از خود نشان می‌دهد. چه چیز می‌تواند علت z_{NC} باشد؟ چند دلیل می‌تواند وجود داشته باشد که هیچ‌کدام از آنها به‌صورت کامل و به‌طور رضایت‌بخش آزموده نشده‌اند.

۱. اثر دوپلر ناشی از حرکتهای غیرعادی نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی. این پدیده‌ای کاملاً شناخته‌شده در فیزیک است.

1. D. Duari 2. P. Das Gupta 3. J. V. Narlikar



شکل ۱۱.۱۲ نمودار ستونی اختلاف انتقال به سرخ میان کهکشان اصلی و همدم قله‌هایی را در مضربهای $72\mathrm{km\,s^{-1}}$ نشان می‌دهد.

۲. انتقال به سرخ گرانشی ناشی از اجسام پرجرم متراکم که در فصل ۲ بررسی شد.

۳. همدوسی طیفی مورد بحث یی. ولف[1] سبب انتقال بسامد انتشار در هنگامی می‌شود که افت و خیزهای موجود در چشمه همبسته‌اند.

۴. در نظریهٔ نورخسته، فوتونی با سکون غیرصفر در هنگام انتشار در فضا انرژی از دست می‌دهد.

۵. در فرضیهٔ جرم متغیر ناشی از نظریهٔ ماخی اف. هویل و نگارنده، ذرات می‌توانند در انفجارهای کوچک و بزرگ تولید شوند و ذراتی که دیرتر خلق شده‌اند جرم کمتر و در نتیجه انتقال به سرخ بزرگتری دارند.

این شقهای دیگر چه اندازه می‌توانند داده‌های متضاد را توجیه کنند؟ آیا این اختلاف با بهتر شدن رصدها کاهش می‌یابد یا اهمیت آنها بیشتر می‌شود؟ بدیهی است که این موضوع تأثیر عظیمی بر قانون هابل به‌طور اخص و کیهان‌شناسی به‌طور اعم دارد.

در مقیاس پلانک چه نظریه‌ای جانشین نسبیت عام می‌شود؟

سوای رصدها، مفاهیم جدیدی نیز از طریق نظریه وارد می‌شوند. نظریهٔ نسبیت عام که در قرن پیش در خدمت کیهان‌شناسی قرار گرفت اکنون مورد مداقه قرار می‌گیرد تا ببینیم چگونه در چارچوب

1. E. Wolf

گسترده‌تر وحدت همهٔ برهم‌کنشها برازش می‌یابد. گرانش کوانتومی، رهیافت حلقه‌های اشتکر[1] و همکاران، یا رهیافت نظریهٔ ریسمان همگی آزموده شده‌اند و اکنون بسیار زود است که پیش‌بینی کنیم نتیجه مورد قابل عام چه خواهد بود. آیا این رهیافتهای جدید پرتو تازه‌ای بر اصل ماخ و فرضیهٔ اعداد بزرگ می‌افکنند؟ برداشت نهایی هرچه باشد، باید پرتوی تازه‌ای را برتکینگی فضازمان و مفهوم مهبانگ بیفکند. همین‌طور ممکن است سناریوهای کنونی در مورد مراحل بسیار اولیهٔ عالم را اصلاح کند.

بحث بالا باید خواننده را قانع کند که موضوع کیهان‌شناسی هنوز بسیار باز است. در فصل ۱ دیدیم که اغلب منجمان در آغاز قرن بیستم فکر می‌کردند که همهٔ عالم در کهکشان ما قرار دارد. روشهای پیشرفته رصدی به‌زودی این دیدگاه را در هم کوبید، و در اواسط سالهای ۱۹۲۰ تصاویر اجمالی دنیای وسیع برون کهکشانی به تدریج چشم‌انداز کیهان‌شناسی را وسیعتر کرد.

اما احتمال بیشتری وجود دارد که تلسکوپهای بزرگتر و بهتر در آینده پدیده‌های جدید و غیرمنتظره‌ای را در عالم نشان دهند، پدیده‌هایی که عظیمترین چالشهای فکری را به‌وجود آورد.

تمرینها

۱. برای $\kappa \cong ۶/۱۱ \times ۱۰^{۴} \mathrm{cm}^{۲}\ \mathrm{g}^{-۱}$ برآوردی تقریبی از ρ_{g} به عمل آورید تا $\Delta m(z)$ کم‌نور شدن اضافی حاصل ازگردوغبار میان کهکشانی را تا انتقال به سرخ ۰/۵ به‌صورت $۰/۲^{\mathrm{m}}$ به‌دست دهد.

۲. بیشینه انتقال به آبی که انتظار داریم در QSSC با پارامترهای P، Q، η، و $t_{۰}$ بیابیم چقدر است؟ برآوردی عددی برای مدل مشخص‌شده با (۱۱۷.۹) به‌دست آورید.

۳. رصدی را پیشنهاد کنید که مدل مهبانگ را رد کند. جزئیاتی را شرح دهید که اگر یافته شوند می‌توانند دلیل بطلان بی‌چون‌وچرای این مدل باشند. همین کار را در مورد QSSC انجام دهید.

۴. فرض کنید کوازارها در فاصلهٔ ثابت D ازکهکشان همدمشان قرارگرفته باشند. نشان دهید که این فرض باعث می‌شود نمودار $\log\theta$ـ$\log z_{\mathrm{G}}$ دارای شیب متوسط ۱− شود. چرا این فرض با CH ناسازگار است؟ (θ فاصلهٔ زاویه‌ای کوازار و کهکشان است.)

۵. فرض کنید $n(m)$، تعداد کوازارهای موجود در واحد درجهٔ مربع باشد که از قدر ظاهری m روشنترند. اگر دو کوازار در فاصلهٔ زاویه‌ای θ دقیقه کمانی از هم، دارای انتقال به سرخهای متفاوت باشند، برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه آیا این دو مثالی از انتقال به سرخ غیرعادی را نشان می‌دهند از چه آزمون آماری استفاده می‌کنید؟

---
1. Ashtekar

جدول مقادیر ثابت

این جدول از منابع زیر گرفته شده است:

I. M. Ryshik and I. S. Gradstein, 1957, *Tables of Series, Products and Integrals* (Berlin: Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften).
Particle Data Group, 1980, 'Review of particle properties', *Rev. Mod. Phys.* 52, No. 2.
A. H. Wapstra and N. B. Gove, 1971, 'The 1971 Atomic Mass Evaluation', *Nuclear Data Tables* 9*A*, 265.
C. W. Allen, 1973, *Astrophysical Quantities* (London: Athlone Press).

اعداد داخل پرانتز خطای σ ۱ را در آخرین رقمهای اعداد اصلی نشان می‌دهند.

ثابتهای ریاضی

$\pi = ۳/۱۴۱۵۹$, $\quad$ $e = ۲/۷۱۸۲۸$, $\quad$ $\zeta(۳) = ۱/۲۰۲۰۶$

$\ln ۲ = ۰/۶۹۳۱۵$, $\quad$ $\ln ۱۰ = ۲/۳۰۲۵۹$, $\quad$ $\log e = ۰/۴۳۴۲۹$

۱ ثانیهٔ کمانی $= ۴/۸۴۸۱ \times ۱۰^{-۶}$ رادیان

۱ استرادیان $= ۳/۲۸۲۸ \times ۱۰^{۳}$ درجهٔ مربع

درجه مربع برروی کره $= ۴۱۲۵۲/۹۶۱۲۴$

ثابتهای فیزیکی

سرعت نور	$c = ۲٫۹۹۷۹۲۴۵۸(۱٫۲) \times ۱۰^{۱۰}\text{cm s}^{-۱}$
ثابت پلانک	$\hbar = ۱٫۰۵۴۵۸۸۷(۵۷) \times ۱۰^{-۲۷}\text{erg s}$
	$= ۶٫۵۸۲۱۷۳(۱۷) \times ۱۰^{-۱۶}\text{eV s}$
	$h \equiv ۲\pi\hbar = ۶٫۶۲۶۲۰ \times ۱۰^{-۲۷}\text{erg s}$
الکترون ولت	$۱\ \text{eV} = ۱٫۶۰۲۱۸۹۲(۴۶) \times ۱۰^{-۱۲}\text{erg}$
ثابت گرانشی	$G = ۶٫۶۷۲۰(۱۱) \times ۱۰^{-۸}\text{dyn cm}^{۲}\ \text{g}^{-۲}$
بار الکترون	$e = ۴٫۸۰۳۲۴۲(۱۴) \times ۱۰^{۱۰}\text{esu}$
ثابت ساختار ریز	$\alpha \equiv \frac{e^{۲}}{\hbar c} = [۱۳۷٫۰۳۶۰۴(۱۱)]^{-۱}$
طول پلانک	$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^{۳}}} = ۱٫۶ \times ۱۰^{-۳۳}\text{cm}$
زمان پلانک	$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^{۵}}} = ۵٫۴ \times ۱۰^{-۴۴}\text{s}$
جرم پلانک	$\sqrt{\frac{c\hbar}{G}} = ۲٫۲ \times ۱۰^{-۵}\text{g}$
جرم الکترون	$m_e = ۹٫۱۰۹۵۳۴(۴۷) \times ۱۰^{-۲۸}\text{g}$
انرژی جرم الکترون	$m_e c^{۲} = ۰٫۵۱۱۰۰۳۴(۱۴)\text{MeV}$
انرژی جرم پروتون	$m_p c^{۲} = ۹۳۸٫۲۷۹۶(۲۷)\text{MeV}$
انرژی جرم نوترون	$m_n c^{۲} = ۹۳۹٫۵۷۳۱(۲۷)\text{MeV}$
انرژی پلانک	$\sqrt{\frac{c^{۵}\hbar}{G}} = ۱٫۲ \times ۱۰^{۱۹}\text{GeV}$
سطح مقطع تامسون	$\frac{۸\pi e^{۴}}{۳m_e^{۲}c^{۴}} = ۰٫۰۶۶۵۲۴۴۸(۳۳) \times ۱۰^{-۲۴}\text{cm}^{۲}$
ثابت بولتزمن	$k = ۱٫۳۸۰۶۶۲(۴۴) \times ۱۰^{-۱۶}\text{erg K}^{-۱}$
	$k^{-۱} = ۱۱۶۰۴٫۵۰(۳۶)\text{KeV}^{-۱}$
ثابت تابش	$= \frac{۸\pi^{۵}k^{۴}}{۱۵c^{۳}h^{۳}} = ۷٫۵۶۴۱ \times ۱۰^{-۱۵}\text{erg m}^{-۳}\text{K}^{-۴}$

چگالی عدد فوتونها در تابش جسم سیاه در دمای T	$\frac{۲\zeta(۳)}{\pi^۲}\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^۳ \cong ۲۰{,}۳\, T^۳\mathrm{cm}^{-۳}$
ثابت برهم‌کنش ضعیف	$\mathcal{G} = ۱{,}۰۲ \times ۱۰^{-۵}\left(\frac{\hbar^۳}{m_\mathrm{p}^۲ c}\right)$
انرژی بستگی دوتریم	$= ۲{,}۲۲۴۶۴(۴)\mathrm{MeV}$
انرژی بستگی هلیم	$= ۲۸{,}۲۹۶۹(۴)\mathrm{MeV}$

ثابتهای نجومی

سال نوری	$۱\mathrm{lyr} = ۹{,}۴۶۰۵ \times ۱۰^{۱۷}\mathrm{cm}$
پارسک	$۱\mathrm{pc} = ۳{,}۰۸۵۶(۱) \times ۱۰^{۱۸}\ \mathrm{cm} \cong ۳{,}۲۶\mathrm{ly}$
شعاع خورشید	$R_\odot = ۶{,}۹۵۹ \times ۱۰^{۱۰}\mathrm{cm}$
جرم خورشید	$M_\odot = ۱{,}۹۸۹(۱) \times ۱۰^{۳۳}\mathrm{g}$
درخشندگی خورشید	$L_\odot = ۳{,}۸۲۶(۸) \times ۱۰^{۳۳}\mathrm{erg\ s}^{-۱}$
نسبت جرم/نور خورشید	$M_\odot/L_\odot \cong ۰{,}۵۱\mathrm{g\ erg}^{-۱}\mathrm{s}$
درخشندگی ستاره‌ای با قدر صفر ($M_\mathrm{bol} = ۰$)	$L_\circ = ۲{,}۹۷ \times ۱۰^{۳۵}\mathrm{erg\ s}^{-۱}$
شار ناشی از ستاره‌ای با قدر ظاهری صفر	$l_\circ = ۲{,}۴۸ \times ۱۰^{-۵}\mathrm{erg\ cm}^{-۲}\mathrm{s}^{-۱}$
چگالی شار رادیویی	۱Jy (یانسکی) $= ۱۰^{-۲۶}\mathrm{Wm}^{-۲}\mathrm{Hz}^{-۱}$
ثابت هابل	$H_\circ =$ سن هابل $۱۰۰\hbar_\circ\,\mathrm{km\ s}^{-۱}\mathrm{Mpc}^{-۱},\ ۰{,}۵ \le h_\circ \le ۱$
	$\tau_\circ = H_\circ^{-۱} \cong ۹{,}۸ h_\circ^{-۱} \times ۱۰^۹\mathrm{yr}$

واژه‌نامهٔ نمادها و اختصارها

۳C, ۴C,...	فهرستهای کمبریج برای چشمه‌های رادیویی
CDM	ماده تاریک سرد
CH	فرضیهٔ کیهان‌شناختی (برای انتقال به سرخ کوازارها)
GA	ربایندهٔ بزرگ
GeV	گیگا الکترون ولت (یکای انرژی)
H	ثابت هابل
$h_۰$	مقدار اندازه‌گیری H برحسب $۱۰۰ \mathrm{km\,s^{-۱}\,Mpc^{-۱}}$
HDM	مادهٔ تاریک داغ
HM	مدول هابل
HN	هویل‐نارلیکار
IMF	تابع جرم اولیه
L	درخشندگی
LG	گروه موضعی
LNH	فرضیهٔ اعداد بزرگ
M	قدر مطلق
m	قدر ظاهری
MeV	مگاالکترون ولت (یکای انرژی)
NGC	فهرست کلی جدید
PCP	اصل کیهان‌شناختی کامل
PSR	برچسب فهرست تپ‌اَختر
q	پارامتر شتاب منفی
QSSC	کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا
$SU(n)$	گروه یکانی خاص n بعدی
$U(n)$	گروه یکانی n بعدی
VLBI	تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار دراز

کتاب‌شناسی

مراجع زیر به سه گروه تقسیم شده‌اند، (۱) کتابهای درسی، (۲) مقاله‌های مروری و مقاله‌نامه‌های گردهمایی‌های علمی و (۳) فهرست مقاله‌های با سرشت پیشگامانه. در موضوعی چون کیهان‌شناسی که به سرعت رشد می‌کند ارائه فهرست فراگیر مقاله‌ها امکان‌پذیر نیست. امیداوارم که این توزیع منابع اطلاعات به نیازهای مختلف خوانندگان پاسخ دهد.

۱. کتابهای درسی

این فهرستی انتخابی (و نه کامل) از کتابهایی است که بخشی از موضوع ارائه‌شده در کتاب را می‌پوشاند، شماره‌های پس از هر مرجع که به صورت سیاه نشان داده شده مربوط به فصلهایی از کتاب است که همپوشانی دارد.

I. J. R. Aitchison and A. J. G. Hey: *Gauge Theories in Particle Physics* (Bristol, Adam Hilger Ltd, 1982). **(6)**

*H. C. Arp: *Quasars, Redshifts and Controversies* (Berkeley, Interstellar Media, 1987). **(12)**

*H. C. Arp: *Seeing Red* (Montréal, Apeiron, 1998). **(12)**

J. Barbour and H. Pfister: *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity* (Boston, Birkhauser, 1995). **(8, 9, 12)**

J. Binney and S. Tremaine: *Galactic Dynamics* (Princeton, Princeton University Press, 1987). **(6, 7, 10)**

J. Binney and M. Merryfield: *Galactic Astronomy* (Princeton, Princeton University Press, 1998). **(6, 7, 10)**

*H. Bondi: *Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 1960). **(3, 4, 10, 11)**

G. R. Burbidge and E. M. Burbidge: *Quasi-Stellar Objects* (New York, W. H. Freeman and Company, 1967). (**11, 12**)

P. Coles and F. Lucchin: *Cosmology* (Chichester, Wiley, 1996). (**7**)

E. M. Corson: *Introduction to Tensors, Spinors and Relativistic Wave Equations* (London, Blakie and Sons, 1953). (**2, 6**)

L. P. Eisenhart: *Riemannian Geometry* (Princeton, Princeton University Press, 1926). (**2, 3**)

*E. R. Harrison: *Cosmology: The Science of the Universe* (Chichester, Wiley 1996). (**1, 3, 4, 10, 11**)

S. W. Hawking and G. F. R. Ellis: *The Large Scale Structure of Space-time* (Cambridge, Cambridge University Press, 1973). (**2, 4**)

F. Hoyle, G. Burbidge and J. V. Narlikar: *A Different Approach to Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 2000). (**3–6, 9**)

F. Hoyle and J. V. Narlikar: *Action at a Distance in Physics and Cosmology* (New York, W. H. Freeman and Company, 1974). (**8, 9, 12**)

E. W. Kolb and M. S. Turner: *The Early Universe* (New York, Addison–Wesley Publishing Company, 1990). (**5–7**)

L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *Statistical Physics* (Oxford, Pergamon Press, 1970). (**5**)

L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *The Classical Theory of Fields* (Oxford, Pergamon Press, 1975). (**2**)

*J. V. Narlikar: *The Primeval Universe* (Oxford, Oxford University Press, 1988). (**3–6**)

T. Padmanabhan: *Large Scale Structure of the Universe* (Cambridge, Cambridge University Press, 1993). (**7, 10**)

J. V. Peacock: *Cosmological Physics* (Cambridge, Cambridge University Press, 1999). (**4–7, 10, 11**)

P. J. E. Peebles: *Physical Cosmology* (Princeton, Princeton University Press, 1971). (**4, 5, 7**)

P. J. E. Peebles: *The Large Scale Structure of the Universe* (Princeton, Princeton University Press, 1980). (**7, 9**)

A. K. Raychaudhuri: *Theoretical Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 1979). (**3–6**)

*S. Webb: *Measuring the Universe* (Cambridge, Cambridge University Press, 1999). (**10**)

S. Weinberg: *Gravitation and Cosmology* (New York, John Wiley and Sons, 1972). (**2–5**)

Ya. B. Zeldovich and I. D. Novikov: *The Structure and Evolution of the Universe* (Chicago, University of Chicago Press, 1983). (**2–5, 9, 10**)

* These texts are less technical and mathematical than the present book.

۲. مقاله‌های مروری و مقاله‌نامه‌ها

خواننده‌ای که می‌خواهد کندوکاو عمیقتری در موضوعهای خاص به‌عمل آورد می‌تواند کار را از ورودیهای مربوطه در فهرست زیر شروع کند. در اغلب موارد عنوانها به اندازهٔ کافی گویا هستند؛ با این همه، فصلهایی از کتاب که کار ذکر شده به آن مربوط می‌شود در انتهای هر مرجع به‌صورت سیاه نشان داده شده است.

E. S. Abers and B. W. Lee: *Gauge Theories. Physics Reports 9* 1, 1973. (**6**)

N. A. Bahcall: *Large-Scale Structure in the Universe Indicated by Galaxy Clusters. Ann. Rev. Astron. Astrophys. 26*, 631, 1988. (**7, 10**)

R. Balian, J. Audouze and D. N. Schramm (Eds.): *Physical Cosmology*. Les Houches Lectures Session XXXII (Amsterdam, North Holland, 1979). (**5, 10**)

F. Bertola, J. W. Sulentic and B. F. Madore (Eds.): *New Ideas in Astronomy* (Cambridge, Cambridge University Press, 1988). (**12**)

P. Crane (Ed.): *Light Element Abundances*, ESO-EPIC Workshop Proceedings (Berlin, Springer Verlag, 1995). (**5, 9, 10**)

A. Dresler: *The Great Attractor: Do Galaxies Trace the Large-Scale Mass Distribution? Nature 350*, 391, 1991. (**7, 10**)

S. M. Faber and J. S. Gallagher: *Masses and Mass to Light Ratios of Galaxies. Ann. Rev. Astron. Astrophys. 17*, 135, 1979. (**10**)

A. Hewitt, G. Burbidge and L. Z. Fang (Eds.): *Observational Cosmology*. IAU Symposium No. 124 (Dordrecht, D. Reidel, 1987). (**10–12**)

J. V. Narlikar: *Noncosmological Redshifts. Space Science Reviews 50*, 523, 1989. (**9, 12**)

J. V. Narlikar and A. K. Kembhavi: *Non-standard Cosmologies*. In *Handbook of Astronomy, Astrophysics and Geophysics, Vol. II*, V. M. Canuto and B. G. Elmgreen (Eds.) (New York, Gordon and Breech, 1988). (**8, 9, 12**)

J. V. Narlikar and T. Padmanabhan: *Inflation for Astronomers. Ann. Rev. Astron. Astrophys. 29*, 325, 1991. (**6, 7**)

B. E. J. Pagel, E. A. Simonson, R. J. Terlevich and M. G. Edmunds: *The Primordial Helium Abundance from Observations of Extragalactic H II Regions. Mon. Not. R. Astr. Soc. 255*, 325, 1992. (**5, 10**)

A. Sandage: *Observational Tests of World Models. Ann. Rev. Astron. Astrophys. 26*, 561, 1988. (**10, 11**)

K. Sato: *Cosmological Parameters and the Evolution of the Universe*. IAU Symposium No. 183 (Dordrecht, Kluwer, 1999). (**10, 11**)

D. Schramm and R. V. Wagoner: *Element Production in the Early Universe. Ann. Rev. Nucl. Sci. 27*, 37, 1977. (**5, 10**)

S. F. Shandarin and Ya. B. Zeldovich: *The Large Scale Structure of the Universe: Turbulence, Intermittency, Structures in Self Gravitating Medium. Rev. Mod. Phys. 61*, 185, 1989. (**7**)

V. Trimble: *The Existence and Nature of Dark Matter in the Universe. Ann. Rev. Astron. Astrophys. 25*, 425, 1987. (**7, 10**)

S. Weinberg: *Beyond the First Three Minutes*. *Physica Scripta 21*, 773, 1980. **(6, 7)**

S. Weinberg: *The Cosmological Constant Problem*. *Rev. Mod. Phys. 61*, 1, 1989. **(6, 12)**

C. M. Will: *The Confrontation between General Relativity and Experiment*. *Lecture Notes, SLAC Summer School on Particle Physics*, gr-qc/9811036, 1998. **(2, 8, 11)**

۳. مراجع مربوط به کارهای اولیه

اگرچه مقاله‌هایی که در زیر با فصل مشخص شده‌اند چشم‌اندازی تاریخی را تشکیل می‌دهند، اما بسیاری از آنها کلاسیک و هنوز هم مطرح هستند.

فصل ۱

طبقه‌بندی انواع کهکشانها

E. Hubble. 1926. 'Extragalactic nebulae' *Ap. J. 64*, 321.

W. W. Morgan. 1958. 'A preliminary classification of the forms of galaxies according to their stellar spectra' *Publ. Astron. Soc. Pac. 70*, 364.

S. van den Bergh. 1960. 'The luminosity classification of galaxies and stellar evolution' *Mém. Soc. Roy. Liège (Belgium) Série Cinquième, Vol. III.*

کشف و شناسایی دجاجهٔ A

J. S. Hey, S. J. Parsons and J. W. Phillips. 1946. 'Fluctuations in cosmic radiation at radio frequencies' *Nature 158*, 234.

W. Baade and R. Minkowski. 1954. 'Identification of radio sources in Cassiopeia, Cygnus A and Puppis A' *Ap. J. 119*, 206.

دو کوازار اولیه

C. Hazard, M. B. Mackey and A. J. Shimmins. 1963. 'Investigation of the radio source 3C273 by the method of lunar occultations' *Nature 197*, 1037.

J. L. Greenstein and M. Schmidt. 1964. 'The quasi stellar radio sources 3C48 and 3C273' *Ap. J. 140*, 1.

خوشه‌ای و اَبَرخوشه‌ای شدن کهکشانها

C. D. Shane and C. A. Wirtanen. 1954. 'A distribution of extragalactic nebulae' *A. J. 59*, 285.

F. Zwicky. 1957. *Morphological Astronomy* (Berlin: Springer-Verlag).

G. O. Abell. 1958. 'The distribution of rich clusters of galaxies' *Ap. J. Suppl. 3*, 211.

G. de Vaucouleurs. 1961. 'Recent studies of clusters and superclusters' *A. J. 66*, 629.

D. Lynden-Bell, S. M. Faber, D. Burstein, R. L. Davies, A. Dressler, R. J. Terlevich and G. Wegner. 1988. 'Photometry and spectroscopy of elliptical galaxies' *Ap. J. 326*, 19.

انتقال به سرخهای مربوط به سحابی

V. M. Slipher. 1914. 'Spectrographic observations of nebulae' Paper presented at the 17th meeting of the AAS, August 1914.

E. Hubble. 1929. 'A relation between distance and radial velocity among extragalacitic nebulae' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA) 15*, 168.

E. Hubble and M. Humason. 1931. 'The velocity–distance relation among extragalactic nebulae' *Ap. J. 74*, 35.

فصل ۲

فرمولبندی معادله‌های میدان نسبیت عام

A. Einstein. 1915. 'Zur allgemeinen Relativitätstheorie' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 778.

A. Einstein. 1915. 'Zur allgemeinen Relativitätstheorie (Nachtrag)' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 799.

A. Einstein. 1915. 'Die Feldgleichungen der Gravitation' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 844.

نسبیت عام از اصل کُنش

D. Hilbert. 1915. 'Die Grundlagen der Physik' *Konigl. Gesell. Wiss. Göttingen, Nachr. Math.-Phys. Kl.*, 395.

حل شوارتس‌شیلد

K. Schwarzschild. 1916. 'Über das Gravitationsfeld eines Maßpunktes nach der Einsteinschen Theorie' *Sitzber. Deut. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math.-Phys. Tech.*, 189.

قضیه بیرکهوف

G. D. Birkhoff. 1923. *Relativity and Modern Physics* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

انتقال به سرخ گرانشی

R. V. Pound and G. A. Rebka. 1960. 'Apparent weight of photons' (Laboratory experiment) *Phys. Rev. Lett. 4*, 337.

W. L. Wiese and D. E. Kelleher. 1971. 'On the cause of redshifts of white dwarf spectra' (40 Eridani B) *Ap. J. 166*, L59.

J. L. Greenstein, J. B. Oke and H. L. Shipman. 1971. 'Effective temperature, radius and gravitational redshift of Sirius B' *Ap. J. 169*, 563.

پیشروی حضیض

A. Einstein. 1915. 'Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 831.

G. M. Clemence. 1947. 'The relativity effect in planetary motions' *Rev. Mod. Phys. 19*, 361.

C. W. Will. 1975. 'Periastron shifts in the binary system 1913+16: theoretical interpretation' *Ap. J. 196*, L3.

J. H. Taylor, L. A. Fowler and R. M. McCullach. 1979. 'Measurements of general relativistic effects in the binary pulsar PSR 1913+16' *Nature 277*, 437.

خم‌شدن نور، امواج رادیویی و ریزموجها

F. W. Dyson, A. S. Eddington and C. Davidson. 1920. 'A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field, from observations made at the total eclipse of May 29, 1919' *Phil. Trans. Roy. Soc. A 220*, 291.

C. C. Counselman III, S. M. Kent, C. A. Knight, I. I. Shapiro and T. A. Clark. 1974. 'Solar gravitational deflection of radio waves measured by very long baseline interferometry' *Phys. Rev. Lett. 33*, 1621.

E. B. Fomalont and R. A. Sramek. 1975. 'A confirmation of Einstein's general theory of relativity by measuring the bending of microwave radiation in the gravitational field of the Sun' *Ap. J. 199*, 749.

K. W. Weiler, R. D. Ekers, E. Raimond and K. S. Wellington. 1975. 'Dual frequency measurement of the solar gravitational microwave deflection' *Phys. Rev. Lett. 35*, 134.

تأخیر پژواک رادار

J. D. Anderson, P. B. Esposito, W. Martin, C. L. Thornton and D. O. Muhleman. 1975. 'Experimental test of general relativity time-delay data from Mariner 6 and 7' *Ap. J. 200*, 221.

R. D. Reasenberg, I. I. Shapiro, P. E. MacNeil, R. B. Goldstein, J. C. Breidenthal, J. P. Brenkle, D. L. Cain, T. M. Kaufman, T. A. Komarck and A. I. Zygielbaum. 1979. 'Verification of signal retardation by Solar gravity' *Ap. J. 234*, L219.

اصل هم‌ارزی

I. I. Shapiro, C. C. Counselman and R. W. King. 1976. 'Verification of the principle of equivalence for massive bodies' *Phys. Rev. Lett. 36*, 555.

J. G. Williams, R. H. Dicke, P. L. Bender, C. O. Alley, W. E. Carter, D. G. Currie, D. H. Eckhardt, J. E. Faller, W. M. Kaula, J. D. Mulholland, H. H. Plotkin, S. K. Poultney, P. J. Shelus, E. C. Silverberg, W. C. Sinclair, M. A. Slade and D. T. Wilkinson. 1976. 'New test of the equivalence principle from lunar laser ranging' *Phys. Rev. Lett. 36*, 551.

حرکت تقدیمی ژیروسکوپ

L. I. Schiff. 1960. 'Motion of a gyroscope according to Einstein's theory of gravitation' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA) 46*, 871.

تابش گرانشی

C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A. Wheeler. 1973. *Gravitation* (New York: W. H. Freeman).

فصل ۳

نیوتون می‌کوشد مدلی از عالم بسازد

I. Newton. 1692 and 1693. Letters to Richard Bentley dated December 10, 1692 and January 17, 1693. In D. T. Whiteside, ed., 1976, *Mathematical Papers of Isaac Newton*, Vol. 7, pp. 233, 238 (Cambridge: Cambridge University Press).

کیهان‌شناسی نیوتونی

H. Seeliger. 1895. *Astr. Nachr. cxxxvii*, 129 and 1896. *Münch. Ber. Math. Phys. Kl.*, 373.

C. Neumann. 1896. *Allgemeine Untersuchungen über das Newtonsche Prinzip der Fernwirkungen* (Leipzig).

W. H. McCrea and E. A. Milne. 1934. 'Newtonian universes and the curvature of space' *Q. J. Math. 5*, 73.

عالم اینشتین

A. Einstein. 1917. 'Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie.' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 142.

عالم دوسیته

W. de Sitter. 1917. 'On the relativity of inertia: remarks concerning Einstein's latest hypothesis' *Proc. Koninkl. Akad. Weteusch. Amsterdam 19*, 1217.

فرضیهٔ وایل

H. Weyl. 1923. 'Zur allgemeinen Relativitätstheorie' *Z. Phys. 24*, 230.

جزء خط رابرتسون–واکر

H. P. Robertson. 1935. 'Kinematics and world structure' *Ap. J. 82*, 248.

A. G. Walker. 1936. 'On Milne's theory of world-structure' *Proc. Lond. Math. Soc. (2) 42*, 90.

برای موضوعات باقیمانده در فصل ۳، مراجع فهرست شده در فصل ۴ را در موضوعات همانند ببینید.

فصل ۴

مدلهای فریدمان

A. Friedmann. 1922 and 1924. 'Über die Krummung des Resumes' *Z. Phys. 10*, 377 and *Z. Phys. 21*, 326.

مدل اینشتین–دوسیته

A. Einstein and W. de Sitter. 1932. 'On the relation between the expansion and the mean density of the universe' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA) 18*, 213.

فاصلهٔ درخشندگی

W. Mattig. 1958. 'Über den Zusammenhang zwischen Rotverschiebung und scheinbarer Helligkeit' *A. N. 284*, 109.

تغییر اندازه‌های زاویه‌ای

R. C. Tolman. 1933. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology* (Oxford: Oxford University Press).

F. Hoyle. 1959. 'The relation of radioastronomy and cosmology' In R. N. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, p. 529 (Palo Alto, CA: Stanford University Press).

شمارش تعداد کهکشانها

E. P. Hubble and R. C. Tolman. 1935. 'Two methods of investigating the nature of the nebular red-shift' *Ap. J. 82*, 302.

پارادوکس اولبرس

E. Halley. 1720. 'Of the infinity of the sphere of fixed stars.' *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. 31*, 22. (The first known discussion of the paradox)

H. W. M. Olbers. 1826. 'Über die Durchsichtigheit des Weltraumes.' *Bode Jahrbuch 110.*

کیهان‌شناسیهای λ

A. S. Eddington. 1930. 'On the instability of Einstein's spherical world' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 90*, 668.

Abbé G. Lemaître. 1931. 'A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extragalactic nebulae' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 91*, 483. (Translated from the original paper in *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, XLVII A*, 49 (1927))

فصل ۵

کارهای اولیه در مورد سنتز هسته‌های آغازین

G. Gamow. 1946. 'Expanding universe and the origin of elements' *Phys. Rev. 70*, 572.

R. A. Alpher and R. C. Hermann. 1948. 'Evolution of the universe' *Nature 162*, 774.

R. A. Alpher, H. A. Bethe and G. Gamow. 1948. 'The origin of chemical elements' *Phys. Rev. 73*, 80. (This paper, with the sequence of authors Alpher/Bethe/Gamow, led to the name '$\alpha/\beta/\gamma$ theory')

سنتز هسته‌ها در ستارگان

G. R. Burbidge, E. M. Burbidge, W. A. Fowler and F. Hoyle. 1957. 'Synthesis of the elements in stars' *Rev. Mod. Phys. 29*, 547.

کارهای بعدی در مورد سنتز هسته‌ها در ستارگان

C. Hayashi. 1950. 'Proton–neutron concentration ratio in the expanding universe at the stages preceding the formation of the elements' *Progr. Theor. Phys. (Japan) 5*, 224.

F. Hoyle and R. J. Tayler. 1964. 'The mystery of cosmic helium abundance' *Nature 203*, 1108.

P. J. E. Peebles. 1966. 'Primordial helium abundance and the primordial fireball' *Ap. J. 146*, 542.

Ya. B. Zel'dovich. 1966. 'The 'hot' model of the universe' *Usp. Fiz. Nauk 89*, 647.

R. V. Wagoner, W. A. Fowler and F. Hoyle. 1967. 'On the synthesis of elements at very high temperatures' *Ap. J. 148*, 3.

فراوانی هلیم و انواع نوترینو

J. Yang, D. Schramm, G. Steigman and R. T. Rood. 1979. 'Constraints on cosmology and neutrino physics from big bang nucleosynthesis' *Ap. J. 227*, 697.

کشف زمینهٔ ریزموج

A. McKeller. 1941. *Pub. Dom. Astrophys. Observatory, Victoria, B.C., 7*, 251

A. A. Penzias and R. W. Wilson. 1965. 'Measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s' *Ap. J. 142*, 419.

فصل ۶

گامهایی به‌سوی نظریه‌ای واحد برای برهم‌کنشهای بنیادی

J. C. Maxwell. 1864. 'A dynamical theory of the electromagnetic field' *Phil. Trans. Roy. Soc. 155.* (Paper read on 8 December 1864)

S. Weinberg. 1967. 'A model of leptons' *Phys. Rev. Lett. 19*, 1264. (The electro-weak interaction)

A. Salam. 1968. 'Weak and electromagnetic interactions' In N. Swartholm, ed., *Elementary Particle Physics*, p. 367 (Stockholm: Almquist and Wiksells).

H. Georgi and S. L. Glashow. 1974. 'Unity of all elementary-particle forces.' *Phys. Rev. Lett. 32*, 438. (The $SU(5)$ framework)

باریونهای اضافی در عالم اولیه

G. Steigman. 1976. 'Observational tests of antimatter cosmologies' *Ann. Rev. Astron. Astrophys. 14*, 339.

M. Yoshimura. 1978. 'Unified gauge theories and the baryon number of the universe' *Phys. Rev. Lett. 41*, 281.

S. Weinberg. 1979. 'Baryon–lepton non-conserving processes' *Phys. Rev. Lett. 43*, 1566.

عالم تورمی

D. Kazanas. 1980. 'Dynamics of the universe and spontaneous symmetry breaking' *Ap. J. 241*, L59.

A. H. Guth. 1981. 'Inflationary universe: a possible solution to the horizon and flatness problems' *Phys. Rev. D23*, 347.

K. Sato. 1981. 'First order phase transition of a vacuum and the expansion of the universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 195*, 467.

عالم تورمی جدید

A. Linde. 1982. 'A new inflationary universe scenario' *Phys. Lett. B108*, 389.

A. Linde. 1982. 'Scalar field fluctuations in the expanding universe and the new inflationary scenario' *Phys. Lett. B116*, 335.

A. Albrecht and P. J. Steinhardt. 1982. 'Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking' *Phys. Rev. Lett. 48*, 1220.

تورم آشوبناک

A. Linde. 1983. 'Chaotic inflation' *Phys. Lett. B129*, 177.

سیاهچاله‌های آغازین

S. W. Hawking. 1974. 'Black hole explosions?' *Nature 248*, 30.

B. J. Carr. 1975. 'The primordial black hole mass spectrum' *Ap. J. 201*, 1.

کیهان‌شناسی کوانتومی

J. Hartle. 1988. 'Quantum cosmology' In B. R. Iyer, A. Kembhavi, J. V. Narlikar and C. V. Vishveshwara, eds., *Highlights in Gravitation and Cosmology*, p. 144 (Cambridge: Cambridge University Press).

J. V. Narlikar. 1984. 'The vanishing likelihood of spacetime singularity in quantum conformal cosmology' *Found. Phys.,14*, 443

فصل ۷

جرم جینز

J. H. Jeans. 1902. 'The stability of a spiral nebula' *Phil. Trans. Roy. Soc. 199A*, 49.

رشد افت‌وخیزها

E. Lifshitz. 1946. 'On the gravitational instability of the expanding universe' *J. Phys. (USSR) 10*, 116.

R. H. Dicke and P. J. E. Peebles. 1968. 'Origin of the globular clusters' *Ap. J. 154*, 891.

طیف مقیاس-ناوردا

E. R. Harrison. 1970. 'Fluctuations at the threshold of classical cosmology' *Phys. Rev. D1*, 2726.

Ya. B. Zel'dovich. 1972. 'A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 160*, 1P.

J. M. Bardeen, P. J. Steinhardt and M. S. Turner. 1983. 'Spontaneous creation of almost scale-free density perturbations in an inflationary universe' *Phys. Rev. D28*, 679.

مادهٔ تاریک و تشکیل ساختار

J. R. Bond, G. Efstathiou and J. Silk. 1980. 'Massive neutrinos and the large scale structure of the universe' *Phys. Rev. Lett. 45*, 1980.

P. J. E. Peebles. 1982. 'The peculiar velocity around a hole in the galaxy distribution' *Ap. J. 258*, 415.

تحول غیرخطی ساختارها

Ya. [illegible]. Zel'dovich. 1970. 'Gravitational instability: an approximate theory for large density perturbations' *Astron. Astrophys. 5*, 84.

S. D. M. White, C. S. Frenk and M. Davis. 1983. 'Clustering in a neutrino dominated universe' *Ap. J. 274*, L1.

S. J. Aarseth. 1985. 'Direct *N*-body calculations' In J. Goodman and P. Hut, eds., *Dynamics of Star Clusters. IAU Symposium No. 113*, p. 251 (Dordrecht: Reidel).

M. Davis, G. Efstathiou, C. S. Frenk and S. D. M. White. 1985. 'The evolution of large-scale structure in the universe dominated by cold dark matter' *Ap. J. 292*, 371.

نوترینوهای جرم‌دار و کیهان‌شناسی

R. Cowsik and J. McClelland. 1972. 'An upper limit on the neutrino rest mass' *Phys. Rev. Lett. 29*, 669.

R. Cowsik and J. McClelland. 1973. 'Gravity of neutrinos of nonzero mass in astrophysics' *Ap. J. 180*, 7.

S. Tremain and J. E. Gunn. 1979. 'Dynamical role of light neutral leptons in cosmology' *Phys. Rev. Lett. 42*, 407.

فصل ۸

نیروهای لختی و فضای مطلق

I. Newton. 1687. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1st edn (London: Streater). (English translation by A. Motte (1729) revised by A. Cajori (1934) (Berkeley: University of California Press))

E. Mach. 1893. *The Science of Mechanics* (Chicago: Open Court).

نظریهٔ لختی سیاما

D. W. Sciama. 1953. 'On the origin of inertia' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 113*, 34.

نظریهٔ گرانی برنز-دیکی

C. Brans and R. H. Dicke. 1961. 'Mach's principle and a relativistic theory of gravitation' *Phys. Rev. 124*, 125.

R. H. Dicke. 1962. 'Mach's principle and invariance under transformation of units' *Phys. Rev. 125*, 2163.

آزمونهای نظریه برنز-دیکی در منظومهٔ شمسی

R. H. Dicke and H. M. Goldenberg. 1967. 'Solar oblateness and general relativity' *Phys. Rev. Lett. 18*, 313.

H. A. Hill and R. T. Stebbins. 1975. 'The intrinsic visual oblateness of the Sun' *Ap. J. 200*, 471.

جوابهای کیهان‌شناختی نظریهٔ برنز-دیکی

R. H. Dicke. 1968. 'Scalar tensor gravitation and the cosmic fireball' *Ap. J. 152*, 1.

Variation of G in the Brans–Dicke theory تغییر G در نظریهٔ برنز-دیکی

R. H. Dicke. 1962. 'Implications for cosmology of stellar and galactic evolution rates' *Rev. Mod. Phys. 34*, 110.

The Hoyle–Narlikar theory of gravity نظریهٔ گرانی هویل-نارلیکار

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1964. 'A new theory of gravitation' *Proc. Roy. Soc. A282*, 191.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1966. 'A conformal theory of gravitation' *Proc. Roy. Soc. A294*, 138.

پاسخ الکترومغناطیسی عالم

J. A. Wheeler and R. P. Feynman. 1945. 'Interaction with the absorber as the mechanism of radiation' *Rev. Mod. Phys. 17*, 157.

J. E. Hogarth. 1962. 'Cosmological considerations of the absorber theory of radiation' *Proc. Roy. Soc. A267*, 365.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1963. 'Time symmetric electrodynamics and the arrow of time in cosmology' *Proc. Roy. Soc. A277*, 1.

تکینگی فضازمان در کیهان‌شناسی HN

A. K. Kembhavi. 1978. 'Zero mass surfaces and cosmological singularities' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 185*, 807.

تغییر G در کیهان‌شناسی HN

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1972. 'Cosmological models in a conformally invariant gravitation theory I & II' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 155*, 305 and 323.

اهمیت اعداد بدون بُعد بزرگ

P. A. M. Dirac. 1937. 'The cosmological constants' *Nature 139*, 323.

فرضیهٔ اعداد بزرگ

P. A. M. Dirac. 1938. 'A new basis for cosmology' *Proc. Roy. Soc. A165*, 199.

کیهان‌شناسی دیراک با دو نوع آفرینش

P. A. M. Dirac. 1973. 'Long range forces and broken symmetries' *Proc. Roy. Soc. A333*, 403.

P. A. M. Dirac. 1974. 'Cosmological models and the large numbers hypothesis' *Proc. Roy. Soc. A338*, 439.

فصل ۹

نظریهٔ حالت پایا (اولین پیشنهاد)

H. Bondi and T. Gold. 1948. 'The steady state theory of the expanding universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 108*, 252.

F. Hoyle. 1948. 'A new model for the expanding universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 108*, 372.

کیهان‌شناسی-C

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1962. 'Mach's principle and the creation of matter' *Proc. Roy. Soc. A270*, 334. (Continuous creation)

J. V. Narlikar. 1973. 'Singularity and matter creation in cosmological models' *Nature 242*, 135. (Explosive creation)

عالم داغ

T. Gold and F. Hoyle. 1958. 'Cosmic rays and radio waves as manifestations of a hot universe' In R. N. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, p. 583 (Palo Alto, CA: Stanford University Press).

عالم حبابی/تشکیل کهکشان

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1966. 'A radical departure from the steady state concept in cosmology' *Proc. Roy. Soc. A290*, 162.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1966. 'On the formation of elliptical galaxies' *Proc. Roy. Soc. A290*, 177.

کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا

F. Hoyle, G. Burbidge and J. V. Narlikar. 'A quasi-steady state cosmological model with creation of matter' *Ap. J. 410*, 437.

برای مطالعهٔ ابعاد مختلف این نوع کیهان‌شناسی به کتاب زیر مراجعه کنید که همهٔ مقاله‌های اولیهٔ این نظریه را فهرست‌بندی کرده است:

F. Hoyle, G. Burbidge and J. V. Narlikar. 2000. *A Different Approach to Cosmology* (Cambridge: Cambridge University Press).

فصل ۱۰

اندازه‌گیری H_0

E. Hubble. 1929. 'A relation between distance and radial velocity among extragalactic nebulae' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA) 15*, 168.

M. L. Humason, N. U. Mayall and A. R. Sandage. 1956. 'Redshifts and magnitudes of extragalactic nebulae' *Ap. J. 61*, 97.

رابطهٔ دوره‌ـدرخشندگی قیفاووسیها

H. Leavitt. 1912. 'Periods of twenty-five variable stars in the small Magellanic cloud' *Harvard College Observatory Circular* No. 173.

ناهمگنی جریان هابل

V. C. Rubin, N. Thonnard and W. K. Ford Jr. 1976. 'Motion of the Galaxy and the Local Group determined from the velocity anisotropy of distant Sc I galaxies, I & II' *A. J. 81*, 687 and 719.

توزیع جرم در کهکشانها

I. King. 1975. 'The structure of round stellar systems: observation and theory' In A. Hayli, ed., *Dynamics of Stellar Systems*, p. 99 (Dordrecht: Reidel).

آمار گروه کهکشانها

E. L. Scott. 1961. 'Distribution of galaxies on the sphere' In G. C. McVittie, ed., *Problems in Extragalactic Research*, p. 269 (New York: Macmillan).

J. Neyman. 1961. 'Alternative stochastic models of the spatial distribution of galaxies' In G. C. McVittie, ed., *Problems in Extragalactic Research*, p. 294 (New York: Macmillan).

H. Totsuji and T. Kihara. 1969. 'The correlation function for the distribution of galaxies' *Publ. Astron. Soc. (Japan) 21*, 221.

P. J. E. Peebles. 1974. 'The gravitational instability picture and the nature of distribution of galaxies' *Ap. J. 189*, L51.

جرم گمشده در خوشه‌های کهکشان

F. Zwicky. 1933. 'Die Rotverschiebung von extragalaktischen Neblen' *Helv. Phys. Acta 6*, 10.

اَبَرخوشهٔ محلی

G. de Vaucouleurs. 1961. 'Recent studies of clusters and superclusters' *A. J. 66*, 629.

q_0 از شتاب منفی کهکشانهای نزدیک

A. Sandage, G. Tamman and A. Yahil. 1979. 'The velocity field of bright nearby galaxies I–IV' *Ap. J. 232*, 352 and subsequent papers in later issues of *Ap. J.*

سن کهکشان

W. A. Fowler and F. Hoyle. 1960. 'Nuclear cosmochronology' *Ann. Phys. (New York) 10*, 280.

I. Iben Jr. 1974. 'Post main-sequence evolution of single stars' *Ann. Rev. Astron. Astrophys. 12*, 215.

فراوانی هسته‌های سبک

R. V. Wagoner. 1973. 'Big bang nucleosynthesis revisited' *Ap. J. 179*, 343.

اندازه‌گیریهای زمینهٔ ریزموج

مراجع ذکر شده در جداول ۲.۱۰ و ۳.۱۰ را ببینید.

ناهمسانگردی دوقطبی زمینهٔ ریزموج

G. F. Smoot, M. V. Gorenstein and R. A. Muller. 1977. 'Detection of anisotropy in the cosmic black body radiation' *Phys. Rev. Lett. 39*, 898.

E. S. Cheng, P. R. Saulson, D. T. Wilkinson and B. E. Corey. 1979. 'Large scale anisotropy in the 2.7 K radiation' *Ap. J. 232*, L139.

اثر زلدویچ-سانیوف

R. A. Sunyaev and Ya. B. Zeldovich. 1970. 'Small-scale fluctuations of relic radiation' *Astrophys. Space . Sci. 7*, 3.

زمینهٔ ریزموج و پرتوهای کیهانی پرانرژی

K. Greisen. 1966. 'An end to the cosmic ray spectrum?' *Phys. Rev. Lett. 16*, 748.

فصل ۱۱

q_0 از رابطهٔ m–z

A. Sandage. 1972. 'The redshift distance relation, II' *Ap. J. 178*, 1.

J. Kristian, A. Sandage and J. A. Westphal. 1978. 'The extension of the Hubble diagram, II' *Ap. J. 221*, 383.

A. Reiss *et al.* 1998. 'Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant' *A. J. 116*, 1009.

S. Perlmutter *et al.* 1999. 'Measurements of Ω and Λ from 42 high redshift supernovae' *Ap. J. 517*, 565.

تصحیحهایی بر نمودار هابل

K. G. Malmquist. 1920. 'A study of stars of spectral type A' *Medd. Lunds. Obs. Ser. II* No. 22.

E. L. Scott. 1957. 'The brightest galaxy in a cluster as a distance indicator' *A. J. 62*, 248. (The Scott effect)

A. Sandage. 1961. 'The ability of the 200-inch telescope to distinguish between selected world models' *Ap. J. 133*, 355.

J. B. Oke and A. Sandage. 1968. 'Energy distributions, *K* corrections and the Stebbins–Whitford effect for giant elliptical galaxies' *Ap. J. 154*, 21. (*K*-correction)

J. E. Gunn and J. B. Oke. 1974. 'Spectrophotometry of faint cluster galaxies and the Hubble diagram: an approach to cosmology' *Ap. J. 195*, 255. (Aperture correction)

B. M. Tinsley. 1975. 'Nucleochronology and chemical evolution.' *Ap. J. 198*, 145. (The evolution of luminosity)

S. M. Chitre and J. V. Narlikar. 1976. 'The effect of intergalactic dust on the measurement of the cosmological deceleration parameter q_0' *Astrophys. Space Sci. 44*, 101. (Intergalactic absorption)

شمارش اپتیکی کهکشانها

E. P. Hubble. 1936. 'Effects of redshifts on the distribution of nebulae' *Ap. J. 84*, 517.

بررسی و شمارشهای چشمهٔ رادیویی

J. R. Shakeshaft, M. Ryle, J. E. Baldwin, B. Elsmore and J. H. Thomson. 1955. 'A survey of radio sources between declinations $-38°$ and $+83°$' *Mem. Roy. Astron. Soc. 67*, 97.

B. Y. Mills, O. B. Slee and E. R. Hill. 1958. 'A catalogue of radio sources between declinations $+10°$ and $-20°$' *Aus. J. Phys. 11*, 360.

D. O. Edge, J. R. Shakeshaft, W. B. McAdam, J. E. Baldwin and S. Archer. 1959. 'A survey of radio sources at 159 Mc/s' *Mem. Roy. Astron. Soc. 68*, 37.

J. G. Bolton. 1960. 'The discrete sources of cosmic radio emission' *Comptes Rendus de l'Assemblé Générale de l'URSI, Londres, 1960, Session V.*

A. S. Bennett. 1962. 'The revised 3C-catalogue of radio sources' *Mem. Roy. Astron. Soc. 68*, 163.

آزمون درخشندگی حجم

M. Schmidt. 1968. 'Space distribution and luminosity functions of quasi-stellar radio sources' *Ap. J. 151*, 393.

روش بیشترین احتمال

D. F. Crawford, D. L. Jauncey and H. S. Murdoch. 1970. 'Maximum likelihood estimation of the slope from number–flux density counts of radio sources' *Ap. J. 162*, 405.

تفسیرهای شمارش چشمهٔ کیهان‌شناسی

P. F. Scott and M. Ryle. 1961. 'The number flux density relation for radio sources away from the galactic plane' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 122*, 389.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1962. 'On the counting of radio sources in steady state cosmology' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 123*, 133.

D. L. Jauncey. 1967. 'Reexamination of the source counts for the 3C revised catalogue' *Nature 216*, 877.

F. Hoyle. 1968. 'Review of recent developments in cosmology' *Proc. Roy. Soc. A308*, 1.

تغییر اندازهٔ زاویه‌ای و کیهان‌شناسی

R. C. Tolman. 1934. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*, p. 467 (Oxford: Clarendon Press).

F. Hoyle. 1959. 'The relation of radioastronomy and cosmology' In R. N. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, p. 529 (Palo Alto, CA: Stanford University Press).

آزمون روشنایی سطحی

A. Sandage and J.-M. Perelmuter. 1990. 'The surface brightness test for the expansion of the universe I & II' *Ap. J. 350*, 481 and *361*, 1.

فهرست کوازار

A. Hewitt and G. Burbidge. 1987. 'A new optical catalogue of quasi-stellar objects' *Ap. J. Suppl. 63*.

A. Hewitt and G. Burbidge. 1989. 'The first addition to the new optical catalogue of quasi-stellar objects' *Ap. J. Suppl. 69*, 1.

M.-P. Veron-Cetty and P. Veron. 1985. 'A catalogue of quasars and active galactic nuclei' *ESO Sci. Rep.* No. 4.

The Hubble diagram of quasars — نمودار هابل کوازارها

G. R. Burbidge and F. Hoyle. 1966. 'Relation between the redshifts of quasi-stellar objects and their radio and optical magnitudes' *Nature 210*, 1346.

Number counts of quasars — شمارش تعداد کوازارها

M. Schmidt. 1968. 'Space distribution and luminosity functions of quasi-stellar radio sources' *Ap. J. 151*, 393.

A. K. Kembhavi and A. Fabian. 1982. 'X-ray quasars and the X-ray background' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 198*, 921.

عدسی گرانشی

F. Zwicky. 1937. 'Nebulae as gravitational lenses' *Phys. Rev. 51*, 290

D. Walsh, R. F. Carswell and R. J. Weymann. 1979. '0957+561 A, B: twin quasistellar objects or gravitational lens?' *Nature 279*, 381.

جذب لیمان-α

J. E. Gunn and B. A. Peterson. 1965. 'On the density of neutral hydrogen in the intergalactic space' *Ap. J. 142*, 1633.

مسئلهٔ تولید انرژی در کوازارها

F. Hoyle, G. R. Burbidge and W. L. W. Sargent. 1966. 'On the nature of quasi-stellar sources' *Nature 209*, 751.

M. J. Rees. 1967. 'Studies in radio source structure, I' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 135*, 345.

مسئله جدا شدن کوازارها با سرعت بیشتر از نور

K. I. Kellarmann and D. B. Shaffer. 1977. 'Superlight motion in radio sources and its implications for the distance scale problem' In C. Balkowski and B. E. Westerlund, eds., *Proceedings of the IAU/CNRS Colloquium*, held in Paris, 6–9 September 1976, p. 347 (Paris: CNRS). (For observations and some theoretical models)

J. V. Narlikar and S. M. Chitre. 1980. 'Gravitational screens and superluminal separation in quasars' *Ap. J. 235*, 335.

تغییر $e^{۲}/(\hbar c)$

J. N. Bahcall and M. Schmidt. 1967. 'Does the fine structure constant vary with time?' *Phys. Rev. Lett. 19*, 1294.

M. S. Roberts. 1977. 'High redshift 21-cm lines' In C. Balkowski and B. E. Westerlund, eds., *Proceedings of the IAU/CNRS Colloquium*, held in Paris, 6–9 September 1976, p. 501 (Paris: CNRS).

A. D. Tubbs and A. M. Wolfe. 1980. 'Evidence for large-scale uniformity of physical laws' *Ap. J. 236*, L105.

تغییر G

F. Hoyle. 1972. 'The early history of the Earth' *Q. J. Roy. Astron. Soc. 13*, 328.

I. I. Shapiro. 1976. 'Bounds on the secular variation of the gravitational constant' *B. A. A. S. 8*, 308.

فصل ۱۲

به‌نفع کیهان‌شناسی استاندارد

P. J. E. Peebles, D. N. Schramm, E. L. Turner and R. G. Kron. 1991. 'The case for the hot relativisitic big bang cosmology' *Nature 352*, 769.

J. Silk. 1999. 'The case for the big bang' *Comptes Rendus 327*, Series II-b, 829.

علیه کیهان‌شناسی استاندارد

H. C. Arp, G. Burbidge, F. Hoyle, J. V. Narlikar and N. C. Wickramasinghe. 1990. 'The extragalactic universe: an alternative view' *Nature 346*, 807.

J. V. Narlikar. 1999. 'The case against the big bang' *Comptes Rendus 327*, Series II-b, 841.

نمایه